

Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського»
Факультет інформатики та обчислювальної техніки
Кафедра обчислювальної техніки

Лабораторна робота №5
З дисципліни «Методи оптимізації та планування»
**Проведення трьохфакторного експерименту при використанні рівняння
регресії з урахуванням квадратичних членів**

ВИКОНАЛА:
Студентка II курсу ФІОТ
Групи ІВ-92
Гайдукевич Марія

ПЕРЕВІРИВ:
асистент
Регіда П.Г.

Київ 2021 р.

Мета: Провести трьохфакторний експеримент з урахуванням квадратичних членів, використовуючи центральний ортогональний композиційний план. Знайти рівняння регресії, яке буде адекватним для опису об'єкту.

Варіант завдання:

Варіант	X ₁		X ₂		X ₃	
	min	max	min	max	min	max
204	-5	5	-5	6	-4	8

Лістинг програми:

```
import random
import sklearn.linear_model as lm
from scipy.stats import f, t
from functools import partial
from pyDOE2 import *

def regression(x, b):
    y = sum([x[i] * b[i] for i in range(len(x))])
    return y

x_range = ((-5, 5), (-5, 6), (-4, 8))
x_aver_max = sum([x[1] for x in x_range]) / 3
x_aver_min = sum([x[0] for x in x_range]) / 3
y_max = 200 + int(x_aver_max)
y_min = 200 + int(x_aver_min)

# квадратна дисперсія
def s_kv(y, y_aver, n, m):
    res = []
    for i in range(n):
        s = sum([(y_aver[i] - y[i][j]) ** 2 for j in range(m)]) / m
        res.append(round(s, 3))
    return res

def plan_matrix5(n, m):
    print(f'\nГенеруємо матрицю планування для n = {n}, m = {m}')

    y = np.zeros(shape=(n, m))
    for i in range(n):
        for j in range(m):
            y[i][j] = random.randint(y_min, y_max)

    if n > 14:
        no = n - 14
    else:
        no = 1
    x_norm = ccdesign(3, center=(0, no))
    x_norm = np.insert(x_norm, 0, 1, axis=1)

    for i in range(4, 11):
        x_norm = np.insert(x_norm, i, 0, axis=1)

    l = 1.215
```

```

for i in range(len(x_norm)):
    for j in range(len(x_norm[i])):
        if x_norm[i][j] < -1 or x_norm[i][j] > 1:
            if x_norm[i][j] < 0:
                x_norm[i][j] = -1
            else:
                x_norm[i][j] = 1

def add_sq_nums(x):
    for i in range(len(x)):
        x[i][4] = x[i][1] * x[i][2]
        x[i][5] = x[i][1] * x[i][3]
        x[i][6] = x[i][2] * x[i][3]
        x[i][7] = x[i][1] * x[i][3] * x[i][2]
        x[i][8] = x[i][1] ** 2
        x[i][9] = x[i][2] ** 2
        x[i][10] = x[i][3] ** 2
    return x

x_norm = add_sq_nums(x_norm)

x = np.ones(shape=(len(x_norm), len(x_norm[0])), dtype=np.int64)
for i in range(8):
    for j in range(1, 4):
        if x_norm[i][j] == -1:
            x[i][j] = x_range[j - 1][0]
        else:
            x[i][j] = x_range[j - 1][1]

for i in range(8, len(x)):
    for j in range(1, 3):
        x[i][j] = (x_range[j - 1][0] + x_range[j - 1][1]) / 2

dx = [x_range[i][1] - (x_range[i][0] + x_range[i][1]) / 2 for i in range(3)]

x[8][1] = 1 * dx[0] + x[9][1]
x[9][1] = -1 * dx[0] + x[9][1]
x[10][2] = 1 * dx[1] + x[9][2]
x[11][2] = -1 * dx[1] + x[9][2]
x[12][3] = 1 * dx[2] + x[9][3]
x[13][3] = -1 * dx[2] + x[9][3]

x = add_sq_nums(x)

print('\nX:\n', x)
print('\nX нормоване:\n')
for i in x_norm:
    print([round(x, 2) for x in i])
print('\nY:\n', y)

return x, y, x_norm

```

```

def find_coef(X, Y, norm=False):
    skm = lm.LinearRegression(fit_intercept=False)
    skm.fit(X, Y)
    B = skm.coef_

    if norm == 1:
        print('\nКоефіцієнти рівняння регресії з нормованими X:')
    else:
        print('\nКоефіцієнти рівняння регресії:')

