

*В.И. ПОГОРЕЛОВ*

**ПРОЧНОСТЬ  
И УСТОЙЧИВОСТЬ  
ТОНКОСТЕННЫХ  
КОНСТРУКЦИЙ**

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Балтийский государственный технический университет «Военмех»

*В.И. ПОГОРЕЛОВ*

# ПРОЧНОСТЬ И УСТОЙЧИВОСТЬ ТОНКОСТЕННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Учебное пособие

Издание второе, исправленное и дополненное

*Допущено  
УМО вузов РФ по образованию  
в области авиации, ракетостроения и космоса  
в качестве учебного пособия для студентов, обучающихся  
по специальности 160801 «Ракетостроение»*

Санкт-Петербург  
2005

УДК 623.46: 539.4.012.1(075.8)

П 43

**Погорелов, В.И.**

**П 43**

Прочность и устойчивость тонкостенных конструкций: учебное пособие. Изд. 2-е, испр. и доп. / В.И. Погорелов; Балт. гос. техн. ун-т. – СПб., 2005. – 154 с.

ISBN 5-85546-165-3

Излагаются методы расчета на прочность, жесткость и устойчивость оболочек корпуса баллистических ракет и ракет-носителей. Рассматриваются головные, сухие и баковые отсеки, приводятся методы расчета нагрева и толщины теплозащитного покрытия на головных отсеках. Основное внимание уделяется практическим приложениям, для которых приведено большое число расчетных формул, удобных в проектных расчетах.

Предназначено для студентов машиностроительных специальностей; может быть полезно инженерно-техническим работникам, занимающимся разработкой ракетно-космической техники.

**УДК 623.46: 539.4.012.1(075.8)**

**Р е ц е н з е н т ы:** кафедра аэрокосмических систем стабилизации, ориентации и управления СПб Государственного университета аэрокосмического приборостроения (зав. каф. д-р техн. наук, проф. *Л.А. Северов*); д-р техн. наук, проф. *В.Т. Чемодуров*; д-р техн. наук, проф. *Н.В. Пустовой*; д-р техн. наук, проф. *В.А. Санников*

**ISBN 5-85546-165-3**

© В.И. Погорелов, 2005

© БГТУ, 2005



## ПРЕДИСЛОВИЕ

Одним из основных отличий задачи проектирования летательного аппарата, в частности ракеты, от других средств передвижения является первоочередная необходимость в экономии массы конструкции. Это требует от проектанта обоснованного выбора материала и распределения его по силовым элементам.

Задача дисциплины «Прочность летательных аппаратов» обоснование и разработка методов расчета конструктивных размеров (толщина стенки, площадь сечения, расстояние между подкреплениями в оболочках, расстояние между силовыми элементами конструкции и т.п.). Решение этой задачи тесно связано с расчетом нагрузок, выбором расчетных случаев и нормированием прочности конструкции.

Поэтому прочность ракетных конструкций как самостоятельная инженерная дисциплина опирается на аэрогазодинамику, динамику, теплопередачу, механику твердого деформируемого тела, теорию тонких пластин и оболочек.

Этим вопросам посвящено другое, ранее вышедшее [23] пособие автора. В нем изложены методы расчета нагрузок, действующих на баллистическую ракету и ее отсеки, при различных режимах эксплуатации. Причем основное внимание уделяется полетным случаям нагружения, для которых подробно описываются схемы расчета аэродинамических и газодинамических нагрузок, а также порядок построения эпюр осевых и поперечных внутренних усилий в сечениях корпуса ракеты. Наряду с динамическими нагрузками большое внимание уделено расчету тепловых потоков к корпусу ракеты и стенкам двигателя твердого топлива.

Опираясь на эти сведения, в настоящем учебном пособии излагаются методы расчета конструкторских размеров элементов корпуса ракеты (предполагается, что габаритные размеры уже известны – обычно это длина и диаметр) с точки зрения их прочности и жесткости. При этом под несущей способностью понимается способность конструкции воспринимать внешнюю нагрузку без разрушения, поэтому в качестве предельных (опасных) напряжений принимаются предел прочности (или предел текучести, если пластические недопустимы) и критические напряжения потери устойчивости.

Основой для создания методов расчета послужили аналитические решения, полученные для типовых элементов конструкции корпуса ракеты. Однако это не значит, что автор – сторонник только аналитических методов. Здесь, по-видимому, должен соблюдаться принцип разумной достаточности. Там, где имеются точные аналитические решения, их следует использовать в первую очередь, так как, наряду с экономичностью, они хорошо обозримы и позволяют легко анализировать влияние проектных характеристик ракеты на определяемые размеры конструкции. К сожалению, таких решений мало и приходится пользоваться аналитическими, получаемыми на основе ряда упрощений реального процесса. Такие решения целесообразно применять на стадии проектировочных расчетов. На этапе проверочного расчета всегда необходимо применять самые совершенные методы, опирающиеся на последние достижения науки о прочности.

С этих позиций можно утверждать, что изложенные в пособии методы рекомендуются главным образом для стадии проектировочных расчетов, хотя и в последнем разделе описывается метод конечных элементов, реализация которого возможна только при использовании ЭВМ. В пособие вошли ранее опубликованные в различных изданиях методы расчета, но переработанные автором с единых позиций, и новые, которые отсутствуют в известных учебниках по прочности летательных аппаратов.

Материал пособия можно разделить на три части, каждая из которых имеет свои специфические особенности. Это во-первых расчет головных отсеков, для которых типично нагружение внешним давлением. Затем описываются сухие отсеки – отсеки без топлива, которые обычно нагружены осевой сжимающей силой и изгибающим моментом, и, наконец, баки с жидкими ком-

понентами топлива, которые по массе составляют значительную часть корпуса ракеты и, в отличие от сухих отсеков, нагружаются еще и давлением наддува.

Не рассматривается расчет оболочек двигателей твердого топлива, так как основной материал для этого содержится в разделе, посвященном бакам, и в пособии автора по теории оболочек [24].

Второе издание не претерпело существенных изменений по сравнению с предыдущим. В нем исправлены обнаруженные опечатки и неточности, расширен список литературы, в который добавлены ссылки на учебники и учебные пособия, по рассматриваемой тематике вышедшие за последние годы.

Автор искренне признателен рецензентам за полезные замечания, способствовавшие улучшению качества рукописи.

## 1. ГОЛОВНОЙ ОТСЕК ПРИ СИММЕТРИЧНОЙ НАГРУЗКЕ

Основные расчетные случаи для ГО баллистической ракеты:

- 1) максимальные осевые перегрузки  $\max n_{x_1}$  при входе в плотные слои атмосферы;
- 2) максимальные поперечные перегрузки  $\max n_{y_1}$  при входе в атмосферу;
- 3) воздействие ударной волны в атмосфере;
- 4) максимальные осевые перегрузки  $\max n_{xa}$  в конце активного участка траектории.

Некоторые элементы конструкции ГО дополнительно проверяются на прочность и устойчивость в следующих случаях наземной эксплуатации: подъем краном; подъем изделия в вертикальное положение; транспортировка к месту старта; ветровая нагрузка.

Например, узлы стыковки ГО с корпусом проверяются на срез при установке ракеты перед стартом в вертикальное положение.

Коэффициент безопасности  $f$  во время полета принимается равным 1,5.

### 1.1. Максимальные осевые перегрузки при входе в атмосферу

На участке движения головного отсека в плотных слоях атмосферы после внеатмосферного участка траектории, выражение для осевых перегрузок имеет вид

$$n_{x_1} = \frac{X_1}{G_0} = \frac{c_{x_1} \cdot \rho \cdot v^2 S_m}{2G_0},$$

где  $c_{x_1}$  – коэффициент силы лобового сопротивления;  $\rho$  – плотность воздуха;  $v$  – скорость центра масс ГО;  $S_m$  – площадь миделя (характерная площадь);  $G_0$  – вес головного отсека.

Получим явное выражение перегрузок от высоты полета. Уравнение движения ГО можно записать в следующем виде:

$$m_0 \cdot \frac{dv}{dt} = G_0 \sin \vartheta - c_{x_1} q S_m, \quad (1.1)$$

где  $\vartheta$  – угол между скоростью и плоскостью горизонта;  $q$  – скоростной напор;  $m_0$  – масса ГО.



Сделаем следующие допущения:

1) сила лобового сопротивления значительно больше составляющей веса в правой части (1.1);

2) коэффициент силы лобового сопротивления  $c_{x1}$  практически не зависит от числа Маха и его можно принимать постоянным, так как скорости входа ГО в атмосферу велики;

3) изменением массы ГО из-за уменьшения толщины теплозащитного покрытия можно пренебречь и принимать  $m_0 = \text{const}$ ;

4) движение ГО происходит по прямой с углом наклона траектории  $\vartheta$ , равным соответствующему углу в конце активного участка траектории  $\vartheta_a$ ;

5) головной отсек входит в атмосферу со скоростью, равной скорости ракеты в конце активного участка траектории;

6) закон изменения плотности от высоты можно принять в виде  $\rho = \rho_3 \cdot e^{-\beta \cdot H}$ , где  $\beta = 0,15 \cdot 10^{-3} \text{ м}^{-1}$ ;  $\rho_3$  – плотность у Земли;  $H$  – высота, м.

С учетом принятых допущений уравнение (1.1) запишем так:

$$\frac{dV}{dt} = - \frac{c_{x1} \cdot \rho_3 \cdot S_m}{2 \cdot m_0} V^2 e^{-\beta H}.$$

Перейдем от независимой переменной  $t$  к  $H$ , воспользовавшись следующим выражением (рис. 1):

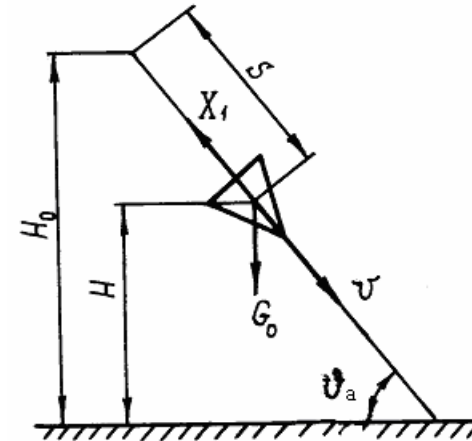


Рис. 1. Схема движения ГО на участке входа в атмосферу

$$H = H_0 - S \cdot \sin \vartheta_a, \quad (1.2)$$

где  $H_0$  – высота, на которой ГО входит в атмосферу;  $S$  – пройденное по прямой расстояние.

Дифференцируя (1.2), получаем

$$dt = -\frac{dH}{v \cdot \sin \vartheta_a},$$

и тогда

$$\frac{dv}{dH} = \frac{c_{x1} \rho_3 S_m}{2m_0 \sin \vartheta_a} \cdot v \cdot e^{-\beta H}. \quad (1.3)$$

Введя обозначение для баллистического коэффициента

$B = \frac{c_{x1} \rho_3 S_m}{2m_0 \sin \vartheta_a}$  и интегрируя (1.3), получаем

$$\ln v|_{v_a}^v = -\frac{B}{\beta} \cdot e^{-\beta H} \Big|_{H_0}^H. \quad (1.4)$$

При  $\beta H_0 \gg 1$   $e^{-\beta H_0} \approx 0$ , и поэтому из (1.4) получим следующее выражение для скорости в зависимости от высоты:

$$v = v_a \cdot \exp\left(-\frac{B}{\beta} \cdot e^{-\beta H}\right). \quad (1.5)$$

Подставив выражения для плотности и скорости в выражение для перегрузки, получим

$$n_{x1} = \frac{B}{g} \sin \vartheta_a \cdot v_a^2 \cdot \exp\left[-\frac{2B}{\beta} e^{-\beta H} - \beta H\right]. \quad (1.6)$$

Дифференцируя по  $H$  и приравнивая производную нулю, определяем высоту, на которой достигаются максимальные осевые перегрузки:

$$H_m = \frac{1}{\beta} \ln \frac{2B}{\beta}. \quad (1.7)$$

Подставив (1.7) в выражения (1.6), (1.5), получим после преобразований

$$\max n_{x1} = 2,82 \cdot 10^{-6} \cdot v_a^2 \cdot \sin \vartheta_a, \quad v = v_a / \sqrt{e}, \quad (1.8)$$

где  $v_a$  в м/с, а плотность на высоте с максимальными перегрузками равна:

$$\rho_m = \rho_3 (\beta / 2B).$$

Из выражения (1.8) следует, что максимальные осевые перегрузки не зависят от формы и массы головного отсека.

Для расчета скорости и угла наклона скорости к плоскости горизонта в конце активного участка в зависимости от дальности полета ракеты можно воспользоваться следующими зависимостями:

$$v_a = v_1 \sqrt{2 \cdot \frac{\sin(L/2R_3)}{1 + \sin(L/2R_3)}}; \quad \vartheta_a = \frac{\pi}{4} - \frac{L}{4R_3}, \quad (1.9)$$

где  $L$  эллиптическая дальность в км;  $R_3 = 6340$  км – радиус Земли;  $v_1 = 7800$  м/с – первая космическая скорость.

## 1.2. Осевые перегрузки при движении в жидкости

При встрече движущегося тела с водной поверхностью на него действуют гидродинамические силы, которые по мере движения тела внутри жидкости сначала возрастают, а затем уменьшаются, проходя через точку максимума. Максимум имеют и перегрузки, представляющие собой отношение всех внешних сил, кроме массовых, к весу.

Рассмотрим прямолинейное движение ГО перпендикулярно водной поверхности от момента их контакта (рис. 2).

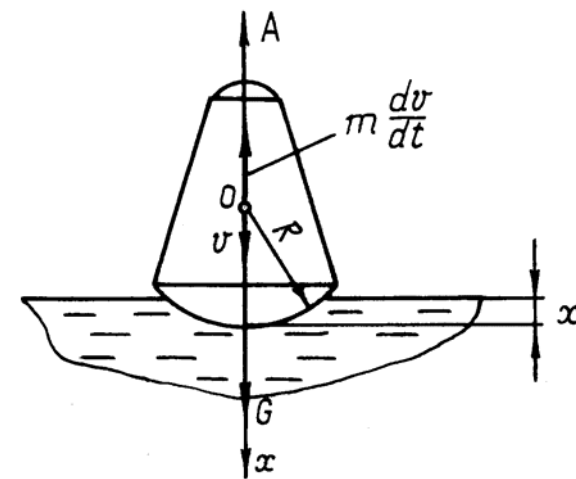


Рис. 2. Движение ГО перпендикулярно водной поверхности

Уравнение движения тела имеет вид

$$m \frac{dv}{dt} = mg - A - R_x, \quad (1.10)$$

где  $m$ ,  $v$  – масса и скорость аппарата;  $A$  – Архимедова сила;  $R_x$  – гидродинамическая реакция жидкости на движущееся тело – зависит от координаты, времени и определяется распределением давления по смоченной поверхности аппарата. Расчет  $R_x$  вызывает определенные трудности, связанные с решением гидродинамической задачи о нестационарном обтекании тела заданной формы.

Для оценки перегрузок, действующих на ГО в этом случае, воспользуемся широко используемым в гидродинамике понятием присоединенной массы, которое было предложено Г. Кирхгофом в 1878 г.

Все поверхностные силы, к которым относится и гидродинамическая реакция, разделяются на инерционные и силы неинерционного происхождения, такие как силы трения и волновые.

Для учета инерционных свойств жидкости вводится понятие присоединенной массы, которая добавляется к массе самого тела. Присоединенной массой называют такую фиктивную массу, кинетическая энергия которой при ее движении со скоростью тела равна кинетической энергии окружающей тело жидкости.

Если  $w$  – скорость жидкости, вызванная движением тела, то ее кинетическая энергия

$$T = \int_{\tau} \rho \frac{w^2}{2} d\tau, \quad (1.11)$$

где  $\rho$  – плотность жидкости;  $\tau$  – объем возмущенной части жидкости.

Умножая и деля на квадрат скорости тела, перепишем выражение (1.11) следующим образом:

$$T = \frac{v^2}{2} \int_{\tau} \rho \left( \frac{w}{v} \right)^2 d\tau = \frac{\lambda v^2}{2},$$

где  $\lambda = \int_{\tau} \rho \left( \frac{w}{v} \right)^2 d\tau$  – присоединенная масса жидкости.

Для тела сферической формы в [37] приводится следующая формула:

$$\lambda = 4/3 \rho \cdot x^{3/2} \cdot (2R - x)^{3/2},$$

где  $R$  – радиус сферы.

Предположим, что весом тела, Архимедовой силой и силами неинерционного происхождения, действующими на него со стороны жидкости, можно пренебречь. Принимая тогда в качестве замкнутой механической системы тело и окружающую его возмущенную жидкость, воспользуемся вместо (1.10) законом сохранения количества движения, который в данном случае можно записать так:

$$m v_0 = (m + \lambda) v, \quad (1.12)$$

где  $v_0$  – скорость ГО в момент касания с водной поверхностью.

Для определения координаты  $x$  (рис. 2) имеем обыкновенное дифференциальное уравнение [1], следующее из (1.12):

$$\frac{dx}{dt} = \frac{m v_0}{(m + \lambda)}, \quad (1.13)$$

в котором присоединенная масса зависит от  $x$ .

Если ограничиться случаем малых погружений аппарата, когда  $x \ll R$ , уравнение (1.13) принимает вид

$$\frac{dx}{dt} = \frac{m v_0}{(m + 4/3 \rho R^{3/2} \cdot x^{3/2} \cdot 2\sqrt{2})} = \frac{3m v_0}{4\rho R^3 \left( \frac{3m}{4\rho R^3} + \left( \frac{x}{R} \right)^{3/2} \cdot 2\sqrt{2} \right)}. \quad (1.14)$$

Для определения перегрузок найдем сначала ускорение движущегося аппарата, продифференцировав (1.14):

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{27\sqrt{2}}{16} \left( \frac{m v_0}{\rho R^3} \right)^2 \sqrt{\frac{x}{R}} \cdot \frac{1}{R} \cdot \frac{\sqrt{x/R}}{\left[ 3/4 \cdot \frac{m}{\rho R^3} + 2\sqrt{2} \left[ \frac{x}{R} \right]^{3/2} \right]^3}.$$

Тогда осевые перегрузки равны:

$$n_{x_1} = -\frac{d^2 x / dt^2}{g} = \frac{27\sqrt{2}}{16} \left( \frac{m v_0}{\rho R^3} \right)^2 \sqrt{\frac{x}{R}} \cdot \frac{1}{R} \cdot \frac{\sqrt{x/R}}{\left[ 3/4 \cdot \frac{m}{\rho R^3} + 2\sqrt{2} \left[ \frac{x}{R} \right]^{3/2} \right]^3}. \quad (1.15)$$

Найдем точку экстремума перегрузок, продифференцировав (1.15) по  $x/R$  и приравняв результат к нулю. После преобразова-

ний получим следующее выражение для определения координаты с максимальными перегрузками:

$$\left(\frac{x}{R}\right)_m = \left[\frac{3m}{28\sqrt{2}\rho R^3}\right]^{2/3}. \quad (1.16)$$

Подставляя (1.16) в (1.15), находим максимальные осевые перегрузки:

$$\max n_{x_1} = -3,22 \cdot (\rho R^3 / m)^{2/3} \cdot v_0^2 / [gR].$$

Можно определить также среднее давление, действующее на смоченную поверхность аппарата на этой глубине, если принять, что гидродинамическая сила  $R_x = p_m \cdot F$ , где  $F = \pi \cdot r^2$  – проекция смоченной поверхности сферы на направление, перпендикулярное оси симметрии;  $r = \sqrt{2Rx}$  – радиус проекции.

С учетом принятых допущений из уравнения движения (1.10) получаем выражение для определения среднего давления в точке экстремума перегрузок:

$$p_m = -\frac{m(d^2x/dt^2)_m}{F}.$$

После подстановки ускорения с учетом (1.16) и преобразований получим

$$p_m = \frac{2mv_0^2}{R^3} \left(\frac{\rho R^3}{m}\right)^{4/3}.$$

### 1.3. Максимальные осевые перегрузки при движении в грунте

Это основной расчетный случай для ГО неуправляемых ракет, так как во всех других случаях эксплуатации нагрузка значительно меньше [15]. На корпус ГО с заполнителем (рис. 3) действуют давление снаряжения на стенки, давление грунта, массовая нагрузка в металле (сжимающая). Уравнение движения головного отсека:

$$m(dv/dt) = G_0 - R_x.$$

Определить силу сопротивления грунта  $R_x$  довольно сложно, так как необходимо знать распределение давления по поверхно-

сти головного отсека. Воспользуемся законом сохранения энергии, на основании которого вся кинетическая энергия тела, которой оно обладает в момент контакта с преградой, расходуется на работу по преодолению силы сопротивления среды. Тогда  $mv_0^2/2 = A$ , где  $v_0$  – скорость тела;  $m$  – его полная масса.

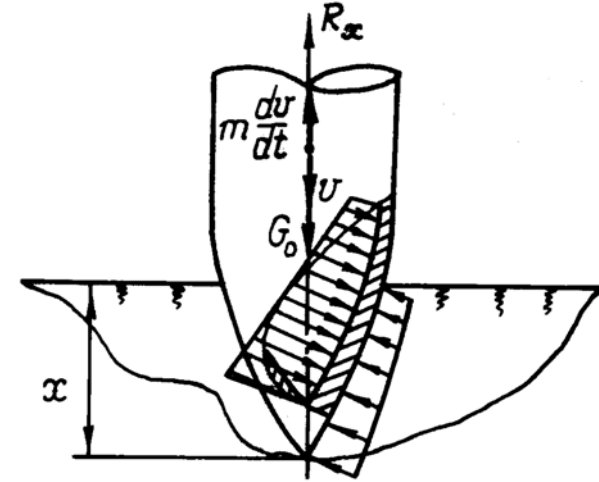


Рис. 3. Нагружение корпуса ГО при движении в грунте

Аппроксимируем силу сопротивления линейной зависимостью, считая, что она меняется от максимального значения до нуля на глубине проникания. Тогда работа равна:

$$A = \frac{1}{2} R_{\max} l_{\text{пр}}.$$

Из уравнения движения  $R_{\max} \approx m \left| \frac{dv}{dt} \right|$ . Тогда

$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{1}{2} m \left| \frac{dv}{dt} \right|_{\max} l_{\text{пр}}$ , откуда  $\left| \frac{dv}{dt} \right|_{\max} = \frac{v_0^2}{l_{\text{пр}}}$ , а максимальные перегрузки

$$\max n_{x1} = \frac{\left| dv/dt \right|_{\max}}{g} = \frac{v_0^2}{gl_{\text{пр}}}.$$

Для определения глубины проникания можно воспользоваться одной из эмпирических зависимостей, например, Березанской формулой

$$l_{\text{пр}} = \lambda \cdot k_{\text{пр}} \frac{m}{d^2} v_0,$$

где  $\lambda$  – коэффициент формы тела  $\lambda=1$  при  $h_0/d \leq 1,5$ ;  $\lambda=1,3$  при  $h_0/d \approx 2,5$ ;  $h_0$  – высота оживала;  $k_{\text{пр}}$  – коэффициент проникания, зависящий от материала преграды. Значения коэффициента проникания [15] приведены ниже:

Тип преграды	$k_{\text{пр}} \cdot 10^6$
Гранитные породы, крепкий песчаник и известняк.....	1,6
Обыкновенный песчаник и известняк; песчаный и глинистый сланцы.....	3,0
Мягкий сланец, известняк, мерзлый грунт.....	4,5
Щебенистый грунт, отвердевшая глина.....	4,5
Плотная глина, земля, смешанная с камнем, влажный песок.....	5
Плотная земля, растительный грунт.....	5,5
Болотистая почва, мокрый глинистый грунт.....	10,0
Железобетон.....	0,9
Бетон (цементно-гранитный).....	1,3
Кирпичная кладка на цементе, булыжная кладка.....	2,5

#### 1.4. Напряжения в однослойном конусе

Рассмотрим головной отсек, выполненный в виде конической оболочки с днищем, которая заполнена сыпучим наполнителем (рис. 4).

Для иллюстрации общей схемы расчета обратимся сначала к однослойной оболочке и будем считать, что: 1) теплозащитное покрытие (если оно есть) не принимает участия в восприятии внешних нагрузок (это идет в запас прочности); 2) наполнитель ведет себя как жидкость и давление внутри него можно определять по барометрической формуле; 3) аэродинамическим трением по сравнению с давлением можно пренебречь.



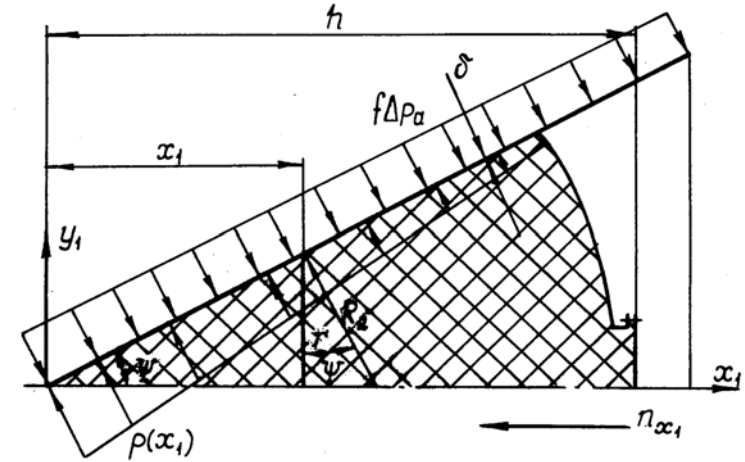


Рис. 4. Однослойный конический отсек с заполнителем

Расчет оболочки корпуса проводим по безмоментной теории. Краевые напряжения возникают на участках малой длины, прилегающих к днищу и головному наконечнику, и учитываться не будут.

Определим тангенциальные напряжения из уравнения Лапласа

$$\sigma_1/R_1 + \sigma_2/R_2 = p_p/\delta, \quad (1.17)$$

где  $R_1, R_2$  – первый и второй главные радиусы кривизны оболочки.

Для конуса  $R_1 = \infty$ , а  $R_2 = r/\cos\psi$  ( $\psi$  – угол полураствора конуса (см. рис. 4)).

Расчетное и барометрическое давление равны:

$$\begin{aligned} p_p &= f \cdot (p(x_1) - \Delta p_a), \\ p(x_1) &= \gamma_0 n_{x_1} \cdot (h - x_1), \end{aligned} \quad (1.18)$$

где  $\Delta p_a$  – избыточное внешнее аэродинамическое давление, которое при нулевом угле атаки на остром конусе постоянно;  $\gamma_0 = \rho_0 g$  – удельный вес наполнителя (произведение его плотности на ускорение свободного падения). Тогда из уравнения (1.17)

$$\sigma_2 = f \cdot \frac{(\gamma_0 n_{x_1} \cdot (h - x_1) - \Delta p_a) \cdot x_1 \cdot \operatorname{tg}\psi}{\delta \cdot \cos\psi}. \quad (1.19)$$

Исследуя характер зависимости  $\sigma_2$  от  $x_1$ , имеем  $\sigma_2=0$  при  $x_1=0$ ;  $\sigma_2=0$  при  $\gamma_0 n_{x_1} \cdot (h - x_1) = \Delta p_a$ , откуда

$$x_{02} = h - \frac{\Delta p_a}{\gamma_0 n_{x_1}}. \quad (1.20)$$

Для определения координаты, в которой возникают максимальные тангенциальные напряжения, возьмем производную от  $\sigma_2$  по  $x_1$  в выражении (1.19) и приравняем ее нулю:

$$\frac{d\sigma_2}{dx_1} = \frac{f \operatorname{tg} \psi}{\delta \cdot \cos \psi} [\gamma_0 n_{x_1} (h - 2x_1) - \Delta p_a] = 0,$$

откуда

$$x_{m2} = \frac{1}{2} \left[ h - \frac{\Delta p_a}{\gamma_0 n_{x_1}} \right]. \quad (1.21)$$

Максимальные тангенциальные напряжения в точке с осевой координатой, определяемой по формуле (1.21), равны:

$$\max \sigma_2 = f \frac{\gamma_0 n_{x_1} x_{m2}^2 \cdot \operatorname{tg} \psi}{\delta \cos \psi}.$$

В сечении, где сопрягаются коническая оболочка и днище на эпюре безмоментных напряжений (рис. 5), возникает скачок, так как со стороны конуса внутреннее давление не равно нулю. На самом деле этот скачок сглаживается краевыми напряжениями, и

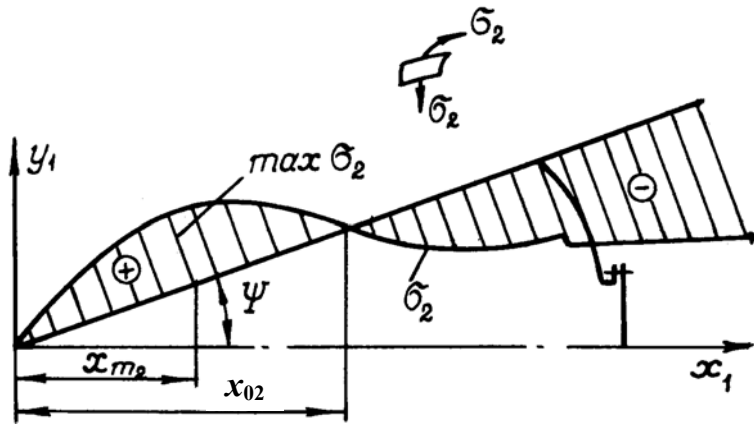


Рис. 5. Эпюра тангенциальных напряжений

результатирующие напряжения его не имеют. Стабилизирующая юбка ГО находится в сжатом состоянии, работая на устойчивость под действием внешнего аэродинамического давления.

Теперь определим меридиональные напряжения в корпусе ГО и с этой целью составим условие равновесия для её части, расположенной между носком и сечением, удаленным от него на расстояние  $x_1$  (рис. 6):

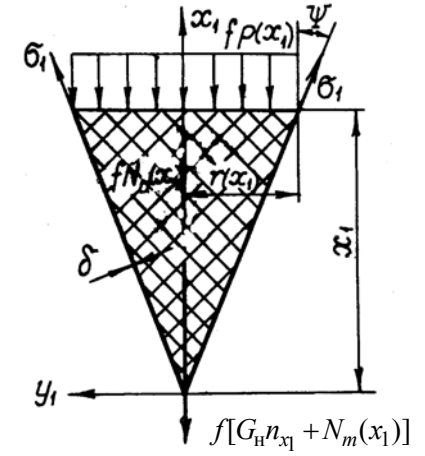


Рис. 6. Силы, действующие на выделенную часть отсека

$$2\pi \cdot r \delta \cos \psi \cdot \sigma_1 + f(N_a(x_1) - G_n n_{x1} - N_m(x_1) - p(x_1) \cdot \pi \cdot r^2) = 0,$$

откуда

$$\sigma_1 = f \frac{[G_n n_{x1} + N_m(x_1) + p(x_1) \cdot \pi \cdot r^2 - N_a(x_1)]}{2\pi \cdot r \delta \cos \psi}, \quad (1.22)$$

где  $G_n$  – вес наполнителя в выделенной части конуса;  $N_m(x_1)$  – массовая нагрузка, создаваемая выделенной частью оболочки конуса;  $N_a(x_1)$  – доля силы лобового сопротивления ГО, создаваемая ее выделенной частью.

Слагаемые в числителе (1.22) равны:

$$G_n = \frac{1}{3} \pi \cdot r^2 x_1 \gamma_0 = \frac{1}{3} \pi \cdot x_1^3 \operatorname{tg}^2 \psi \cdot \gamma_0; \quad (1.23)$$

$$N_m(x_1) = \gamma_m n_{x1} \pi \cdot r \frac{x_1}{\cos \psi} \delta = \gamma_m n_{x1} \pi \cdot x_1^2 \delta \frac{\operatorname{tg} \psi}{\cos \psi},$$

где  $\gamma_m = \rho_m g$  – удельный вес материала корпуса;

$$N_a(x_1) = q S_m \int_0^{x_1} \frac{\partial c_x}{\partial x} dx,$$

$$\text{где } \frac{\partial c_{x1}}{\partial x_1} = \frac{r(x_1)}{q S_m} \int_0^{2\pi} \Delta p_a \operatorname{tg} \psi \cdot d\psi = \frac{2\pi \cdot \Delta p_a \operatorname{tg} \psi}{q S_m} r(x_1),$$

поэтому

$$N_a(x_1) = 2\pi \cdot \int_0^{x_1} \Delta p_a x \operatorname{tg}^2 \psi \cdot dx = \Delta p_a \pi x_1^2 \operatorname{tg}^2 \psi. \quad (1.24)$$

Подставив (1.23), (1.24), и (1.18) в (1.22), получим после преобразований

$$\sigma_1 = f \frac{\left[ \gamma_0 n_{x_1} \left( h - \frac{2}{3} x_1 \right) + \gamma_m n_{x_1} \delta \cdot \frac{1}{\sin \psi} - \Delta p_a \right] x_1 \operatorname{tg} \psi}{2 \delta \cos \psi}. \quad (1.25)$$

Исследуем полученное выражение.

Имеем

1)  $\sigma_1 = 0$ , при  $x_1 = 0$ ;

2)  $\sigma_1 = 0$ , если  $\gamma_0 n_{x_1} \left[ h - 2/3 x_1 \right] + \gamma_m n_{x_1} \frac{\delta}{\sin \psi} - \Delta p_a = 0$ ,

откуда

$$x_{01} = \frac{3}{2} \left[ h + \frac{\gamma_m}{\gamma_0} \frac{\delta}{\sin \psi} - \frac{\Delta p_a}{\gamma_0 n_{x_1}} \right].$$

Исследуя выражение (1.25) на экстремум, получаем, что максимальные меридиональные напряжения возникают на расстоянии от носка, равном:

$$x_{m1} = \frac{3}{4} \left[ h + \frac{\gamma_m}{\gamma_0} \frac{\delta}{\sin \psi} - \frac{\Delta p_a}{\gamma_0 n_{x_1}} \right].$$

Из эпюры напряжений  $\sigma_1$ , которые возникают в корпусе конической головной части (рис. 7), следует, что стабилизирующая

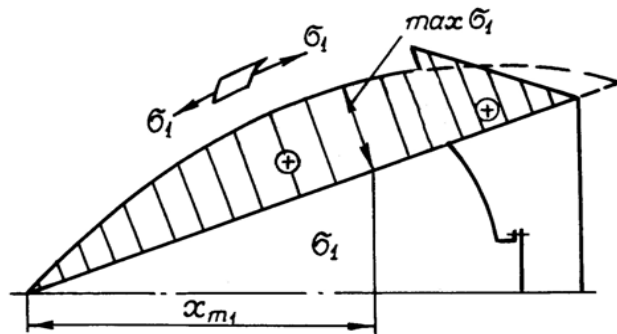


Рис. 7. Эпюра меридиональных напряжений

юбка растянута в меридиональном направлении, в чем можно убедиться, составив уравнение равновесия для части корпуса, расположенной правее от рассматриваемого сечения с координатой  $x_1$ .

При проверочном расчете на прочность известна толщина оболочки и необходимо определить коэффициенты запаса прочности и устойчивости. Оценку несущей способности можно вести по III теории прочности. Тогда эквивалентные напряжения определяются следующим образом:

$$1) \sigma_3 = \max(|\sigma_1|; |\sigma_2|), \text{ если } \text{sign}\sigma_1 = \text{sign}\sigma_2;$$

$$2) \sigma = |\sigma_1| + |\sigma_2|, \text{ если } \text{sign}\sigma_1 \neq \text{sign}\sigma_2.$$

$$\text{Коэффициент запаса прочности } \eta = \sigma_{0,2} / \sigma_3 \geq 1.$$

Из эпюры эквивалентных напряжений  $\sigma_3$  для рассматриваемого расчетного случая (рис. 8) следует, что на прочность необходимо проверить стык днища с конусом и точку на конусе, в которой достигается максимум  $\sigma_2$ . Стабилизирующую юбку следует проверить на устойчивость от внешнего давления.

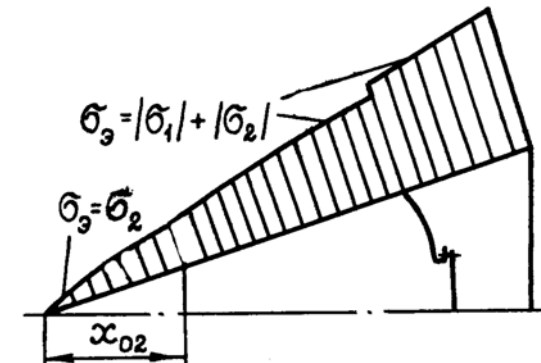


Рис. 8. Эпюра эквивалентных напряжений

Для слабоконических оболочек, у которых  $\psi \leq 20^\circ$ , расчет критического давления проводится по тем же соотношениям, которые используются при расчете цилиндров на устойчивость. Только вместо длины цилиндра и его радиуса необходимо взять длину образующей конуса  $l$  и второй главный радиус кривизны  $R_2$  у его основания, соответственно.

Критическое давление зависит от длины оболочки. Стабилизирующая юбка обычно относится к оболочкам средней длины, для которых справедлива формула П.Ф. Папковича

$$p_{кр} = 0,92E \frac{R_2}{l} \left( \frac{\delta}{R_2} \right)^{5/2},$$

и тогда коэффициент запаса устойчивости  $\eta_1 = \frac{p_{кр}}{f \cdot \Delta p_a} \geq 1$ .

Если проводят проектировочный расчет, т.е. определяют толщину стенки, то сначала принимают, что коэффициенты запаса прочности и устойчивости равны единице, после завершения расчета выбирают лист стандартной толщины. При выбранной толщине листа необходимо заново пересчитать коэффициенты запаса прочности и устойчивости.

### 1.5. Двухслойный конус

Теперь рассмотрим двухслойный конический головной отсек с наполнителем. Определяя напряжения в слоях по безмоментной теории, сделаем следующие допущения:

- сдвиг между слоями отсутствует;
- слои деформируются в виде единого пакета без появления зазоров между ними;
- радиусы кривизны слоев одинаковы.

Выделим нижнюю часть конуса (рис. 9) и составим для нее уравнение равновесия в проекции на ось симметрии:

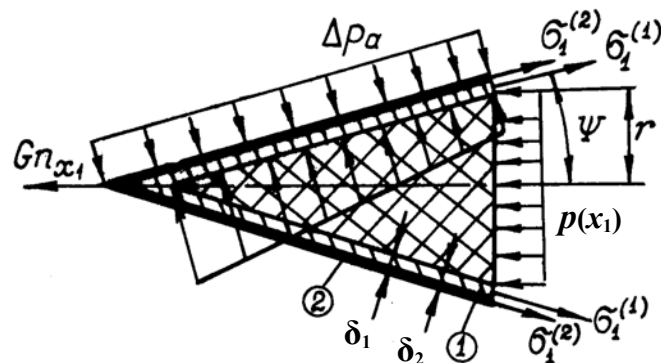


Рис. 9. Силы, действующие на выделенную часть двухслойного корпуса

$$2\pi \cdot r \cos \psi [\sigma_1^{(1)} \delta_1 + \sigma_1^{(2)} \delta_2] = f [G n_{x_1} + p(x_1) \pi \cdot r^2 - \Delta p_a \pi \cdot r^2],$$

из которого

$$\sigma_1^{(1)} \delta_1 + \sigma_1^{(2)} \delta_2 = f \frac{[G n_{x_1} / \pi \cdot r^2 + p(x_1) - \Delta p_a]}{2 \cos \psi} \equiv A. \quad (1.26)$$

Так как в этом случае  $R_1 = \infty$ , то уравнение Лапласа, записанное через тангенциальное погонное усилие  $N_2$ , имеет вид

$$N_2 / R_2 = f(p(x_1) - \Delta p_a) \equiv p_p. \quad (1.27)$$

но

$$N_2 = \int_{\delta} \sigma_2 dz = \int_{\delta_1} \sigma_2^{(1)} dz + \int_{\delta_2} \sigma_2^{(2)} dz = \sigma_2^{(1)} \delta_1 + \sigma_2^{(2)} \delta_2,$$

поэтому из (1.27) имеем

$$\sigma_2^{(1)} \delta_1 + \sigma_2^{(2)} \delta_2 = p_p R_2 \equiv B. \quad (1.28)$$

В уравнениях (1.26) и (1.28) четыре неизвестных напряжения, поэтому для получения двух дополнительных уравнений воспользуемся условиями деформации слоев.

На основании допущений  $\varepsilon_1^{(1)} = \varepsilon_1^{(2)}, \varepsilon_2^{(1)} = \varepsilon_2^{(2)}$ , поэтому, воспользовавшись законом Гука, получим

$$\begin{aligned} \frac{1}{E^{(1)}} [\sigma_1^{(1)} - \mu_1 \sigma_2^{(1)}] &= \frac{1}{E^{(2)}} [\sigma_1^{(2)} - \mu_2 \sigma_2^{(2)}]; \\ \frac{1}{E^{(1)}} [\sigma_2^{(1)} - \mu_1 \sigma_1^{(1)}] &= \frac{1}{E^{(2)}} [\sigma_2^{(2)} - \mu_2 \sigma_1^{(2)}], \end{aligned}$$

откуда

$$\sigma_1^{(1)} - b \sigma_1^{(2)} - \mu_1 \sigma_2^{(1)} + a \sigma_2^{(2)} = 0; \quad (1.29)$$

$$-\mu_1 \sigma_1^{(1)} + a \sigma_1^{(2)} + \sigma_2^{(1)} - b \sigma_2^{(2)} = 0, \quad (1.30)$$

где  $a = \mu_2 \frac{E^{(1)}}{E^{(2)}}; \quad b = \frac{E^{(1)}}{E^{(2)}}.$

Решение системы линейных алгебраических уравнений (1.27) – (1.30) можно получить путем простых алгебраических преобразований. Из (1.27), (1.28) соответственно

$$\sigma_1^{(1)} = \frac{A - \sigma_1^{(2)} \delta_2}{\delta_1}, \quad \sigma_2^{(1)} = \frac{B - \sigma_2^{(2)} \delta_2}{\delta_1}. \quad (1.31)$$

Подставляя (1.31) в (1.29), получаем

$$-\left(\frac{\delta_2}{\delta_1} + b\right)\sigma_1^{(2)} + \left(\mu_1 \frac{\delta_2}{\delta_1} + a\right)\sigma_2^{(2)} = -\frac{A}{\delta_1} + \mu_1 \frac{B}{\delta_1}, \quad (1.32)$$

а после подстановки в (1.30)

$$\left(\mu_2 \frac{\delta_2}{\delta_1} + a\right)\sigma_1^{(2)} - \left(\frac{\delta_2}{\delta_1} + b\right)\sigma_2^{(2)} = -\frac{B}{\delta_1} + \mu_2 \frac{A}{\delta_1}. \quad (1.33)$$

Обозначив

$$a_1 = \frac{\delta_2}{\delta_1} + b, \quad b_1 = \mu_2 \frac{\delta_2}{\delta_1} + a, \quad c_1 = -\frac{A}{\delta_1} + \mu_1 \frac{B}{\delta_1}, \quad c_2 = -\frac{B}{\delta_1} + \mu_2 \frac{A}{\delta_1},$$

перепишем (1.32) и (1.33):

$$\begin{aligned} -a_1\sigma_1^{(2)} + b_1\sigma_2^{(2)} &= c_1, \\ b_1\sigma_1^{(2)} - a_1\sigma_2^{(2)} &= c_2. \end{aligned}$$

Решив полученную систему уравнений, получим

$$\sigma_1^{(2)} = \frac{(c_1 a_1 + b_1 c_2)}{b_1^2 - a_1^2}, \quad \sigma_2^{(2)} = \frac{(c_1 b_1 + c_2 a_1)}{b_1^2 - a_1^2},$$

а напряжения  $\sigma_1^{(1)}$  и  $\sigma_2^{(1)}$  определяются теперь из формул (1.31).

Расчеты показывают, что теплозащитный слой из-за низкого модуля упругости фактически не воспринимает внешнюю нагрузку.

По аналогичной схеме можно получить формулы для расчета напряжений и в многослойной стенке корпуса головного отсека.

## 1.6. Внутренние усилия в отсеке с грузами

На основании выводов, полученных в предшествующем подразделе, будем считать, что теплозащита не принимает участия в восприятии внешних нагрузок. Такое допущение идет в запас прочности, в конечном счете увеличивая несущую способность конструкции. Рассмотрим цилиндрикоконический ГО со сферическим затуплением носка. Положим также, что всю массу головного отсека можно разместить в двух точках (рис. 10), которые расположены в местах крепления сосредоточенных грузов. Это позволяет существенно упростить расчет массовой нагрузки, которая равна нулю на участке ГО от его носка до первого сосредоточенного груза, а у основания ГО – произведению осевых перегрузок на полный его вес. На участке входа в плотные слои атмо-



сферы ГО самоуравновешен, и поэтому массовая нагрузка у его основания равна полной силе лобового сопротивления. Действительно, из уравнения движения в проекции на касательную к траектории имеем  $-m_0 (dv/dt) + G_0 \sin \vartheta = X_1$ , но

$$n_{x_1} = \frac{-(dv/dt) + g \sin \vartheta}{g}, \text{ поэтому } n_{x_1} G_0 = X_1.$$

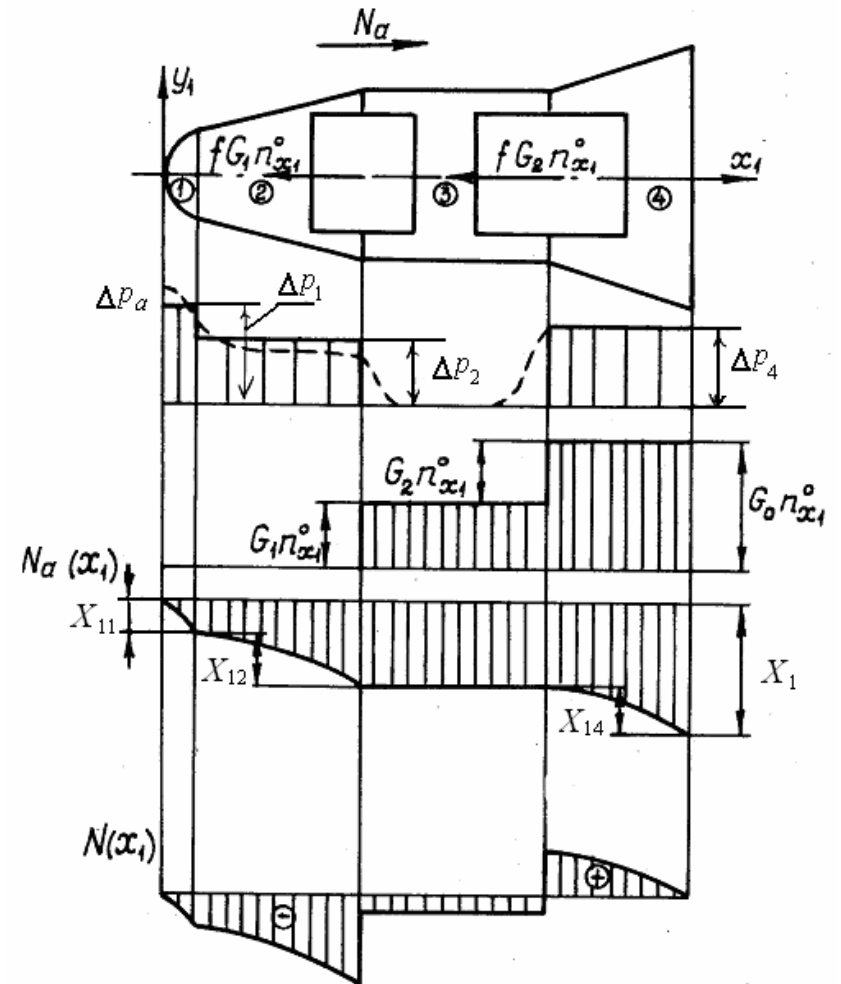


Рис. 10. Головной отсек с сосредоточенными грузами

Для определения осевой аэродинамической нагрузки в характерных сечениях и давления, действующего на отдельные участки ГО, распределим полную силу лобового сопротивления по участкам пропорционально их коэффициентам силы лобового сопротивления.

При больших числах Маха ( $M > 1$ ) набегающего потока можно воспользоваться следующими соотношениями для расчета волновых коэффициентов силы лобового сопротивления:

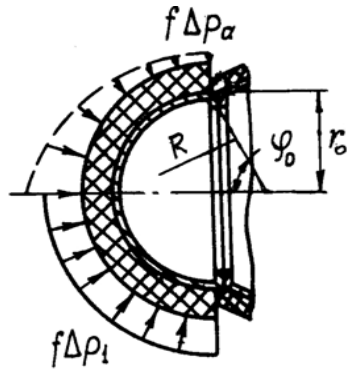


Рис. 11. Крепление наконечника на полусферическом сегменте

а) полусферический носок:

$$c_{x1} = 2 \sin^2 \varphi_0 \left( 1 - \frac{1}{2} \sin^2 \varphi_0 \right), \quad \text{где}$$

$\varphi_0$  – угол полураствора носка (рис. 11);

б) конус:  $c_{xk} = 2 \psi_k^2$ , где

$\psi_k$  – угол полураствора конуса.

В качестве характерной для носка необходимо принять площадь основания, для усеченного конуса – разность площадей его оснований, для всего головного

отсека – площадь основания стабилизирующей юбки.

Определим коэффициент силы лобового сопротивления всего ГО, пренебрегая потерями на трение. Суммируя волновые коэффициенты его участков, пересчитанные на характерную площадь  $S_m$  всего головного отсека, получим

$$c_{x1} = \sum_{i=1}^4 c_{x1i} \frac{S_i}{S_m}.$$

Определим полную силу лобового сопротивления всего ГО по известным осевым перегрузкам в расчетной точке траектории  $X_1 = G_0 \max n_{x1}$ , а затем распределим ее по участкам ГО пропорционально их коэффициентам силы лобового сопротивления:

$$X_{11} = X_1 \frac{c_{x11} S_1}{c_{x1} S_m}, X_{12} = X_1 \frac{c_{x12} S_2}{c_{x1} S_m}, X_{13} = 0, X_{14} = X_1 \frac{c_{x14} S_4}{c_{x1} S_m}.$$

В записанных выражениях  $S_1$  – площадь основания полусферического носка;  $S_2 = S_c - S_1$  – характерная площадь первого ко-

нуса;  $S_c$  – площадь поперечного сечения цилиндра;  $S_4 = S_m - S_c$  – характерная площадь стабилизирующей юбки.

По известным значениям силы лобового сопротивления участков можно определить среднее значение аэродинамического давления, которое действует на каждом из участков:

$$\Delta p_1 = \frac{X_{11}}{S_1}, \quad \Delta p_2 = \frac{X_{12}}{S_2}, \quad \Delta p_4 = \frac{X_{14}}{S_4}.$$

Так как в расчетном случае с максимальными осевыми перегрузками при входе в плотные слои атмосферы считается, что угол атаки равен нулю, то давление на конических участках ГО постоянно и равно вычисленным по формулам значениям, а на сферическом носке меняется от наибольшего значения в критической точке до значения, соответствующего давлению на конусе, с которым сопрягается полусферический носок (см. рис. 10).

Таким образом, нами вычислены значения сил лобового сопротивления, создаваемых каждым из участков ГО, поэтому аэродинамическая нагрузка у основания носка равна его силе лобового сопротивления; аэродинамическая нагрузка у основания первого конуса равна сумме сил лобового сопротивления носка и этого конуса, и т.д. В промежуточных сечениях аэродинамическая нагрузка может быть вычислена по известному внешнему давлению.

И, наконец, эпюра массовой нагрузки имеет всего два участка, на первом из которых значение ее равно произведению перегрузки и веса первого груза, а на втором – весу ГО, помноженному на перегрузку, или, что то же самое, – полной силе лобового сопротивления всего ГО.

Суммируя эпюры осевых аэродинамических и массовых нагрузок, получаем суммарную эпюру осевых нагрузок, возникающих в сечениях корпуса ГО (см. рис. 10). Она проходит через ноль в носке и у основания ГО, а стабилизирующая юбка в осевом направлении растянута.

При оценке несущей способности оболочек ГО используются эпюра давлений и осевых усилий.

Полусферический носок подвержен, в основном, воздействию внешнего давления, так как осевые силы малы. Если графитовый наконечник укреплен на полусферическом сегменте (рис. 11), то внешнее давление может привести к потере его устойчивости. Критическое напряжение потери устойчивости полусферического сегмента

$$\sigma_{кр} = kE (\delta/R), \quad (1.34)$$

где  $\delta$  – толщина сегмента;  $R$  – его радиус;  $k$  – коэффициент, величина которого зависит от способа заделки основания. При шарнирном опирании контура сегмента и  $r_0 \geq 1,3\sqrt{R\delta}$   $k=0,264$ , а при жесткой заделке контура и  $r_0 \geq 3\sqrt{R\delta}$  величина  $k$  составляет 0,365. Здесь  $r_0$  – радиус параллельного круга сегмента у его основания.

Определим критическое давление потери устойчивости  $p_{кр}$ , которое соответствует  $\sigma_{кр}$ . Имеем

$$\sigma_{кр} = (p_{кр}R)/2\delta, \quad (1.35)$$

или, приравнявая (1.34) и (1.35), получаем  $p_{кр} = 2kE (\delta/R)^2$ . Тогда коэффициент запаса устойчивости  $\eta = p_{кр}/f\Delta p_1$ , где  $f=1,5$  – коэффициент безопасности.

Если графитовый наконечник опирается на пластину, то задача сводится к расчету изгиба этой пластины под действием внешнего давления  $p_p = f\Delta p_1$ . Максимальные напряжения в пластине определяются по формуле  $\sigma_{max} = kp_p (a/h)^2$ , где  $a$  – наибольший радиус круглой пластинки;  $h$  – ее толщина;  $k$  – коэффициент, величина которого зависит от способа закрепления контура пластинки и наличия отверстия в ее центре. Если пластинка не имеет отверстия в центре и жестко закреплена по контуру (рис. 12), то  $k=0,75$ . При таком же закреплении, но с центральным отверстием радиуса  $b$  коэффициент  $k$  принимает значения, приведенные ниже:

$a/b$	1,25	1,5	2	3	4	5
$k$	0,105	0,25	0,48	0,657	0,71	0,73

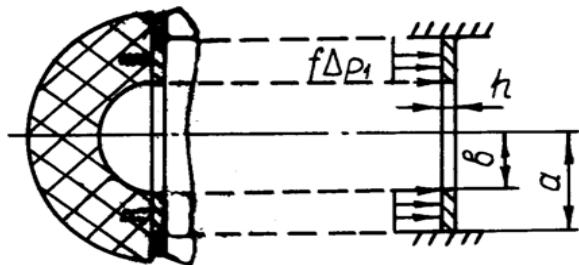


Рис. 12. Наконечник в виде пластинки с отверстием

Полученные значения максимальных напряжений в пластинке необходимо сравнить с пределом прочности и определить коэффициент запаса прочности.

Из построенных на рис. 10 эпюр следует, что первый конус ГО нагружен осевой силой и внешним давлением, поэтому оболочка работает на устойчивость в условиях комбинированного действия внешних сил. Так как угол полураствора конуса  $\psi_1$  обычно меньше  $20^\circ$  из аэродинамических соображений, то оболочка относится к классу слабokonических, расчет которых проводят по формулам цилиндрических оболочек. Эквивалентная цилиндрическая оболочка имеет длину, равную длине образующей конуса, а радиус ее равен второму главному радиусу кривизны конуса у большего его основания.

При совместном действии осевой силы и внешнего давления на оболочку оценка ее несущей способности проводится по формуле Муштари:  $\sigma_1/\sigma_{1кр} + p_p/p_{кр} = 1$ , где  $\sigma_{кр} = (0,15 \div 0,35)E(\delta_2/R_2)$ ,  $p_{кр} = 0,92E(R_2/l)(\delta_2/R_2)^{5/2}$ ,  $\delta_2, l$  – толщина и длина образующей оболочки;  $R_2 = R_c/\cos\psi_1$  – второй главный радиус кривизны оболочки в сечении, где она соединяется с цилиндром;  $\psi_1$  – угол полураствора конуса;  $\sigma_1, p_p$  – меридиональное напряжение и расчетное внешнее давление, соответствующие потере устойчивости оболочки при совместном действии нагрузок. Если предположить, что оболочка раньше теряет устойчивость от внешнего давления, то  $p/p_{кр} = 1 - \sigma_1/\sigma_{1кр}$ , где значение  $\sigma_1$  определяется по значению осевой силы, действующей на оболочку, т.е.

$$\sigma_1 = \frac{f(X_{11} + X_{12})}{2\pi R_c \delta_2 \cos\psi_1}.$$

Тогда коэффициент запаса устойчивости  $\eta_2 = p/p_p$ .

Если на цилиндрический участок корпуса действует осевая сжимающая сила, то его необходимо проверить на устойчивость по следующим формулам:

$$\sigma_{кр} = (0,15 \div 0,35)E \frac{\delta_3}{R_3}, \quad \sigma_1 = \frac{f(X_{11} + X_{12} - G_1 n_{x1}^0)}{2\pi R_c \delta_3}, \quad \eta = \frac{\sigma_{кр}}{\sigma_1} \geq 1.$$

Расчет стабилизирующей юбки имеет некоторые особенности, которые целесообразно рассмотреть отдельно.

### 1.7. Стабилизирующая юбка

Стабилизирующая юбка предназначена для придания неуправляемому головному отсеку статической устойчивости на участке свободного полета в плотных слоях атмосферы. Конструкция ее обычно представляет собой тонкую коническую оболочку, подкрепляемую изнутри шпангоутами (рис. 13). Наружная поверхность стабилизирующей юбки покрывается слоем, защищающим металлическую оболочку от аэродинамического нагрева. Этот слой теплозащиты при большой толщине увеличивает жесткость оболочки. Однако в действительности теплозащитное покрытие не воспринимает внешнее давление из-за газовой проницаемости материала, из которого оно изготовлено. Подкрепляющее влияние теплозащиты невозможно использо-

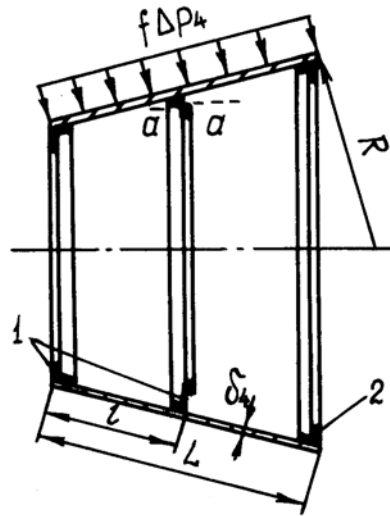


Рис. 13. Стабилизирующая юбка ГО вать также из-за отсутствия плотного соединения теплозащиты и силовой оболочки корпуса на всей поверхности конструкции и низкого модуля упругости по сравнению с материалом силовой стенки. Угол полураствора конической оболочки, выполняющей функции стабилизирующей юбки, не превышает  $20^\circ$ , поэтому ее можно относить к слабоконическим оболочкам, расчет которых проводится по формулам цилиндрических оболочек. Следовательно, задача сводится к расчету цилиндрической оболочки, подкрепленной изнутри промежуточными шпангоутами 1 и имеющей один жестко заделанный, а другой свободный край. Оболочка при этом нагружена внешним давлением. Наличие свободного края и составляет основную особенность при расчете стабилизирующей юбки.

Анализ влияния граничных условий на свободном крае оболочки, проведенный с помощью полубезмоментной теории оболочек [3], показывает, что если жесткость торцевого шпангоута 2, установленного на краю оболочки, превышает некоторое значе-

ние, то он может считаться жестко заделанным. Для оболочек средней длины эта жесткость определяется по формуле

$$EI_T \approx 0,45DL, \quad (1.36)$$

где  $D$  – цилиндрическая жесткость оболочки;  $L$  – длина ее вдоль образующей;  $I_T$  – момент инерции сечения шпангоута. Далее будем рассматривать стабилизирующую юбку как эквивалентную ей цилиндрическую оболочку длиной  $L$  и радиусом  $R$ , равным второму главному радиусу кривизны у ее основания. Если оболочка, кроме торцевого, имеет еще и промежуточные шпангоуты, то ее можно представить в виде конструктивно-ортотропной оболочки, жестко заделанной по ее краям. Такая оболочка при нагружении ее внешним давлением работает на прочность, а также на общую и местную устойчивость. Тангенциальное напряжение по безмоментной теории  $\sigma_2 = p_p R / \delta_4$ , ( $\sigma_2 < 0$ ), где  $p_p = f \Delta p_4$  – расчетное давление;  $f$  – коэффициент безопасности;  $\delta_4$  – толщина стенки.

Меридиональные напряжения в этом случае растягивающие (см. рис. 10) и определяются по формуле:  $\sigma_1 = N_p / 2\pi R \delta_4$ ,

( $\sigma_1 > 0$ ) где  $N_p$  – расчетная осевая сила. Так как напряжения разных знаков, то эквивалентные напряжения по III теории прочности равны:

$$\sigma_{\sigma} = \frac{1}{\delta_4} \left[ p_p R + \frac{N_p}{2\pi R} \right].$$

Критическое давление общей потери устойчивости ортотропной оболочки, жестко заделанной по краям, определяется по формуле

$$p_{кр}^0 = 4 \frac{\pi R}{L} \left( \frac{B_1}{R} \right)^{1/4} \left( \frac{D_2}{3R^3} \right)^{3/4}, \quad (1.37)$$

где  $B_1 = E\delta_4$  – жесткость на растяжение в осевом направлении;  $D_2 = D + EI_i / l$  – жесткость подкрепленной оболочки в тангенциальном направлении;  $D = E\delta_4^3 / 12(1 - \mu^2)$  – цилиндрическая жесткость;  $I_i$  – центральный момент инерции сечения шпангоута относительно оси, параллельной образующей оболочки.

Для участка обшивки между шпангоутами критическое давление местной потери устойчивости определяется по формуле П.Ф. Папковича:

$$p_{кр} = 0,92E \frac{R}{l} \left( \frac{\delta_4}{R} \right)^{5/2}, \quad (1.38)$$

где  $l$  – расстояние между шпангоутами.

В формулы (1.37) и (1.38) входят жесткость промежуточных шпангоутов и расстояние между ними, которые зависят от формы их сечения, поэтому проектировочный расчет подкрепленной оболочки необходимо рассматривать для конкретного вида подкрепления.

### 1.7.1. Проектировочный расчет

Установим условие, при котором гладкую оболочку необходимо «подкреплять» шпангоутами, и с этой целью найдем сначала давление, при котором толщина гладкой оболочки, определенная из условия устойчивости и прочности, будет одинаковой. Приравняв эквивалентное напряжение пределу текучести  $\sigma_{0,2}$ , получим

$$\frac{\delta_4}{L} = \frac{R}{L} \left[ \frac{p_p}{\sigma_{0,2}} + \frac{N_p}{2\pi R^2 \sigma_{0,2}} \right], \quad (1.39)$$

Но из условия устойчивости гладкой оболочки длиной  $L$

$$p_p = 0,92 \frac{R}{L} \left( \frac{\delta_4}{L} \right)^{5/2} \left( \frac{L}{R} \right)^{5/2}$$

получим

$$\frac{\delta_4}{L} = \left( \frac{p_p}{\sigma_{0,2}} \right)^{0,4} \left( \frac{1}{0,92 \Sigma} \right)^{0,4} \left( \frac{R}{L} \right)^{0,6}, \quad (1.40)$$

где коэффициент  $\Sigma = E/\sigma_{0,2}$ .

Приравнявая (1.48) и (1.49) получим

$$\frac{p_p}{\sigma_{0,2}} + \frac{N_p}{2\pi R^2 \sigma_{0,2}} = \left( \frac{p_p}{\sigma_{0,2}} \right)^{0,4} \left( \frac{1}{0,92 \Sigma} \right)^{0,4} \left( \frac{L}{R} \right)^{0,4}. \quad (1.41)$$



Уравнение легко решается относительно  $p_p/\sigma_{0,2}$  при  $N_p = 0$ , т.е. когда осевая сила отсутствует. В этом случае искомое давление

$$\frac{p_p^0}{\sigma_{0,2}} = \left( \frac{1}{0,92\Sigma} \right)^{2/3} \left( \frac{L}{R} \right)^{2/3}.$$

Уравнение (1.41) можно свести к иррациональному, если степень 0,4 в сомножителе с давлением заменить на 0,5:

$$\frac{p_p^0}{\sigma_{0,2}} = \frac{1}{2} \left[ d\sqrt{1+4a} - (2a - d^2) \right],$$

где  $a = \frac{N_p}{2\pi R^2 \sigma_{0,2}}$ ,  $d = \left( \frac{1}{0,92\Sigma} \right)^{0,4} \left( \frac{L}{R} \right)^{0,4}$ .

Подставляя полученное значение в любую из формул (1.39) или (1.40), находим искомую толщину  $\delta_4/L$ . Таким образом, если толщина гладкой оболочки, определяемая из условия прочности, больше, чем  $\delta_4/L$ , т.е. внешнее давление больше граничного, то несущая способность определяется ее устойчивостью.

Далее, на основании рекомендаций [18], оболочку, работающую на устойчивость от внешнего давления, целесообразно подкрепить промежуточными шпангоутами, если выполнено условие

$$\beta = \left( \frac{p_p}{0,92E} \right)^{0,267} \left( \frac{R}{L} \right)^{0,4} \leq 0,4.$$

Теперь для определения толщины оболочки, расстояния между шпангоутами, размеров его сечения необходимо воспользоваться следующими условиями:

1) местной устойчивости оболочки между шпангоутами:

$$p_{кр} \geq p_p. \quad (1.42)$$

2) общей устойчивости всей оболочки:

$$p_{кр}^0 \geq p_p. \quad (1.43)$$

Формулу (1.37) в данном случае удобнее переписать в виде

$$p_{\text{кр}}^0 = 0,92 \frac{R}{L} \left( \frac{\delta_4}{L} \right)^{5/2} \xi, \quad (1.44)$$

где  $\xi = \left[ 1 + \frac{I_i 12(1-\mu^2)}{\delta_4^3 l} \right]^{3/4};$

3) общей устойчивости шпангоута как кольца, сжатого внешней погонной нагрузкой:

$$q_{\text{кр}} \geq q_i = p_p \cdot l, \quad q_{\text{кр}} = 3EI_i / R^3; \quad (1.45)$$

4) местной устойчивости элементов шпангоута:

$$\sigma_{\text{кр}}^M \geq \sigma_1.$$

Критические напряжения местной устойчивости элементов профиля шпангоута, рассматриваемых как бесконечно длинные пластинки, сжатые по короткой стороне, определяются по формуле

$$\sigma_{\text{кр}}^M = 0,9kE(h/b)^2,$$

где  $k=4$  – для стенки и стойки;  $k=0,425$  – для полки;  $h$  – толщина пластинки;  $b$  – ширина. Если принять  $\sigma_{\text{кр}}^M = \sigma_{0,2}$ , то  $(b/h)_c = 1,897 \sqrt{E/\sigma_{0,2}}$  для шарнирно закрепленной пластинки,  $(b/h)_n = 0,618 \sqrt{E/\sigma_{0,2}}$  для пластинки со свободным краем, а при одинаковых толщинах полки и стенки шпангоута отношение  $(h_n/b_c) = 0,325$ . В табл. 1 приводятся типичные значения  $b/h$  для различных материалов.

Т а б л и ц а 1

Материал	Е, Мпа	$\sigma_{0,2}$ , Мпа	$E/\sigma_{0,2}$	$(b/h)_c$	$(b/h)_n$
Алюминиевые сплавы	$7,1 \cdot 10^4$	300	237	29	9,5
Стали	$2,02 \cdot 10^5$	1200	168	25	8
Титановые сплавы	$1,15 \cdot 10^5$	1180	100	19	6
Бериллиевые сплавы	$1,35 \cdot 10^5$	370	365	36	12

5. Условие прочности шпангоута:

$$\sigma_i \leq \sigma_{0,2}, \quad (1.46)$$

где из уравнения равновесия четверти кольца можно получить

$$\sigma_i = q_i R / F_i . \quad (1.47)$$

Основные этапы проектировочного расчета оболочки, подкрепленной шпангоутами, можно представить следующим образом. Сначала устанавливается причина разрушения шпангоута (прочность или устойчивость) и с этой целью определяется граничная погонная нагрузка. Из условия прочности (1.46) с учетом (1.47) площадь сечения шпангоута

$$F_i = q_i R / \sigma_{0,2} , \quad (1.48)$$

а из условия его общей устойчивости (1.45)

$$I_i = q_i R^3 / 3E . \quad (1.49)$$

Но момент инерции шпангоута можно выразить через его площадь по формуле

$$I_i = k F_i^2 , \quad (1.50)$$

где  $k_i$  – коэффициент формы шпангоута.

Например для прямоугольного шпангоута  $F_i = bh$ ,  $I_i = hb^3/12$ , и, обозначив  $h/b=A$ , получим  $F_i = Ab^2$ ,  $I_i = Ab^4/12$ , а  $k=1/(12A)$ .

Если воспользоваться табл. 1, то  $k = (0,5-1)$  для пластинки со свободным краем. Тогда с учетом (1.50) из (1.49) получим

$$F_i = \sqrt{q_i R^3 / 3kE} , \quad (1.51)$$

а приравняв (1.48) к (1.51), найдем граничную погонную нагрузку:

$$q_i^0 = \frac{R^3}{3kE} \left( \frac{\sigma_{0,2}}{R} \right)^2 = \frac{R \sigma_{0,2}^2}{3kE} .$$

Если  $q_i \leq q_i^0$ , то шпангоут работает на устойчивость.

Рассматривая случай работы шпангоута на устойчивость, находим из (1.45)  $I_i / l = p_p R^3 / 3E$ .

Тогда в (1.44)

$$\xi = \left[ 1 + \frac{12(1-\mu^2)p_p R^3}{3E\delta_4^3} \right]^{3/4} . \quad (1.52)$$

Используя выражение (1.52) и условие общей устойчивости оболочки (1.43) получим следующее нелинейное уравнение:

$$\frac{p_p L}{0,92 E} = \left( \frac{\delta_4}{R} \right)^{5/2} \left[ 1 + \frac{12(1-\mu^2)p_p R^3}{3E\delta_4^3} \right]^{3/4},$$

из которого определяется толщина оболочки.

Расстояние между шпангоутами определим из условия местной устойчивости (1.42) и формулы П.Ф. Папковича:

$$l = \frac{0,92 E}{p_p} R \left( \frac{\delta_4}{R} \right)^{5/2}.$$

Тогда площадь шпангоута из условия устойчивости  $F_i = (R^3 l_i / 3E)^{1/2} \sqrt{p_p}$ , высота и ширина полки  $b = \sqrt{F_i / A}$ ,  $h = bA$ , а момент инерции сечения определяется из (1.50).

Из других сечений для шпангоутов используются зетобразные и тэобразные сечения. Если принять, что ширина этих сечений составляет 0,325 от ширины полки стенки, то расчет шпангоута останется без изменений за исключением того, что другим будет коэффициент  $k$  в формуле (1.50), связывающей момент инерции и площадь сечения. Теперь по известной толщине оболочки можно определить и потребную жесткость торцевого шпангоута, воспользовавшись (1.36).

## 2. ГОЛОВНОЙ ОТСЕК ПРИ НЕСИММЕТРИЧНОЙ НАГРУЗКЕ

В конце активного участка траектории головной отсек получает угловые и линейные возмущения. Дальнейший полет его происходит в разреженных слоях атмосферы, поэтому эти возмущения не компенсируются аэродинамическим стабилизирующим моментом и на пассивном участке траектории неуправляемый отсек вращается вокруг центра тяжести, занимая произвольное положение относительно поверхности Земли. В то же время сам центр тяжести движется по расчетной траектории. Вход ГО в плотные слои атмосферы после пассивного участка происходит с произвольным углом атаки, в частности, он может быть равен и  $180^\circ$ , когда ГО

входит днищем вперед. В процессе дальнейшего полета наличие угла атаки у ГО и увеличение плотности атмосферы создают условия для возникновения стабилизирующего аэродинамического момента, который стремится уменьшить угол атаки.

Начальные возмущения компенсируются не сразу, а по прошествии некоторого времени, определяемого инерционными характеристиками ГО.

Зависимость изменения угла атаки от времени (рис. 14) носит колебательный характер, и у статически устойчивого ГО амплитуда колебаний стремится к нулю. Огибающая амплитуд колебаний поперечных перегрузок имеет максимум (рис. 15). Это следует из формулы для перегрузок  $n_{y1} = c_{y1} \rho v^2 S_m / 2G_0$ , из которой видно, что при уменьшении высоты плотность растет, а скорость уменьшается из-за силы лобового сопротивления.

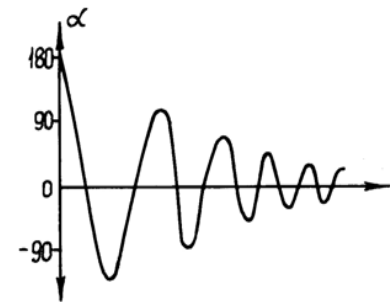


Рис. 14. Угол атаки при входе ГО отсека в атмосферу

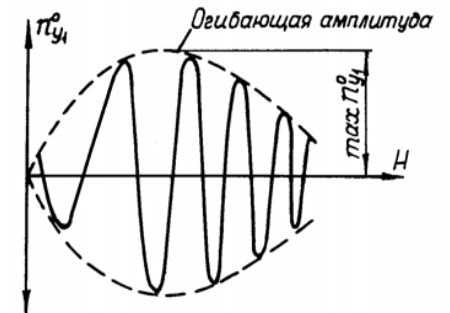


Рис. 15. Огибающая амплитуд поперечных перегрузок

Максимум огибающей амплитуд поперечных перегрузок принимается в качестве второго основного расчетного случая для головного отсека, движущегося в атмосфере по баллистической траектории. Угол атаки в расчетном случае не равен нулю, поэтому на ГО действуют несимметричное давление и поперечные перегрузки. Кроме осевых внутренних усилий в корпусе возникают перерезывающие силы и изгибающие моменты.

## 2.1. Поперечные перегрузки при снижении в атмосфере

Задача о расчете неуправляемого движения ГО в атмосфере довольно сложна и подробно рассмотрена в [17, 35]. В расчетах на прочность обычно считают, что начальный угол атаки  $\alpha_0 = 180^\circ$ ,  $d\alpha/dt = 0$ , т.е. ГО "зависает" над атмосферой. Высоты, на которых возникают максимальные осевые и поперечные перегрузки, различны. Аналитическое выражение для зависимости угла атаки от высоты [17] позволяет определить поперечные перегрузки центра тяжести ГО.

При получении этой зависимости предполагалось, что движение ГО происходит по прямой, причем коэффициенты аэродинамических сил и момента остаются постоянными во все время движения вплоть до встречи его с поверхностью Земли. Дифференциальное уравнение, описывающее процесс колебаний ГО вокруг центра тяжести, имеет вид

$$\frac{d^2\alpha}{dy^2} + 2k_1 e^{-y} \frac{d\alpha}{dy} + (k_2 e^{-y} + k_3 e^{-2y})\alpha = 0, \quad (2.1)$$

где  $y = \beta \cdot H$  – безразмерная высота полета;

$$k_1 = \frac{\delta_0}{2} \left[ c_{x1} - c_{y1}^\alpha + (m_d + m_z^\alpha) \frac{ml^2}{I} \right]; \quad \delta_0 = \rho_3 S_m (2\beta \cdot m \sin \Theta_a)^{-1} = k_0 / 2c_{x1};$$

$c_{y1}^\alpha = \partial c_{y1} / \partial \alpha$ ;  $m_d = \partial m_d / \partial (\omega l / v)$  – коэффициент демпфирующего момента по тангажу;  $m_z^\alpha = \frac{\partial m_z}{\partial \alpha}$ ,  $m$  – масса ГО;  $l$  – характерная длина;  $I$  – массовый момент инерции по тангажу;

$$k_2 = \delta_0 \left[ c_{y1}^\alpha - m_z^\alpha (ml^2 / I) (\beta l \sin \Theta_a)^{-1} \right]; \quad k_3 = -\delta_0^2 c_{y1}^\alpha \left[ c_{x1} + m_d (ml^2 / I) \right].$$

Точное решение уравнения (2.1) имеет вид

$$\alpha(y) = \alpha_0 F_1(a, 1, z) \exp[(k_1/z_0) - 1/2]z, \quad (2.2)$$

где  $z(y) = 2(k_1^2 - k_3)^{1/2} e^{-y} = z_0 e^{-y}$ ;  $a = 1/2 - (k_1 + k_2)z_0^{-1}$ ;

$F_1(a, 1, z) = 1 + az + a(a+1)(2!)^{-2}z^2 + \dots$  – конфлюэнтная гипергеометрическая функция.

Для ГО, у которых  $a > 10$ , решение (2.2) существенно упрощается и принимает вид

$$\alpha(y) = \alpha_0 \cdot J_0 \left\{ [(2-4a)z]^{1/2} \right\} \exp(k_1 z / z_0),$$

где  $J_0$  – функция Бесселя первого рода и нулевого порядка.

Так как подъемная сила  $Y = c_{y1}^\alpha \cdot \alpha \cdot q S_m$ , то выражение для поперечных перегрузок запишется так:

$$n_{y1}(y) = (c_{y1}^\alpha \alpha(y) q S_m) / mg.$$

Для определения зависимости скоростного напора  $q$  от высоты можно воспользоваться формулой (1.5) для скорости и принять такой же закон изменения плотности от высоты, что и в подразд. 1.1.

Построив график зависимости перегрузок от высоты, найдем точку траектории, в которой перегрузки достигают максимума.

Величину максимальных поперечных перегрузок можно оценить также по формуле

$$\max n_{y1} = (c_{y1 \max} / c_{x1}) \max n_{x1},$$

где  $c_{y1 \max}$  – максимально возможное значение коэффициента подъемной силы ГО заданной геометрической формы;  $c_{x1}$  – среднее значение коэффициента силы лобового сопротивления на участке траектории от точки входа до  $\max n_{x1}$ .

Для оценочных расчетов можно считать, что  $\max n_{y1}$  достигается на той же высоте, что и  $\max n_{x1}$ .

## 2.2. Внутренние усилия в отсеке с грузами

В этом расчетном случае угол атаки не равен нулю, поэтому давление, действующее на корпус головного отсека, несимметрично. Рассмотрим цилиндроконический ГО, а для определения среднего давления на каждом из участков, определим сначала создаваемые ими подъемные силы. Так как максимальные поперечные перегрузки известны, то полная подъемная сила отсека  $Y = n_{y1} mg$ . Распределим ее по участкам пропорционально коэффициентам подъемной силы [23]. В качестве первого участка примем конус с затуплением, для которого  $c_{yi}^\alpha = 3$ . На втором – цилиндрическом участке  $c_{yi}^\alpha = 1.5(l_i/d_i)\alpha$ , а на третьем – усеченном конусе –  $c_{yi}^\alpha = 3(1 - (d_{i-1}^2/d_i^2))$ , где  $d_{i-1}$  – диаметр левого, меньшего основания конуса, а  $d_i$  – большего.