```

```

B = [round(i, 3) for i in B]
print(B)
print('\nРезультат рівняння зі знайденими коефіцієнтами:\n', np.dot(X, B))
return B

def kriteriy_cochrana(y, y_aver, n, m):
    f1 = m - 1
    f2 = n
    q = 0.05
    S_kv = s_kv(y, y_aver, n, m)
    Gp = max(S_kv) / sum(S_kv)
    print('\nПеревірка за критерієм Кохрена')
    return Gp

def cohren(f1, f2, q=0.05):
    q1 = q / f1
    fisher_value = f.ppf(q=1 - q1, dfn=f2, dfd=(f1 - 1) * f2)
    return fisher_value / (fisher_value + f1 - 1)

# оцінки коефіцієнтів
def bs(x, y_aver, n):
    res = [sum(1 * y for y in y_aver) / n]

    for i in range(len(x[0])):
        b = sum(j[0] * j[1] for j in zip(x[:, i], y_aver)) / n
        res.append(b)
    return res

def kriteriy_students(x, y, y_aver, n, m):
    S_kv = s_kv(y, y_aver, n, m)
    s_kv_aver = sum(S_kv) / n

    # статистична оцінка дисперсії
    s_Bs = (s_kv_aver / n / m) ** 0.5 # статистична оцінка дисперсії
    Bs = bs(x, y_aver, n)
    ts = [round(abs(B) / s_Bs, 3) for B in Bs]

    return ts

def kriteriy_fishera(y, y_aver, y_new, n, m, d):
    S_ad = m / (n - d) * sum([(y_new[i] - y_aver[i]) ** 2 for i in range(len(y))])
    S_kv = s_kv(y, y_aver, n, m)
    S_kv_aver = sum(S_kv) / n

    return S_ad / S_kv_aver

def check(X, Y, B, n, m):
    print('\n\tПеревірка рівняння:')
    f1 = m - 1
    f2 = n
    f3 = f1 * f2
    q = 0.05

    ### табличні значення
    student = partial(t.ppf, q=1 - q)
    t_student = student(df=f3)

```

```

G_kr = cohren(f1, f2)
###

y_aver = [round(sum(i) / len(i), 3) for i in Y]
print('\nСереднє значення y:', y_aver)

disp = s_kv(Y, y_aver, n, m)
print('Дисперсія y:', disp)

Gp = kriteriy_cochrana(Y, y_aver, n, m)
print(f'Gp = {Gp}')
if Gp < G_kr:
    print(f'З ймовірністю {1 - q} дисперсії однорідні.')
else:
    print("Необхідно збільшити кількість дослідів")
    m += 1
    main(n, m)

ts = kriteriy_students(X[:, 1:], Y, y_aver, n, m)
print('\nКритерій Стюдента:\n', ts)
res = [t for t in ts if t > t_student]
final_k = [B[i] for i in range(len(ts)) if ts[i] in res]
print('\nКоефіцієнти {} статистично незначущі, тому ми виключаємо їх з
рівняння.'.format(
    [round(i, 3) for i in B if i not in final_k]))

y_new = []
for j in range(n):
    y_new.append(regression([X[j][i] for i in range(len(ts)) if ts[i] in res],
final_k))

print(f'\nЗначення "y" з коефіцієнтами {final_k}')
print(y_new)

d = len(res)
if d >= n:
    print('\nF4 <= 0')
    print('')
    return
f4 = n - d

F_p = kriteriy_fishera(Y, y_aver, y_new, n, m, d)

fisher = partial(f.ppf, q=0.95)
f_t = fisher(df1=f4, df2=f3) # табличне знач
print('\nПеревірка адекватності за критерієм Фішера')
print('Fp =', F_p)
print('F_t =', f_t)
if F_p < f_t:
    print('Математична модель адекватна експериментальним даним')
else:
    print('Математична модель не адекватна експериментальним даним')

def main(n, m):
    X5, Y5, X5_norm = plan_matrix5(n, m)

    y5_aver = [round(sum(i) / len(i), 3) for i in Y5]
    B5 = find_coef(X5, y5_aver)

    check(X5_norm, Y5, B5, n, m)

```

```
if __name__ == '__main__':
    main(15, 3)
```

X:

```
[[ 1 -5 -5 -4 25 20 20 -100 25 25 16]
 [ 1 5 -5 -4 -25 -20 20 100 25 25 16]
 [ 1 -5 6 -4 -30 20 -24 120 25 36 16]
 [ 1 5 6 -4 30 -20 -24 -120 25 36 16]
 [ 1 -5 -5 8 25 -40 -40 200 25 25 64]
 [ 1 5 -5 8 -25 40 -40 -200 25 25 64]
 [ 1 -5 6 8 -30 -40 48 -240 25 36 64]
 [ 1 5 6 8 30 40 48 240 25 36 64]
 [ 1 6 0 1 0 6 0 0 36 0 1]
 [ 1 -6 0 1 0 -6 0 0 36 0 1]
 [ 1 0 6 1 0 0 6 0 0 36 1]
 [ 1 0 -6 1 0 0 -6 0 0 36 1]
 [ 1 0 0 8 0 0 0 0 0 0 64]
 [ 1 0 0 -6 0 0 0 0 0 0 36]
 [ 1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1]]
```