В качестве характерной площади для цилиндра и конуса с затуплением принимаем  $S_i = \pi d_i^2 / 4$ , а для усеченного конуса  $S_i = \pi(d_i^2 - d_{i-1}^2) / 4$ . Определим сначала координаты центров давления, отсчитываемые от вершины головного отсека. Имеем  $x_{di} = x_{i-1} + \lambda_d l_i$ , где  $x_{i-1}$  – расстояние от вершины отсека до левого сечения участка,  $l_i$  – его длина, а  $\lambda_d = \frac{2 - \bar{d}(1 + \bar{d})}{3(1 - \bar{d}^2)}$ ,  $\bar{d} = \frac{d_{i-1}}{d_i}$ .

Координата центра давления всего отсека:  $x_d = \sum_{i=1}^3 Y_i x_{di} / Y$ ,

где подъемные силы участков  $Y_i = Y \frac{c_{yi}^\alpha S_i}{c_y^\alpha S_m}$ , а производная коэф-

фициента подъемной силы всего отсека  $c_y^\alpha = \sum_{i=1}^3 c_{yi}^\alpha \frac{S_i}{S_m}$ .

Погонную аэродинамическую нагрузку участков определяем по формулам:

а) конус с затуплением:  $\alpha q S_i \frac{\partial c_{yi}^\alpha}{\partial x} = 6 \frac{\xi}{l_i^2}$ ;

б) цилиндр:  $\alpha q S_i \frac{\partial c_{yi}^\alpha}{\partial x} = 0,75 \frac{\alpha}{d_i}$ ;

в) усеченный конус:  $\alpha q S_i \frac{\partial c_{yi}^\alpha}{\partial x} = \frac{6(d_i - d_{i-1})^2}{l_i^2 d_i^2} \left[ l_i \frac{d_{i-1}}{(d_i - d_{i-1})} + \xi \right]$ .

В приведенных выражениях координата  $\xi$  отсчитывается от левой границы соответствующего участка.

Для определения максимального аэродинамического давления, действующего на участок, представим его в виде симметричной и несимметричной составляющих (рис. 16,а):

$p(\varphi) = \Delta p_{\alpha=0} + \Delta p_a$ ,  $\Delta p_{\alpha=0}$  – аэродинамическое давление при нулевом угле атаки;  $\Delta p_a$  – приращение аэродинамического давления из-за угла атаки, которое аппроксимируем следующей зависимостью:  $\Delta p_a = \Delta p_m \cos \psi = -\Delta p_m \sin \varphi$ ;  $\Delta p_m$  – максимальное



значение давления,  $\psi$  – угол, отсчитываемый от  $\Delta p_m$  против часовой стрелки.

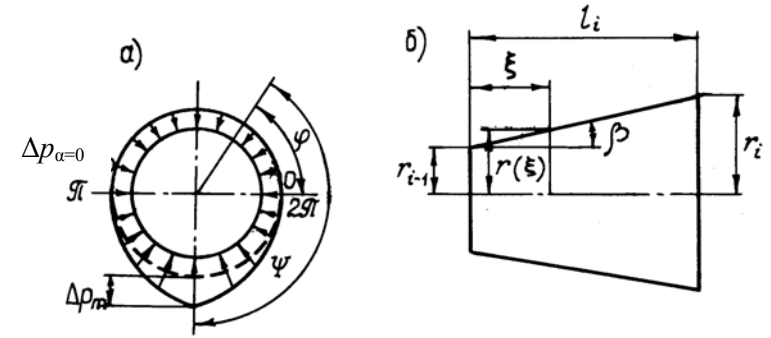


Рис. 16. Аппроксимация давления в поперечном сечении

Тогда погонная аэродинамическая нагрузка равна:

$$\alpha q S_i \frac{\partial c_{yi}^\alpha}{\partial x} = -r(\xi) \int_0^{2\pi} \Delta p_a \sin \varphi d\varphi = r(\xi) \int_\pi^{2\pi} \Delta p_m \sin^2 \varphi d\varphi = \frac{\pi}{2} \Delta p_m r(\xi).$$

Так как  $r(\xi) = r_{i-1} + \xi \tan \beta$  (рис. 16, б), то подъемная сила  $i$ -го участка головного отсека выражается через погонную аэродинамическую нагрузку так:

$$Y_i = \int_0^{l_i} q S_i \frac{\partial c_{yi}^\alpha}{\partial \xi} d\xi = \frac{\pi}{2} \Delta p_m \int_0^{l_i} (r_{i-1} + \xi \tan \beta) d\xi = \frac{\pi}{4} \Delta p_m l_i (r_i + r_{i-1}).$$

Отсюда максимальное значение несимметричной составляющей аэродинамического давления равно:

$$\Delta p_m = \frac{4Y_i}{\pi l_i (r_i + r_{i-1})}.$$

Для определения массовой нагрузки необходимо найти поперечные перегрузки по формуле  $n_{y1} = n_{y1}^0 + \frac{\varepsilon_z}{g}(x_m - x_1)$ , в которой

координата центра масс отсека  $x_m = \left( \sum_{i=1}^3 m_i x_{mi} + \sum_{k=1}^2 m_k x_{mk} \right) / m$ , а

перегрузка центра масс  $n_{y1}^0 = Y/mg$ , угловое ускорение  $\varepsilon_z = Y(x_d - x_m)/I_z$ , массовый момент инерции

$$I_z = \sum_{i=1}^3 m_i (x_m - x_{mi})^2 + \sum_{k=1}^2 m_k (x_m - x_{mk})^2.$$

В записанных выражениях индексом  $i$  отмечены масса и координата центра масс участка, а индексом  $k$  – масса и координата центра масс сосредоточенного груза. Теперь известны все величины, с помощью которых можно определить перерезывающие силы на границах участков ( $\delta(i-k)=1$ ,  $i \geq k$ ;  $\delta(i-k)=0$ ,  $i < k$ ):

$$Q_i = \sum_{j=1}^i Y_j - g \sum_{j=1}^i m_j n_{yj} - g \sum_{k=1}^2 m_k n_{yk} \cdot \delta(i-k),$$

а также изгибающие моменты

$$M_i = \sum_{j=1}^i Y_j (x_i - x_{ij}) - g \sum_{j=1}^i m_j n_{yj} (x_i - x_{mj}) - g \sum_{k=1}^2 m_k n_{yk} (x_i - x_{mk}) \delta(i-k).$$

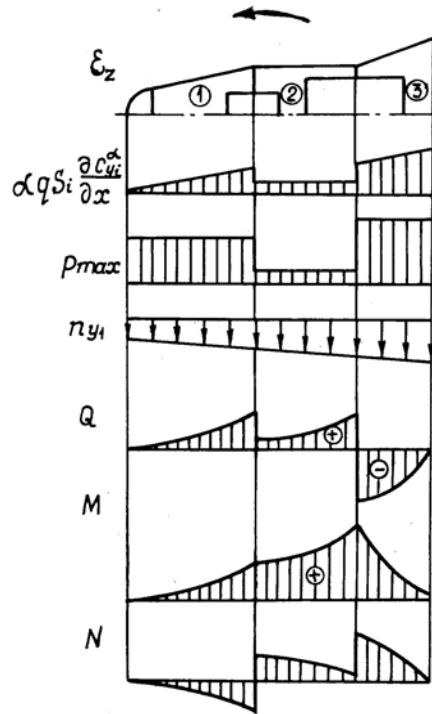


Рис. 17. Эпюры внутренних усилий при несимметричном обтекании ГО

На рис. 17 построены эпюры:  $\alpha q \delta_i \frac{\partial c_{yi}^{\alpha}}{\partial x}$  – погонной аэродинамической нагрузки участков;  $p_{\max} = \Delta p_{\alpha=0} + \Delta p_m$  – максимального аэродинамического давления;  $n_{y1}$  – поперечных перегрузок; перерезывающих сил  $Q$  и изгибающих моментов  $M$ ; осевых сил  $N$ , определяемых по формулам, аналогичным расчетному случаю с максимальными осевыми перегрузками и нулевым углом атаки. Меридиональные напряжения в любом сечении отсека  $\sigma_1 = \frac{f}{2\pi R \delta} (N \pm 2M/R)$ , а тангенциальные  $\sigma_2 = p_p R_2 / \delta$ , где  $p_p = f p_{\max}$  – расчетное

давление. Расчет оболочек аналогичен расчетному случаю, соответствующему максимальным осевым перегрузкам.

### 3. УДАРНОЕ НАГРУЖЕНИЕ КОРПУСА

Корпус ракеты на активном участке траектории или головной отсек на участке входа в плотные слои атмосферы могут оказаться в зоне облучения лазером или подрыва обычного и ядерного зарядов. С точки зрения несущей способности конструкции наиболее опасен силовой и тепловой удар на ее поверхности. Для оценки поведения конструкции в подобных случаях в этом разделе рассматриваются особенности расчета поля напряжений и деформаций в рамках линейной теории упругости.

#### 3.1. Физические процессы в атмосфере при ядерном взрыве

При подрыве атомного заряда в атмосфере выделяется около  $4 \cdot 10^{15}$  Дж/Мт тротилового эквивалента [19]. На ранней стадии воздействия взрыва на корпус ракеты наибольший интерес представляют гамма-лучи и нейтроны, возникающие в момент деления и синтеза ядерного вещества. Так как выделение энергии происходит практически мгновенно и в малом точечном объеме, то в области взрыва возникает температура в несколько миллионов градусов, а сами продукты взрыва образуют высокотемпературную ионизированную плазму высокой плотности. Эта плазма, которую называют ядерной 1 (рис. 18), содержит электроны, совершающие быстрые колебания, что, в свою очередь, приводит к возбуждению электромагнитных импульсов в диапазоне радиоволн. Благодаря торможению колеблющихся электронов, ядерная плазма излучает также и рентгеновские лучи, которые проникают в окружающий зону взрыва воздух и ионизируют его, образуя плазму с низкими температурами и плотностью, называемую рентгеновской плазмой 2 [19]. Огненный шар 6 с ядерной плазмой в середине и рентгеновской по периферии продолжает увеличиваться в размерах, а температура внутри него все время уменьшается, что приводит к сокращению длины свободного пробега фотонов. И, наконец, когда длина свободного пробега становится меньше размеров огненного шара, рост его за счет переноса энергии излучением прекращается и дальнейшие про-

цессы, протекающие в зоне взрыва, определяются гидродинамическими явлениями. Поскольку плотности и давления в ядерной и рентгеновской плазме существенно различны, то процесс увеличения размеров огненного шара *б* за счет рентгеновского излучения сопровождается также образованием ударной волны *з* в ядерной плазме. Эта ударная волна движется по рентгеновской плазме, передавая ей часть своей энергии, и образует фронт радиации *4*.

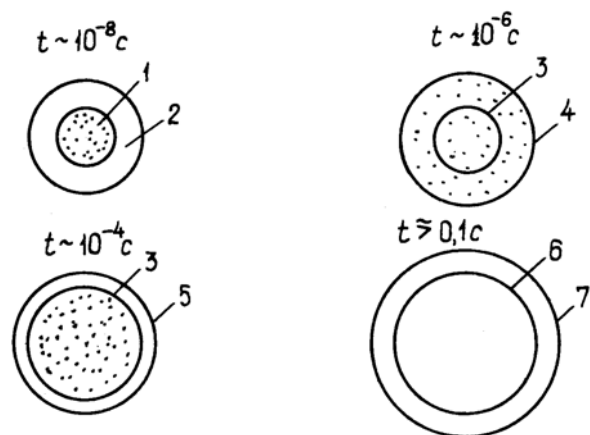


Рис. 18. Схема эволюции ядерного взрыва

После прекращения роста размеров шара из-за излучения на его поверхности образуется внешняя ударная волна *5*, которая с большой скоростью распространяется по окружающему воздуху, вызывая его нагрев и свечение. Обычно к моменту отделения внешней ударной волны от огненного шара внутренняя ударная волна *з* в ядерной плазме успевает слиться с ней в единое целое *7*.

Если взрыв происходит на большой высоте, где отсутствует атмосфера, то внутренняя и внешняя ударные волны не возникают, а рентгеновское излучение распространяется на значительные расстояния без образования плотной ядерной плазмы. Таким образом, на различных этапах развития ядерного взрыва на корпус ракеты воздействуют следующие факторы:

- нейтронное или гамма-излучение,
- электромагнитный импульс,
- рентгеновское и тепловое излучение,
- ударная волна (отсутствует на больших высотах).

Облучение конструкции нейтронами сопровождается изменением структуры и свойств конструкционных материалов, из которых изготовлена ракета. Происходят изменение формы кристаллической решетки, ионизация и возбуждение атомов, местный разогрев, что сопровождается увеличением электрического и теплового сопротивления, твердости и прочности материалов. Наибольшее воздействие нейтроны оказывают на полупроводниковые приборы, снижая их коэффициент усиления, напряжение пробоя и т.п., так как малейшие изменения долей примесей веществ, содержащихся в них, приводят к существенным изменениям их рабочих характеристик. При поглощении нейтронов ядрами возникают наведенные эффекты, связанные с излучением вторичных гамма-лучей.

Первичные и наведенные гамма-лучи ионизируют вещество, освобождая электроны, являющиеся источником наведенных ложных сигналов и шумов в электрических цепях системы автоматики ракеты.

Электромагнитный импульс генерирует в электрических цепях ложные сигналы, которые приводят к преждевременному срабатыванию автоматики или выходу ее из строя. Кроме того, в элементах конструкции и электрических цепях возникают значительные индукционные токи, служащие источником дополнительного нагрева.

Рентгеновское и тепловое излучения нагревают конструкции. Однако тепловая радиация приводит только к поверхностному нагреву и оплавлению, а рентгеновские лучи могут проникнуть на значительную глубину. По толщине конструкция прогревается неравномерно, что служит причиной возникновения нежелательных температурных напряжений.

Воздействие ударной волны на ракету имеет импульсный характер с большим перепадом давлений на ее фронте и наиболее опасно в том случае, когда ракета воспринимает боковой взрыв.

Таким образом, в той или иной степени практически все факторы, сопровождающие ядерный взрыв, могут уменьшить несущую способность ракеты. Более того, суммарное воздействие нескольких факторов может вывести ракету из строя даже в том случае, когда ее конструкция не теряет несущей способности при воздействии каждого из факторов по отдельности. Рассмотрим сначала напряженное состояние конструкции корпуса при нагру-

жении его импульсом давления. Параметры ударной волны можно определить с помощью соотношений, приведенных в [2, 10].

### 3.2. Напряжения в многослойном корпусе при ударной нагрузке

Рассмотрим многослойный корпус ракеты в виде конструктивной стенки, к которой крепятся несколько слоев теплозащитного материала. Слои изготовлены из изотропных и однородных упругих материалов с различными физико-механическими свойствами. При этом затвердевший клей между слоями может также рассматриваться в качестве одного из слоев композиции [16].

Ограничиваясь одномерной постановкой задачи, будем считать, что закон изменения давления в зависимости от времени известен и определяется в результате расчета взаимодействия ударной волны и корпуса ракеты. Для приведенной на рис. 19 схемы расположения слоев в композиции и физико-механических характеристик материалов, необходимых для проведения расчета, систему уравнений теории упругости необходимо записать в следующем виде:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}; \quad \varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}; \quad \sigma_x = (\lambda + 2G) \frac{\partial u}{\partial x}, \quad (3.1)$$

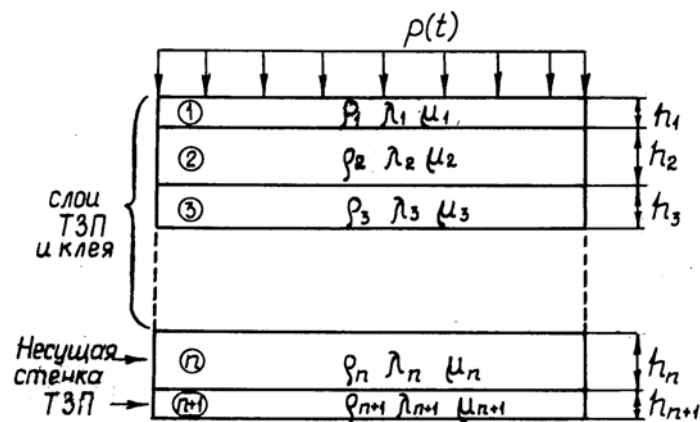


Рис. 19. Многослойная стенка корпуса ракеты

где  $u$  – перемещение в направлении, перпендикулярном поверхности слоев;  $\rho$  – плотность материала;  $\lambda = \mu G / (1 + \mu)(1 - 2\mu)$  – константа Ляме;  $G = E / 2(1 + \mu)$  – модуль сдвига;  $\sigma_x, \varepsilon_x$  – напряжение и относительная деформация в направлении, перпендикулярном поверхности пакета.

Перемещения и относительные деформации в направлении двух других осей равны нулю, а нормальные напряжения не равны, хотя и малы. Преобразовав (3.1), получим

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad (3.2)$$

где  $c^2 = (\lambda + 2G) / \rho$  – скорость распространения продольных волн в конструкционном материале.

Уравнение типа (3.2) необходимо записать для каждого из слоев композиции, а скорость распространения продольных волн будет различной для каждого из них.

Запишем начальные и граничные условия, для решения системы уравнений вида (3.2).

1. При  $t = 0$  среда находится в покое и поэтому для всех слоев  $u = 0$ ;  $\partial u / \partial t = 0$ .

2. При  $x = 0$  (внутренняя поверхность)  $\sigma_x = 0$ .

3. При  $x = \delta$  (наружная поверхность)  $\sigma_x = -p(t)$ .

4. Напряжения в плоскостях раздела слоев и скорости движения этих плоскостей одинаковы, т.е.  $(\sigma_x)_i = (\sigma_x)_{i+1}$ ;  $(\partial u / \partial t)_i = (\partial u / \partial t)_{i+1}$ .

Волновое уравнение (3.2) гиперболического типа, и его можно решать с помощью метода характеристик. Приведем его сначала к каноническому виду, воспользовавшись следующим преобразованием независимых переменных:  $\xi = \xi(x, t)$ ;  $\eta = \eta(x, t)$ . В новых переменных уравнение (3.2) запишется так:

$$\begin{aligned} & \left[ \left( \frac{\partial \xi}{\partial x} \right)^2 - \frac{1}{c^2} \left( \frac{\partial \xi}{\partial t} \right)^2 \right] \frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} + 2 \frac{\partial^2 u}{\partial \xi \partial \eta} \left[ \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial \xi}{\partial x} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial \eta}{\partial t} \frac{\partial \xi}{\partial t} \right] + \\ & + \left[ \left( \frac{\partial \eta}{\partial x} \right)^2 - \frac{1}{c^2} \left( \frac{\partial \eta}{\partial t} \right)^2 \right] \frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2} = 0, \end{aligned} \quad (3.3)$$

откуда, ввиду гиперболичности исходного уравнения,

$$\left(\frac{\partial \xi}{\partial x}\right)^2 - \frac{1}{c^2} \left(\frac{\partial \xi}{\partial t}\right)^2 = 0,$$

или

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} - \frac{1}{c} \frac{\partial \xi}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{1}{c} \frac{\partial \xi}{\partial t} = 0. \quad (3.4)$$

Записывая систему обыкновенных дифференциальных уравнений, соответствующую (3.4), получаем  $dx = -cdt$ ,  $dx = cdt$ . Ее интеграл равен:  $x + ct = \text{const}$ ,  $x - ct = \text{const}$ . Полагая

$$\xi = x - ct; \quad \eta = x + ct \quad (3.5)$$

уравнение (3.3) можно записать так:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \xi \partial \eta} = 0,$$

откуда

$$\frac{\partial u}{\partial \xi} = \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \xi} + \frac{\partial u}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial \xi} = \frac{\sigma_x}{\lambda + 2G} - \frac{1}{c} v = \alpha_1(\eta),$$

и

$$\frac{\partial u}{\partial \eta} = \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \eta} + \frac{\partial u}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial \eta} = \frac{\sigma_x}{\lambda + 2G} + \frac{1}{c} v = \beta_1(\xi),$$

или, с учетом выражения для скорости звука,

$$\begin{aligned} \sigma_x - \rho c v &= \alpha(\xi), \\ \sigma_x + \rho c v &= \beta(\eta), \end{aligned} \quad (3.6)$$

где  $v = \partial u / \partial t$  – скорость движения частиц среды.

Таким образом, уравнения характеристик имеют вид

$$dx/dt = c; \quad dx/dt = -c,$$

а вдоль них выполняются следующие дифференциальные условия:

$$d\sigma_x - \rho c dv = 0, \quad (\xi = \text{const}); \quad d\sigma_x + \rho c dv = 0, \quad (\eta = \text{const}).$$

Используя выражение (3.6), получаем

$$\sigma_x = (\alpha + \beta)/2, \quad v = -(\alpha - \beta)/2\rho c,$$

где  $\alpha$  и  $\beta$  – константы интегрирования.

Расчет начинается с построения сетки характеристик для каждого из слоев композиции в плоскости  $x, t$  с помощью (3.5). Точки пересечения линий  $\xi = \text{const}$  и  $\eta = \text{const}$  служат узловыми,



в которых определяются напряжения и скорости движения частиц среды.

Если в узле известны  $\sigma_x$  и  $v$ , то формулы позволяют определить константы  $\alpha(\eta)$  и  $\beta(\xi)$ , постоянные вдоль линий  $\xi=\text{const}$  и  $\eta=\text{const}$  соответственно, сходящихся в этом узле. Далее по известным значениям  $\alpha$  и  $\beta$  в двух узлах можно определить  $\sigma_x$  и  $v$  в соседнем узле и т.д. При этом, конечно, используются соответствующие начальные и граничные условия.

Расчеты показывают, что величина напряжения в слоях зависит от соотношения их толщин и физико-механических свойств материалов, из которых они изготовлены. Можно подобрать такие соотношения параметров слоев, при которых эти напряжения будут наименьшими.

Возникновение напряжений, превышающих допустимые, нежелательно из-за снижения теплозащитной и несущей способности конструкции.

### 3.3. Температурные напряжения при тепловом ударе

Тепловым ударом называется быстро изменяющееся во времени внешнее воздействие, создающее значительные градиенты температуры по толщине конструкции и напряжения. Будем предполагать, что материал сохраняет свои упругие свойства [20].

При тепловом ударе в материале возникают нежелательные эффекты: растрескивание, раскалывание и крошение, отделение слоев многослойной конструкции.

Для составления математической модели воспользуемся следующими допущениями:

- тепловой поток  $q$  постоянный и действует в течение малого промежутка времени  $0 < t \leq t_d$ ;
- все поступающее тепло аккумулируется в слое материала толщиной  $l$ ;
- объемные источники тепла распределены в слое  $l$  по экспоненциальному закону:

$$p(x, t) = (q/l) \exp(-x/l) [H(t) - H(t - t_d)],$$

где функция Хевисайда  $H(t) = \begin{cases} 0, t < 0 \\ 1, t \geq 0 \end{cases}$ ;

– до начала теплового воздействия температура конструкции равна нулю.

Уравнения термоупругости для одномерного деформированного состояния записывают в следующем виде:

1) уравнение равновесия  $\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$ , где  $\sigma_x, u$  – напряжения и перемещение в направлении нормали к поверхности;  $\rho$  – плотность материала;

2) геометрические уравнения  $\varepsilon_x = \partial u / \partial x$ ;  $\varepsilon_y = 0$ ;  $\varepsilon_z = 0$ , где  $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$  – относительные деформации в направлении осей  $x, y, z$ ;

3) закон Гука:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \mu(\sigma_y + \sigma_z)] + \alpha T(x),$$

$$0 = \frac{1}{E} [\sigma_y - \mu(\sigma_x + \sigma_z)] + \alpha T(x),$$

$$0 = \frac{1}{E} [\sigma_z - \mu(\sigma_y + \sigma_x)] + \alpha T(x),$$

где  $\alpha, T$  – коэффициент линейного расширения и температура;  $E$ ,  $\mu$  – модуль упругости и коэффициент Пуассона;

4) уравнение теплопроводности в случае объемных источников тепла:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + p(x, t),$$

или, если принять постоянным коэффициент теплопроводности,

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{p(x, t)}{\rho c}, \quad (3.7)$$

где коэффициент температуропроводности  $a = \lambda / \rho c$ .

Преобразуем сначала уравнение равновесия, выразив  $\sigma_x$ , через  $\varepsilon_x$  из физических уравнений:

$$\sigma_x - \mu \sigma_y - \mu \sigma_z = E(\varepsilon_x - \alpha T);$$

$$-\mu \sigma_x + \sigma_y - \mu \sigma_z = -E \alpha T;$$

$$-\mu \sigma_x - \mu \sigma_y + \sigma_z = -E \alpha T.$$

Вычисляем определитель системы уравнений

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -\mu & -\mu \\ -\mu & 1 & -\mu \\ -\mu & -\mu & 1 \end{vmatrix} = (1 + \mu^2)(1 - 2\mu).$$

Кроме того

$$\Delta_x = \varepsilon_x E(1 - \mu^2) - E\alpha T(1 + \mu)^2,$$

поэтому

$$\sigma_x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{E(1 - \mu)}{(1 + \mu)(1 - 2\mu)} \varepsilon_x - \frac{\alpha ET}{(1 - 2\mu)}. \quad (3.8)$$

Обозначим через  $k = \frac{E}{3(1 - 2\mu)}$  – объемный модуль упругости,

а  $c^2 = \frac{E(1 - \mu)}{(1 + \mu)(1 - 2\mu)\rho}$  – квадрат скорости звука. Тогда

$\sigma_x = \rho c^2 \varepsilon_x - 3\alpha k T$ , откуда

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\sigma_x + 3\alpha k T}{\rho c^2}. \quad (3.9)$$

Из уравнения равновесия после его дифференцирования по  $x$  получаем

$$\frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial x^2} = \rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right) = \rho \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial t^2}$$

или, после подстановки (3.9),

$$\frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \left[ \frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial t^2} + 3\alpha k \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} \right]. \quad (3.10)$$

Для определения температуры в стенке необходимо решить уравнение теплопроводности (3.7) для температурного поля с объемными источниками тепла. Начальные и граничные условия имеют вид

$$\begin{aligned} t = 0 \quad T(x, 0) &= 0; \\ T(x, t) &\rightarrow 0 \quad \text{при } x \rightarrow \infty; \\ \frac{\partial T}{\partial x}(0, t) &= 0, \end{aligned} \quad (3.11)$$

где последнее условие показывает, что за время  $t_d$  распространения теплового импульса на глубину  $l$  можно пренебречь теплообменом на поверхности стенки.

Решение (3.7) с учетом (3.11) имеет вид

$$T(x,t) = \frac{p_0 a}{\lambda} \exp\left(-\frac{x}{l}\right) [tH(t) - (t-t_d)H(t-t_d)],$$

где  $p_0 = q/l$ , или

$$T(x,t) = \frac{p_0 a t_d}{\lambda} \exp\left(-\frac{x}{l}\right) \left[ \frac{t}{t_d} H(t) - \left(\frac{t}{t_d} - 1\right) H(t-t_d) \right].$$

При  $t_d \rightarrow 0$  функция Хевисайда  $H(t-t_d) \rightarrow H(t)$ , поэтому  $T(x,t) = T_m \exp(-x/l)H(t)$ , где температура поверхности

$$T_m = \frac{p_0 a}{\lambda} t_d.$$

Получен стационарный профиль убывания температуры по толщине  $l$  с максимальной температурой на поверхности. Это означает, что импульс мгновенный и полное выделение энергии  $Q = p_0 l t_d = q t_d$  сохраняет фиксированное значение при  $t_d \rightarrow 0$ .

Для решения волнового уравнения (3.10) поставим к нему следующие условия:

а) до воздействия импульса напряжения в конструкции равны нулю, т.е.: при  $t < 0$  и  $x > 0$ ,  $\sigma_x(x,t) = 0$ ;

б) на значительном удалении от поверхности напряжения стремятся к нулю: при  $x \rightarrow \infty$  и  $t > 0$ ,  $\sigma(x,t) \rightarrow 0$ ;

в) скачкообразное изменение напряжений в момент начала воздействия теплового импульса:

$$t = 0; \quad \sigma(0,t) = 0, \quad \sigma_x(x,0+) = -3\alpha k T(x,0+), \quad (3.12)$$

но так как  $du/dx = 0$  и поэтому  $\varepsilon_x(x,0+) = 0$ , то из (3.8)

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial t}(x,0+) = 0 \text{ при } x > 0.$$

Из (3.12) видно, что начальные напряжения при  $t=0$  возрастают скачком.

Введя новые независимые переменные  $\xi = x/l$  и  $\eta = ct/l$  в (3.10):

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = \frac{\partial \sigma_x}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{1}{l} \frac{\partial \sigma_x}{\partial \xi}; \quad \frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial x^2} = \frac{1}{l^2} \frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial \xi^2}; \quad \frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial t^2} = \frac{c^2}{l^2} \frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial \eta^2};$$

$$\frac{1}{l^2} \frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial \xi^2} = \frac{1}{l^2} \frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial \eta^2} + \frac{3\alpha k}{l^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \eta^2} \frac{T_m}{T_m}$$

и обозначение для безразмерных напряжений  $\Theta = \frac{\sigma_x}{3\alpha k T_m}$ , получим

$$\frac{\partial^2 \Theta}{\partial \xi^2} = \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \left( \frac{T}{T_m} \right) = \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \left( \exp\left(-\frac{x}{l}\right) H(t) \right).$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$\Theta(\xi, \eta) = -\exp(-\xi) \operatorname{ch} \eta \quad \text{при } \xi > \eta; \quad \Theta(\xi, \eta) = \exp(-\eta) \operatorname{sh} \xi \quad \text{при } \xi < \eta.$$

В фиксированный момент времени, когда  $\eta$  постоянно, при  $\xi > \eta$  напряжения сжимающие, равны нулю при  $\xi \rightarrow \infty$  и имеют максимальное значение при  $\xi = \eta$  (рис. 20). Здесь напряжения имеют скачок, так как при  $\xi < \eta$  они растягивающие и при  $\xi = 0$  стремятся к нулю. Найдем максимальное напряжение, полагая  $\xi = \eta$ .

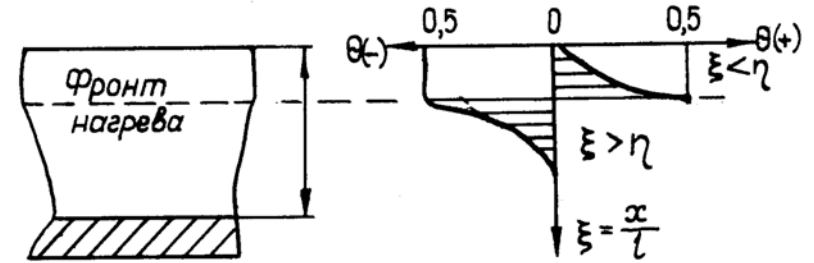


Рис. 20. Температурные напряжения при тепловом ударе

Так как  $\operatorname{sh} \xi = (e^\xi - e^{-\xi})/2$ , то в растянутой зоне

$$\Theta(\xi, \xi) = \exp(-\xi) \frac{e^\xi - e^{-\xi}}{2} = \frac{1}{2} [1 - \exp(-2\xi)].$$

При движении фронта внутрь тела  $\eta = \xi \rightarrow \infty$  и  $\Theta(\xi, \xi) \rightarrow 1/2$ , поэтому наибольшее растягивающее напряжение равно:

$$\sigma_x = 1,5\alpha T_m k; \quad T_m = \frac{p_0 a}{\lambda} t_d; \quad p_0 = \frac{q}{l}.$$

Так как  $\operatorname{ch} \xi = (e^{\xi} + e^{-\xi})/2$  то для сжимающих напряжений при  $\eta = \xi$

$$\Theta(\xi, \xi) = -e^{-\xi} \left( (e^{\xi} + e^{-\xi})/2 \right) = -1/2 (1 + \exp(-2\xi)) \quad \xi > \eta,$$

т.е. их максимальное значение также стремится к 1/2.

Оценим порядок максимальных напряжений в стальной стенке и твердом топливе.

*Стальная стенка:*  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} 1/^{\circ}\text{C}$ ;  $T_m = 40^{\circ}\text{C}$ ;  $\mu = 0,3$ ;  
 $E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Н/м}^2$ ; предел прочности –  $\sigma_b = 1,2 \cdot 10^9 \text{ Н/м}^2$ .

$$\text{Имеем } k = \frac{E}{3(1-2\mu)} = \frac{2 \cdot 10^{11}}{3 \cdot 0,4} = \frac{5}{3} \cdot 10^{11} \text{ и } \sigma_x = 1,2 \cdot 10^8 \text{ Н/м}^2, \text{ т.е.}$$

максимальные напряжения в 10 раз меньше предела прочности, но скачок напряжений в два раза больше. Следует заметить, что максимальная температура поверхности составляет всего  $40^{\circ}\text{C}$ .

*Твердое топливо* [4]. Для смесового топлива  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-4} 1/^{\circ}\text{C}$ ;  $T_m = 40^{\circ}\text{C}$ ;  $\mu = 0,35$ ;  $E = 2 \cdot 10^7 \text{ Н/м}^2$ . Получим  $k = 2,22 \cdot 10^7$ ,  $\sigma_x = 1,6 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2$ .

Для баллистического топлива  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-4} 1/^{\circ}\text{C}$ ;  $T_m = 40^{\circ}\text{C}$ ;  $\mu = 0,35$ ;  $E = 2 \cdot 10^8 \text{ Н/м}^2$ . Получим  $k = 2,22 \cdot 10^8$ ,  $\sigma_x = 1,6 \cdot 10^6 \text{ Н/м}^2$ .

#### 4. ГОЛОВНОЙ ОТСЕК В КОНЦЕ АКТИВНОГО УЧАСТКА

На основании анализа нагрузок, действующих на головной отсек, входящий в плотные слои атмосферы (см. разд. 1), установлено, что часть оболочек, из которых образован корпус головной части, таких как стабилизирующая юбка и цилиндр между сосредоточенными грузами, имеют в меридиональном направлении растягивающие напряжения и поэтому работают только на прочность. В то же время на активном участке траектории полета ракеты эти оболочки сжаты в осевом направлении и могут потерять устойчивость. Днище, заполненное сыпучим наполнителем, в конце активного участка траектории нагружено наибольшим давлением из-за осевых перегрузок.

#### 4.1. Устойчивость оболочек корпуса

Наибольшие осевые сжимающие нагрузки в оболочках, которые растянуты на участке входа в плотные слои атмосферы, возникают в конце активного участка. Поэтому для стабилизирующей юбки, например (рис. 21),

$$\sigma_1 = f \frac{(G_1 + G_2)n_{x1}^0}{2\pi r \delta \cos \psi_2},$$

где  $G_1, G_2$  – веса грузов;  $n_{x1}^0 \approx T/G_k$  – осевая перегрузка в конце активного участка;  $G_k$  – вес всей ракеты в конце активного участка;  $\psi_2$  – угол полураствора конической оболочки;  $T$  – тяга двигателя.

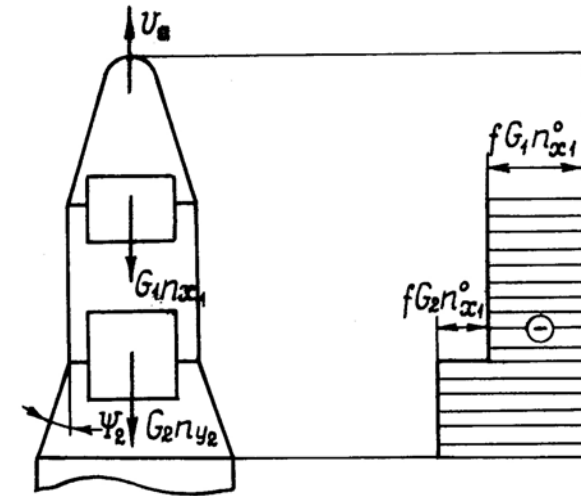


Рис. 21. Нагрузки на головной отсек в конце активного участка

Критические напряжения потери устойчивости слабоконической оболочки ( $\psi_2 < 20^\circ$ ), сжатой в осевом направлении, определяются по формуле  $\sigma_{кр} = (0.15 \pm 0.35)E(\delta/R_2)$ . Тогда коэффициент запаса устойчивости проверяемой оболочки  $\eta = \sigma_{кр} / \sigma_1 \geq 1$ .

Аналогично проверяются на устойчивость и цилиндрические оболочки корпуса головного отсека.

## 4.2. Напряжения в днище и крышке днища

Расчетным случаем для днища и крышки его горловины является нагружение наседающей массой наполнителя в конце активного участка траектории, когда осевые перегрузки будут наибольшими.

Будем считать, что при нагружении днища (рис. 22) наполнитель ведет себя как жидкость, давление в которой вычисляется по барометрической формуле.

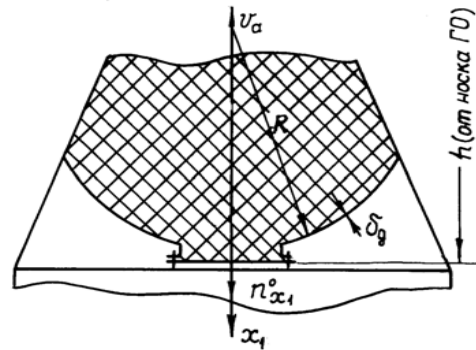


Рис. 22. Днище и крышка днища в конце активного участка

Для определения меридиональных напряжений составим уравнение равновесия части днища в проекции на ось симметрии головного отсека (рис. 23). Весом днища по сравнению с весом наполнителя пренебрегаем:

$$-\sigma_1 2\pi r \delta_d \sin \varphi + f(p(x_1)\pi r^2 + Gn_{x_1}^0) = 0, \quad (4.1)$$

где  $p(x_1) = \gamma_0 n_{x_1}^0 x_1$  – давление в жидкости;  $G$  – вес жидкости в выделенной части днища.

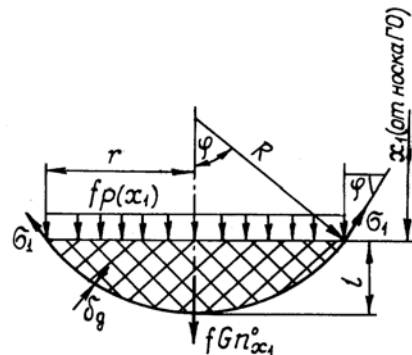


Рис. 23. Схема нагружения выделенной части днища



Из (4.1) получаем следующее выражение для меридиональных напряжений:

$$\sigma_1 = f \frac{(\gamma_0 n_{x1}^0 x_1 + \frac{G n_{x1}^0}{\pi r^2}) r}{2 \delta_d \sin \varphi}. \quad (4.2)$$

Данное выражение справедливо для осесимметричного днища любой формы. Форма днища влияет на вес жидкости  $G$  в выделенной части. Рассмотрим для примера порядок вычисления напряжений в полусферическом днище. Так как  $G = \gamma_0 V$ , то в первую очередь необходимо определить объем выделенной части  $V$ .

Объем шарового сегмента равен:

$$V = \frac{1}{3} \pi l^2 (3R - l),$$

где  $l$  – высота сегмента;  $R$  — радиус днища.

В данном случае  $l = R - R \cos \varphi$ , поэтому

$$V = \frac{\pi R^3}{3} [\cos^3 \varphi - 3 \cos \varphi + 2]$$

и

$$G = \gamma_0 \frac{\pi R^3}{3} [2 - 3 \cos \varphi + \cos^3 \varphi]. \quad (4.3)$$

Подставляя (4.3) и  $r = R \sin \varphi$  в выражение (4.2), получаем после преобразований

$$\sigma_1 = f \frac{\gamma_0 n_{x1}^0 R \left[ x_1 + \frac{1}{3} \frac{R}{\sin^2 \varphi} (2 - 3 \cos \varphi + \cos^3 \varphi) \right]}{2 \delta_d}. \quad (4.4)$$

При  $\varphi = 0$  второе слагаемое в квадратных скобках обращается в неопределенность типа  $0/0$ , раскрывая которую по правилу Лопиталя, убеждаемся, что это слагаемое равно нулю и поэтому здесь

$$\sigma_1(h) = f \frac{\gamma_0 n_{x1}^0 R}{2 \delta_d} h = \max \sigma_1, \quad (4.5)$$

где  $h$  – полная высота столба сыпучего материала в головном отсеке.

Из уравнения Лапласа получаем выражение для определения тангенциальных напряжений:

$$\sigma_2 = (p_p R / \delta_d) - \sigma_1, \quad (4.6)$$

где  $p_p = fp(x_1) = f\gamma_0 n_{x1}^0 x_1$ ;  $x_1$  – расстояние от носка до рассматриваемого сечения в днище. Подставляя (4.4) в (4.6), получаем

$$\sigma_2 = f \frac{\gamma_0 n_{x1}^0 R}{2\delta_d} \left[ x_1 - \frac{1}{3} \frac{R}{\sin^2 \varphi} (2 - 3 \cos \varphi + \cos^3 \varphi) \right].$$

При  $\varphi = 0$  тангенциальные напряжения равны меридиональным и определяются по формуле (4.5). Напряжения в этой точке днища будут максимальными, и поэтому они используются для определения коэффициента запаса прочности днища  $\eta = \sigma_s / \max \sigma_1 \geq 1$  ( $\sigma_s$  – предел прочности).

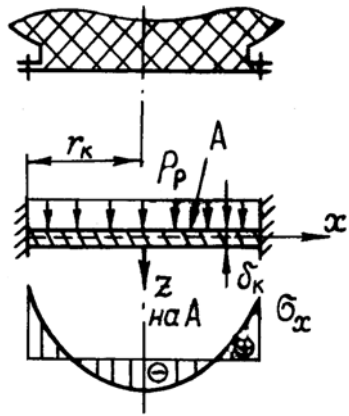


Рис. 24. Крышка днища  
головного отсека

Для формы днища, отличной от полусферической, возможно возникновение зон отрицательных напряжений, и поэтому оценку прочности днища необходимо вести по эквивалентным напряжениям, используя для определения их третью теорию прочности.

Крышка днища головного отсека (рис. 24) обычно представляет собой круглую пластинку, закрепленную по контуру и нагруженную внешним давлением  $p_p = f\gamma_0 n_{x1} h$ .

В этом случае пластинка работает на изгиб. Максимальные на-

пряжения возникают в заделке и равны:  $\sigma_{\max} = \frac{3}{4} p_p \left( \frac{r_k}{\delta_k} \right)^2$ , где

$r_k$  – радиус крышки, а  $\delta_k$  – ее толщина.

Для крышек, имеющих центральное крепление или подкрепляющие ребра, выражения для максимальных напряжений приведены в [6, 21].

## 5. ОТСЕКИ, НАГРУЖЕННЫЕ ВНЕШНИМ ДАВЛЕНИЕМ

Для повышения несущей способности отсеков, нагруженных внешним давлением, их надувают внутренним давлением или подкрепляют силовым набором.

Простейший вид подкрепления – кольца-шпангоуты, делящие гладкую оболочку на участки меньшей длины, которые теряют устойчивость при больших критических давлениях, чем вся гладкая оболочка. Это хорошо видно из формулы П.Ф. Папковича, позволяющей определить критическое давление потери устойчивости гладкой оболочки средней длины:

$$p_{кр} = 0,92E(R/l)(\delta/R)^{5/2}, \quad (5.1)$$

в которой длина  $l$  стоит в знаменателе, поэтому уменьшение длины оболочки увеличивает  $p_{кр}$ . Рассмотрим сначала проективный расчет шпангоутного отсека.

### 5.1. Шпангоутный отсек

Отсек представляет собой гладкую оболочку толщиной  $\delta$ , подкрепленную изнутри шпангоутами площадью  $F_{ш}$ , расположенными на одинаковом расстоянии друг от друга  $l$ . Отсек нагружен постоянным внешним давлением  $p_p = fp$  (рис. 25), где  $f$  – коэффициент безопасности;  $p$  – внешнее давление.

Для определения проектных размеров отсека: толщины  $\delta$ ; расстояния между шпангоутами  $l$ ; площади промежуточных шпангоутов  $F_{ш}$  – имеются два условия работоспособности: общей и местной устойчивости отсека. В качестве третьего примем условие минимума массы отсека по расстоянию между шпангоутами.

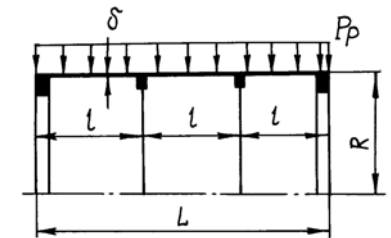


Рис. 25. Схема шпангоутного отсека

Преобразуем сначала выражение для критического давления общей устойчивости отсека:

$$p_{кр}^0 = 4 \frac{\pi R}{L} \left( \frac{B_1}{R} \right)^{1/4} \left( \frac{D_2}{3R^3} \right)^{3/4}, \quad (5.2)$$

в котором  $B_1 = E\delta$  – жесткость оболочки на растяжение в осевом направлении;  $D_2 = D + (EJ_{ш}/l)$  – цилиндрическая жесткость в тангенциальном направлении;  $J_{ш}$  – момент инерции шпангоута.

Обозначая суммарный момент инерции шпангоута с примыкающей к нему обшивкой

$$I_{шп} \cong J_{шп} + \frac{l\delta^3}{12(1-\mu^2)},$$

а также вводя безразмерную жесткость шпангоута

$$\xi = \frac{12(1-\mu^2)}{\delta^3 l} I_{шп}. \quad (5.3)$$

перепишем теперь (5.2) так:

$$p_{кр}^0 = 0,92E \frac{R}{L} \left( \frac{\delta}{R} \right)^{5/2} \xi^{3/4}. \quad (5.4)$$

Критическое давление местной потери устойчивости участка оболочки между шпангоутами определяется по формуле (5.1). Приравнявая (5.1) и (5.4), находим связь между безразмерной жесткостью шпангоутов  $\xi$  и расстоянием между ними  $l$ :

$$\xi = n^{4/3}, \quad (5.5)$$

где  $n = L/l$  – количество участков, на которые шпангоуты делят оболочку.

В [18] вместо (5.5) предлагается зависимость, лучше согласующаяся с экспериментальными данными:

$$\xi = 0,458n^{5/3}, \quad (5.6)$$

которая и будет использоваться в дальнейшем.

Второе условие работоспособности можно использовать для определения толщины  $\delta$ , однако здесь воспользуемся преобразованием, которое, наряду с решением поставленной задачи, позволит установить граничные значения нагрузки между гладким и шпангоутным отсеками. Обозначая  $\delta_{гл}$  толщину гладкой оболочки без подкреплений длиной  $L$  и считая, что гладкая и подкрепленная оболочки равноустойчивы, приравниваем критические давления:

$$0,92E \frac{R}{l} \left( \frac{\delta}{R} \right)^{5/2} = 0,92E \frac{R}{L} \left( \frac{\delta_{гл}}{R} \right)^{5/2}$$

и получаем

$$\delta = \delta_{\text{гл}} / n^{0,4}. \quad (5.7)$$

При этом  $\delta_{\text{гл}}$  находится по известному внешнему давлению:

$$\delta_{\text{гл}} = R \left( \frac{p_p}{0,92E} \right)^{0,4} \left( \frac{L}{R} \right)^{0,4}. \quad (5.8)$$

Выразим через  $n$  и  $\xi$  эквивалентную толщину шпангоутного отсека, воспользовавшись следующим выражением:  $\delta_{\text{э}} = \delta + (F_{\text{шп}}/l)$ , или, с учетом (5.7),

$$\bar{\delta} = \delta_{\text{э}}/\delta_{\text{гл}} = 1/n^{0,4} + F_{\text{шп}}/l\delta_{\text{гл}}. \quad (5.9)$$

Но  $I_{\text{шп}} = kF_{\text{шп}}^2$ , где коэффициент  $k$  зависит от формы поперечного сечения шпангоута, поэтому

$$F_{\text{шп}} = \sqrt{I_{\text{шп}}/k}. \quad (5.10)$$

Так как на основании (5.3) и (5.5)  $I_{\text{ш}} = \frac{0,458\delta^3 l}{12(1-\mu^2)} n^{5/3}$ , то с учетом (5.7) после преобразований

$$I_{\text{ш}} = \frac{\delta_{\text{гл}}^3 L}{22,5n^{8/15}}. \quad (5.11)$$

Подставляя (5.11) в (5.10) и полагая  $n^{8/15} \approx 1$ , получаем

$$F_{\text{ш}} \cong \frac{\chi \delta_{\text{гл}}}{n^{0,4}} \frac{\sqrt{L\delta_{\text{гл}}}}{l},$$

где коэффициент  $\chi = 1/\sqrt{22,5k}$ .

Теперь (5.9) можно переписать так:  $\bar{\delta} = \frac{1}{n^{0,4}} + \frac{\chi}{n^{0,4}} \frac{\sqrt{L\delta_{\text{гл}}}}{l}$ .

Подставив сюда выражение (5.8) для  $\delta_{\text{гл}}$ , получим окончательно  $\bar{\delta} = \frac{1}{n^{0,4}} + \lambda n^{0,6}$ , где  $\lambda$  – коэффициент, зависящий от внешнего давления, модуля упругости и размеров отсека, – равен:

$$\lambda = \chi \left( \frac{p_p}{0,92E} \right)^{0,2} \left( \frac{R}{L} \right)^{0,3}.$$

Воспользуемся третьим из перечисленных выше условий, взяв производную от  $\bar{\delta}$  вблизи точки минимума в зависимости от  $\bar{\delta}$  и приравняв ее нулю:

$$\frac{d\bar{\delta}}{dn} = \frac{\lambda n^{0,4} - 0,4(1 + \lambda n)n^{-0,6}}{n^{0,8}} = 0,$$

откуда находим, что отсек имеет наименьшую массу при  $n_{\text{opt}} = 2/(3\lambda)$ , а соответствующая эквивалентная толщина отсека  $\bar{\delta}_{\text{opt}} = 1,96\lambda^{0,4}$ .

Исследуем характер поведения  $\bar{\delta}$  вблизи точки минимума в зависимости от  $n$  и с этой целью составим отношение

$$\Delta = \frac{\bar{\delta}}{\bar{\delta}_{\text{opt}}} = \frac{(1 + \lambda n)3n_{\text{opt}}^{0,4}}{5n^{0,4}} = \frac{(3 + 2n/n_{\text{opt}})}{5(n/n_{\text{opt}})^{0,4}}.$$

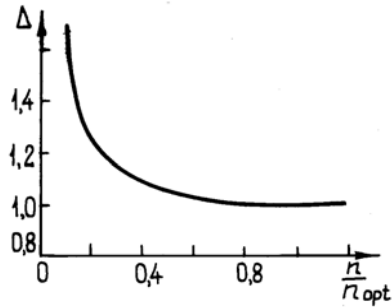


Рис. 26. Влияние числа пролетов на массу отсека

Из графика зависимости  $\Delta(n/n_{\text{opt}})$  (рис. 26) следует, что, начиная с  $\Delta(n/n_{\text{opt}}) > (0,4 \div 0,5)$ , отклонение количества пролетов от оптимального несущественно увеличивает массу отсека, поэтому окончательное число пролетов можно уменьшать до двух раз по сравнению с оптимальным и

это практически не скажется на массе отсека [18].

Для определения границы между гладким и шпангоутным отсеками подставим  $n_{\text{opt}}$  в выражение для  $\bar{\delta}$  и получим

$$\bar{\delta}_{\text{opt}} = 1,96\lambda^{0,4}.$$

Граница будет при  $\bar{\delta}_{\text{opt}} = 1$ , что соответствует  $\lambda_0 = 0,186$ . Поэтому при  $\lambda < 0,186$  шпангоутный отсек имеет меньшую массу, чем гладкий, а при  $\lambda > 0,186$  наоборот. Дальнейший расчет отсека сводится к подбору размеров сечения шпангоута по известной площади сечения  $F_{\text{ш}}$  и выбранной форме поперечного сечения.

## 5.2. Вафельный отсек

Вафельный отсек имеет продольные стрингеры и поперечные шпангоуты прямоугольного поперечного сечения, которые составляют единое целое с гладкой стенкой (рис. 27).

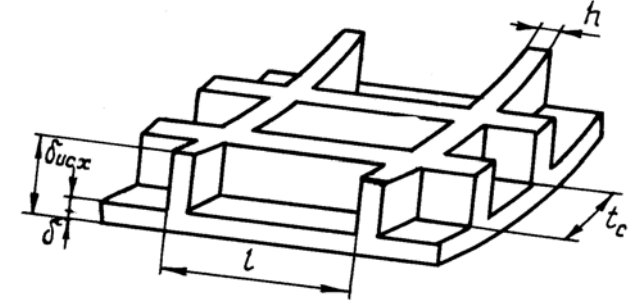


Рис. 27. Схема подкреплений в вафельном отсеке

Вафельный отсек получается удалением материала из гладкой оболочки с начальной толщиной  $\delta_{исх}$ , поэтому в качестве одного из проектных параметров удобно взять отношение исходной толщины оболочки к окончательной:  $\psi = \delta_{исх} / \delta$ . Выразим через  $\psi$  формулу для критического давления общей потери устойчивости (5.2), в которой жесткость на растяжение в осевом направлении теперь равна:

$$B_1 = E\delta \left( 1 + \frac{F_c}{l\delta} \right), \quad (5.12)$$

а изгибная жесткость в тангенциальном

$$D_2 = D \left( 1 + \frac{EJ_{ш}}{lD} \right). \quad (5.13)$$

но

$$\begin{aligned} \frac{F_c}{l\delta} &= \frac{h(\delta_{исх} - \delta)}{l\delta} = \frac{h}{l}(\psi - 1); \\ \frac{EJ_{ш}}{lD} &= \frac{h(\delta_{исх} - \delta)^3 12(1 - \mu^2)}{12l\delta^3} \cong \frac{h}{l}(\psi - 1)^3. \end{aligned} \quad (5.14)$$

Подставляя (5.12) и (5.13) в (5.2), с учетом (5.14) после преобразований получаем

$$p_{кр}^0 = 0,92E \frac{R}{L} \left( \frac{\delta}{R} \right)^{5/2} \sqrt[4]{\left[ 1 + \frac{h}{l}(\psi - 1) \right] \left[ 1 + \frac{h}{l}(\psi - 1)^3 \right]^3}.$$

Для определения размеров вафельной оболочки воспользуемся следующими условиями:

1) общей устойчивости оболочки  $p_p \leq p_{кр}^0$ .

2) местной устойчивости участка оболочки между рёбрами  $\sigma_2 \leq \sigma_{кр}^M$  ;

3) местной устойчивости ребра  $\sigma_2 \leq \sigma_{кр}^P$  ;

4) минимума массы.

На основании рекомендаций [18] для обеспечения местной устойчивости ребра принимаем  $\psi = (5 \div 6)$ . Вместо массы отсека будем искать экстремум эквивалентной толщины стенки гладкого отсека

$$\delta_3 = \delta + 2 \frac{h}{l} \delta(\psi - 1).$$

Преобразуем записанное выражение к виду, удобному для отыскания экстремума по одной из переменных.

Из условия общей устойчивости отсека

$$\delta = R \left\{ \left( \frac{p_p L}{0,92ER} \right) \frac{1}{\sqrt[4]{[1 + \eta(\psi - 1)][1 + \eta(\psi - 1)^3]^3}} \right\}^{0,4}, \quad (5.15)$$

где  $\eta = \frac{h}{l}$  .

Но если оболочка гладкая и имеет толщину  $\delta_{гл}$ , то из условия ее устойчивости от внешнего давления

$$\delta_{гл} = R \left( \frac{p_p L}{0,92ER} \right)^{0,4},$$

поэтому (5.15) можно переписать так :

$$\delta = \delta_{гл} \left\{ \frac{1}{\sqrt[4]{[1 + \eta(\psi - 1)][1 + \eta(\psi - 1)^3]^3}} \right\}^{0,4}, \quad (5.16)$$

и тогда безразмерная эквивалентная толщина отсека

$$\bar{\delta} = \frac{\delta_3}{\delta_{гл}} = \frac{1 + 2\eta(\psi - 1)}{\left\{ \sqrt[4]{[1 + \eta(\psi - 1)][1 + \eta(\psi - 1)^3]^3} \right\}^{0,4}}.$$

Считая  $\psi$  известным, находим  $\eta$  из условия минимума  $\bar{\delta}$ , т.е.  $d\bar{\delta}/d\eta = 0$  .



Решение этого уравнения удобно находить численно или графически, так как оптимум  $\bar{\delta}$  по  $\eta$  довольно пологий.

Теперь, зная  $\delta_{\text{гл}}, \psi, \eta_{\text{опт}}$ , находим толщину  $\delta$  из (5.16), а для определения расстояния между ребрами воспользуемся условием местной устойчивости участка оболочки между ребрами:

$$\sigma_2 = \sigma_{\text{кр}}^{\text{м}} \quad \text{или} \quad p_{\text{р}} R / \delta = 3,6 E (\delta / l)^2, \quad \text{из которого} \quad l = \delta \sqrt{\frac{3,6 E}{p_{\text{р}} R}}.$$

Теперь  $h = \eta_{\text{опт}} l$ ;  $\delta_{\text{исх}} = \psi \delta$  и все размеры отсека определены. Далее необходимо провести конструкторское проектирование отсека, после чего в рамках проверочного расчета найти коэффициенты запаса устойчивости отсека и его элементов.

### 5.3. Шпангоуты

В отсеках, нагруженных внешним давлением, применяют нормальные, силовые и стыковочные шпангоуты.

Нормальный шпангоут придает отсеку заданную геометрическую форму, а также делит его на части, повышая жесткость и критическое давление потери устойчивости.

Силовой шпангоут, предназначенный для крепления грузов внутри отсека, выполняет одновременно и функции нормального шпангоута.

Стыковочные шпангоуты имеются в отсеке всегда, так как обеспечивают соединение со смежными отсеками ракеты. В отличие от нормальных шпангоутов, на силовой и стыковочный шпангоуты действует нагрузка, перпендикулярная их плоскости.

#### 5.3.1. Нормальный шпангоут

Шпангоут представляет собой кольцо с различной формой поперечного сечения. Работает на погонную нагрузку, действующую в его плоскости, которую через внешнее давление можно выразить так:  $q = p_{\text{р}} l$ , где  $l$  – расстояние между шпангоутами (рис. 28);  $p_{\text{р}} = f p$  – расчетное внешнее давление.

Под действием этой нагрузки шпангоут сжимается, а напряжения, возникшие в его сечении, определяются из условия равновесия одной четвертой части кольца шпангоута в проекции на

ось  $y$  (рис. 29). Имеем  $qR = \sigma_{ш} F_{ш}$ , откуда напряжение в шпангоуте  $\sigma_{ш}$ , выраженное через площадь его сечения  $F_{ш}$  и нагрузку  $q$ , равно:  $\sigma_{ш} = qR / F_{ш}$ .

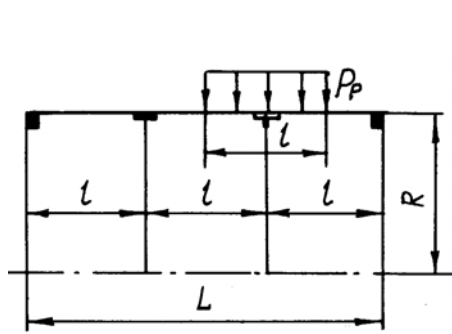


Рис. 28. Погонная нагрузка на нормальном шпангоуте

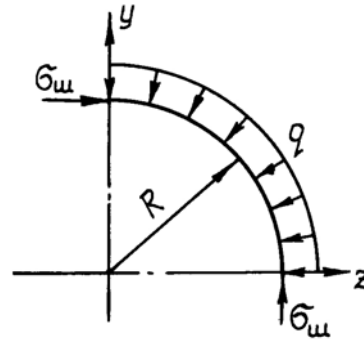


Рис. 29. Схема равновесия четверти кольца

Полученное в результате проектировочного расчета значение площади шпангоута должно удовлетворять условиям прочности и устойчивости. При проверке на прочность сравниваем напряжения в шпангоуте с пределом текучести, а коэффициент запаса прочности равен:  $\eta_1 = \sigma_{0,2} / \sigma_{ш} \geq 1$ .

Далее шпангоут проверяется на общую и местную устойчивость, а коэффициент запаса устойчивости  $\eta_2 = q_{кр} / q \geq 1$ , где критическая погонная нагрузка, определяемая с учетом подкрепляющего влияния примыкающей к шпангоуту оболочки, равна [30]:

$$q_{кр} = \frac{3EJ_{ш}}{R^3} + 0,4 \frac{E\delta^2}{R} \sqrt{\frac{\delta}{R}}.$$

Чтобы определить момент инерции сечения шпангоута, необходимо знать его форму или коэффициент  $k$  в выражении, связывающем момент инерции и площадь шпангоута:  $J_{ш} = kF_{ш}^2$ .

Задаваясь конфигурацией сечения, можно подобрать толщину и размеры его элементов по известным площади сечения и условиям местной устойчивости криволинейных пластинок, из которых состоит профиль шпангоута.

Рассмотрим порядок определения размеров сечения шпангоута на примере равнобокого уголкового профиля (рис. 30). В этом случае два неизвестных –  $h$ ,  $b$  и два условия для их определения:

$$F_{\text{ш}} = h^2(2b/h - 1) \quad \sigma_{\text{ш}} = 0,3825E(h/b)^2,$$

из которых

$$b/h = \sqrt{\frac{0,3825E}{\sigma_{\text{ш}}}}, \quad h = \sqrt{\frac{F_{\text{ш}}}{(2b/h - 1)}}.$$

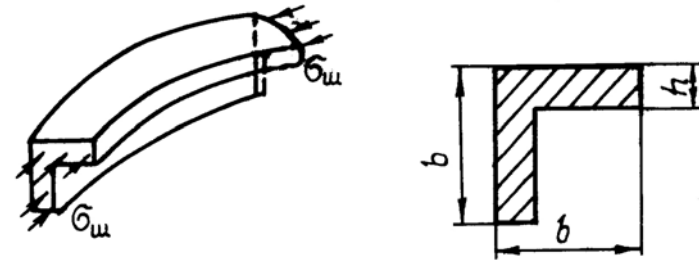


Рис. 30. Сечение уголкового профиля

Окончательные размеры  $b$  и  $h$  уточняются на стадии конструкторского проектирования.

### 5.3.2. Силовой шпангоут

Основной нагрузкой, кроме внешнего давления, воспринимаемой силовым шпангоутом, является осевая погонная сила  $T$ , действующая на него со стороны закрепленного груза (рис. 31, где показаны все погонные силы и моменты, действующие на шпангоут со стороны примыкающих к нему оболочек). Если принять в качестве положительных направление вверх для погонных сил, а вращение против часовой стрелки – для погонных моментов, то погонная сила, действующая на шпангоут, и погонный момент равны соответственно:

$$q = Q_1 - Q_2 - p_p(a + b),$$

$$m_{\text{шп}} = M_2 - M_1 - T \cdot c + Q_1 \cdot a + Q_2 \cdot b.$$

Теперь из-за поворота вокруг центра тяжести сечения наибольшие напряжения возникают на его краях и определяются по формуле

$$\sigma = \frac{Ew}{R} = \frac{E}{R}(w_{\text{шп}} \pm \theta_{\text{шп}} x_i), \quad (5.18)$$

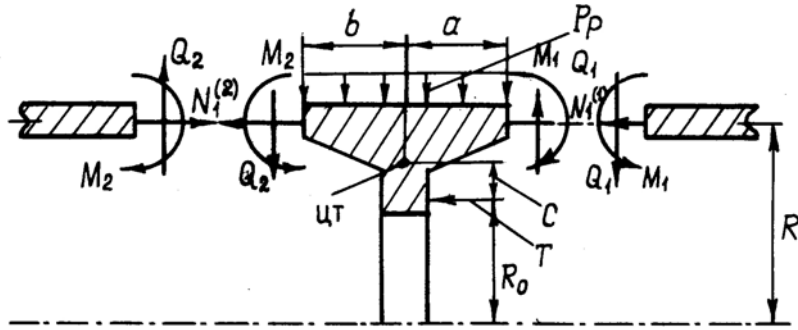


Рис. 31. Схема нагружения силового шпангоута

где верхний знак и  $x_i = a$  относятся к правому краю шпангоута, а нижний знак и  $x_i = b$  — к левому. Перемещение центра тяжести шпангоута  $w_{\text{шп}}$  в направлении, перпендикулярном оси отсека, после приравнивания тангенциальной деформации, определенной из геометрических и физических уравнений, т.е.  $\varepsilon_2^0 = w_{\text{шп}}/R = \sigma_{\text{шп}}/E$  или  $w_{\text{шп}}/R = qR/(F_{\text{шп}}E)$ , равно:

$$w_{\text{шп}} = qR^2/F_{\text{шп}}E. \quad (5.19)$$

Для определения угла поворота шпангоута составим сумму моментов относительно оси  $y$  для одной четвертой части шпангоута, на которую действуют погонный момент  $m_{\text{шп}}$  (рис. 32) и напряжения  $\sigma_m$  по его сечению. Так как напряжения по сечению шпангоута переменные, то условие равновесия выделенной части имеет вид

$$m_{\text{шп}}R = \int_{F_{\text{ш}}} \sigma_m \eta dF. \quad (5.20)$$

Но напряжения в любой точке шпангоута, создаваемые моментом, равны:  $\sigma_m = (E\theta_{\text{шп}}/R)\eta$ , поэтому (5.20) запишем так:

$$E\theta_{\text{шп}}/R \int_{F_{\text{ш}}} \eta^2 dF = m_{\text{шп}}R,$$

откуда

$$\theta_{\text{шп}} = m_{\text{шп}}R^2/EJ_y, \quad (5.21)$$

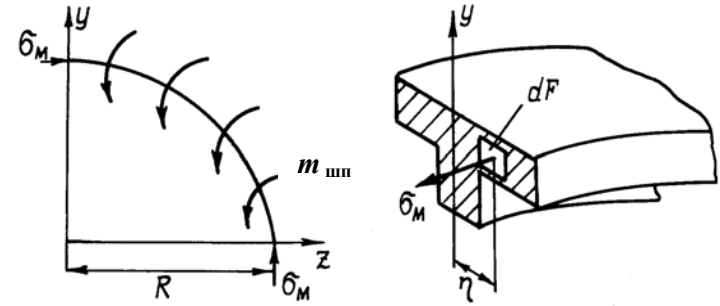


Рис. 32. Схема нагружения силового шпангоута погонным моментом

где  $J_y = \int_{F_{\text{шп}}} \eta^2 dF$  – момент инерции сечения шпангоута относительно центральной  $y$ , перпендикулярной оси симметрии отсека.

Таким образом, напряжения в любой точке шпангоута определяются по формуле (5.18), если известны  $q$  и  $m_{\text{шп}}$ , которые, в свою очередь, зависят, как это следует из (5.17), от краевых перерезывающих сил  $Q_1$ ,  $Q_2$  и моментов  $M_1$  и  $M_2$ . Для их нахождения необходимо воспользоваться условиями совместности перемещений и углов поворота шпангоута и оболочек, примыкающих к нему слева и справа. Для правого края

$$w_{\text{шп}} + \theta_{\text{шп}} a = -\frac{1}{2\alpha^3 D} Q_1 - \frac{1}{2\alpha^2 D} M_1 - \frac{1}{4\alpha^4 D} \left( p_p - \frac{\mu N_1^{(1)}}{R} \right); \quad (5.22)$$

$$\theta_{\text{шп}} = \frac{1}{2\alpha D} Q_1 + \frac{1}{\alpha D} M_1,$$

а для левого

$$w_{\text{шп}} - \theta_{\text{шп}} b = -\frac{1}{2\alpha^3 D} Q_2 - \frac{1}{2\alpha^2 D} M_2 - \frac{1}{4\alpha^4 D} \left( p_p - \frac{\mu N_1^{(2)}}{R} \right); \quad (5.23)$$

$$\theta_{\text{шп}} = \frac{1}{2\alpha^2 D} Q_2 - \frac{1}{\alpha D} M_2,$$

где  $\alpha = \frac{\sqrt[4]{3(1-\mu^2)}}{\sqrt{R\delta}}$  – коэффициент затухания;  $D = \frac{E\delta^3}{12(1-\mu^2)}$  –

цилиндрическая жесткость оболочки;  $N_1^{(1)}$ ,  $N_1^{(2)}$  – меридиональные погонные усилия в сечениях оболочки. Решая систему урав-

нений (5.22), (5.23) с учетом выражений (5.17), (5.19) и (5.21), находим  $Q_1$ ,  $Q_2$ ,  $M_1$ ,  $M_2$ , а затем и напряжения в шпангоуте, которые необходимо сравнить с пределом текучести.

### 5.3.3. Стыковочный шпангоут

В местах крепления болтов шпангоут нагружен сосредоточенными силами  $P_i$ , перпендикулярными его плоскости (рис. 33).

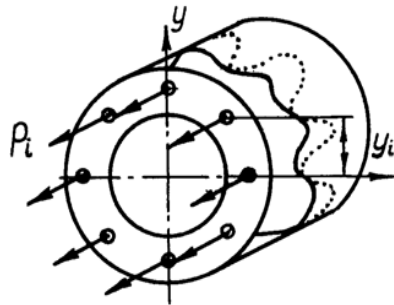


Рис. 33. Нагружение стыковочного шпангоута

В жестком шпангоуте возникают волнообразные внутренние усилия, которые в упругом шпангоуте имеют большой размах (пунктирные линии на рис. 33). Если считать, что внешний момент  $M$  воспринимается только болтами, то напряжения в каждом из них можно определить по формуле

$$\sigma_i = My_i / J, \quad (5.24)$$

в которой  $y_i$  – расстояние от нейтральной оси сечения;

$J = \sum_{i=1}^n f_i y_i^2$  – момент инерции сечения;  $f_i$  – площадь одного болта;

$n$  – число болтов.

При большом количестве болтов момент инерции сечения можно также определить по следующей схеме. Размажем площадь болтов по кольцу шириной  $\Delta$ , полагая  $\pi d \Delta = f_i n$ , где  $d$  – диаметр, на котором расположены болты. Тогда

$$J = \frac{\pi d^3 \Delta}{8} + \pi d \Delta y_0^2,$$

где  $y_0$  – расстояние от оси отсека до нейтральной оси.

Для расчета напряжений в болте необходимо также знать положение нейтральной оси, относительно которой определяется координата  $y_i$  в формуле (5.24). Для жестких шпангоутов в наиболее нагруженном крайнем болте рекомендуется принимать [18]  $y_0 = d$ , а в случае упругих шпангоутов  $y_0 = 3d/4$  (рис. 34). По из-

вестным напряжениям в болтах можно найти силы  $P_i$ , возникающие в них и передающиеся на шпангоут:  $P_i = \sigma_i f_i$ . Максимальные значения этих сил, передаваемые наиболее нагруженным болтом, равны соответственно:

$$P_{\max} = 2,67 M / nd \quad \text{при} \quad y_0 = d; \quad P_{\max} = 4 M / nd \quad \text{при} \quad y_0 = 3d / 4.$$

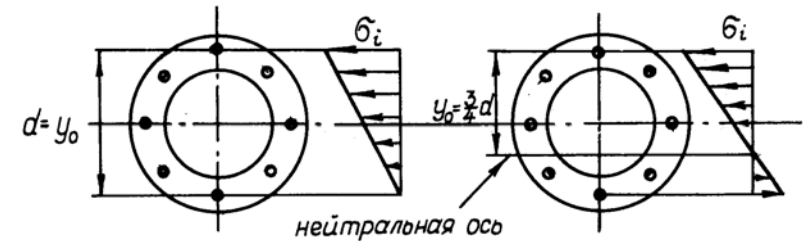


Рис. 34. Эпюры напряжений в болтах

Расчет внутренних усилий в шпангоуте проводится для каждой из сил, создаваемых единичным болтом, а затем результаты суммируются в каждом сечении. На рис. 35 показаны направления внутреннего изгибающего момента  $M$ , крутящего  $H$  и перерезывающей силы  $Q$ , возникающих в сечении шпангоута под действием сосредоточенной силы  $P_i$ . Там же приводятся их эпюры в зависимости от угла  $\varphi$ . Расчет внутренних усилий ведётся по следующим зависимостям [26]:

$M = k_M P_i r$ , где  $r = d / 2$  — радиус окружности болтов;

$$k_M = \frac{1}{2\pi} \left[ \varphi \sin \varphi + \frac{1}{2} \cos \varphi - 1 \right];$$

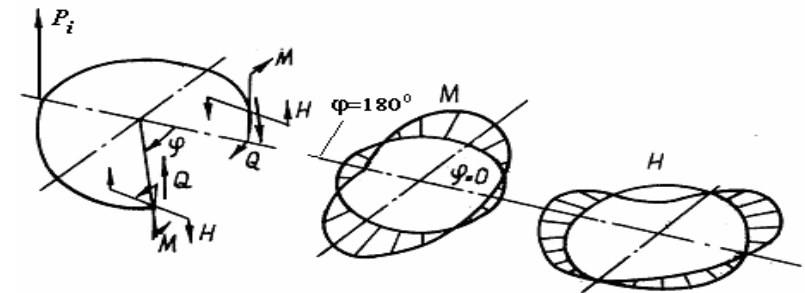


Рис. 35. Внутренние усилия и моменты в шпангоуте

$$Q = k_Q P_i, \text{ где } k_Q = \frac{1}{2\pi}[\varphi - 2\sin\varphi];$$

$$H = k_H P_i r, \text{ где } k_H = \frac{1}{2\pi}[\frac{3}{2}\sin\varphi - \varphi - \varphi\cos\varphi].$$

Суммируя внутренние усилия в сечении шпангоута, создаваемые каждой из сил  $P_i$ , и находя их суммарные значения, вычислим затем нормальные и касательные напряжения в сечении.

## 6. НАГРЕВ ГОЛОВНОГО ОТСЕКА

### 6.1. Тепловой апогей

После пассивного участка траектории головной отсек баллистической ракеты перемещается в атмосфере, приближаясь к поверхности Земли. Из формулы, связывающей тепловой поток и трение,

$$q = \frac{1}{2} c_f \rho v c_p (T_r - T_w), \quad (6.1)$$

где  $c_f$  – коэффициент трения;  $c_p$  – теплоемкость газа при постоянном давлении;  $T_r$ ,  $T_w$  – температура восстановления и температура поверхности стенки соответственно, видно, что функция  $q$  должна иметь экстремум, так как плотность увеличивается, а скорость уменьшается. Найдем высоту, на которой тепловой поток принимает максимальное значение. Выразим входящие в формулу (6.1) переменные величины через высоту  $H$ . Аппроксимируем плотность от высоты зависимостью, приведенной ранее в подразд. 1.1, полагая

$$\rho = \rho_3 e^{-\beta H}, \text{ где } \beta = 0,15 \cdot 10^{-3} \text{ (1/м)},$$

а изменение скорости по формуле (1.5). Далее, так как

$$T_r = T_\infty \left( 1 + r \frac{\gamma - 1}{2} M_\infty^2 \right), \text{ то } T_r - T_w = T_\infty - T_w + r T_\infty \frac{\gamma - 1}{2} M_\infty^2 \approx \\ \approx r T_\infty \frac{\gamma - 1}{2} M_\infty^2, \text{ где разность } (T_\infty - T_w) \text{ обычно значительно}$$

меньше, чем последнее слагаемое с числом Маха, и поэтому отброшена в приведенном выражении. Выразим число Маха через скорость:



$$M_{\infty}^2 = \frac{v^2}{a_{\infty}^2} = \frac{v^2}{\gamma R T_{\infty}} = \frac{v^2 \gamma}{\gamma c_p (\gamma - 1) T_{\infty}} = \frac{v^2}{(\gamma - 1) c_p T}$$

и тогда

$$T_r - T_w = \frac{r T (\gamma - 1) v^2}{2 (\gamma - 1) c_p T_{\infty}} = \frac{r v^2}{2 c_p}.$$

Подставим теперь полученные соотношения в (6.1) и получим

$$q = \frac{1}{2} c_f \rho v c_p \frac{r v^2}{2 c_p} = \frac{1}{4} c_f r \rho v^3$$

или

$$q = \frac{1}{4} r c_f \rho_3 v_a^3 \exp(-\beta H - 3 \frac{B e^{-\beta H}}{\beta}).$$

Находим производную по  $H$  и приравняем ее нулю, считая что  $r, c_f$ , и  $B$  от высоты не зависят:

$$\frac{dq}{dH} = \frac{1}{4} r c_f \rho_3 v_a^3 \exp(-\beta H - \frac{3B}{\beta} e^{-\beta H}) (-\beta + \frac{3B}{\beta} e^{-\beta H} \beta) = 0,$$

откуда  $-1 + 3 \frac{B}{\beta} e^{-\beta H} = 0$  и высота, на которой возникает экстремум теплового потока, равна:

$$H_m = \frac{1}{\beta} \ln \frac{3B}{\beta}. \quad (6.2)$$

На этой высоте возникает максимальный тепловой поток к поверхности головного отсека, входящего в атмосферу. Его величина зависит от массы и аэродинамического сопротивления отсека.

Конечно, высота, на которой достигается экстремум  $q$ , определена приближенно, так как использовалась простейшая формула для теплового потока к пластинке в несжимаемом газе при  $Pr=1$ , однако если формулой (6.2) воспользоваться только для определения высоты, а при расчете тепловых потоков учесть все необходимые факторы, то можно получить более точные результаты.