X нормоване:

```
[1.0, -1.0, -1.0, -1.0, 1.0, 1.0, 1.0, -1.0, 1.0, 1.0, 1.0]
[1.0, 1.0, -1.0, -1.0, -1.0, -1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0]
[1.0, -1.0, 1.0, -1.0, -1.0, 1.0, -1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0]
[1.0, 1.0, 1.0, -1.0, 1.0, -1.0, -1.0, -1.0, 1.0, 1.0, 1.0]
[1.0, -1.0, -1.0, 1.0, 1.0, -1.0, -1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0]
[1.0, 1.0, -1.0, 1.0, -1.0, 1.0, -1.0, -1.0, 1.0, 1.0, 1.0]
[1.0, -1.0, 1.0, 1.0, -1.0, -1.0, 1.0, -1.0, 1.0, 1.0, 1.0]
[1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0]
[1.0, -1.22, 0.0, 0.0, -0.0, -0.0, 0.0, -0.0, 1.48, 0.0, 0.0]
[1.0, 1.22, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 1.48, 0.0, 0.0]
[1.0, 0.0, -1.22, 0.0, -0.0, 0.0, -0.0, -0.0, 0.0, 1.48, 0.0]
[1.0, 0.0, 1.22, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 1.48, 0.0]
[1.0, 0.0, 0.0, -1.22, 0.0, -0.0, -0.0, -0.0, 0.0, 0.0, 1.48]
[1.0, 0.0, 0.0, 1.22, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 1.48]
[1.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0]
```

Y:

```
[ [206. 196. 200.]  
[196. 205. 203.]  
[198. 197. 206.]  
[203. 203. 203.]  
[199. 196. 203.]  
[206. 204. 197.]  
[196. 205. 199.]  
[198. 203. 200.]  
[198. 196. 206.]  
[199. 199. 200.]  
[204. 201. 200.]  
[201. 196. 197.]  
[197. 199. 206.]  
[200. 203. 203.]  
[200. 206. 206.]]
```

Коефіцієнти рівняння регресії:

```
[201.537, 0.134, 0.112, -0.12, 0.005, 0.003, -0.012, -0.004, -0.026, -0.023, 0.016]
```

Результат рівняння зі знайденими коефіцієнтами:

```
[200.163 200.333 200.515 202.995 198.831 201.761 200.239 200.199 201.319  
199.675 201.205 200.005 201.601 202.833 201.433]
```

Перевірка рівняння:

Середнє значення у: [200.667, 201.333, 200.333, 203.0, 199.333, 202.333, 200.0, 200.333, 200.0, 199.333, 201.667, 198.0, 200.667, 202.0, 204.0]
Дисперсія у: [16.889, 14.889, 16.222, 0.0, 8.222, 14.889, 14.0, 4.222, 18.667, 0.222, 2.889, 4.667, 14.889, 2.0, 8.0]

Перевірка за критерієм Кохрена

Gr = 0.13270347700597868

З ймовірністю 0.95 дисперсії однорідні.

Критерій Стюдента:

```
[440.011, 0.855, 0.651, 0.25, 0.097, 0.0, 0.389, 0.682, 320.821, 320.893, 321.539]
```

Коефіцієнти [0.134, 0.112, -0.12, 0.005, 0.003, -0.012, -0.004] статистично незначущі, тому ми виключаємо їх з рівняння.

Значення "у" з коефіцієнтами [201.537, -0.026, -0.023, 0.016]

```
[201.504, 201.504, 201.504, 201.504, 201.504, 201.504, 201.504, 201.504, 201.49861815, 201.49861815, 201.503046825, 201.503046825, 201.5606196, 201.5606196, 201.537]
```

Перевірка адекватності за критерієм Фішера

Fp = 1.1535394662712797

F_t = 2.125558760875511

Математична модель адекватна експериментальним даним

Process finished with exit code 0

|

Висновок:

В даній лабораторній роботі я провела трьохфакторний експеримент з урахуванням квадратичних членів, використовуючи центральний ортогональний композиційний план. Знайшла рівняння регресії, яке буде адекватним для опису об'єкту.