## 6.2. Конструктивные пути снижения нагрева

Определим количество тепла, поступающее на единицу площади головного отсека за время движения его в плотных слоях атмосферы, а затем рассмотрим возможность уменьшения его за счет изменения его характеристик. Если обозначить через  $Q_\Sigma$  искомое количество тепла, то производная  $dQ/dt$  представляет собой тепловой поток, и поэтому можно записать следующее равенство:

$$q = dQ/dt = 1/4(c_f r \rho v^3). \quad (6.3)$$

Перейдем в полученном обыкновенном дифференциальном уравнении от независимой переменной  $t$  к  $H$ . Если считать, что при входе в атмосферу головной отсек движется по прямой, наклоненной к плоскости горизонта под углом наклона  $\vartheta_a$  вектора скорости в конце активного участка траектории, то тогда

$$\frac{dH}{dt} = -v \sin \vartheta_a,$$

а уравнение (6.3) можно записать так:

$$\frac{dQ}{dH} = \frac{1}{4} \frac{c_f r \rho v^2}{\sin \vartheta_a}$$

или после подстановки выражений для плотности и скорости в зависимости от высоты (см. подразд. 1.1):

$$\frac{dQ}{dH} = -\frac{1}{4} \frac{c_f r \rho_3 v_a^2}{\sin \vartheta_a} e^{-\beta H - 2\frac{B}{\beta}} e^{-\beta H}.$$

Обозначая  $A = \frac{c_f r \rho_3 v_a^2}{4 \sin \vartheta_a}$  и вводя независимую переменную

$z = e^{-\beta H}$ ;  $dz = -\beta e^{-\beta H} dH = -\beta z dH$  получим

$$\frac{dQ}{dH} = \frac{A}{\beta} e^{-2\frac{Bz}{\beta}} \quad \text{или} \quad \int_0^{Q_\Sigma} dQ = \frac{A}{\beta} \int_0^1 e^{-2\frac{Bz}{\beta}} dz,$$

откуда

$$Q_\Sigma = -\frac{A}{2B} e^{-\frac{Bz}{\beta}} \Big|_0^1 = \frac{A}{2B} \left( 1 - e^{-2\frac{B}{\beta}} \right).$$

Данное выражение позволяет определить полное количество тепла, поступающее в стенку головной части за время входа в атмосферу. При  $2(B/\beta) < 0,4$  экспоненту можно разложить в ряд, ограничившись только линейными слагаемыми, т.е.  $e^{-2(B/\beta)} \approx 1 - 2(B/\beta)$  и  $Q_{\Sigma} \approx (A/\beta)$ , т.е. количество тепла не зависит от конструктивных характеристик головного отсека. Если  $2B/\beta \geq 2,4$ , то  $e^{-2(B/\beta)} \approx 0$  и можно уменьшить количество поступающего тепла за счет увеличения конструктивного параметра

$$B = \frac{c_{x1} \rho_3 S_m}{2m_0 \sin \vartheta_a}.$$

Этого можно достичь за счет увеличения  $c_{x1}$  и

площади мишени  $S_m$  или снижения массы головного отсека  $m_0$ . Большой коэффициент силы лобового сопротивления  $c_{x1}$  возникает у плохообтекаемых тел, перед которыми образуется мощный скачок уплотнения и резко возрастает волновая составляющая сопротивления. При этом скорость ГО у поверхности Земли мала. Можно получить умеренные значения  $c_{x1}$  и сверхзвуковые скорости движения ГО у Земли, если выполнить его в виде комбинации конусов с притуплением в носовой части. Другой возможный вариант – создание ГО с регулируемым  $c_{x1}$ , что достигается за счет запрограммированного сбрасывания аэродинамических стабилизаторов или носовых обтекателей.

### 6.3. Прогрев теплозащиты до температуры уноса

Процесс нагрева ТЗП можно разделить на три этапа [8]. На первом этапе происходит движение тепловой волны до того момента, когда температура ТЗП на поверхности, обращенной к воздуху (рис. 36), становится равной температуре уноса покрытия. Далее начинается второй этап нагрева, на котором происходит интенсивный унос покрытия. Для ГО унос покрытия начинается на высотах 40-50 км и заканчивается на 10-15 км, где тепловой поток к ТЗП 73

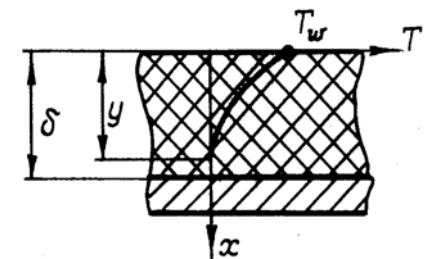


Рис. 36. Распределение температуры в ТЗП на первом этапе

ТЗП уменьшается настолько, что на меньших высотах реализуется третий этап прогрева, который характеризуется тем, что толщина покрытия остается постоянной, наружные слои охлаждаются, а внутренние продолжают прогреваться. Рассмотрим сначала процесс прогрева покрытия на первом этапе.

### 6.3.1. Метод конечных разностей

Предположим, что процесс прогрева покрытия одномерный, излучающие свойства ТЗП не зависят от температуры. Тогда задача о распространении тепла в стенке может быть сформулирована следующим образом.

Уравнение теплопроводности:

$$\frac{dT}{dt} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}. \quad (6.4)$$

Граничное условие на поверхности, обращенной к воздуху:

$$-\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = q_k + q_l - q_w, \quad (6.5)$$

где  $q_k$  – конвективный поток;  $q_l$  – лучистый поток, поступающий к стенке;  $q_w$  – лучистый поток, излучаемый стенкой.

Граничные условия на внутренней стороне покрытия в предположении о том, что к моменту достижения температуры уноса  $T_p$  – толщина прогретого слоя  $y$  меньше толщины покрытия:

$$x = \delta, \quad \lambda \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=\delta} = 0. \quad (6.6)$$

Разобьём толщину  $\delta$  на равные участки длиной  $\Delta x$  и представим (6.4) в конечных разностях, обозначив верхним индексом момент времени, а нижним узел по  $x$ :

$$\frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\Delta t} = a \frac{T_{i+1}^n - 2T_i^n + T_{i-1}^n}{\Delta x^2}. \quad (6.7)$$

Преобразуем (6.7), обозначив  $\underline{P} = \frac{\Delta x^2}{a\Delta t}$ :  $(T_i^{n+1} - T_i^n)\underline{P} = T_{i+1}^n - 2T_i^n + T_{i-1}^n$ , откуда

$$T_i^{n+1} = T_i^n \left( 1 - \frac{2}{\underline{P}} \right) + \frac{1}{\underline{P}} (T_{i+1}^n + T_{i-1}^n). \quad (6.8)$$

Разностная схема (6.7) явная, поэтому она устойчива только при ограничениях на шаг по времени. В данном случае необходимо принимать  $\underline{P} \geq 2$ . Особенно простой вид расчетная формула (6.8) для внутренних узлов разностной сетки принимает при  $p=2$ , когда температура узла  $i$  в момент времени  $(t+\Delta t)$  равна:

$$T_i^{n+1} = (T_{i+1}^n + T_{i-1}^n)/2. \quad (6.9)$$

Расчет температуры в граничных узлах  $I$  – при  $x=0$  и  $N$  при  $x=\delta$  ведётся по формулам, получаемым из условий (6.5) и (6.6). Обозначив температуру в узле  $I$  индексом  $w$ , т.е.  $T_I = T_w$ , получим из (6.5)

$$-\lambda \frac{T_2^{n+1} - T_w^{n+1}}{\Delta x} = q_k(T_w^{n+1}) + q_l(T_w^{n+1}) - q_w(T_w^{n+1}),$$

откуда

$$T_w^{n+1} = T_2^{n+1} + \frac{\Delta x}{\lambda}(q_k + q_l - q_w). \quad (6.10)$$

Так как тепловые потоки в (6.10) зависят от температуры  $T_w$  нелинейно, то эти уравнения на каждом шаге по времени решаются одним из численных методов (итераций, методом Ньютона и т.д.). На второй границе, в узле  $N$ , используется условие (6.6):  $(T_N^{n+1} - T_{N-1}^{n+1})/\Delta x = 0$  из которого и следует, что температуру  $T_N$  необходимо принимать равной температуре в предыдущем узле, т.е.

$$T_N^{n+1} = T_{N-1}^{n+1}. \quad (6.11)$$

Алгоритм расчета температуры в узлах сетки по толщине покрытия может быть следующим.

1. Профиль температуры в первоначальный момент времени, т.е. при  $t=0$ , известен, поэтому из (6.8) или (6.9) определяем температуры во всех узлах, кроме граничных, т.е.  $I$  и  $N$ .

2. Так как  $T_2^{n+1}$  известна, то, решая нелинейное алгебраическое уравнение (6.10), находим температуру поверхности  $T_w^{n+1}$ .

3. Температуру в нижнем граничном узле  $N$  определяем из условия (6.11).

4. Теперь профиль температуры известен в момент времени  $(t+\Delta t)$ , поэтому можно сделать следующий шаг по времени до того момента, когда температура поверхности покрытия  $T_w$  станет равной температуре уноса  $T_p$ .

Тепловые потоки в (6.10) определяются по формулам, приведенным в [23], с учетом зависимости от времени, а параметры

потока, обтекающего головной отсек, из расчета его движения по траектории.

### 6.3.2. Приближённый расчет прогрева ТЗП

Метод конечных разностей позволяет определить распределение температуры в покрытии с любой заранее заданной точностью. Однако для стадии проектных расчетов метод неоправданно трудоемок, что связано с решением нелинейного алгебраического уравнения (6.10) на каждом шаге по времени. Для оценки времени прогрева ТЗП до температуры уноса, толщины прогретого слоя и распределения температуры внутри него можно получить простые аналитические соотношения, если воспользоваться следующими допущениями.

1. Излучением газа и стенки можно пренебречь, а конвективный тепловой поток определять по формуле  $q_k = \alpha(T_r - T_w)$ .

2. Коэффициент теплоотдачи  $\alpha$  и температура восстановления газа  $T_r$  считаются постоянными и равными соответствующему значению в точке траектории, соответствующей тепловому апогею.

3. Теплофизические свойства покрытия не зависят от температуры.

4. Профиль безразмерной температуры в пределах прогретого слоя описывается зависимостью (рис. 36)

$$\theta = \frac{T(x,t)}{T_r} = \theta_w \left(1 - \frac{x}{y}\right)^2 = \theta_w (1 - \xi)^2, \quad (6.12)$$

где  $\theta_w = T_w/T_r$  – безразмерная температура поверхности, зависящая от времени;  $\xi = x/y$  – безразмерная координата;  $y$  – толщина прогретого слоя.

С учетом первого и второго допущений граничное условия (6.5) принимает вид

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = \alpha(T_r - T_w),$$

или в безразмерных переменных:

$$\frac{d\theta}{d\xi} \Big|_{\xi=0} = -\text{Bi}(1 - \theta_w) \eta, \quad (6.13)$$

где  $\eta = y/\delta$ ;  $Bi = \alpha\delta/\lambda$  – критерий Био.

Подставляя (6.12) в (6.13), получаем  $2\theta_w = Bi(1 - \theta_w)\eta$ , откуда безразмерная температура поверхности ТЗП

$$\theta = Bi\eta/(2 + Bi\eta). \quad (6.14)$$

Для определения безразмерной толщины прогретого слоя  $\eta$  воспользуемся уравнением теплопроводности (6.4), интегрируя его по  $x$  от 0 до  $y$  с учетом того, что коэффициент температуропроводности  $a = \lambda/\rho c$ :

$$\rho c - \int_0^{y(t)} \frac{\partial T}{\partial t} dx = \lambda \int_0^y \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} dx = \lambda \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=y} - \lambda \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = \alpha(T_r - T_w). \quad (6.15)$$

На основании граничных условий первое слагаемое в правой части (6.15) равно нулю, а второе – конвективному потоку на поверхности покрытия. Кроме того,

$$\int_0^y \frac{\partial T}{\partial t} dx = \frac{d}{dt} \int_0^y T dx - T(y, t) \frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt} \int_0^y T dx, \quad (6.16)$$

так как температура на границе тепловой волны, т.е. при  $x = y$ , равна нулю. Тогда (6.15) с учетом (6.16) после подстановки профиля температуры (6.12) принимает вид

$$\rho c \frac{d}{dt} \left[ \theta_w y \int_0^1 (1 - \xi)^2 d\xi \right] = \alpha(1 - \theta_w),$$

или, после интегрирования, введения безразмерных переменных и критерия Фурье  $F_0 = at/\delta^2$ ,

$$\frac{1}{3} \left[ \eta \frac{d\theta_w}{dF_0} + \theta_w \frac{d\eta}{dF_0} \right] = Bi(1 - \theta_w). \quad (6.17)$$

Дифференцируя (6.14), а затем подставляя результат и выражение (6.14) в (6.17), получаем

$$\eta \left[ \frac{(2 + Bi\eta) - \eta Bi}{(2 + Bi\eta)^2} \right] \frac{d\eta}{dF_0} + \frac{Bi\eta}{(2 + Bi\eta)} \frac{d\eta}{dF_0} = 3Bi \left[ 1 - \frac{Bi\eta}{(2 + Bi\eta)} \right],$$

откуда  $\frac{dy}{dF_0} \left[ \frac{2Bi\eta}{(2 + Bi\eta)^2} + \frac{Bi\eta}{(2 + Bi\eta)} \right] = \frac{6Bi}{(2 + Bi\eta)}$  или

$$dF_0 = \frac{1}{6} \left[ \frac{2\eta}{(2 + Bi\eta)} + \eta \right] d\eta. \quad (6.18)$$

Интегрируя (6.18) с начальным условием  $F_0 = 0$  при  $\eta = 0$ , получаем выражение для расчета безразмерного времени (критерия Фурье) прогрева покрытия на безразмерную глубину  $\eta$ :

$$F_0 = \frac{1}{12} \left[ \eta^2 + \frac{4\eta}{Bi} - \frac{8}{Bi^2} \ln \left( \frac{2 + \eta Bi}{2} \right) \right]. \quad (6.19)$$

Расчет прогрева проводится в следующем порядке.

1. По известной температуре уноса  $T_p$  и температуре восстановления определяется  $\theta_p = T_p / T_r$ .

2. Из формулы (6.14), преобразованной относительно  $\eta$ , определяется безразмерная глубина прогретого слоя покрытия:

$$\eta_p = \frac{2\theta_p}{Bi(1 - \theta_p)}. \quad (6.20)$$

3. Подставляя (6.20) в (6.19), определяем критерий Фурье, а затем и время нагрева покрытия до температуры  $T_p$  на его поверхности:  $t_p = F_0 \delta^2 / a$ .

#### 6.4. Скорость уноса теплозащитного покрытия

На втором этапе нагрева покрытия, начинающегося с момента достижения температуры уноса на его поверхности, наружные слои покрытия уносятся, а внутренние продолжают прогреваться. Задача о распространении тепла в этом случае формулируется следующим образом.

Уравнение теплопроводности в системе координат, связанной с поверхностью покрытия до его разрушения,

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}. \quad (6.21)$$

Начальное условие: при  $t = t_p$ ;  $T = T(x, t_p)$ .

Граничное условие на уносимой поверхности:

$$x = z(t); \quad -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=z} = q_k + q_l - q_w - \rho Q_m \frac{dz}{dt}; \quad T = T_p, \quad (6.22)$$

где  $\rho$  – плотность покрытия;  $Q_m$  – количество тепла, идущее на физико-химические превращения в ТЗП.



Граничное условие внутри покрытия:

а) при  $x = y$ ,  $T = 0$   $\frac{\partial T}{\partial x} = 0$ , если нижний фронт тепла не

достиг конструкционной стенки;

б) при  $x = \delta_1$   $T = T_c$ , где  $T_c(t)$  – температура стенки.

Отметим еще, что в результате физико-химических превращений в покрытии на его поверхности выделяются более холодные, чем окружающий воздух, газообразные продукты, которые создают завесу, уменьшающую конвективные тепловые потоки к стенке.

Уравнение (6.21) с соответствующими граничными и начальными условиями может быть решено численно, если известна скорость уноса покрытия  $dz/dt$ . Значение ее может быть определено экспериментально или расчетным путем. Рассмотрим один из возможных способов расчета этой скорости, основанный на понятии эффективной энтальпии уноса покрытия.

Для нахождения скорости уноса покрытия составим уравнение теплового баланса и с этой целью проинтегрируем (6.21) по  $x$  от наружной поверхности при  $x = z(t)$  до внутренней при  $x = y$  или  $x = \delta$  в зависимости от вида граничных условий (рис. 37):

$$\rho c \int_{z(t)}^{y(t)} \frac{\partial T}{\partial t} dx = \lambda \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=y} - \lambda \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=z}. \quad (6.23)$$

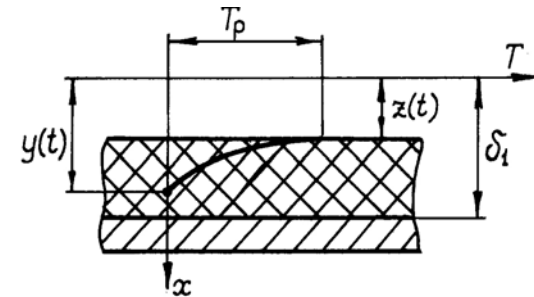


Рис. 37. Схема уноса ТЗП на втором этапе

При  $x = y$ ,  $\partial T / \partial x = 0$ , поэтому получаем из (6.23)

$$\rho c \left[ \frac{d}{dt} \int_z^y T dx - T(y, t) \frac{dy}{dt} + T_p \frac{dz}{dt} \right] = - \lambda \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=z}. \quad (6.24)$$

Второе слагаемое в скобках равно нулю, так как, если фронт тепла не достиг конструкционной стенки, то  $T(y, t) = 0$ , а если достиг, то  $dy/dt = 0$ , так как  $y = \delta_1 = \text{const}$ . Подставляя в правую часть (6.24) граничное условие (6.22), получаем

$$\rho c \frac{d}{dt} \int_z^y T dx + (\rho c T_p + \rho Q) \frac{dz}{dt} - (q_k + q_l - q_w) = 0,$$

откуда скорость уноса покрытия

$$\frac{dz}{dt} = \frac{(q_k + q_l - q_w)}{\rho H_{\text{эф}}} - \frac{c}{H_{\text{эф}}} \int_z^y T dx, \quad (6.25)$$

где  $H_{\text{эф}} = cT_p + Q_m$  – эффективная энтальпия покрытия, которую в зарубежной литературе называют эффективной теплотой абляции. Для оценки  $H_{\text{эф}}$  можно воспользоваться табл. 2, приведенной в [22].

Т а б л и ц а 2

**Эффективная энтальпия некоторых ТЗП**

Тип ТЗП	$\rho \cdot 10^{-3}$ , кг/м <sup>3</sup>	$H_{\text{эф}} \cdot 10^{-6}$ , Дж/кг
Фенольный углетекстолит (углеродная ткань - 65%, фенольная смола - 35%)	1.39	160
Фенольный стеклотекстолит на основе кварцевой ткани (кварцевая стеклоткань - 60%, фенольная смола - 35%)	1.55	27
Фенольная смола, армированная порошком нейлона (порошок нейлона - 50%, фенольная смола - 25%, фенольные микросферы - 25%)	0.59	35

Эффективная энтальпия линейно зависит от разности энтальпий торможения и энтальпии воздуха при температуре стенки:  $H_{\text{эф}} = a + b(i_0 - i_w)$ . Принимая  $i_0 = v^2/2$ , для покрытий на основе асботекстолита можно пользоваться зависимостью

$$H_{\text{эф}} = 0,4v^2 - 2,52,$$

где  $H_{\text{эф}}$  в МДж/кг, скорость  $v$  – км/с.

Если принять, что профиль температуры внутри покрытия описывается параболой (рис. 37)

$$T(x, t) = T_p(1 - \xi)^2,$$

где  $\xi = (x - z)/(y - z)$  – безразмерная координата, то уравнение (6.25) принимает вид

$$\frac{dz}{dt} = \frac{q_k + q_l - q_w}{\rho H_{\text{эф}}} - \frac{cT_p}{3H_{\text{эф}}} \frac{d}{dt}(y - z),$$

или

$$\frac{dz}{dt} \left( 1 - \frac{cT_p}{3H_{\text{эф}}} \right) = \frac{q_k + q_l - q_w}{\rho H_{\text{эф}}} - \frac{cT_p}{3H_{\text{эф}}} \frac{dy}{dt}. \quad (6.26)$$

Оценим порядок второго слагаемого в скобке, полагая  $c = 1,68 \cdot 10^3$  Дж/кгК,  $T_p = 2 \cdot 10^3$  К, а  $H_{\text{эф}} = 10^7$  Дж/кг. Получим  $cT_p/3H_{\text{эф}} = 0,112$ , а для покрытий из табл. 2 эта величина соответственно в 16, 2,7, 3,5 раз меньше. Если принять кроме того, что процесс уноса покрытия установившийся, когда скорость уноса покрытия и скорость движения тепловой волны внутри него  $dy/dt$  одинаковы, то уравнение (6.26) упрощается:

$$\frac{dz}{dt} = \frac{q_k + q_l - q_w}{\rho H_{\text{эф}}}, \quad (6.27)$$

где  $\rho$  – плотность материала покрытия.

## 6.5. Расчет толщины унесённого покрытия

Для определения толщины  $z_\Sigma$  унесенного покрытия проинтегрируем уравнение (6.27), определяющее скорость уноса ТЗП, в котором будем использовать следующие выражения для тепловых потоков [23]:

1) конвективный

$$q_k = \frac{1,32 \cdot 10^8}{\sqrt{r_H}} \sqrt{\frac{\rho_\infty}{\rho_3}} \left( \frac{v}{v_I} \right)^{3,25} \left( 1 - \frac{H_p}{H_0} \right),$$

где  $\rho_\infty, \rho_3$  – плотность воздуха в набегающем потоке и у поверхности Земли соответственно;  $v_I$  – первая космическая скорость;

$H_p, H_0$  – энтальпия газа при температуре уноса и при температуре торможения;

2) лучистый:

$$q_{\text{л}} = 3,67 \cdot 10^6 \left( \frac{\rho_{\infty}}{\rho_3} \right)^{1,6} \left( \frac{v}{3050} \right)^{8,5} r_{\text{н}} ;$$

3) излучаемый от стенки:

$$q_w = \varepsilon_w c_0 (T_p / 100)^4 .$$

Эффективную энтальпию  $H_{\text{эф}}$  будем вычислять по формуле

$$H_{\text{эф}} = A_{\text{н}} v^2 - B_{\text{н}} .$$

Вместо высоты полета в выражениях для плотности воздуха и скорости, приведенных в подразд. 1.1, введем новую переменную  $h = (\beta / \beta) e^{-\beta H}$  (в этой формуле  $H$  – высота полета), и тогда

$$\frac{v}{v_a} = e^{-h} ; \quad \frac{\rho_{\infty}}{\rho_3} = \frac{\beta}{\beta} h .$$

С учетом формулы (1.9) для  $(v_a / v_1)$ , а также того, что энтальпия торможения воздуха  $H_0 \cong v^2 / 2$ , выражения для конвективного и лучистого тепловых потоков можно переписать в виде

$$q_k = A_k \cdot \frac{1}{\sqrt{r_{\text{н}}}} \sqrt{h} \cdot e^{-3,25h} (1 - a_k e^{2h}) ; \quad q_{\text{л}} = A_{\text{л}} r_{\text{н}} h^{1,6} e^{-8,5h} ,$$

где введены следующие обозначения:

$$A_k = 1,32 \cdot 10^8 \sqrt{\frac{\beta}{\beta} \sqrt{\frac{2 \sin(L/2R_3)}{1 + \sin(L/2R_3)}}} ; \quad A_{\text{л}} = 3,67 \cdot 10^6 \left( \frac{\beta}{\beta} \right)^{1,6} \left( \frac{v_a}{3050} \right)^{3,25} ;$$

$a_k = 2H_p / v_a^2$ ,  $H_p$  – энтальпия ТЗП при температуре разрушения  $T_p$ . В производной  $dz/dt$  перейдем от времени к новой незави-

симой переменной  $h$  :  $\frac{dz}{dt} = -v_{\infty} \sin \vartheta_a \frac{dz}{dh} \beta h$ . Теперь исходное

дифференциальное уравнение принимает вид

$$\frac{dz}{dh} = -A_z \frac{e^h}{h} \frac{q_k + q_{\text{л}} - q_w}{H_{\text{эф}}}, \quad (6.28)$$

где  $A_z = 1/(v_a \cdot \sin \vartheta \cdot \beta \cdot h \cdot \rho)$ . Интегрируя (6.28) по  $h$  от 0 до  $B/\beta$ , получим следующее выражение для толщины унесенного слоя ТЗП:

$$z_{\Sigma} = A_z \left( \frac{A_k}{\sqrt{r_{\text{н}}}} I_k + A_{\text{л}} r_{\text{н}} I_{\text{л}} - q_w I_w \right), \quad (6.29)$$

где интегралы

$$\begin{aligned} I_k &= \int_0^{B/\beta} \frac{(1 - a_k e^{2h})}{\sqrt{h} e^{2,25h} (A_{\text{н}} e^{-2h} - B_{\text{н}})} dh; \\ I_{\text{л}} &= \int_0^{B/\beta} \frac{h^{0,6}}{e^{7,5h} (A_{\text{н}} e^{-2h} - B_{\text{н}})} dh; \\ I_w &= \int_0^{B/\beta} \frac{e^h}{h (A_{\text{н}} e^{-2h} - B_{\text{н}})} dh \end{aligned} \quad (6.30)$$

вычисляются один раз для заданного головного отсека с баллистическим коэффициентом  $B$  и неизменной теплозащитой.

## 6.6. Порядок расчета толщины теплозащитного покрытия

Полная толщина покрытия определяется для критической и звуковой точек на поверхности ГО, а также на боковой поверхности. Порядок расчета во всех случаях одинаков и сводится к последовательности следующих вычислительных операций (см. рис. 37).

1. Методом конечных разностей или приближенно определяем глубину прогреваемого слоя покрытия, а также время  $t_p$ , за которое этот слой прогревается на первом этапе. При этом считаем, что покрытие начинает нагреваться на активном участке (если ГО не закрывается специальным обтекателем), на участке полета в разреженных слоях атмосферы профиль температуры в покрытии не изменяется, а на участке входа в атмосферу прогрев покрытия продолжается.

2. Вычисляем полную толщину унесенного покрытия. При этом считаем, что профиль температуры во внутренних слоях покрытия не меняется, так что глубина определенного на первом

этапе прогретого слоя движется внутрь покрытия со скоростью уноса.

3. При бесконечно большой толщине покрытия полагаем, что на третьем этапе тепловой фронт продолжает двигаться внутрь покрытия вплоть до падения ГО на землю. В результате расчета методом конечных разностей определяем глубину прогретого слоя  $z_m$ .

4. Толщину покрытия тогда определяем по формуле  $\delta_1 = c_1(z_1 - z_m)$ , где  $z_1$  – толщина унесенного покрытия;  $z_m$  – толщина прогретого слоя покрытия;  $c_1 = (1,2 \div 1,5)$  – коэффициент запаса, учитывающий погрешности расчета, а также разброс теплофизических характеристик покрытия.

При такой схеме расчета считаем, что конструкционная стенка не нагревается, так как фронт тепла достигает ее поверхности только к концу третьего этапа нагрева ТЗП.

Если допускается нагрев конструкционной стенки до заданной температуры (например, температуры отпуска, если это сталь), то толщину прогретого слоя определяем в следующем порядке (рис. 38):

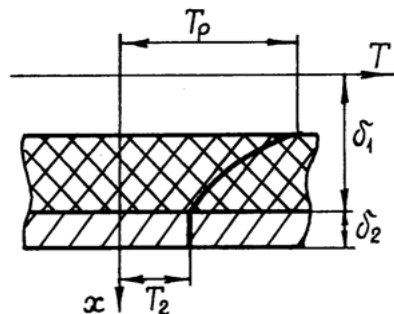


Рис. 38. Распределение температуры в ТЗП на третьем этапе

– задаваясь рядом значений  $T_2$  – начальной температуры конструкционной стенки – в конце второго этапа и принимая, что температура в покрытии меняется от температуры разрушения  $T_p$  до  $T_2$ , а профиль ее такой же, как и на первом этапе, но смещен на величину  $T_2$ , проводим расчет нагрева двухслойной стенки методом конечных разностей;

– выбираем такую толщину  $z_m$  покрытия, чтобы в конце третьего этапа температура конструкционной стенки не превышала заданного значения.

Частичный прогрев конструкционной стенки позволяет уменьшить толщину покрытия. Другим возможным путем ее уменьшения является использование многослойных покрытий. Так, на первом и третьем этапах нагрева целесообразно иметь покрытия с низкой теплоемкостью и теплопроводностью, а на

втором, когда происходит унос покрытия, оно должно иметь высокую эффективную энтальпию  $H_{\text{эф}}$ . Оптимальное использование свойств покрытий в многослойных пакетах позволяет существенно уменьшить полную массу всего покрытия.

### 6.7. Оптимальное затупление носка

Анализируя выражения (6.29), убеждаемся, что от радиуса затупления зависит выражение в скобках, причем от  $r_n$  через баллистический коэффициент зависят и верхние пределы интегрирования в (6.30). В дальнейшем этой зависимостью пренебрегаем и тогда, дифференцируя (6.29) по  $r_n$ , а затем приравнявая полученный результат нулю, получаем следующее выражение для оптимального радиуса затупления критической точки:

$$r_n^k = \left( \frac{A_k I_1}{A_n I_2} \right)^{2/3}.$$

Рассуждая аналогично, можно получить иное выражение для радиуса затупления, определенное по тепловым потокам в звуковой

точке:  $r_n^{3в} = \left( \frac{B_k I_4}{0,5 A_n I_5} \right)^{5/6}$ , где необходимые коэффициенты вы-

числяются с помощью формул, приведенных в [23]. Из двух значений  $r_n$  необходимо взять то, которое соответствует наибольшему значению из двух унесенных слоев покрытия.

## 7. НЕСУЩАЯ СПОСОБНОСТЬ СУХИХ ОТСЕКОВ

В дальнейшем под сухими понимаются следующие типы отсеков:

1) переходные, которые служат для соединения в единое целое различных по функциональному назначению отсеков. Наличие отсеков подобного рода обусловлено технологическим делением корпуса ракеты на части, различными диаметрами ступеней и т.д.;

2) приборные, предназначенные для размещения приборов управления;

3) хвостовые, которые придают хорошую, аэродинамическую форму хвостовой части ракеты, где располагается двигательная установка. Внутри отсека могут размещаться элементы автоматики двигательной установки и привод органов управления.

Корпус сухого отсека обычно представляет собой цилиндрическую или слабо коническую подкрепленную оболочку, нагруженную осевой силой, изгибающим или крутящим моментом и перерезывающей силой.

### 7.1. Работа элементов силового набора

В общем случае конструктивно-силовая схема сухого отсека образуется обшивкой, которая подкреплена изнутри продольным силовым набором – стрингерами (лонжеронами) и поперечным – шпангоутами. Рассмотрим работу каждого из элементов силового набора.

Обшивка выполняет следующие функции:

1. Придает отсеку обтекаемую аэродинамическую форму, а также воспринимает местные аэродинамические нагрузки и передает их на элементы продольного и поперечного силового набора.
2. Воспринимает крутящий момент и перерезывающую силу.
3. Частично воспринимает изгибающий момент и осевую силу.

Доля изгибающего момента и осевой силы, воспринимаемая обшивкой, зависит от соотношения ее толщины и площади поперечного сечения элементов продольного силового набора. Если толщина обшивки мала, то она теряет устойчивость при малых нагрузках, и поэтому практически весь изгибающий момент и осевая сила воспринимаются продольным силовым набором. В этом случае продольные элементы называют лонжеронами. По мере увеличения толщины обшивки она все больше включается в

работу и, наконец, возможно такое соотношение толщины обшивки и площади поперечного сечения стрингеров, при котором напряжения в обшивке и стрингерах станут одинаковыми.

Обычно обшивка и стрингеры скреплены между собой, поэтому не вся обшивка теряет устойчивость, а напряжения сжатия по сечению панели не будут постоянными, что иллюстрируется на рис. 39. Участие

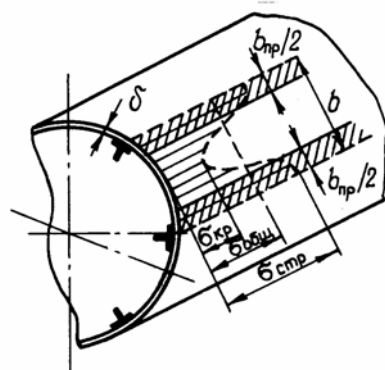


Рис. 39. Схема работы обшивки и стрингеров



обшивки в совместной работе со стрингерами при сжатии принято характеризовать с помощью редуционного коэффициента:

$$\varphi = \sigma_{\text{обш}} / \sigma_{\text{стр}} , \quad (7.1)$$

где  $\sigma_{\text{обш}}$  – среднее напряжение в обшивке;  $\sigma_{\text{стр}}$  – напряжение в стрингере.

Для определения коэффициента  $\varphi$  составим следующее условие равновесия панели:

$$b\delta\sigma_{\text{обш}} = b_{\text{пр}}\delta\sigma_{\text{стр}} , \quad (7.2)$$

где  $b_{\text{пр}}$  – ширина части обшивки примыкающей к стрингеру (присоединенная обшивка), которая участвует в совместной с ним работе на сжатие. Используя (7.1) и (7.2), получаем  $\varphi = b_{\text{пр}} / b$ .

На возможность восприятия внешних нагрузок подкрепленными пластинами впервые указал профессор И.Г. Бубнов, который предложил уточненный метод расчета корпуса корабля с помощью редуционных коэффициентов. В настоящее время этот метод широко используется при расчетах авиационных и судовых конструкций.

При определении редуционного коэффициента Карман предложил считать, что часть обшивки шириной  $b_{\text{пр}}$ , прилегающая к профилям, воспринимает напряжения, равные напряжениям в стрингерах. Тогда  $\sigma_{\text{кр.обш}} = \sigma_{\text{кр.стр}} = 3,6E_{\text{об}}(\delta/b_{\text{пр}})^2$ , откуда  $b_{\text{пр}} = 1,96\sqrt{E_{\text{об}}/\sigma_{\text{кр.стр}}}$ . Полученное выражение дает завышенные значения по сравнению с экспериментальными данными, поэтому в практике проектирования подкрепленных конструкций большее распространение получили формулы [30] П.А. Соколова

$$b_{\text{пр}} = (0,44 + 0,56(\sigma_{\text{пр.обш}}/\sigma_{\text{стр}}))b$$

и Маргуэра

$$b_{\text{пр}} = 1,54\sqrt{E_{\text{об}}/\sigma_{\text{кр.стр}}} + 0,19b ,$$

$$\text{или } b_{\text{пр}} = b \cdot \sqrt[3]{\sigma_{\text{кр.обш}}/\sigma_{\text{кр.стр}}} .$$

Записанные выражения для  $b_{\text{пр}}$  соответствуют закреплению профиля и обшивки по одной линии (например, креплению уголка).

Если крепление стрингера к обшивке производится по нескольким линиям, то около каждой из них образуется область присоединенной обшивки, суммарная ширина которой равна:  $t = b_{\text{пр}}$  (рис. 40,а);  $t = 2b_{\text{пр}}$  (рис. 40,б);  $t = \Delta + b_{\text{пр}}$  (рис. 40,в).

Существуют также эмпирические методы определения ширины присоединенной обшивки применительно к конкретным материалам. На рис. 41 изображены три сечения лонжеронов и указаны соотношения для определения площади  $F_{\text{пр}}$  присоединенной обшивки.

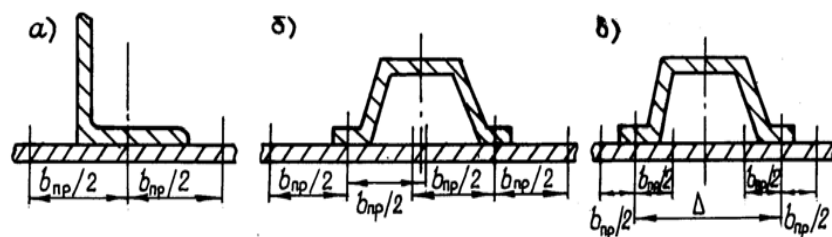


Рис. 40. Расчет ширины присоединенной обшивки

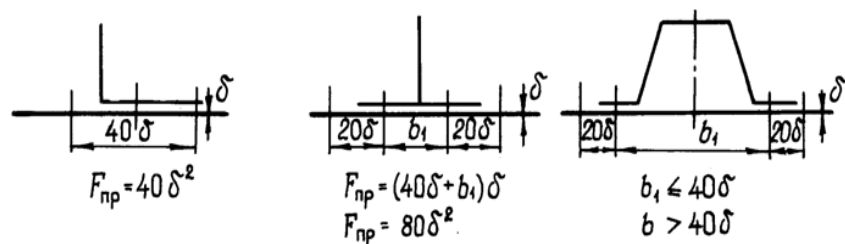


Рис. 41. Площадь присоединенной обшивки

Из приведенных соотношений для расчета ширины присоединенной обшивки наибольшее распространение получила формула Кармана и ее различные модификации.

Каждый сухой отсек имеет два стыковочных шпангоута, работающих на нагрузки, перпендикулярные их плоскости. Промежуточные шпангоуты придают отсеку требуемую геометрическую форму, а также повышают критические напряжения общей потери устойчивости отсека. В некоторых случаях эти шпанго-

уты используются для крепления грузов внутри отсека, и тогда они называются усиленными. Жесткость промежуточных шпангоутов выбирают так, чтобы разрушение отсека не происходило от общей потери устойчивости. В [34] жесткость шпангоута, обеспечивающая общую устойчивость при чистом изгибе обшивки, подкрепленной также и стрингерами, предлагается определять по следующей эмпирической формуле:

$$(EJ)_{\text{ш}} = 6,25 \cdot 10^{-5} (4MR^2/l) = 2,5 \cdot 10^{-4} (MR^2/l),$$

где  $M$  – изгибающий момент;  $R$  – радиус отсека;  $l$  – расстояние между шпангоутами.

Формула из [30], связывающая жесткости равномерно расположенных шпангоутов и стрингеров, позволяет устанавливать характер потери устойчивости отсека по величине параметра

$$\Gamma = \left( \frac{R_{\text{ш}}}{l} \right)^3 \frac{R_{\text{ш}}}{t_c} \frac{(EJ)_c}{(EJ)_{\text{ш}}},$$

где  $R_{\text{ш}}$  – радиус нейтрального слоя шпангоута;  $t_c$  – расстояние между стрингерами. Отсек равнопрочный на местную и общую устойчивость получается при  $20 \leq \Gamma \leq 80$ . Если  $\Gamma < 20$ , будет происходить местная потеря устойчивости обшивки и стрингеров между шпангоутами, а при  $\Gamma > 80$  отсек разрушается от общей потери устойчивости.

Таким образом, стрингерный и лонжеронный отсеки различаются между собой лишь характером восприятия нагрузки и по внешнему виду практически неразличимы. Лонжеронный отсек имеет меньшее количество лонжеронов, но более мощных, чем стрингеры, в то же время обшивка у него более тонкая, чем у стрингерного.

В лонжеронном отсеке толщина обшивки выбирается из технологических соображений или такой, чтобы обеспечить целостность отсека при аэродинамическом нагреве. Такая обшивка может иметь вырезы для люков, так как осевая сила и изгибающий момент воспринимаются мощными лонжеронами и присоединенной обшивкой.

Обшивка в стрингерном отсеке воспринимает внешнюю нагрузку вместе со стрингерами, поэтому вырезы в ней нежелательны. Сами стрингеры имеют меньшую площадь поперечного сечения, чем лонжероны, количество их больше, а расстояние

между ними определяется из условия местной устойчивости участка обшивки, расположенного между двумя соседними стрингерами и шпангоутами.

При малых сжимающих нагрузках обшивка и стрингеры в стрингерном отсеке становятся тонкими. Отсек вырождается в гофрированный, который может быть даже легче, чем гладкий.

Отсеки, в которых обшивка и подкрепления составляют единое целое и изготовлены из одного материала, называются вафельными. Продольные и поперечные подкрепления в этом случае имеют прямоугольное сечение. Вафельный отсек – разновидность стрингерного – обладает высокой жесткостью и способен воспринимать значительные внешние нагрузки. Особые требования к жесткости обшивки предъявляются к конструкции, работающей в условиях аэро- и гидроупругости. В этих случаях обшивка может состоять из двух слоев, пространство между которыми заполнено легким пористым или сотовым наполнителем.

Для проведения расчета сухого отсека необходимо иметь следующие данные:

- 1) геометрические размеры – диаметр и длину отсека, размеры люков и их размещение на отсеке;
- 2) значение максимальной температуры, до которой нагревается отсек;
- 3) внешние нагрузки, действующие на отсек (осевая сила  $N$ ; изгибающий момент  $M$ ; перерезывающая сила  $Q$ ).

Приведем изгибающий момент к эквивалентной по нормальным напряжениям осевой силе и с этой целью вычислим суммарные напряжения, создаваемые осевой силой и изгибающим моментом в цилиндрической оболочке радиуса  $R$ :

$$\sigma_z = N/(2\pi R\delta) + MR/J,$$

где  $J \cong \pi R^3 \delta$  – момент инерции кольца шириной  $\delta$ . Полагая  $N_z = \sigma_z 2\pi R\delta$ , получим следующее выражение для суммарной эквивалентной осевой силы:

$$N_z = N + 2M/R.$$

Так как оболочка нагревается, то коэффициент безопасности должен быть увеличен на величину температурного коэффициента. Для сжатой области отсека

$$k_E = E/E(t),$$

а для растянутой

$$k_b = \sigma_{0,2}/\sigma_{0,2}(t), \quad (7.3)$$

где  $\sigma_{0,2}$  – предел текучести материала при  $t = 18^\circ\text{C}$ . Тогда расчетные  $Q_p = f k_b Q$ ,  $N_p = f k_E N_\Sigma$  определяются в соответствующих расчетных случаях, назначенных для данного отсека. Например, для ракеты с неотделяющейся головной частью и хвостовыми стабилизаторами для основных отсеков в качестве расчетных следует принять следующие случаи эксплуатации.

1. Хвостовой отсек:

а) нагружение весом и изгиб приземным ветром на старте ( $f = 2$ );

б) максимальные поперечные перегрузки на активном участке траектории и максимальный нагрев оболочки ( $f = 1,5$ ).

2. Приборный отсек:

а)  $\max n_{x1}$  на активном и пассивном участках траектории ( $f = 1,5$ );

б)  $\max n_{y1}$  на пассивном участке траектории ( $f = 1,5$ );

в) нагрузки при транспортировке ( $f = 1,5$ );

г) подъем ракеты краном ( $f = 2$ ).

Коэффициенты  $k_b$  и  $k_E$  на первом этапе, когда трудно определить температуру материала элементов силового набора, можно принимать равными  $1,15 \div 1,25$ .

## 7.2. Материалы сухих отсеков

Основные материалы, применяемые для изготовления отсеков, – легкие алюминиевые сплавы. Реже сухие отсеки изготавливают из нержавеющей сталей и титановых сплавов, более перспективны композитные материалы. В табл. 3 приведены основные физико-механические характеристики некоторых конструкционных материалов, применяемых в сухих отсеках.

При выборе конструкционного материала для сухого отсека следует учитывать следующие требования: технологические, стоимостные, стойкость при атмосферных воздействиях (корро-

зия и т.п.) и возможность защиты от них, обеспечение минимальной массы.

Получим аналитический критерий, позволяющий сравнивать материалы с точки зрения последнего требования. Этот критерий должен включать в себя соотношение между прочностью (жесткостью) материала и его плотностью. Рассмотрим порядок его определения для простейших случаев нагружения типовых элементов конструкции отсеков.

Т а б л и ц а 3

**Механические свойства легких сплавов**

Материал	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	$\sigma_{0.2} \cdot 10^{-8}$ , Па	$\sigma_b \cdot 10^{-8}$ , Па	$E \cdot 10^{-11}$ , Па	Вид полуфабриката
Д16АТ	2800	2.8	4.35	0.69	Лист
Д16Т	2800	3.0	4.0	0.72	Прессованный профиль
Д19Т	2800	2.9	4.15	0.68	Лист
Д19АТ	2800	2.7	4.15	0.68	Листы
В95	2800	5.0	5.2	0.7	Прессованный профиль
В95Т	2800	5.0	5.2	0.7	То же
В95АТ1	2800	4.2	5.0	0.67	Листы
ВМ65-1	2700	1.6	-	0.41	Прессованный профиль
МА2-1М	2700	1.4	-	0.42	Лист
Берил- лиевые сплавы	2350	3.7	4.2	1.35	-

**Удельная прочность при растяжении-сжатии.** В этом случае внешняя сила должна быть меньше разрушающей, т.е.  $P_p = f P_3 = f \sigma_3 F \leq P_{\text{разр}}$  или  $P_p = \sigma_p F = \sigma_b F \leq P_{\text{разр}}$ . Тогда площадь сечения  $F = P_p / \sigma_b$ , а масса тела длиной  $l$  и площадью  $F$  равна:

$$m = \rho F l = \rho l \frac{P_p}{\sigma_b} = \frac{P_p l}{\sigma_b / \rho}.$$

Из полученного выражения видно, что масса уменьшается при увеличении удельной прочности  $\sigma_b/\rho$ , которая и является искомым критерием:

$$\sigma_b/\rho - \text{удельная прочность при растяжении}$$

**Удельная прочность при изгибе.** Изгибающий момент должен быть меньше разрушающего момента, поэтому

$$M_p = f M_s = f \sigma_s W \leq M_{\text{разр}}; \quad M_p = \sigma_p W = \sigma_b W \leq M_{\text{разр}}.$$

Момент сопротивления прямоугольника со сторонами ( $b : h$ )

$$W = \frac{J}{h/2} = \frac{2bh^3}{12h} = \frac{bh^2}{6} = \frac{b^3}{6} \bar{h}^2; \quad \bar{h} = \frac{h}{b}.$$

$$\text{Площадь} \quad F = bh = b^2 \bar{h} = (6W/\bar{h})^{2/3}; \quad \bar{h} = \sqrt[3]{(36/\bar{h})W^{2/3}},$$

$$W = \frac{M_p}{\sigma_b}; \quad F = C \left( \frac{M_p}{\sigma_b} \right)^{2/3}, \quad \text{а масса} \quad m = \rho Fl = \frac{\rho l M_p^{2/3}}{\sigma_b^{2/3}} = \frac{M_p^{2/3} l}{\sigma_b^{2/3} / \rho}$$

откуда получаем удельную прочность при изгибе:

$$\sigma_b^{2/3} / \rho - \text{удельная прочность при изгибе}$$

**Удельная жесткость при сжатии стержня.** Критическую осевую силу, определяемую по формуле Эйлера, гибкость круглого стержня и радиус инерции находят по следующим формулам:

$$N_{\text{кр}} = N_p = C \frac{\pi^2 EF}{\lambda^2}; \quad \lambda = \frac{l}{r_{\text{ин}}}; \quad r_{\text{ин}} = \sqrt{\frac{J}{F}} = \sqrt{\frac{\pi d^4 / 64}{64 \pi d^2}} = \frac{d}{4},$$

где момент инерции  $J = \pi d^4 / 64$  (круглый стержень); площадь  $F = \pi d^2 / 4$ ; диаметр стержня  $d = \sqrt{4F/\pi} = 2\sqrt{F/\pi}$ ; радиус инерции  $r_{\text{ин}} = 1/4 \sqrt{4F/\pi} = \sqrt{F}/2\sqrt{\pi}$ . Тогда осевая сила

$$N_p = N_{\text{кр}} = \frac{C \pi^2 E}{l^2} \frac{F}{4\pi},$$

а площадь

$$F = \frac{4N_p l^2}{C\pi E}.$$

Масса круглого стержня

$$m = \rho l F = \frac{\rho l 4N_p l^2}{C\pi E} = \frac{4N_p l^3}{C\pi(E/\rho)}:$$

$E/\rho$  – удельная жесткость при сжатии

**Удельная жесткость при сжатии пластин.** Критическое напряжение потери устойчивости бесконечно длинной пластинки толщиной  $h$ , сжатой по короткой стороне  $b$ :  $\sigma_{кр} = 0,9kE(h/b)^2$ .

Погонная осевая критическая нагрузка  $N_{1кк} = \sigma_{кр}h = 0,9kE(h^3/b^2)$  по условию устойчивости равна внешней расчетной нагрузке  $N_{1р} = N_{1кк}$ . Тогда толщина пластинки

$h = \sqrt[3]{N_{1р}b^2/0,9kE}$ , а ее площадь  $F = bh = \sqrt[3]{N_{1р}b^5/0,9kE}$ .

Масса единицы длины  $m = \rho F = (\rho/\sqrt[3]{E})\sqrt[3]{N_{1р}b^5/0,9kE}$ :

$\sqrt[3]{E}/\rho$  – удельная жесткость при сжатии пластинки

**Удельная жесткость при сжатии оболочки.** Критическое напряжение потери устойчивости оболочки  $\sigma_{кр} = kE(\delta/R)$ , а осевая сила  $N_{кр} = 2\pi RkE(\delta^2/R) = 2\pi kE\delta^2$ , равна расчетной  $N_{кр}=N_p$ , тогда толщина стенки оболочки  $\delta = \sqrt{N_p/2\pi kE}$ . Площадь

$F=2\pi R\delta$ , масса единицы длины  $m = \rho F = \rho 2\pi R\sqrt{\frac{N_p}{2\pi kE}} =$

$= R\sqrt{\frac{2\pi N_p}{k}} \frac{1}{\sqrt{E}/\rho}:$

$\sqrt{E}/\rho$  – удельная жесткость цилиндрической оболочки



Полученные критерии используются при сравнении различных материалов отсеков с точки зрения наименьшей массы.

### 7.3. Гладкий отсек

Гладкий отсек самый простой из сухих отсеков. Он представляет собой тонкую цилиндрическую или коническую оболочку с двумя стыковочными шпангоутами (рис. 42).

Отсек обычно разрушается из-за потери устойчивости, так как критические напряжения потери устойчивости гладкой оболочки значительно меньше предела текучести и их отношение  $\sigma_{кр}/\sigma_{0,2} = (0,1 \div 0,2)$ .

Для определения толщины обшивки необходимо найти действующие в ней напряжения

$$\sigma_1 = N_p / 2\pi R \delta, \quad (7.4)$$

и приравнять критическим напряжениям потери устойчивости  $\sigma_{кр}$ , которые зависят от длины оболочки. Для коротких оболочек с  $L/R < 1,38\sqrt{\delta/R}$

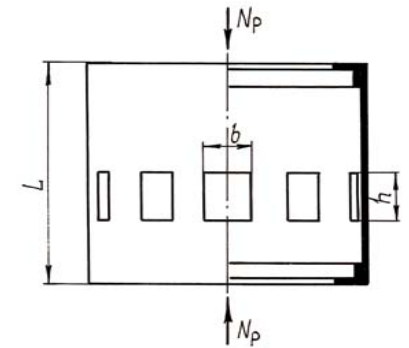


Рис. 42. Гладкий отсек

$$\sigma_{кр} = 0,9E(\delta/L)^2. \quad (7.5)$$

Приравняв (7.4) и (7.5), получим толщину обшивки отсека:

$$\delta = 0,56\sqrt[3]{L(N_p/E)(L/R)}.$$

Критические напряжения потери устойчивости при  $L/R > 0,57\sqrt{R/\delta}$  определяются по формуле Эйлера, которая для кольцевого сечения толщиной  $\delta$  записывается так:

$$\sigma_{кр} = 4,93E(R/L)^2. \quad (7.6)$$

Из формул (7.4) и (7.6) получаем

$$\delta = 3,23 \cdot 10^{-2} (N_p/ER)(L/R)^2.$$

Для отсеков средней длины  $1,38\sqrt{\delta/R} \leq L/R \leq 0,57\sqrt{R/\delta}$ , а критические напряжения определяются с учетом возможных вырезов на его поверхности. Тогда

$$\sigma_{кр} = C\sigma_{кр}^0, \quad (7.7)$$

где  $\sigma_{кр}^0 = kE(\delta/R)$  – критические напряжения потери устойчивости оболочек без вырезов;  $k = 1/\pi(100\delta/R)^{3/8}$  – коэффициент (другие формулы для вычисления  $k$  приведены в [24].

Если на поверхности отсека имеется  $n$  вырезов шириной  $b$ , то [25]

$$C = \frac{1 - \frac{nb}{2\pi R}}{1 - \frac{nb}{2\pi R} \left(1 - \frac{h}{L}\right)} \sqrt{1 - \frac{h}{l}}.$$

Если же отсек имеет одно круговое отверстие радиуса  $a$  в середине, то [29]

$$C = \begin{cases} 1; & \rho < 0,45; \\ \frac{0,46}{\sqrt[4]{\rho^3}} + 0,16 & \rho \geq 0,45, \end{cases} \quad \text{где} \quad \rho = a/\sqrt{R\delta}.$$

В этом случае толщина стенки после приравнивания (7.4) и (7.7) и подстановки необходимых выражений определится так:

$$\delta = 0,361R \left[ N_p / (CR^2E) \right]^{8/19}, \quad (7.8)$$

причем в случае одного кругового отверстия  $C=C(\delta)$ , и поэтому (7.8) будет нелинейным алгебраическим уравнением относительно  $\delta$ , которое решается методом Ньютона следующим образом.

Обозначая  $A = 0,361R \left[ N_p / (R^2E) \right]^{8/19}$ , перепишем (7.8)

так:  $F(\delta) = \delta - AC^{-8/19} = 0$ . Тогда итерационный процесс решения полученного уравнения строится по формуле

$$\delta^{n+1} = \delta^n - F(\delta^n)/F'(\delta^n), \quad n=0,1,2,\dots, \quad \text{где} \quad F'(\delta) = 1 + \frac{8}{19} AC^{\frac{-27}{19}} \cdot \frac{dC}{d\delta};$$

$$\frac{dC}{d\delta} = 0,1725 \left( \frac{\sqrt{R}}{a} \right)^{3/4} \delta^{11/4}.$$

В качестве нулевого приближения можно принимать значение толщины обшивки при  $C=1$ , которое определяется непосредственно из (7.8).

Если воспользоваться иной формулой для вычисления коэффициента  $k$ , то вместо (7.8) получится нелинейное уравнение относительно толщины  $\delta$ , которое также решается методом Ньютона.

Следует заметить, что граничное отношение  $L/R$ , определяющее формулу для  $\sigma_{кр}$ , зависит от значения  $\delta/R$ , которое само подлежит вычислению в проектировочном расчете, поэтому выбор необходимой формулы осуществляется пробными просчетами.

#### 7.4. Шпангоутный отсек

Если подкрепить гладкую цилиндрическую или коническую оболочку промежуточными шпангоутами, то получится шпангоутный отсек (рис. 43).

Эти отсеки обычно имеют среднюю длину, поэтому будем пользоваться формулами для критических напряжений, относящимися к оболочке этого класса. Критические напряжения общей потери устойчивости конструктивно-анизотропной оболочки определяются по формуле [24]

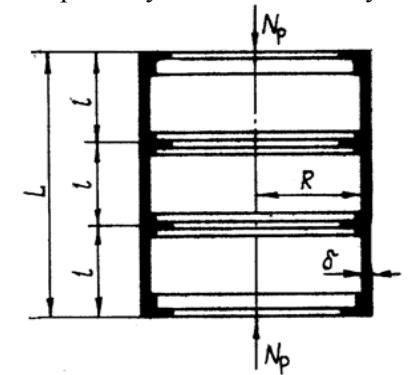


Рис. 43. Шпангоутный отсек

$$\sigma_{кр} = 2/(R\delta)\sqrt{B_2 D_1}, \quad (7.9)$$

где для рассматриваемого случая  $B_2 = E\delta(1 + F_{шп}/l\delta)$ ;  $D_1 = E\delta^3/[12(1 - \mu^2)]$ . Тогда при  $\mu=0,3$

$$\delta_{кр} = 0,605E \frac{\delta}{R} \sqrt{1 + \frac{F_{шп}}{l\delta}}, \quad (7.10)$$

где  $F_{шп}$  – площадь поперечного сечения шпангоута;  $l$  – расстояние между шпангоутами.

Формула (7.10) теоретическая и не учитывает начальные геометрические несовершенства оболочки. На практике вместо

(7.10), как и в случае гладких оболочек, необходимо пользоваться формулой

$$\sigma_{кр} = kE \frac{\delta}{R} \sqrt{1 + \frac{F_{шп}}{l\delta}}. \quad (7.11)$$

Сопоставление (7.11) с формулой оболочек показывает, что шпангоутная оболочка при равных коэффициентах  $k$  теряет устойчивость позже, чем гладкая, так как выражение под корнем всегда больше единицы.

Кроме того, шпангоутная оболочка менее чувствительна к начальным геометрическим несовершенствам, чем гладкая, и поэтому при равных условиях коэффициент  $k$  у нее больше и находится в диапазоне  $0,2 \div 0,49$  [18]. Вместо (7.11) будем пользоваться выражением для осевой критической силы в виде

$$N_{кр} = 2\pi R \delta \sigma_{кр} = 2\pi k E \delta^2 \sqrt{(1 + F_{шп}/l\delta)}. \quad (7.12)$$

Из эмпирической формулы (см. подразд. 7.1) для жесткости шпангоута находим его центральный момент инерции  $J_{ш} = 2,5 \cdot 10^{-4} MR^2/lE$ , где изгибающий момент выражается через осевую силу по эквивалентным напряжениям  $M = N_p R/2$ . Кроме того, выразим момент инерции  $J_{ш}$  через площадь шпангоута:

$$J_{ш} = k_{ш} F_{ш}^2, ,$$

где  $k_{ш} = (5,24 \div 6,25)$ , и тогда

$$F_{ш} = \sqrt{\frac{2,5 \cdot 10^{-4} N_p R^3}{k_{ш} 2El}} = (4,48 \div 4,89) \cdot 10^{-3} R \sqrt{\frac{N_p R}{El}}.$$

Теперь  $N_{кр}$  в (7.12) может быть выражено через толщину обшивки  $\delta$  и расстояние между шпангоутами  $l$ . Второе выражение, связывающее  $\delta$  и  $l$ , получим из условия местной устойчивости отсека между шпангоутами, как короткой оболочки, имеющей  $\sigma_{кр}^M = 0,9E(\delta/l)$ , а  $N_{кр}^M = 5,65E\delta^3 R/l^2$ .

Принимая отсек равнопрочным, получим два уравнения с неизвестными  $\delta$  и  $l$ :

$$\frac{N_p}{2\pi RE} = \delta^2 \sqrt{1 + \frac{F_{шп}}{l\delta}}; \quad (7.13)$$

$$\frac{N_p}{5,65E} = \frac{\delta^3}{l^2} R, \quad (7.14)$$

которые можно преобразовать к одному нелинейному уравнению относительно  $\delta$ , исключив  $l$  из (7.14):  $l = \sqrt{\delta^3 R(5,65E/N_p)}$ . После определения  $\delta$  и  $l$  анализируется возможность конструктивного исполнения отсека. Так, расстояние между шпангоутами должно быть не менее технологически допустимого значения  $l_{\max} = (0,15 \div 0,2)$  м, а толщина обшивки – не менее минимальных значений толщины стандартных листов.

Окончательные значения  $\delta$  и  $l$  подбираются так, чтобы обеспечить выполнение общей и местной устойчивости, но отсек при этом не будет равнопрочным.

#### 7.5. Условия, устанавливающие необходимость подкрепления гладкой оболочки стрингерами

Обозначим через  $N_0$  силу, действующую на оболочку, а  $N_c$  – силу, действующую на один из  $n$  стрингеров, подкрепляющих оболочку в осевом направлении. Тогда из условия равновесия отсека, сжатого осевой силой  $N_p$ , получаем

$$N_p = N_0 + nN_c, \quad (7.15)$$

а из совместности деформаций обшивки и каждого из стрингеров

$$\frac{N_0}{2\pi R \delta E_0} = \frac{N_c}{F_c E_c},$$

откуда  $N_c = F_c / \delta \cdot a N_0$ , где  $a = \frac{1}{2\pi R} \cdot \frac{E_c}{E_0}$ .

Подставляя  $N_c$  в (7.15), получим

$$N_0 = \frac{N_p}{(1 + \frac{a}{\delta} n F_c)}, \quad N_c = \frac{(F_c a / \delta) N_p}{1 + \frac{a}{\delta} n F_c}.$$

Для обеспечения устойчивости оболочки необходимо, чтобы выполнялось неравенство  $N_0 \leq N_{кр}^0$ , которое после подстановки соответствующих выражений запишется так:

$$\frac{N_p}{(1 + (a/\delta)nF_c)} \leq 2\pi k E \delta^2 \equiv b\delta^2, \text{ откуда } N_p \leq b\delta^2(1 + (a/\delta)nF_c).$$

Перепишем это неравенство относительно площади стрингеров в виде

$$nF_c \geq \frac{\delta}{a} \left( \frac{N_p}{b\delta^2} - 1 \right). \quad (7.16)$$

Условие общей устойчивости стрингера можно записать так:

$$N_c \leq N_{кр}^c \text{ или}$$

$$\sigma_{кр}^c F_c = \frac{\pi^2 E r_{ин}^2}{l^2} F_c \geq \frac{(F_c a / \delta) N_p}{1 + (a/\delta)nF_c}, \quad (7.17)$$

где  $r_{ин}$  – радиус инерции сечения стрингера, а  $l$  – его длина.

Перепишем (7.17):

$$C(1 + \frac{a}{\delta} nF) \geq \frac{a}{\delta} N_p,$$

где  $C = \pi^2 E_c r_{ин}^2 / l^2$ , получим

$$nF_c \geq N_p / C - \delta / a.$$

Условия (7.16) и (7.17) построены на рис. 44 для случая равенств. В заштрихованной области неустойчив соответствующий

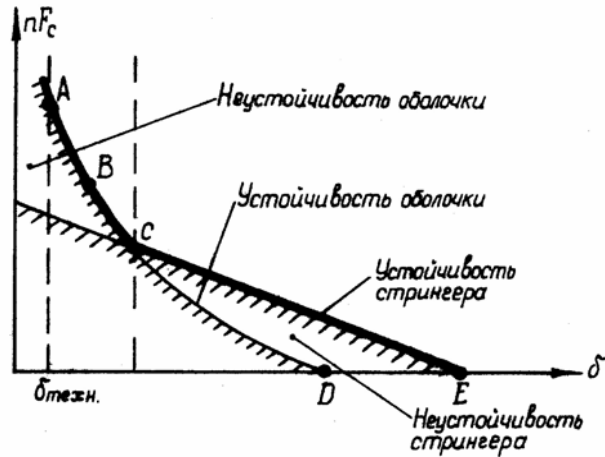


Рис. 44. Условия устойчивости обшивки и стрингеров

элемент, а между кривыми – один из них. Выше линии  $ABCE$  устойчивы стрингеры и оболочка. Точка  $E$  на этой линии соответствует случаю, когда стрингеры отсутствуют и отсек гладкий и имеет толщину  $\delta = (a/C)N_p$  и  $nF_c = 0$ . В точке  $C$  кривые пересекаются, и поэтому  $N_p/C - \delta/a = N_p/(ab\delta) - \delta/a$ , откуда

$$\delta_{opt} = C/ab; \quad nF_c = N_p/C - \delta_{opt}/a, \quad (7.18)$$

В точках  $A$  и  $B$   $nF_c = N_p/ab\delta - \delta/a$ , а толщина  $\delta < \delta_{opt}$ , причем точка  $A$  соответствует случаю минимально возможной толщины  $\delta_{техн.}$ , определяемой технологическими соображениями.

Таким образом, на кривой  $ABCE$  и выше ее любой отсек будет устойчивым под действием заданной силы. Для снижения массы отсека целесообразно выбирать конструкции, определенные точками, находящимися на линии  $ABCE$ , причем каждой из точек соответствует вполне определенная конструктивно-силовая схема.

Точка  $C$  – стрингерный отсек с равноустойчивыми стрингерами и обшивкой, на линии  $CE$  – монококовый отсек с толстой обшивкой и слабыми подкреплениями. Линия  $ABC$  соответствует лонжеронным отсекам с тонкой обшивкой и мощными лонжеронами.

## 7.6. Стрингерный отсек

Стрингерный отсек равноустойчив для обшивки и стрингеров, а на диаграмме, изображенной на рис. 44, соответствует точке  $C$ . Обшивка такого отсека подкрепляется продольным силовым набором и поперечным – шпангоутами. Схема стрингерного отсека приведена на рис. 45.

Под действием осевой сжимающей силы  $N_p$  в поперечных сечениях отсека возникают меридиональные напряжения

$$\sigma_1 = \frac{N_p}{2\pi R[\delta + F_c/t_c]}, \quad (7.19)$$

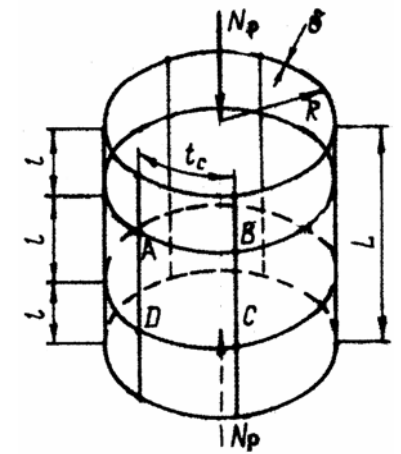


Рис. 45. Стрингерный отсек

где  $t_c$ , а где  $F_c$  – площадь поперечного сечения стрингера. Весь отсек работает на общую устойчивость, а отдельные его элементы – на местную. Критические напряжения общей потери устойчивости конструктивно-анизотропной оболочки определяются по формуле (7.9), но теперь  $B_2 = E\delta(1 + F_{\text{шп}}/l\delta)$ ;  $D_1 = D + EJ_c/t_c$ , где  $F_{\text{шп}}$  – площадь шпангоута;  $J_c$  – момент инерции стрингера;  $D = E\delta^3/[12(1 - \mu^2)]$  – цилиндрическая жесткость обшивки.

В этом случае получаем при  $\mu = 0,3$  теоретическую формулу [24]

$$\sigma_{\text{кр}}^0 = 0,605E \frac{\delta^2}{R\delta_\Sigma} \sqrt{\left(1 + \frac{F_{\text{шп}}}{l\delta}\right) \left(1 + \frac{EJ_c}{t_c D}\right)}, \quad (7.20)$$

из которой находим выражение для  $N_{\text{кр}}$ , заменив также теоретический коэффициент 0,605 на  $k = (0,4 \div 0,5)$  для стрингерных оболочек:

$$N_{\text{кр}} = 2\pi R\delta_\Sigma \sigma_{\text{кр}} = 2\pi k E \delta^2 \sqrt{\left(1 + \frac{F_{\text{шп}}}{l\delta}\right) \left(1 + \frac{EJ_c}{t_c D}\right)}, \quad (7.21)$$

где  $\delta_\Sigma$  – эквивалентная толщина отсека, с учетом площади стрингеров  $\delta_\Sigma = \delta + F_c/t_c$ .

Устойчивость может также потерять участок стрингера длиной  $l$  между соседними шпангоутами. Критические напряжения определим по формуле Эйлера

$$\sigma_{\text{кр}}^c = c \frac{\pi^2 EJ_c}{l^2 F_c}, \quad (7.22)$$

где  $c=2$  – коэффициент, учитывающий способ закрепления концов стрингера.

Местная потеря устойчивости может также наблюдаться для участка обшивки  $ABCD$  (рис. 45), а критическое напряжение для шарнирно закрепленной пластинки

$$\sigma_{\text{кр}}^M = 3,6E(\delta/t_c)^2. \quad (7.23)$$



Для определения конструктивных размеров отсека предположим, что отсек и все его элементы теряют устойчивость при одинаковых критических напряжениях  $\sigma_{кр}$ , которые известны. По данным из [9],  $\sigma_{кр} = (0,4 \div 0,5)\sigma_{0,2}$ . Тогда, воспользовавшись условием равноустойчивости обшивки и стрингеров из (7.18), получаем толщину обшивки:

$$\delta = R\sigma_{кр}/kE \cdot (\sigma_{кр}/E)(R/k).$$

Расстояние между стрингерами находим из (7.23):  $t_c = 1,9\delta\sqrt{E_{кр}/\sigma_{кр}}$ . Так как  $\sigma_1 = \sigma_{кр}$ , то из (7.19) находим площадь стрингера  $F_c = t_c[N_p/(2\pi R\sigma_{кр}) - \delta]$ . Расстояние между шпангоутами находится из (7.22):  $l = \sqrt{c\pi\sqrt{(E/\sigma_{кр})(J_c/F_c)}}$ .

Задаемся формой сечения стрингера и находим коэффициент  $k_c$  в выражении, связывающем момент инерции сечения стрингера  $J_c$  и его площадь  $J_c = k_c F_c^2$ . Тогда  $l = \sqrt{c\pi\sqrt{(E/\sigma_{кр})k_c F_c}}$ .

Теперь площадь шпангоута находится из условия общей устойчивости отсека (7.21):

$$F_{ш} = l\delta \left\{ \left[ \frac{N_p}{2\pi k E \delta^2} \right]^2 \frac{t_c D}{(t_c D + E J_c)} - 1 \right\}.$$

Более точное значение  $\sigma_{кр}$  можно получить из условия минимума массы отсека:  $m = 2\pi R \rho L(\delta + F_c/t_c + F_{ш}/l)$ . В этом случае проводится проектировочный расчет массы отсека при различных значениях  $\sigma_{кр}$  и строится график зависимости  $m = m(\sigma_{кр})$ .

Точка минимума на графике соответствует значению  $\sigma_{кр}$ , которое необходимо использовать при определении размеров отсека. Отсек минимальной массы не обязательно получается при  $\sigma_{кр}$ , равном пределу текучести.

В дальнейшем размеры элементов отсека уточняются на стадии конструкторского проектирования, поэтому он не обязательно будет равноустойчивым и иметь ту же массу, что и на стадии проектировочного расчета.

### 7.7. Лонжеронный отсек

В лонжеронном отсеке (рис. 46) толщина обшивки  $\delta$  выбирается из технологических соображений. Обшивка в лонжеронном отсеке теряет устойчивость раньше, чем лонжероны. Вместе с

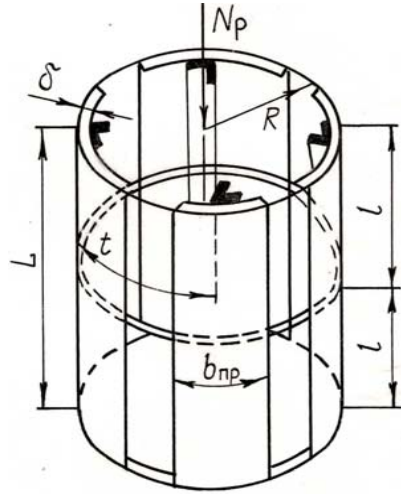


Рис. 46. Схема нагружения лонжеронного отсека

лонжеронами работает только участок присоединенной обшивки, примыкающей к ним. Тогда напряжения в отсеке, сжатом осевой силой  $N_p$ , определяются по формуле

$$\sigma_1 = \frac{N_p}{n(F_{\text{л}} + \varphi t \delta)}, \quad (7.24)$$

где  $n$ ,  $F_{\text{л}}$  — количество лонжеронов и площадь;  $\varphi = b_{\text{пр}}/t$  — редуционный коэффициент;  $b_{\text{пр}}$ ,  $t$  — ширина присоединенной обшивки и расстояние между лонжеронами.

Если воспользоваться формулой Кармана для определения

ширины присоединенной обшивки, то

$$b_{\text{пр}} = 1,9\delta \sqrt{E/\sigma_{\text{кр}}^{\text{л}}}, \quad (7.25)$$

где  $\sigma_{\text{кр}}^{\text{л}}$  — критические напряжения лонжерона. Определив расстояние между лонжеронами  $t = 2\pi R/n$ , получим следующее выражение для редуционного коэффициента:

$$\varphi = \frac{1,9\delta n}{2\pi R} \sqrt{\frac{E}{\sigma_{\text{кр}}^{\text{л}}}} = \frac{a}{\sqrt{\sigma_{\text{кр}}^{\text{л}}}}, \quad \text{где } a = \frac{1,9\delta n}{2\pi R} \sqrt{E}.$$

Расчетная схема отсека показана на рис. 46, где изображена только работающая часть обшивки.

Формула для критических напряжений общей устойчивости лонжеронного отсека аналогична (7.20) для стрингерного, за исключением того, что в выражении для осевой жесткости необходимо пренебречь цилиндрической жесткостью обшивки  $D$ , а под моментом инерции продольного элемента понимать момент

инерции сложного сечения, состоящего из лонжерона и присоединенной обшивки, который будем обозначать далее  $J_\Sigma$ . Теперь вместо (7.21) имеем

$$N_{кр} = 2\pi k E \delta^2 \sqrt{\left(\phi + \frac{F_{ш}}{l\delta}\right) \frac{E J_\Sigma}{tD}},$$

где  $k = (0,4 \div 0,5)$  – коэффициент.

Критические напряжения потери устойчивости лонжерона с присоединенной обшивкой как стержня, сжатого осевой силой:

$$\sigma_{кр}^л = c \frac{\pi^2 E}{l^2} r_{ин}^2, \quad (7.26)$$

где  $r_{ин} = J_\Sigma / F_\Sigma$  – радиус инерции сечения, состоящего из лонжерона и присоединенной обшивки;  $F_\Sigma = (F_{л} + \phi l \delta)$  – суммарная площадь этого сечения;  $c=2$  – коэффициент, учитывающий закрепление краев лонжерона. Считаем отсек равноустойчивым, а  $\sigma_{кр}$  – критические напряжения,  $\delta$  – толщина обшивки,  $n$  – количество лонжеронов – известными. Тогда площадь лонжерона можно найти из (7.24), приняв  $\sigma_1 = \sigma_{кр}$ :

$$F_{л} = \frac{N_p}{n\sigma_{кр}} - \frac{a\delta n}{2\pi R\sqrt{\sigma_{кр}}}.$$

Из (7.26) расстояние между шпангоутами

$$l = \pi \sqrt{\frac{cE}{\sigma_{кр}} \frac{J_\Sigma}{F_\Sigma}},$$

где площадь  $F_\Sigma$  известна, а момент инерции суммарного сечения можно определить, если задаться формой поперечного сечения лонжерона.

Форму профиля можно подобрать исходя из полученной площади сечения лонжерона и условий местной устойчивости пластинок профиля. Кроме площади будем также считать известной ширину полки со свободным краем, определяемую технологическими соображениями, или толщину профиля  $h$ , по отношению к толщине обшивки, считая ее в несколько раз большей  $\delta$ , для того чтобы обшивка при потере устойчивости не повлекла за собой полки лонжерона, скрепленные с ней.

Для определения формы профиля введем понятие базовой пластинки, один размер которой задан, а второй определим из условия местной устойчивости пластинки со свободным краем, которое запишется так:  $\sigma_1 \leq \sigma_{кр} = 0,38E(h/b)^2$ . Беря знак равенства, находим  $h/b = \sqrt{\sigma_{кр}/0,38E}$ , где  $h$  – толщина профиля, совпадающая с толщиной базовой пластинки;  $b$  – ширина базовой пластинки.

Теперь определим количество базовых пластинок, которые имеют суммарную площадь, равную площади лонжерона  $F_{л}$ :  $k_{пл} = [F_{л}/bh] + 1$ , где квадратными скобками обозначена целая часть результата деления выражения, записанного в скобках. Далее выбираем форму профиля лонжерона в зависимости от  $k_{пл}$ :

$k_{пл} = 1$  – при заданной нагрузке лонжеронный отсек на разрушающие напряжения не может быть спроектирован;

$k_{пл} = 2$  – уголкового профиля;

$k_{пл} = (3 \div 4)$  – зетаобразный профиль;

$k_{пл} = >4$  – корытообразный профиль.

Максимальное количество  $k_{пл}$ , обеспечивающее местную устойчивость полок и стенок лонжерона не должно превышать заданного значения  $(k_{пл})_{\max}$ .

Определим теперь геометрические характеристики суммарного сечения в зависимости от формы профиля.

**Угловой профиль** ( $k_{пл} = 2$ ) (рис. 47,а). Площадь лонжерона  $F_{л} = 2bh - h^2 = 2b^2[h/b - (h/b)^2]$ .

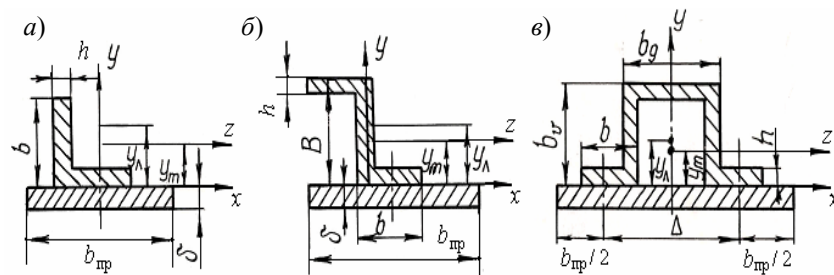


Рис. 47. Геометрические характеристики сечений лонжеронов

Координата центра масс лонжерона

$$y_{\text{л}} = \frac{bh\frac{h}{2} + (b-h)h\frac{(b+h)}{2}}{F_{\text{л}}} = \frac{h[bbh + b^2 - h^2]}{2F_{\text{л}}} = \frac{hb^2\left[\frac{h}{b} + 1 - \left(\frac{h}{b}\right)^2\right]}{2F_{\text{л}}} = \frac{hb^2\left[1 + \frac{F_{\text{л}}}{2b^2}\right]}{F_{\text{л}}}. \quad (7.27)$$

Координата центра масс сечения

$$y_{\text{м}} = \frac{F_{\text{л}}y_{\text{л}} - b_{\text{пр}}\frac{\delta^2}{2}}{(F_{\text{л}} + b_{\text{пр}}\delta)}.$$

Суммарный момент инерции сечения относительно оси  $z$  (рис. 47,а), проходящей через центр масс сечения,

$$J_{\Sigma} = J_{\text{л}} + F_{\text{л}}(y_{\text{л}} - y_{\text{м}})^2 + \frac{b_{\text{пр}}\delta^3}{12} + b_{\text{пр}}\delta\left(y_{\text{м}} + \frac{\delta}{2}\right)^2, \quad (7.28)$$

где центральный момент инерции лонжерона

$$J_{\text{л}} = \frac{bh^3}{12} + \left(y_{\text{л}} - \frac{h}{2}\right)^2 bh + \frac{h(b-h)^3}{12} + h(b-h)\left(y_{\text{л}} - \frac{b+h}{2}\right)^2.$$

Ширина присоединенной обшивки определяется по формуле (7.25).

**Зетаобразный профиль** ( $k_{\text{пл}} = 3 \div 4$ ) (рис. 47,б). Площадь лонжерона

$$F_{\text{л}} = 2bh + (B - 2h)h, \text{ где } B = k_{\text{пл}}b.$$

Координата центра масс лонжерона

$$y_{\text{л}} = \frac{bh\left(\frac{h}{2} + B - \frac{h}{2}\right) + h(B - 2h)\frac{B}{2}}{F_{\text{л}}} = \frac{B}{2}.$$

Центральный момент инерции лонжерона

$$J_{\text{л}} = \frac{2bh^3}{12} + \left[\left(y_{\text{л}} - \frac{h}{2}\right)^2 + \left[y_{\text{л}} - \left(B - \frac{h}{2}\right)\right]^2\right]bh + \frac{h(B - 2h)^3}{12}.$$

Координата центра масс сечения определяется по формуле (7.27), а момент инерции суммарного сечения – по (7.28).

**Корытообразный профиль** ( $k_{\text{пл}} \geq 4$ ) (рис. 47,в) состоит из двух горизонтальных полок, состоящих из одной базовой пластинки, двух вертикальных стоек из  $k_v$  базовых пластинок и горизон-

тальной полки из  $k_g$  базовых пластинок.  $k_v$  и  $k_g$  задаются, причем они должны быть такими, чтобы их значения не превышали 8, что обеспечивает местную устойчивость для пластинки с шарнирным закреплением краев. Таким образом, максимальное количество базовых пластинок  $(k_{пл})_{\max}$  не должно превышать 26.

Так как  $k_v$  и  $k_g$  известны, то  $b_v = k_v b$   $b_g = k_g b$ . Площадь сечения лонжерона  $F_{л} = 2bh + 2(b_v - 2h)h + b_g h$ .

Координата центра масс лонжерона

$$y_{л} = \frac{2bh \frac{h}{2} + b_g h \left( b_v - \frac{h}{2} \right) + (b_v - 2h)h \frac{b_v}{2}}{F_{л}}.$$

Момент инерции сечения лонжерона

$$J_{л} = 2 \left[ \frac{bh^3}{12} + \left( y_{л} - \frac{h}{2} \right)^2 bh \right] + \frac{b_g h^3}{12} + b_g h \left[ y_{л} - \left( b_v - \frac{h}{2} \right) \right]^2 + 2 \left[ \frac{h(b_v - 2h)^3}{12} + h(b_v - 2h) \left( y_{л} - \frac{b_v}{2} \right)^2 \right].$$

В этом случае расчет присоединенной обшивки отличается от того, который использовался для уголкового и зетаобразного профиля, так как имеется два пояса крепления лонжерона к обшивке.

На рис. 47,б  $\bar{b}_{пр}$  обозначает ту ширину обшивки, которая определяется по формуле Кармана (7.25). Однако, в пределах ширины  $\Delta$  также будет часть обшивки, не теряющей устойчивость, поэтому, если  $\Delta = b + b_g - 2h > \bar{b}_{пр}$ , то тогда  $b_{пр} = 2\bar{b}_{пр}$ , а при  $\Delta < \bar{b}_{пр}$   $b_{пр} = \bar{b}_{пр} + \Delta$ . Координата центра масс и момент инерции суммарного сечения определяются теперь по формулам (7.27) и (7.28). Найдя радиус инерции суммарного сечения, из (7.26) находим расстояние между шпангоутами:  $l = \pi \sqrt{(Ec/\sigma_{кр})} r_{ин}$ , а площадь сечения шпангоута

$$F_{шп} = b\delta \left[ \left( \frac{N_p}{2\pi k E \delta^2} \right)^2 \frac{tD}{EJ_{\Sigma}} - \varphi \right].$$

Задаваясь различными значениями  $\sigma_{кр}$ , находим то, при котором обеспечивается минимум массы отсека  $m = 2\pi R\rho L\left(\delta + \frac{F_{л}}{t} + \frac{F_{шп}}{l}\right)$ , т.е. определяем фактически точку экстремума для функции  $m(\sigma_{кр})$ .

### 7.8. Гофрированный отсек

Рассмотрим отсек, в котором гладкая обшивка подкреплена гофром и промежуточными шпангоутами (рис. 48). Гофрированный лист металла может располагаться на внутренней поверхности обшивки или между двумя обшивками, которые соединяются с ним сваркой, пайкой или склеиванием.

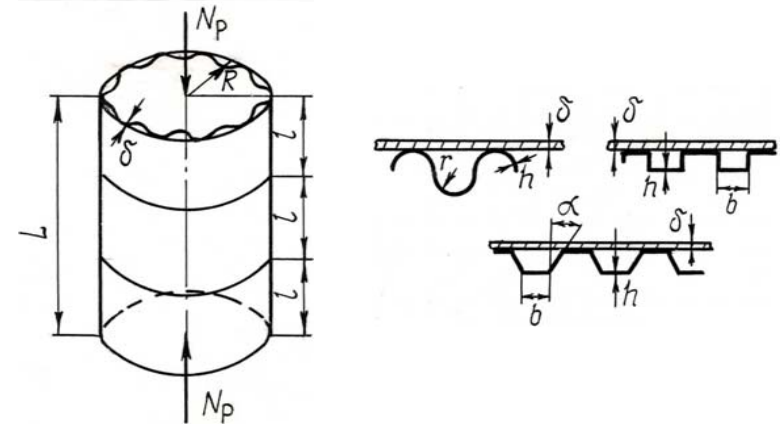


Рис. 48. Формы гофра

Возможно также дополнительное подкрепление внутренней обшивки стрингерами, что еще более увеличивает эффективность конструкции отсека.

Рассмотрим проектировочный расчет гофрированного отсека с одной гладкой внешней обшивкой, подкрепленной шпангоутами и круглым гофром [27].

Напряжения в отсеке, возникающие в поперечных сечениях под действием осевой сжимающей силы  $N_p$ , равны:

$$\sigma_1 = \frac{N_p}{2\pi R(\delta + F_r/t)}, \quad (7.29)$$

где  $F_r$  – площадь гофра;  $t=4r$  – расстояние между точками крепления гофра;  $r$  – радиус гофра.

Критическая осевая сила общей потери устойчивости

$$N_{кр} = 2\pi k E \delta^2 \sqrt{\left(1 + \frac{F_{шп}}{l\delta}\right) \frac{EJ_{\Sigma}}{tD}}, \quad (7.30)$$

где  $k=0,3$  – коэффициент;  $J_{\Sigma}$  – момент инерции гофра и примыкающей к нему части обшивки шириной  $t$ ,  $D = \frac{E\delta^3}{12(1-\mu^2)}$  – цилиндрическая жесткость обшивки.

Критические напряжения потери устойчивости стержня, состоящего из участка гофра и обшивки, определяются по формуле Эйлера:

$$\sigma_{кр}^c = c \frac{\pi^2 EJ_{\Sigma}}{l^2 F_{\Sigma}},$$

где  $F_{\Sigma} = (\delta t + 2\pi r h)$  – суммарная площадь стержня;  $c = 2$  – коэффициент закрепления.

Координата центра масс сечения

$$y_m = \frac{2\pi r h r - t\delta \cdot (\delta/2)}{(\delta t + 2\pi r h)} = \frac{(\pi r h - \delta^2)}{(\pi h + 2\delta)}.$$

Момент инерции суммарного сечения

$J_{\Sigma} = J_r + t\delta^3/12 + t\delta(y_m + \delta/2)^2$ , где момент инерции сечения гофра  $J_r = \pi r^3 h + 2\pi r h [y_m - r]^2$ .

Для элементов отсека типична местная потеря устойчивости самого гофра, как оболочки средней длины с критическими напряжениями

$$\sigma_{кр}^r = k_r E (h/r), \quad (7.31)$$

где рекомендуется принимать  $k_r = 0,3$ , и участка обшивки шириной  $t$  между местами ее крепления к гофру как пластинки с шарнирным закреплением ее краев:

$$\sigma_{кр}^0 = 3,6 E (\delta/t)^2. \quad (7.32)$$

Опять предположим, что отсек равноустойчив и все критические напряжения одинаковы и равны  $\sigma_{кр}$ . Для гофрирован-



ных отсеков  $\sigma_{кр} \sim (0,7 - 0,8)\sigma_{0,2}$ . Тогда из (7.31)

$$r = \frac{k_r E h}{\sigma_{кр}}. \quad (7.33)$$

Из (7.32) с учетом того, что  $t = 4r$ , а  $r$  определяется из (7.33),

$$\frac{\sigma_{кр}}{E} = 0,225 \left( \frac{\delta}{k_r h} \right)^2 \left( \frac{\sigma_{кр}}{E} \right)^2,$$

откуда

$$\frac{h}{\delta} = \frac{0,475}{k_r} \sqrt{\frac{\sigma_{кр}}{E}}.$$

Из (7.29) получим

$$\delta = \frac{N_p}{2\pi R \sigma_{кр}} - \frac{\pi h}{2}. \quad (7.34)$$

Подставляем теперь  $\delta$  в (7.34):

$$h = \frac{0,475}{k_r} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_{кр}}{E}} \cdot \left[ \frac{N_p}{2\pi R \sigma_{кр}} - \frac{\pi h}{2} \right],$$

откуда толщина гофра

$$h = \frac{\frac{0,475}{k_r} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_{кр}}{E}} \cdot \frac{N_p}{2\pi R \sigma_{кр}}}{\left( 1 + \frac{0,475}{k_r} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_{кр}}{E}} \cdot \frac{\pi}{2} \right)}.$$

Теперь, подставляя  $h$  в (7.34), находим толщину обшивки, а в (7.33) – радиус гофра.

Расстояние меду шпангоутами

$$l = \pi \sqrt{c \cdot \frac{E}{\sigma_{кр}} \cdot \frac{J_{\Sigma}}{F_{\Sigma}}},$$

а площадь шпангоута из (7.30)

$$F_{шп} = l \delta \left[ \left( \frac{N_p}{2\pi k E \delta^2} \right)^2 \frac{4rD}{E J_{\Sigma}} - 1 \right].$$

Далее, повторяя вычисления в указанном выше порядке при различных значениях  $\sigma_{кр}$ , находим минимум массы отсека:

$$m = 2\pi R \rho L \left( \delta + \frac{F_r}{4r} + \frac{F_{шп}}{l} \right)$$

и соответствующие проектные размеры.

### 7.9. Вафельный отсек

Этот отсек можно рассматривать как предельный случай стрингерного, в котором сечения стрингеров и шпангоутов прямоугольной или тавровой формы составляют единое целое с обшивкой. Вафельные отсеки менее чувствительны к начальным геометрическим несовершенствам по сравнению с гладкими и поэтому имеют хорошие массовые характеристики.

Вафельные обечайки изготавливают следующими способами: механическим фрезерованием; электроимпульсным фрезерованием; химическим фрезерованием (травлением); штамповкой.

Наиболее точные, но и более трудоемкие оболочки получают при механическом фрезеровании. При этом используется продольно-кольцевое (рис. 49, а), перекрестное (б) или перекрестно-кольцевое расположение ребер (в). На рис. 50 показаны формы наиболее распространенных сечений ребер, применяемых в вафельных отсеках. Экспериментально установлено [18],

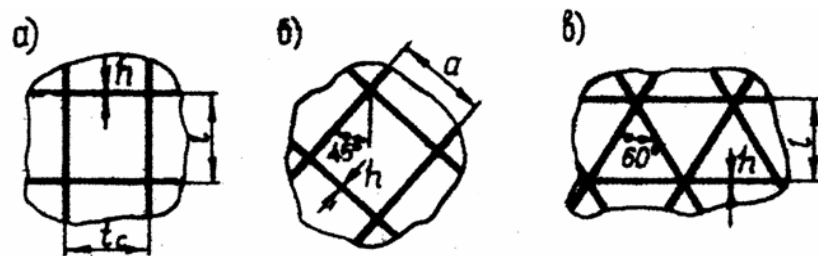


Рис. 49. Расположение ребер в вафельном отсеке

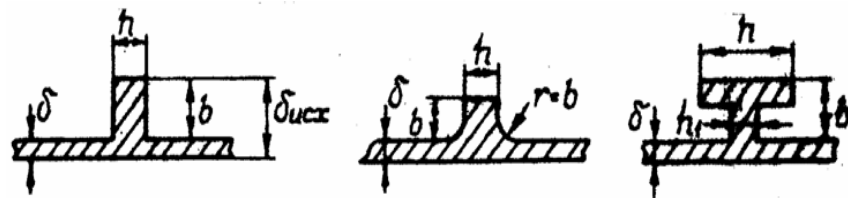
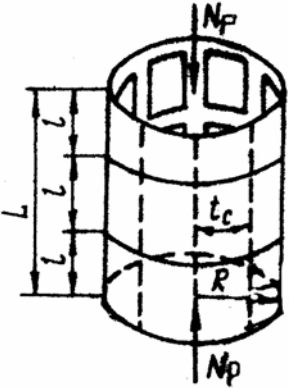


Рис. 50. Формы сечений ребер

что местная потеря устойчивости ребер малотипична для вафельных оболочек. В них в первую очередь происходит выпучивание ячейки обшивки между ребрами, а затем общая потеря устойчивости всего отсека. Рассмотрим вафельную оболочку с продольно-поперечными ребрами прямоугольного сечения, которая нагружена осевой сжимающей силой



Обозначим через  $\psi$  отношение толщины исходного места  $\delta_{исх} = (b + \delta)$  к толщине  $\delta$ , полученной после изготовления ребер, т.е.  $\psi = \delta_{исх} / \delta = (\delta + b) / \delta$ . Тогда отношение высоты ребра к толщине  $\delta$  равно:

Рис. 51. Схема нагружения вафельного отсека

$$b/\delta = \psi - 1. \quad (7.35)$$

Критическая осевая сила общей потери устойчивости определяется так же, как и в случае стрингерного отсека:

$$N_{кр} = 2\pi k E \delta^2 \sqrt{\left(1 + l \frac{hb}{l\delta}\right) \cdot \left(1 + \frac{hb^3}{t_c \delta^3}\right)}, \quad \text{где } k = (0,28 - 0,34) \quad \text{и} \\ (1 - \mu^2) \approx 1. \text{ Подставим (7.35) в последнее выражение:}$$

$$N_{кр} = 2\pi k E \delta^2 \sqrt{\left(1 + (h/l) \cdot (\psi - 1)\right) \cdot \left(1 + (h/t_c) (\psi - 1)^3\right)}.$$

Напряжения в поперечных сечениях отсека

$$\sigma_1 = \frac{N_p}{2\pi R [\delta + bh/t_c]}, \text{ или}$$

$$\sigma_1 = \frac{N_p}{2\pi R \delta [1 + (h/t_c) (\psi - 1)]}. \quad (7.36)$$

Критические напряжения местной устойчивости панели между ребрами как пластинки с шарнирным закреплением краев равны:

$$\sigma_{кр}^м = 3,6 E (\delta/t_c)^2. \quad (7.37)$$

Критические напряжения стрингера как пластинки со свободным краем

$$\sigma_{кр}^M = 0,3825E(h/b)^2. \quad (7.38)$$

Полагая отсек равноустойчивым, т.е.  $N_p = N_{кр}$ ;  $\sigma_1 = \sigma_{кр}^M = \sigma_{кр}^c = \sigma_{кр}$ , найдем критические напряжения потери устойчивости из условия минимума массы отсека, т.е.  $dm/d\sigma_{кр} = 0$ , где масса отсека

$$m = 2\pi R \rho L \left( \delta + \frac{hb}{l} + \frac{hb}{t_c} \right). \quad (7.39)$$

Получим аналитические выражения для расчета конструктивных размеров отсека, входящих в (7.39).

Пусть известно  $\sigma_{кр}$ , и тогда из (7.37) расстояние между стрингерами равно:

$$t_c = 1,9\delta\sqrt{E/\sigma_{кр}}, \quad (7.40)$$

а из (7.38)

$$h = 1,62b\sqrt{\sigma_{кр}/E}. \quad (7.41)$$

Из (7.36) окончательная толщина панели между ребрами

$$\delta = \frac{N_p}{2\pi R \sigma_{кр} \left[ 1 + (h/t_c)(\psi - 1) \right]},$$

или, с учетом (7.40), (7.41) и (7.35)

$$\delta = \frac{N_p}{2\pi R \sigma_{кр} \left[ 1 + 0,853(\psi - 1)^2 (\sigma_{кр}/E) \right]}.$$

Воспользовавшись конструкторскими рекомендациями для  $\psi$ , находим отсюда  $\delta$ .

Для прямоугольных ребер рекомендуется [8]  $\psi = (6 - 8)$ , а для ребер с закруглением  $\psi = (5 - 6)$ .

Теперь, зная толщину листа, из (7.40) находим расстояние между стрингерами – продольными ребрами  $t_c$ , высота их  $b$  определяется из (7.35), а толщина  $h$  из (7.41).

Расстояние между кольцами-шпангоутами рекомендуется принимать в диапазоне  $l = (0,8 \div 1,5)t_c$ .

Повторяя многократно расчеты размеров и массы отсека при различных  $\sigma_{кр}$ , находим точку экстремума, которая и будет определять окончательные конструктивные характеристики отсека.

## 8. РАСЧЕТ БАКОВ НА ПРОЧНОСТЬ

Баки для хранения компонентов топлива составляют большую часть корпуса ракеты на жидком топливе и в значительной мере определяют массу его конструкции. Правильный выбор конструктивно-силовой схемы бака и точный расчет его на прочность позволяют обеспечить условие минимума сухого веса конструкции изделия. Вне зависимости от выбора конструктивно-компоновочной схемы баков, все они должны удовлетворять следующим требованиям:

1. Объем бака должен обеспечить размещение внутри него необходимого количества компонента с учетом температурного диапазона использования изделия.
2. Внешние обводы бака должны быть по возможности плавными и не нарушать аэродинамической симметрии ракеты.
3. Бак должен быть прочным и устойчивым во всех случаях наземной и полетной эксплуатации.
4. Бак должен иметь минимальный вес, что достигается не только выбором легких и прочных материалов, но и выбором оптимального варианта конструктивно-компоновочной схемы.

### 8.1. Выбор расчетного случая

Рассмотрим баки несущей схемы, в которых стенка корпуса одновременно служит и корпусом ракеты. Основным расчетным случаем для бака с вытеснительной системой подачи топлива является нагружение его максимальным внутренним давлением при наибольшем нагреве его оболочки. Коэффициент безопасности для таких баков принимается в диапазоне  $1,15 \leq f \leq 1,3$ .

Расчетный случай для баков несущей схемы с турбонасосной системой подачи топлива в камеру сгорания жидкостного ракетного двигателя выбирается по методу условной нагрузки, которая определяется по меридиональным напряжениям, возникающим в его корпусе, с учетом нагрева стенок при полете ракеты по траектории. Определение расчетного случая начинается с расчета осевой силы  $N$ , изгибающего момента  $M$  и нагрева стенки бака по всему участку траектории, на котором этот бак работает. Далее определяется условная нагрузка для всей траектории по формулам

$$N_y = k_E N, \quad M_y = k_E M, \quad p_y = k_b p_n,$$

где  $k_E = E/E(t)$ ,  $k_b = \sigma_b/\sigma_b(t)$ .

Суммарные меридиональные напряжения в цилиндрической обечайке корпуса бака равны:  $\sigma_1 = p_y R / 2\delta \pm M_y / \pi R^2 \delta \pm N_y / 2\pi R \delta$ , или для сжатой части бака  $\sigma_1 = M_y / \pi R^2 \delta + N_y / 2\pi R \delta - p_y R / 2\delta = N_y / 2\pi R \delta$ . Тогда эквивалентная по напряжениям осевая сила

$$N_y = 2M_y / R + N_y - p_y \pi R^2.$$

Построив график зависимости  $N_y$  от времени, можно найти точку траектории, в которой эти силы достигают максимума. Она и будет расчетной для определения несущей способности корпуса бака.

Характер изменения нагрузок на активном участке траектории, которые необходимо определить для установления расчетного случая, иллюстрируется рис. 52. Коэффициент безопасности для баков несущей схемы с ТНА можно принимать в диапазоне  $f = (1,5 \dots 1,75)$ . В практике проектирования принято проводить расчет обечайки бака для нескольких расчетных случаев, которые гарантируют его работоспособность в основном расчетном случае. К ним относятся следующие режимы эксплуатации изделия: максимальное давление наддува в баке; максимальные осевые перегрузки; случай предстартовой подготовки, когда бак не надут (изделие заправленное и сухое); максимальная осевая сила; максимальные поперечные перегрузки.

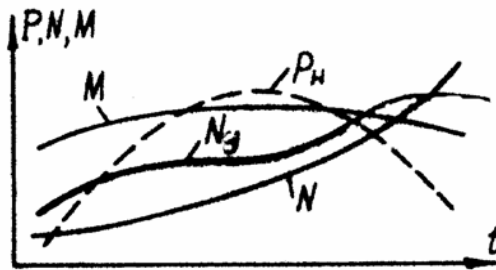


Рис. 52. Определение расчетного случая обечайки

Кроме того, как и всякая ракетная конструкция, бак просчитывается на все случаи наземной эксплуатации: подъем краном, транспортировка, заправка баков компонентами, подъем изделия в вертикальное положение, максимальная ветровая нагрузка, максимальный перепад температур (для баков с ампулизированной заправкой).

Назначение и выбор расчетных случаев при наземной эксплуатации, в процессе подготовки и при старте определяются путем тщательного анализа всех возможных условий использования конкретного изделия.

## 8.2. Напряжения в цилиндрических обечайках

Для расчета прочности и устойчивости бака необходимо иметь следующие исходные данные: конструктивно-компоновочную схему или чертеж бака, значение нагрузок для всех расчетных случаев.

Перерезывающая сила, действующая на бак, создает касательные напряжения, которые малы по сравнению с нормальными, и ими обычно пренебрегают.

Сначала необходимо определить расчетные нагрузки, действующие на бак, помножив соответствующие эксплуатационные нагрузки на коэффициент безопасности, т.е.

$$N_p = fN(x_1); \quad M_p = fM(x_1); \quad p_p = fp(x_1).$$

Если в рассматриваемом расчетном случае корпус бака подвержен нагреву, то расчетные нагрузки определяются с учетом коэффициентов  $k_E$  и  $k_b$ , которые обычно находятся в диапазоне 1,15 ... 1,35.

Давление на стенки бака в той части его объема, где находится жидкость, можно определить по барометрической формуле

$$p(x_1) = p_n + \rho g n_{x1} x,$$

где  $x$  – расстояние от поверхности жидкости до точки, в которой определяется давление;  $p_n$  – давление наддува;  $\rho$  – плотность жидкости;  $n_{x1}$  – осевые перегрузки.

В общем случае расчет корпуса на прочность проводится для двух его сечений, в которых обечайки соединяются с днищами.

Анализ нагрузок, действующих на корпус бака, может показать, что достаточно ограничиться расчетом одного из двух сечений. Примером такого случая может служить бак с вытеснительной системой подачи топлива. Если в баке возникают сжимающие меридиональные напряжения, то обечайка может потерять устойчивость, однако критические напряжения потери устойчивости теперь необходимо вычислить с учетом поправки на внутреннее давление, которое "расправляет" начальные геометрические несовершенства. В формуле для критических напряжений

$$\sigma_{кр} = kE(\delta/R) \quad (8.1)$$

коэффициент  $k$  можно определить в виде суммы двух слагаемых [14]:  $k = k_0 + k_p$ , где  $k_0 = 9(\delta/R)^{0,6} + 0,16(R/l)^{1,3}(\delta/R)^{0,3}$ ;  $R, l$  – радиус и длина цилиндрической обечайки;  $\delta$  – толщина стенки;  $k_p = 0,191(p_n/E)(R/\delta)^2$ . Последнее выражение справедливо до  $k_p = 0,299$ , после чего оно принимается постоянным.

Таким образом, внутреннее давление не только уменьшает осевую, сжимающую силу, действующую на бак, но и повышает критические напряжения потери устойчивости.

В [9] предложена другая зависимость для вычисления коэффициента  $k$  из (8.1):

$$k = \begin{cases} 0,18 + 0,265\sqrt{\bar{p}}; & \text{для } \bar{p} \leq 0,8; \\ 0,42; & \text{для } \bar{p} > 0,8, \end{cases}$$

где  $\bar{p} = (p_n/E)(R/\delta)^2$  – безразмерный параметр давления наддува в баке.

Иной подход к расчету этого коэффициента предложен в [3, 36]. Коэффициент  $k$  представляется в виде произведения двух коэффициентов:  $k = k_1 k_p$ , где значение  $k_1$  вычисляется как обычно, а коэффициент повышения критического напряжения – по формуле

$$k_p = \left[ 1 + 0,21 \frac{p_n R^2}{E \delta^2} \left( \frac{R}{\delta} \right)^{0,6} \right] / \left( 1 + 3 \frac{p_n R^2}{E \delta^2} \right).$$



Меридиональные напряжения в цилиндрической обечайке бака при совместном действии давления наддува, осевой силы и изгибающего момента определяются по формуле

$$\sigma_1 = \frac{fp_n R}{2\delta} \pm \frac{M_p R}{\pi R^3 \delta} \pm \frac{N_p}{2\pi R \delta}, \quad (8.2)$$

а тангенциальные –

$$\sigma_2 = p_p R / \delta, \quad (8.3)$$

которые в полете всегда будут положительными. В то же время меридиональные напряжения могут быть положительными и отрицательными.

Рассмотрим возможные случаи соотношения напряжений, а для оценки прочности конструкции воспользуемся третьей теорией прочности. Согласно этой теории, основной причиной возникновения опасного напряженного состояния являются наибольшие касательные напряжения, которые действуют по площадкам, наклоненным под углом в  $45^\circ$  к площадкам, по которым действуют главные напряжения.

Если  $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ , то  $\tau_{\max} = (\sigma_1 - \sigma_3)/2$  и условие прочности имеет вид  $\tau_{\max} \leq [\tau]$ . Но при одноосном напряженном состоянии  $[\tau] \leq [\sigma]/2$ , поэтому  $\sigma_3 = \sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma]$ . Так как расчет бака ведется по безмоментной теории, то напряжение  $\sigma_3$ , направленное по нормали к поверхности бака, имеет значение порядка давления  $p_p$  и им можно пренебречь по сравнению с другими напряжениями.

Таким образом, необходимо рассмотреть два частных случая соотношения напряжений  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$ : оба напряжения положительные; тангенциальное напряжение положительное, а меридиональное отрицательное.

В том случае, когда  $\sigma_1 < 0$ , а  $\sigma_2 > 0$  и  $\sigma_1 < \sigma_3 \approx 0 < \sigma_2$ , имеем  $\sigma_3 = \sigma_2 - \sigma_1 = \sigma_2 + |\sigma_1|$ , т.е. эквивалентные напряжения равны сумме абсолютных значений тангенциальных и меридиональных напряжений. Воспользовавшись выражениями (8.2) и (8.3), получаем

$$\sigma_3 = \frac{p_p R}{\delta} - \frac{fp_n R}{2\delta} + \frac{M_p}{\pi R^2 \delta} + \frac{N_p}{2\pi R \delta},$$

или

$$\sigma_{\text{э}} = \frac{R}{\delta} \left[ \frac{f(p_{\text{н}} + 2\rho g n_{x_1} h)}{2} + \frac{2M_{\text{п}} + N_{\text{п}} R}{2\pi R^3} \right].$$

Приравнявая  $\sigma_{\text{э}}$  пределу текучести  $\sigma_{0,2}$ , а также вводя обозначения

$$\Delta_1 = \frac{1}{\sigma_{0,2}} \left( \frac{2M_{\text{п}} + N_{\text{п}} R}{2\pi R^3} \right); \quad \Delta_h = \frac{f\rho g n_{x_1} h}{\sigma_{0,2}},$$

где  $h$  – расстояние от поверхности жидкости до рассматриваемого сечения, получаем следующее соотношение для определения толщины стенки бака из соображений прочности:

$$\bar{\delta}_1 = \delta/R \geq \Delta_1 + \Delta_h + fp_{\text{н}}/2\sigma_{0,2}. \quad (8.4)$$

И, наоборот, при заданной толщине обечайки можно определить максимально допустимое давление наддува, до которого корпус не будет разрушен:

$$p_{\text{max}} = \frac{2\sigma_{0,2}}{f} (\bar{\delta} - \Delta_1 - \Delta_h).$$

Теперь определим толщину стенки цилиндрической обечайки бака из соображений устойчивости. Приравнявая (8.1) и (8.2), получаем

$$kE \frac{\delta}{R} = \frac{M_{\text{п}}}{\pi R^2 \delta} + \frac{N_{\text{п}}}{2\pi R \delta} - \frac{fp_{\text{н}} R}{2\delta},$$

откуда

$$\bar{\delta}_2 = \frac{\delta}{R} = \sqrt{\frac{1}{kE} \left( \frac{2M_{\text{п}} + N_{\text{п}} R}{2\pi R^3} - \frac{fp_{\text{н}}}{2} \right)},$$

или

$$\bar{\delta}_2 = \sqrt{\frac{\sigma_{0,2}}{kE} \left( \Delta_1 - \frac{fp_{\text{н}}}{2\sigma_{0,2}} \right)}.$$

Введя для удобства записи обозначение  $\Delta_2 = \sigma_{0,2}/kE$ , окончательно запишем:

$$\bar{\delta}_2 = \sqrt{\Delta_2 \left( \Delta_1 - \frac{fp_{\text{н}}}{2\sigma_{0,2}} \right)}. \quad (8.5)$$

Таким образом, определяя сначала толщину стенки цилиндрической обечайки бака из соображений прочности по формуле (8.4), затем из условий устойчивости (8.5) и беря большее из двух полученных значений, находим окончательную толщину стенки. Если для ее определения воспользоваться теорией наибольших нормальных напряжений, то эквивалентные напряжения равны:

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \frac{f(p_n + \rho g n_{x1} h) R}{\delta},$$

а вместо (8.4) получим

$$\bar{\delta}_1 = f p_n / \sigma_{0,2} + \Delta_h.$$

Изложенная схема расчета используется при заданном давлении наддува. Если имеется возможность для изменения  $p_n$ , то толщина обечайки бака в некоторых случаях может быть уменьшена без снижения его несущей способности.

Случай положительных тангенциальных и меридиональных напряжений рассмотрен в следующем подразделе.

### 8.3. Расчет толщины стенки бака с учетом давления наддува

Графики, иллюстрирующие характер изменения безразмерной толщины стенки, определенной по формулам (8.4) и (8.5), в зависимости от давления наддува (рис. 53), пересекаются в точке  $O$ , где толщина стенки бака, определенная из соображений прочности и устойчивости, одинакова и ей соответствует давление наддува, которое принято называть оптимальным с точки зрения прочности. Для нахождения его величины приравняем  $\bar{\delta}_1 = \bar{\delta}_2$ , воспользовавшись формулами (8.4) и (8.5):

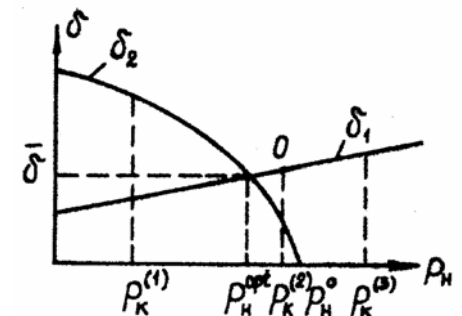


Рис. 53. Толщина стенки бака в зависимости от давления наддува

$$\Delta_2 \left( \Delta_1 - \frac{fp_n}{2\sigma_{0,2}} \right) = \left( \Delta_1 + \Delta_h + \frac{fp_n}{2\sigma_{0,2}} \right)^2,$$

откуда приходим к следующему квадратному уравнению:

$$\left( \frac{p_n}{2\sigma_p} \right)^2 + \left( \frac{p_n}{2\sigma_p} \right) [2\Delta_1 + 2\Delta_h + \Delta_2] + (\Delta_1^2 + \Delta_h^2 + 2\Delta_1\Delta_h - \Delta_1\Delta_2) = 0,$$

из которого безразмерное оптимальное давление наддува равно:

$$\frac{p_n^{\text{opt}}}{2\sigma_p} = \frac{\Delta_2}{2} \left[ \sqrt{1 + 8 \frac{\Delta_1}{\Delta_2} + 4 \frac{\Delta_h}{\Delta_2}} - \left( 1 + 2 \frac{\Delta_1}{\Delta_2} + 2 \frac{\Delta_h}{\Delta_2} \right) \right]. \quad (8.6)$$

Из полученного выражения видно, что об оптимальном давлении имеет смысл говорить, если выражение в квадратных скобках положительное, т.е.

$$1 + 8 \frac{\Delta_1}{\Delta_2} + 4 \frac{\Delta_h}{\Delta_2} \geq \left( 1 + 2 \frac{\Delta_1}{\Delta_2} + 2 \frac{\Delta_h}{\Delta_2} \right)^2,$$

откуда после преобразований получаем условие положительности оптимального давления наддува в виде неравенства

$$\Delta_1\Delta_2 \geq (\Delta_1 + \Delta_h)^2. \quad (8.7)$$

Толщину стенки  $\delta$ , соответствующую оптимальному давлению наддува, определяем после подстановки (8.6) в (8.4), и тогда

$$\bar{\delta} = \frac{\Delta_2}{2} \left[ \sqrt{1 + 8 \frac{\Delta_1}{\Delta_2} + 4 \frac{\Delta_h}{\Delta_2}} - 1 \right]. \quad (8.8)$$

Если давление наддува в баке может выбираться произвольно, то его следует принимать равным  $p_{\text{opt}}$  и в этом случае толщина стенки обеспечит минимальную массу.

Если задано давление наддува  $p_k$  из условий бескавитационной работы насоса или иных соображений, толщину стенки следует определять в зависимости от соотношения  $p_k, p_{\text{opt}}$ .

При  $\Delta_1\Delta_2 > (\Delta_1 + \Delta_h)^2$  возможны три случая (см. рис. 53):

1.  $0 \leq p_k^{(1)} \leq p_n^{\text{opt}}$ . В этом случае необходимо принять

$$p_n = p_n^{\text{opt}}, \text{ а } \bar{\delta} = \Delta_1 + \Delta_h + \frac{fp_n^{\text{opt}}}{2\sigma_{0,2}}.$$

2.  $p_n^{\text{opt}} \leq p_k^{(2)} \leq p_n^0$ . Давление  $p_n^0$ , уравнивающее осевую нагрузку, можно получить из (8.2), если принять  $\sigma_1 = 0$ . Тогда с учетом обозначения  $p_n^0 = 2\Delta_1\sigma_{0,2}/f$ . Теперь  $p_n = p_k^{(2)}$ , а 
$$\bar{\delta} = \Delta_1 + \Delta_h + \frac{fp_k^{(2)}}{2\sigma_{0,2}}.$$

3.  $p_k^0 < p_k^{(3)}$ . В этом случае  $p_n = p_k^{(3)}$ , а толщина стенки определяется по формуле  $\bar{\delta} = fp_k^{(3)}/\sigma_{0,2} + \Delta_h$ , т.е. из соображений прочности, но теперь, в отличие от предыдущего случая, напряжения  $\sigma_1$  положительные и при определении эквивалентных напряжений в расчет не принимаются.

И, наконец, в том случае, когда условие (8.7) не выполняется, т.е.  $\Delta_1\Delta_2 < (\Delta_1 + \Delta_h)^2$ , расчет толщины стенки сводится к двум предыдущим случаям, разделенным разгрузочным давлением  $p_n^0$ .

#### 8.4. Анализ необходимости подкрепления бака силовым набором

Дополнительный силовой набор, подкрепляющий цилиндрическую обечайку бака, может понадобиться при сжатии ее в осевом направлении, когда меридиональное напряжение отрицательно. Существуют следующие способы повышения способности обечаек бака к восприятию сжимающей силы:

- 1) применение материалов с высокой удельной прочностью  $\sigma_b/\rho$  и жесткостью  $\sqrt{E}/\rho$ ;
- 2) увеличение толщины стенки бака;
- 3) подкрепление обечайки стрингерами;
- 4) применение вафельных конструкций;
- 5) увеличение давления наддува.

Перечисленные способы, кроме первого, приводят к нежелательному увеличению массы конструкции бака, поэтому среди возможных вариантов необходимо выбрать тот, который обеспечит минимальную массу. При этом следует учитывать стоимость и технологичность изделия. Проиллюстрируем возможность со-

поставления двух конструктивных решений на примере гладкой обечайки и обечайки бака, подкрепленной изнутри продольными стрингерами. Для бака с гладкой цилиндрической обечайкой, имеющего оптимальное давление наддува, толщина стенки определяется по формуле (8.8). Как следует из графиков, приведенных на рис. 53, если давление наддува  $p_n$  меньше  $p_n^{\text{opt}}$ , то толщина стенки выбирается из соображений устойчивости. Известно, что при определенных условиях подкрепленные оболочки имеют меньшую массу, чем гладкие. В наихудших условиях оказывается обечайка бака, в котором давление наддува отсутствует. Так как толщина стенки из соображений устойчивости определяется из (8.5), а из прочности – по (8.4), то силовой набор позволяет уменьшить массу бака, если  $\bar{\delta}_2 > \bar{\delta}_1$  или

$$\Delta_2 \left( \Delta_1 - \frac{fp_n}{2\sigma_{0,2}} \right) > \left( \Delta_1 + \Delta_2 + \frac{fp_n}{2\sigma_{0,2}} \right)^2,$$

а при нулевом давлении наддува

$$\frac{\Delta_1}{\Delta_2} > \left( \frac{\Delta_1}{\Delta_2} \right)^2 + 2 \frac{\Delta_1}{\Delta_2} \frac{\Delta_h}{\Delta_2} + \left( \frac{\Delta_h}{\Delta_2} \right)^2. \quad (8.9)$$

При выполнении условия (8.9) толщина стенки обечайки бака определяется из условий прочности по формуле (8.4), а затем проводится проектировочный расчет стрингерного отсека (см. подразд. 7.6) или вафельного отсека (подразд. 7.9)

В заключение следует отметить, что приведенные соображения относились только к прочности и устойчивости обечаек корпуса бака. Для баков больших диаметров и удлинений не менее важными являются жесткость и прочность при наземной эксплуатации. Например, бак большого диаметра с малой толщиной стенки и без давления наддува может получить остаточные деформации под действием собственного веса и сил инерции еще в процессе наземной эксплуатации и даже изготовления.

Одним из способов повышения жесткости таких баков является подкрепление их изнутри шпангоутами, а также создание вафельных конструкций.

## 8.5. Днища баков

Расчет напряжений в днищах ведется по безмоментной теории, а соответствующие формулы для определения толщины стенки днища зависят от его конфигурации и характера нагружения. Для днищ, нагруженных постоянным внутренним давлением, можно пользоваться приведенными ниже зависимостями.

### 8.5.1. Сферическое днище

Тангенциальные и меридиональные напряжения в днище одинаковы, поэтому

$$\delta = p_p R_d / 2\sigma_{0,2}, \quad (8.10)$$

где  $p_p = f p_n$  – расчетное давление;  $\sigma_{0,2}$  – предел текучести;  $f = (1,3 - 1,5)$  – коэффициент безопасности;  $R_d$  – радиус днища.

Для проектировочных расчетов формулу (8.10) удобнее переписать, заменив радиус днища  $R_d$  его относительным выступанием  $\xi = H/R$  ( $R$  – радиус параллельного круга в основании днища, рис. 54). Из геометрических соображений

$$R_d = \frac{R(1 + \xi^2)}{2\xi}$$

и тогда толщина днища

$$\delta = \frac{p_p R(1 + \xi^2)}{4\sigma_{0,2}\xi}. \quad (8.11)$$

Используя (8.11), а также формулу для поверхности днища  $S = \pi R^2(1 + \xi^2)$ , можно найти значение  $\xi$ , обеспечивающее минимальную массу сферического днища. Так как масса днища

$$m = \rho \delta S = \frac{p_p \pi R^3 (1 + \xi^2)}{4\sigma_{0,2} \xi},$$

то после определения производной  $dm/d\xi$  и приравнивания ее нулю получим  $3\xi^2 - 1 = 0$ , откуда  $\xi_{opt} = 0,58$ .

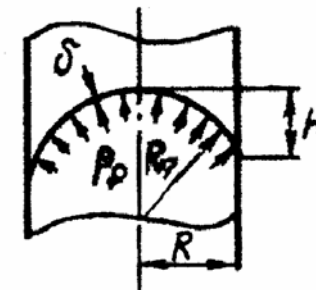


Рис. 54. Сферическое днище

Наличие оптимума объясняется тем, что с увеличением вылета днища растет его поверхность, но падает толщина его стенки из-за уменьшения радиуса.

### 8.5.2. Эллиптическое днище

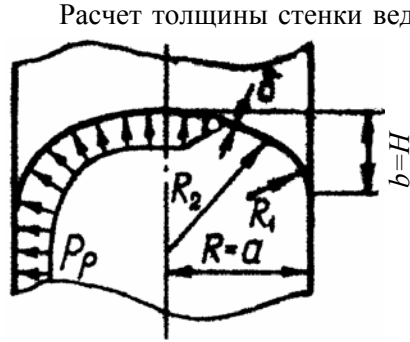


Рис. 55. Эллиптическое днище

Расчет толщины стенки ведется в зависимости от соотношения полуосей эллипса. Опять обозначим выступание днища через  $\xi = b/R$ , что совпадает с отношением полуосей эллипса (рис. 55). Меридиональные напряжения в днище

$$\sigma_1 = p_p R_2 / 2\delta \quad (8.12)$$

всегда положительны, а знак тангенциальных напряжений

$$\sigma_2 = \frac{p_p R_2}{\delta} \left( 1 - \frac{R_2}{2R_1} \right) \quad (8.13)$$

зависит от соотношения первого и второго главных радиусов кривизны  $R_1$  и  $R_2$  которые в свою очередь зависят от соотношения полуосей эллипса, т.е. от  $\xi$ . На кромке днища  $R_1 = b^2/R$ ,

$R_2 = R = a$ , а тангенциальные напряжения  $\sigma_2 = \frac{p_p R}{\delta} \left( 1 - 1/(2\xi^2) \right)$ ,

отрицательны, если  $\xi$  меньше 0,707, т.е.  $a/b > \sqrt{2}$ . Из условия прочности днища толщину стенки можно определить по формуле [13]

$$\delta = \frac{(1 + 2\xi^2) p_p R}{6\xi^2 \sigma_{0,2}}. \quad (8.14)$$

Найдем оптимальное соотношение полуосей, обеспечивающее минимальную массу днища. Поверхность днища можно определить по формуле [27]  $S = \pi R^2 (1 + 1,015 \xi^{3/2})$ , а массу днища

$$m = S \rho \delta = \frac{p_p \pi R^3 \rho}{\sigma_{0,2}} \frac{(1 + 1,015 \xi^{3/2})(1 + 2\xi^2)}{6\xi^2}.$$



После исследования записанного выражения на экстремум получаем, что минимальную массу имеет сферическое днище, когда  $\xi = 1$ . Таким образом, масса эллиптического днища всегда больше, чем масса сферического, однако объем его больше при одинаковом выступании  $\xi$ . При  $a/b > \sqrt{2}$  необходимо также определить толщину стенки днища из условия его устойчивости в сжатой зоне. Длину сжатого участка днища  $l$  найдем с помощью (8.13), а также выражения для радиусов кривизны

$$R_1 = \frac{(a^4 y^2 + b^4 x^2)^{3/2}}{a^4 b^4}; \quad R_2 = \frac{(a^4 y^2 + b^4 x^2)^{1/2}}{b^4}.$$

Так как в точке эллипса с  $\sigma_2 = 0$  отношение  $R_2/R_1 = 2$ , то,  $a^4 b^2 / (a^4 l^2 + b^4 x^2) = 2$ , откуда

$$x^2 = (a^4/b^4)(b^2/2 - l^2). \quad (8.15)$$

Но из уравнения эллипса

$$x^2 = a^2/b^2 (b^2 - l^2). \quad (8.16)$$

Приравнявая (8.15) и (8.16), находим искомую длину сжатой области днища:

$$l = \frac{b\sqrt{a^2 - 2b^2}}{\sqrt{2(a^2 - b^2)}} = \frac{b\sqrt{1 - 2\xi^2}}{\sqrt{2(1 - \xi^2)}}.$$

Толщину днища в этом случае можно найти, приравнявая давление  $p_p$  критическому давлению, определяемому по формуле П.Ф. Папковича:

$$p_{кр} = 0,92E(R/l_1)(\delta/R)^{5/2},$$

в которую вместо длины сжатого участка  $l$  в [32] подставляют  $l_1 = l/2$ . Тогда толщина днища из условий его устойчивости

$$\delta = R(p_p l_1 / 0,92ER)^{0,4}. \quad (8.17)$$

Сравнивая толщины, определенные по формулам (8.14) и (8.17), берем большую из них в качестве окончательной толщины днища.

### 8.5.3. Торосферическое днище

Это днище называют также коробовым. Оно во многом аналогично эллиптическому, но имеет более простую форму меридиана, который состоит из

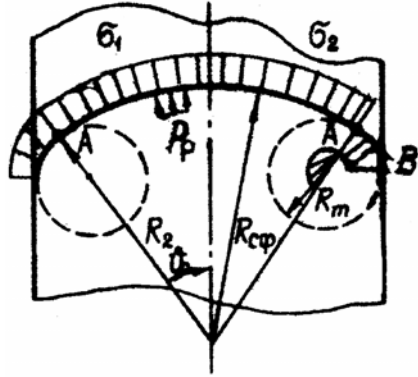


Рис. 56. Торосферическое днище

дуги окружности и дуги тора (рис. 56). Напряжения в таком днище определяются по формулам (8.12) и (8.13). На его сферическом участке  $R_1=R_2=R_{сф}$ , поэтому  $\sigma_1 = \sigma_2 = p_p R_{сф} / 2\delta$ . В пределах тора меридиональные напряжения уменьшаются от  $\sigma_{1A} = p_p R_{сф} / 2\delta$  в точке A до  $\sigma_{1B} = p_p R_{сф} / 2\delta$  в плоскости

стыка с цилиндром. Тангенциальные напряжения также переменные, но всегда отрицательные, так как первый главный радиус  $R_1$  постоянен и равен радиусу тора  $R_T$ , а второй главный радиус кривизны меняется от  $R_{сф}$  в точке A до  $R$  в точке B. Тогда

$$\sigma_{2A} = \frac{p_p R_{сф}}{\delta} \left( 1 - \frac{R_{сф}}{2R_T} \right); \quad \sigma_{2B} = \frac{p_p R}{\delta} \left( 1 - \frac{R}{2R_T} \right),$$

а наибольшие эквивалентные напряжения будут в точке A

$$\sigma_э = \sigma_{1A} + |\sigma_{2A}| = \frac{p_p R_{сф}}{2\delta} + \frac{p_p R_{сф}}{\delta} \left( \frac{R_{сф}}{2R_T} - 1 \right) = \frac{p_p R_{сф}}{2\delta} \left( \frac{R_{сф}}{R_T} - 1 \right).$$

Толщина стенки

$$\delta = \frac{p_p R_{сф}}{2\sigma_{0,2}} \left( \frac{R_{сф}}{R_T} - 1 \right).$$

В [33] для определения толщины торосферического днища предлагается формула

$$\delta = \left( \frac{3}{4} + \sqrt{\frac{R_{сф}}{2R_T}} \right) \frac{p_p R_{сф}}{2\sigma_{0,2}}.$$

Положение точки  $A$ , в которой тор сопрягается со сферой, определяется углом, который из геометрических соображений равен:

$$\vartheta_0 = \arcsin \left( \frac{R - R_T}{R_{\text{сф}} - R_T} \right). \quad (8.18)$$

Основной недостаток торосферического днища – возможность возникновения значительных изгибных напряжений в области сопряжения сферического днища с торовым участком. В днищах Бицено и Кассини [28] форма меридиана выбирается такой, чтобы исключить возникновение зон изгиба. Однако из-за сложности изготовления такие днища практического применения не нашли.

### 8.6. Нижние днища баков

Нижние днища заполнены жидкостью, поэтому давление, действующее на стенки, переменное. Вне зависимости от формы днища меридиональные напряжения определяются по формуле

$$\sigma_1 = f \frac{(p_h + Gn_{x1} / \pi r^2) r}{2\delta \sin \vartheta},$$

в которой  $p_h = p_n + \rho_{\text{ж}} g n_{x1} h$  – давление жидкости в том сечении,

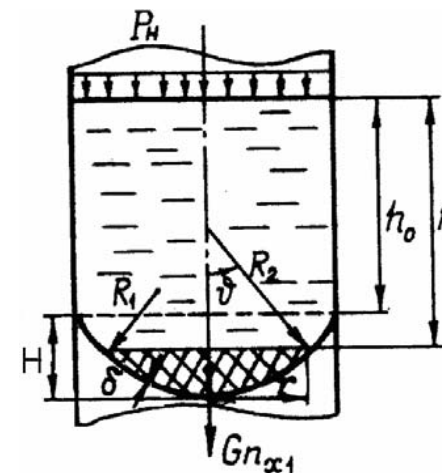


Рис. 57. Нижнее днище бака

где определяются напряжения;  $G$  – вес жидкости в заштрихованной части днища (рис. 57);  $r$  – радиус параллельного круга;  $\vartheta$  – угол между осью днища и вторым главным радиусом кривизны;  $h$  – расстояние от свободной поверхности жидкости до рассматриваемого сечения.

Тангенциальные напряжения находятся из уравнения Лапласа и равны:

$$\sigma_2 = R_2 (p_h / \delta - \sigma_1 / R_1).$$

Влияние формы днища на значение напряжений проявляется через главные радиусы кривизны  $R_1$  и  $R_2$ , а также вес жидкости  $G$  в выделенной части днища.

### 8.6.1. Сферическое днище с жидкостью

Радиусы кривизны в этом днище одинаковы и равны радиусу днища. Наибольшие напряжения возникают в нижней точке днища, когда  $\vartheta = 0$ :

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \frac{p_n R_d}{2\delta} + \frac{\rho_{ж} g n_{x1} R_d}{2\delta} (h_0 + H),$$

где  $h_0$  – высота жидкости в цилиндрической части бака;  $H$  – выступание днища. Поэтому толщина

$$\delta = \frac{f R_d}{2\sigma_{0,2}} \cdot [p_n + \rho_{ж} g n_{x1} (h_0 + H)],$$

или  $\delta = \frac{f R (1 + \xi^2)}{4\sigma_{0,2} \xi} \cdot [p_n + \rho_{ж} g n_{x1} (h_0 + \xi R)],$  где  $\xi = H/R$ .

Оптимальное выступание днища отличается от значения, полученного для случая постоянного давления. Для его определения необходимо решить алгебраическое уравнение третьей степени, получаемое из условия минимума массы днища.

### 8.6.2. Эллиптическое днище с жидкостью

Наибольшие напряжения возникают в нижней точке днища [24]. В данном случае они равны:

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \frac{p_n a^2}{2\delta b} + \frac{\rho_{ж} g n_{x1} a^2}{2\delta b} (h_0 + b),$$

где  $a = R$  – большая полуось эллипса,  $b$  – меньшая. Толщина стенки

$$\delta = \frac{f a^2}{2b\sigma_{0,2}} \cdot [p_n + \rho_{ж} g n_{x1} (h_0 + b)]. \quad (8.19)$$

Установим условие, при котором эта формула справедлива, воспользовавшись выражением для тангенциальных напряжений в плоскости стыка днища с цилиндром [24]:

$$\sigma_2 = \frac{a}{\delta} \left\{ (p_n + \rho_{ж} g n_{x1} h_0) - \frac{a^2}{2b^2} \left[ p_n + \rho_{ж} g n_{x1} \left( h_0 + \frac{2}{3} b \right) \right] \right\}. \quad (8.20)$$

Большая полуось эллипса известна и равна радиусу цилиндра, т.е.  $R=a$ , поэтому после приравнивания тангенциальных напряжений нулю приходим к следующему квадратному уравнению относительно граничного значения меньшей полуоси эллипса:

$$b^2 - Bb^2 - C = 0,$$

где  $B = \frac{1}{3} a^2 \frac{\rho_{ж} g n_{x1}}{(p_n + \rho_{ж} g n_{x1} h_0)}$ ;  $C = \frac{a^2}{2}$ , из которого

$$b_0 = \frac{1}{2} [B + \sqrt{B^2 + 4C}].$$

Если  $b < b_0$ , напряжения  $\sigma_2$  в плоскости стыка отрицательны и тогда эквивалентные напряжения здесь равны сумме меридиональных напряжений  $\sigma_1 = \frac{a}{2\delta} \left[ p_n + \rho_{ж} g n_{x1} \left( h_0 + \frac{2}{3} b \right) \right]$  и абсолютного значения тангенциальных, определенных по (8.20), а толщина стенки днища

$$\delta = \frac{a}{\sigma_{0,2}} \left[ (p_n + \rho_{ж} g n_{x1} h_0) \left( \frac{a^2}{2b^2} - \frac{1}{2} \right) + \rho_{ж} g n_{x1} \frac{2}{3} b \left( \frac{a^2}{2b^2} + \frac{1}{2} \right) \right]. \quad (8.21)$$

В этом случае толщина стенки определяется по формулам (8.19) и (8.21), а затем берется большее из двух значений. При  $b > b_0$  расчет толщины стенки днища ведется только по формуле (8.19).

### 8.6.3. Торосферическое днище с жидкостью

Как и в случае торосферического днища, нагруженного постоянным давлением, меридиональные напряжения  $\sigma_1$  в этом случае также положительны, а напряжения  $\sigma_2$  отрицательны на торовом участке днища, причем опять принимают наибольшее значение в плоскости стыка сферы и тора. Меридиональные напряжения здесь равны [24]:

$$\sigma_1 = \frac{R_{сф}}{2\delta} \left\{ p_n + \rho_{ж} g n_{x1} \left[ h_0 + x_A + \frac{R_{сф}}{3} \frac{(2 - 3 \cos \vartheta_0 + \cos^3 \vartheta_0)}{\sin^2 \vartheta_0} \right] \right\}, \quad (8.22)$$

где  $\vartheta_0$  определяется по формуле (8.18), а расстояние от стыка цилиндра с днищем до стыка тора со сферой  $x_A = R_T \cos \vartheta_0$ . Тангенциальные напряжения в торе определяются из уравнения Лапласа, в которое подставляется давление жидкости в рассматриваемом сечении:

$$\sigma_2 = \frac{[p_H + \rho_{ж} g n_{x1}(h_0 + x_A)] R_{сф}}{\delta} \left( 1 - \frac{R_{сф}}{2R_T} \right), \quad (8.23)$$

и имеет отрицательный знак.

Эквивалентные напряжения из (8.22) и (8.23) равны:  $\sigma_3 = \sigma_1 + |\sigma_2|$ , а толщина стенки днища

$$\delta = \frac{R_{сф}}{2\sigma_{0,2}} \left\{ [p_H + \rho_{ж} g n_{x1}(h_0 + x_A)] \left( \frac{R_{сф}}{R_T} - 1 \right) + \right. \\ \left. + \rho_{ж} g n_{x1} \frac{R_{сф} (2 - 3 \cos \vartheta_0 + \cos^3 \vartheta_0)}{3 \sin^2 \vartheta_0} \right\}. \quad (8.24)$$

Из полученного выражения видно, что с уменьшением радиуса тора толщина стенки днища увеличивается. Расчет толщины стенки следует провести и по нижней точке днища, в которой

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \frac{R_{сф}}{2\delta} [p_H + \rho_{ж} g n_{x1}(h_0 + H)],$$

а выступание днища  $H = x_A + R_{сф}(1 - \cos \vartheta_0)$ . Здесь

$$\delta = \frac{R_{сф}}{2\sigma_{0,2}} \left\{ p_H + \rho_{ж} g n_{x1} \left[ h_0 + R_{сф} \left( 1 - \left( 1 - \frac{R_T}{R_{сф}} \right) \cos \vartheta_0 \right) \right] \right\}. \quad (8.25)$$

Из толщин днища, определенных по (8.24) и (8.25), берем наибольшую.

## 8.7. Распорный шпангоут

Днища бака и цилиндрические обечайки имеют различные главные радиусы кривизны. Так, у цилиндра первый главный радиус кривизны  $R_1 = \infty$ , а у рассмотренных вариантов днищ он имеет конечное значение.

Меридиональные напряжения по величине совпадают в плоскости стыка днища с цилиндром, но при изломе образующей

меридиана направление их в стыкуемых оболочках различно. В этом случае в месте излома возникает распорная сила, которая сжимает одну из оболочек. Кроме того, различны тангенциальные напряжения и перемещения оболочек, определяемые по безмоментной теории. В реальных конструкциях эти эффекты сглаживаются за счет возникновения краевой перерезывающей силы и момента.

Для компенсации распорной силы и снижения эффектов изгиба оболочек в местах их соединения устанавливают специальный распорный шпангоут, который одновременно используется для соединения бака с соседними отсеками (рис. 58).

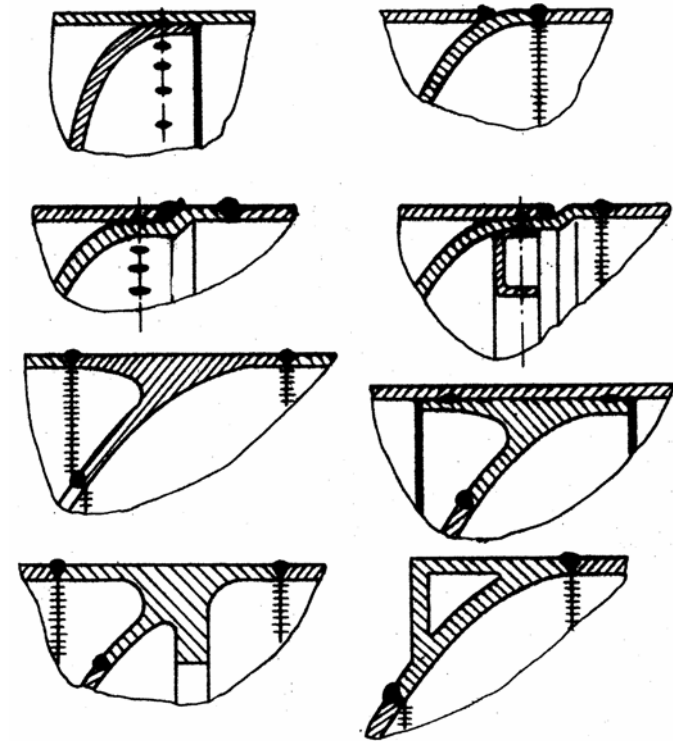


Рис. 58. Сечения распорных шпангоутов

Подробный расчет оболочек и распорного шпангоута с учетом краевых эффектов проводится на стадии проверочного расчета. В проектировочном расчете достаточно ограничиться опре-

делением толщин стенок цилиндра и днищ, а также площади шпангоута. На рис. 59 приведена схема соединения днища с цилиндром с помощью распорного шпангоута, а также механизм

возникновения распорной силы.

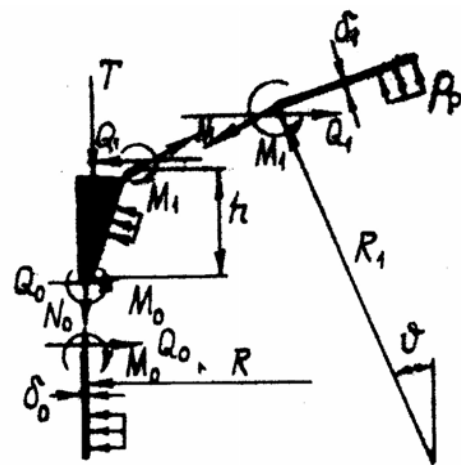


Рис. 59. Схема сил, действующих на распорный шпангоут

Меридиональное погонное внутреннее усилие в днище  $N_1 = \sigma_1 \delta_d$ . Такое же усилие действует в противоположном направлении на шпангоут. Из-за излома образующей меридиана возникает проекция этого усилия  $N_1 \cos \vartheta$ , перпендикулярная оси цилиндра, которая и называется распорной силой. Если рассматривать шпангоут как изолированное кольцо,

то напряжения в нем равны:

$$\sigma_{\text{шп}} = \frac{N_1 \cos \vartheta}{F_{\text{шп}}} R. \quad (8.26)$$

Однако шпангоут соединен с оболочками, поэтому испытывает их подкрепляющее влияние.

Для уточнения площади шпангоута воспользуемся следующим приемом [21]. Прогиб изолированного кольца-шпангоута под действием погонной нагрузки  $q = N_1 \cos \vartheta$  равен:

$$W = qR^2 / EF_{\text{шп}}. \quad (8.27)$$

Аналогично прогиб изолированной цилиндрической оболочки, нагруженной погонной силой  $q$ , равен:

$$W_{\text{ц}} = \frac{qR^2}{E(0,778\delta\sqrt{R\delta})}, \quad (8.28)$$

а сферической



$$W_c = \frac{qR^2 \sqrt{\sin \vartheta}}{E(0,778\delta_d \sqrt{R_d \delta_d})}. \quad (8.29)$$

Из сопоставления выражений (8.27) – (8.29) можно определить суммарную площадь шпангоута с учетом подкрепляющего влияния оболочек, которую нужно подставить в (8.26) вместо  $F_{ш}$

$$F_{\Sigma} = F_{шш} + 0,778\delta \sqrt{R\delta} + 0,778\delta_d \sqrt{R_d \delta_d}.$$

Приравнивая теперь напряжения в шпангоуте пределу текучести, находим его площадь:

$$F_{шш} = \frac{N_1 \cos \vartheta R}{\sigma_{0,2}} - 0,778\delta \sqrt{R\delta} - 0,778\delta_d \sqrt{R_d \delta_d}.$$

### 8.8. Краевой эффект у распорного шпангоута

Ранее напряжения в днищах и цилиндрических обечайках бака определялись по безмоментной теории, которая дает хорошие результаты на большей части поверхности оболочек за исключением области стыка днища и цилиндра, где возникают краевые напряжения, которые находят по формулам моментной теории оболочек [24]. Для компенсации больших сжимающих напряжений в этой области устанавливается шпангоут, на котором при необходимости можно разместить узел для стыковки соседнего отсека (см. рис. 58).

Определим напряжения в шпангоуте при его нагружении внутренним давлением и осевыми силами, передаваемыми на него соседним отсеком. Схема внутренних и внешних сил, действующих на шпангоут в области его соединения с оболочками, приведена на рис. 59, где  $T$  – погонная нагрузка, передаваемая на шпангоут соседним отсеком:

$$T = f \frac{N_a + Gn_{x1}}{2\pi R}.$$

Здесь  $G$  – вес части ракеты, расположенной выше рассматриваемого сечения, а  $N_a$  – осевая аэродинамическая сила, действующая на нее.

Безмоментное меридиональное усилие в днище  $N_1 = P_p R_2 / 2$ , где  $p_p$  – расчетное внутреннее давление;  $R_2$  – второй главный радиус кривизны.

Предполагая, что шпангоут не поворачивается, условия совместности перемещений и углов поворота цилиндра и шпангоута в направлении нормали к оси симметрии запишем в следующем виде:

$$\begin{aligned} W_{Q_0} + W_{M_0} + W_p &= W_{\text{шп}}; \\ \theta_{Q_0} + \theta_{M_0} + \theta_p &= 0, \end{aligned} \quad (8.30)$$

где

$$\begin{aligned} W_{Q_0} &= -\frac{1}{2\alpha^3 D} Q_0; \quad W_{M_0} = -\frac{1}{2\alpha^2 D} M_0; \quad W_p = \frac{1}{4\alpha^4 D} (p_p R - \frac{\mu N_0}{R}); \\ N_0 &= \frac{p_p R}{2} + T; \quad W_{\text{шп}} = \frac{R^2}{EF_{\text{шп}}} (Q_0 + Q_1 + p_p h - N_1 \cos \vartheta); \\ \theta_{Q_0} &= -\frac{1}{2\alpha^2 D} Q_0; \quad \theta_{M_0} = -\frac{1}{\alpha D} M_0; \quad \theta_p = 0; \\ \alpha &= \sqrt[4]{\frac{3(1-\mu^2)}{R^2 \delta_0^2}}; \quad D = \frac{E \delta_0^3}{12(1-\mu^2)}. \end{aligned}$$

Если бак сжимается внешними силами, то  $T < 0$ . Для шпангоута и днища, которое будем считать полусферическим в области краевого эффекта,

$$W_{Q_1} + W_{M_1} + W_{p_1} = W_{\text{шп}}; \quad \theta_{Q_1} + \theta_{M_1} + \theta_{p_1} = 0, \quad (8.31)$$

где [31]

$$\begin{aligned} W_{Q_1} &= -\frac{\sin^2 \vartheta}{2\beta^3 D_1} Q_1; \quad W_{M_1} = -\frac{\sin \vartheta}{2\beta^2 D_1} M_1; \quad W_{p_1} = \frac{P_p R_0^2 (1-\mu)}{2E \delta_1} \sin \vartheta; \\ \theta_{Q_1} &= \frac{\sin \vartheta}{2\beta^2 D_1} Q_1; \quad \theta_{M_1} = \frac{1}{\beta D_1} M_1; \quad \theta_{p_1} = 0; \\ \beta &= \sqrt[4]{3(1-\mu^2)/R_1^2 \delta_1^2}; \quad D_1 = E \delta_1^3 / 12(1-\mu^2). \end{aligned}$$

Аналогичные соотношения для эллиптического днища приводятся в [12].

Решая систему уравнений (8.30), (8.31) находим  $Q_0$ ,  $M_0$ ,  $Q_1$ ,  $M_1$ . Тогда погонная сила, действующая на шпангоут,  $q_{\text{шп}} = Q_0 + Q_1 + p_p h - N_1 \cos \vartheta$ . Если  $q_{\text{шп}} > 0$ , то шпангоут проверяется на прочность. Напряжения в шпангоуте

$\sigma_{\text{шп}} = q_{\text{шп}} R / F_{\text{шп}}$  сравниваются с допускаемыми ( $\sigma_{0,2}$  или  $\sigma_{\text{в}}$ ). При  $q_{\text{шп}} < 0$  шпангоут проверяется на общую устойчивость. В этом случае  $q_{\text{кр}} = 3EI/R^3$ , где  $I$  – момент инерции сечения шпангоута относительно оси, проходящей через его центр тяжести и параллельной оси бака. Коэффициент запаса устойчивости  $\eta = q_{\text{кр}}/q_{\text{шп}} \geq 1$ .

Далее необходимо определить краевые напряжения в полусферической и цилиндрической оболочках.

В краевой зоне цилиндра имеем следующие выражения для суммарных напряжений (верхний знак относится к наружной поверхности, а нижний к внутренней):

$$\sigma_1 = \frac{N_0}{\delta} \pm \frac{6M_{\text{кр}}}{\delta^2}; \quad \sigma_2 = \frac{N_2}{\delta} \pm \mu \frac{6M_{\text{кр}}}{\delta^2},$$

где

$$M_{\text{кр}} = \frac{1}{\alpha} [\alpha M_0 \varphi(\alpha x) + Q_0 \zeta(\alpha x)]; \quad N_2 = \frac{E\delta W}{R} + \mu N_0;$$

$$W = W_0 + W_p; \quad W_0 = -\frac{1}{2\alpha^3 D} [\alpha M_0 \psi(\alpha x) + Q_0 \theta(\alpha x)].$$

Балочные функции определяются по формулам

$$\varphi(\alpha x) = e^{-\alpha x} (\cos \alpha x + \sin \alpha x); \quad \psi(\alpha x) = e^{-\alpha x} (\cos \alpha x - \sin \alpha x);$$

$$\theta(\alpha x) = e^{-\alpha x} \cos \alpha x; \quad \zeta(\alpha x) = e^{-\alpha x} \sin \alpha x.$$

Координата  $x$  отсчитывается от плоскости стыка шпангоута и цилиндра вдоль его образующей. Балочные функции  $\varphi$ ,  $\psi$ ,  $\theta$ ,  $\zeta$  затабулированы в книге [31]. Построив графики напряжений, находим координаты  $x$ , в которых они достигают максимального значения. Оценка прочности цилиндра в краевой области проводится с помощью третьей теории прочности. Напряжения в днище определяются по аналогичной схеме, а соответствующие соотношения приведены в [31].

### 8.9. Краевые напряжения в области продольного скачка температур

Если бак наддувается горячими газами, то верхняя часть стенок имеет температуру более высокую, чем нижняя, которая ох-

лаждается жидкостью. Аналогичная ситуация возникает и в том случае, когда бак заправлен криогенными компонентами и нижняя часть его корпуса охлаждается. Без большой погрешности

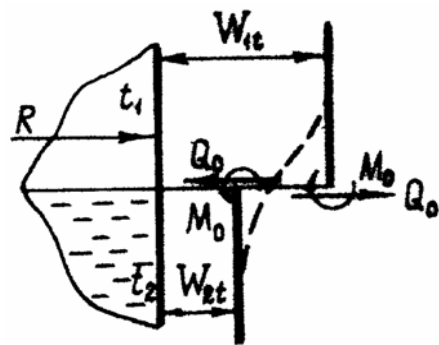


Рис. 60. Краевые напряжения в области скачка температур

можно считать, что температура стенки по толщине будет постоянной. Кроме того, для упрощения расчетов положим, что на поверхности раздела «газ-жидкость» в цилиндрической обечайке бака возникает продольный скачок температур, хотя в действительности профиль температур будет плавным (рис. 60). Суммарные напряжения на наружной и внутренней поверхностях нижней цилиндрической обечайки определяются по формулам

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{\delta} \pm \frac{6M_1}{\delta^2}; \quad \sigma_2 = \frac{N_2}{\delta} \pm \mu \frac{6M_1}{\delta^2},$$

где [3]

$$M_1 = -\alpha^2 D \beta R (t_1 - t_2) \zeta(\alpha x); \quad N_1 = \frac{p_p R}{2} + T; \quad N_2 = \frac{E \delta}{R} W + \mu N_1;$$

$$W = \frac{1}{4\alpha^4 D} \left( p_p - \frac{\mu N_1}{R} \right) + \frac{\beta R}{2} (t_1 - t_2) \theta(\alpha x).$$

Здесь  $\beta$  – коэффициент температурного расширения материала обечайки;  $t_1, t_2$  – температура верхней и нижней части обечайки бака. Характер нагружения конструкции бака в конкретном расчетном случае повлияет на величину меридионального погонного усилия. Например, если бак не наддут, то  $N_1 = T$ , и наоборот, если значение  $T$  пренебрежимо мало по сравнению с силой, создаваемой внутренним давлением, то  $N_1 = p_p R/2$ .

Несущая способность обечайки в этой области оценивается по третьей теории прочности. Отметим также, что  $T < 0$ , если бак сжимается внешними силами.

### 8.10. Напряжения в обечайке у нормального шпангоута

Жесткость шпангоута значительно больше жесткости обечайки, поэтому здесь возникают изгибные напряжения, которые накладываются на безмоментные. Предполагая, что шпангоут абсолютно жесткий, найдем суммарные напряжения, которые возникают в цилиндрической обечайке бака в зоне краевого эффекта.

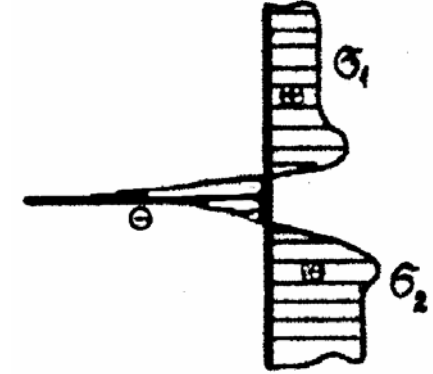


Рис. 61. Напряжения на наружной поверхности у нормального шпангоута

Для определения краевой перерезывающей силы  $Q_0$  и момента  $M_0$  (рис. 61) запишем следующие условия совместности перемещений и углов поворота цилиндра и шпангоута в плоскости их стыка:

$$W_p + W_{M_0} + W_{Q_0} = 0; \quad (8.32)$$

$$\vartheta_p + \vartheta_{M_0} + \vartheta_{Q_0} = 0; \quad (8.33)$$

$$W_p = \frac{1}{4\alpha^4 D} (p_p - \frac{\mu N_1}{R}); \quad N_1 = \frac{p_p R}{2} + T; \quad W_{Q_0} = -\frac{1}{2\alpha^3 D} Q_0;$$

$$W_{M_0} = -\frac{1}{2\alpha^2 D} M_0; \quad \vartheta_p = 0, \quad \vartheta_{Q_0} = \frac{1}{2\alpha^2 D} Q_0; \quad \vartheta_{M_0} = \frac{1}{\alpha D} M_0.$$

Из уравнения (8.33) получаем  $Q_0 = -2\alpha M_0$ . Преобразуем выражение для  $W_p$ , подставив в него  $D$ ,  $\alpha$ ,  $N_1$ :

$$W_p = \frac{p_p R^2}{E\delta} \left(1 - \frac{\mu}{2} - \frac{\mu T}{p_p R}\right).$$

Тогда условие совместности перемещений (8.32) принимает вид

$$\frac{p_p R^2}{E\delta} \left(1 - \frac{\mu}{2} - \frac{\mu T}{p_p R}\right) + M_0 \left(-\frac{1}{2\alpha^2 D}\right) = 0,$$

откуда

$$M_0 = -\frac{p_p R^2}{E\delta} \left(1 - \frac{\mu}{2} - \frac{\mu T}{p_p R}\right) 2\alpha^2 D.$$

После преобразований получим

$$Q_0 = \frac{p_p}{\alpha} \left(1 - \frac{\mu}{2} - \frac{\mu T}{p_p R}\right); \quad M_0 = -\frac{p_p}{2\alpha^2} \left(1 - \frac{\mu}{2} - \frac{\mu T}{p_p R}\right).$$

Используя выражения для напряжений

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{\delta} \pm \frac{6M_1}{\delta^2}, \quad \sigma_2 = \frac{N_2}{\delta} \pm \mu \cdot \frac{6M_1}{\delta^2},$$

погонных усилий  $N_1 = (p_p R)/2 + T$ ,  $N_2 = (E\delta/R)W + \mu N_1$  и пе-

ремещений  $W = W_p + W_0$ , где  $W_0 = -\frac{p_p R^2}{E\delta} \left(1 - \frac{\mu}{2} - \frac{\mu T}{p_p R}\right) \varphi(\alpha x)$ ,

получаем следующие окончательные выражения для определения суммарных напряжений:

$$\sigma_1 = \frac{p_p R}{2\delta} \left[1 \mp \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{1-\mu^2}} \left(1 - \frac{\mu}{2} - \frac{\mu T}{p_p R}\right) \psi(\alpha x)\right],$$

$$\sigma_2 = \frac{p_p R}{\delta} \left[1 - \left(1 - \frac{\mu}{2} - \frac{\mu T}{p_p R}\right) \varphi(\alpha x) \mp \frac{\mu\sqrt{3}}{\sqrt{1-\mu^2}} \left(1 - \frac{\mu}{2} - \frac{\mu T}{p_p R}\right) \psi(\alpha x)\right].$$

В записанных формулах верхний знак соответствует наружной поверхности цилиндра, а нижний – внутренней. На рис. 61 приведен характер эпюры напряжений  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  на наружной поверхности цилиндра, который получается в рассматриваемом случае. Наибольшую опасность с точки зрения прочности представляет точка цилиндра, в которой  $\alpha \cdot x = 0$ , где возникают наибольшие сжимающие напряжения.

## 9. МЕТОД КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

В МКЭ оболочечная конструкция осесимметричной формы разбивается на конечные элементы, соединенные между собой по узловым окружностям. Простейшим конечным элементом является усеченный конус, с помощью которого можно аппроксимировать любую сколь угодно сложную конфигурацию ветвящихся оболочек (рис. 62). Точки на меридиональном сечении обо-

лочки соответствуют узловым окружностям, по которым стыкуются элементы. Угол наклона образующей элемента к оси симметрии может изменяться от 0 до 360°. Рассмотрим последовательные этапы формулировки задачи по методу конечных элементов.

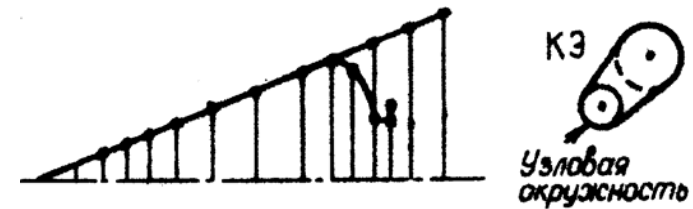


Рис. 62. Разбиение конструкции на конические элементы

### 9.1. Аппроксимация перемещений в элементе

Рассмотрим конический элемент с заданными на узловых окружностях меридиональным  $u_i$ , нормальным  $w_i$  перемещениями и угле поворота  $\beta_i$  (рис. 63). Тогда перемещения и угол внутри элемента можно аппроксимировать какими-нибудь простейшими функциями. Проще всего это сделать с помощью полиномов, порядок которых определяется требованиями к непрерывности производных от перемещений, которые используются при записи выражения для потенциальной энергии элемента. В рассматриваемом варианте конечного элемента воспользуемся следующими полиномами:

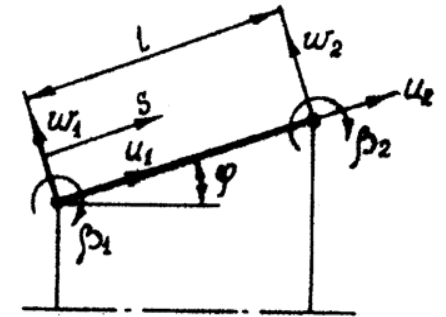


Рис. 63. Узловые перемещения элемента

$$u = a_1 + a_2 s, \quad w = a_3 + a_4 s + a_5 s^2 + a_6 s^3, \quad \beta = \frac{dw}{ds} = a_4 + 2a_5 s + 3a_6 s^2. \quad (9.1)$$

Количество коэффициентов  $a_i$  в точности соответствует количеству перемещений и углов в узлах элементов. Выразим через них коэффициенты. При  $s = 0$

$$u_1 = a_1; \quad w_1 = a_3; \quad \beta_1 = a_4. \quad (9.2)$$

При  $s = l$

$$u_2 = a_1 + a_2 l; \quad w_2 = a_3 + a_4 l + a_5 l^2 + a_6 l^3; \quad \beta_2 = a_4 + 2a_5 l + 3a_6 l^2. \quad (9.3)$$

Решая систему линейных алгебраических уравнений (9.2) и (9.3), получаем

$$a_1 = u_1; a_2 = \frac{1}{l}(u_2 - u_1); a_3 = w_1; a_4 = \beta_1;$$

$$a_5 = \frac{1}{l^2}[3(w_2 - w_1) - 2\beta_1 l - \beta_2 l]; \quad a_6 = \frac{1}{l^3}[l\beta_2 - 2(w_2 - w_1) + \beta_1 l].$$

Подставляя полученные выражения для коэффициентов в (9.1), получаем

$$u = u_2 \eta + (1 - \eta)u_1; \quad (9.4)$$

$$w = w_1 N_1(\eta) + \beta_1 l N_2(\eta) + w_2 N_3(\eta) + \beta_2 l N_4(\eta),$$

где

$$\eta = s/l; \quad N_1(\eta) = 1 - 3\eta^2 + 2\eta^3; \quad N_2(\eta) = \eta - 2\eta^2 + \eta^3;$$

$$N_3(\eta) = 3\eta^2 - 2\eta^3; \quad N_4(\eta) = -2\eta^2 + \eta^3.$$

Полиномы  $N_1, N_2, N_3, N_4$  называются полиномами Эрмита, а в теории МКЭ – функциями формы. В матричном виде выражения (9.4) можно переписать так:

$$|f| = \begin{Bmatrix} u \\ w \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-\eta & 0 & 0 & \eta & 0 & 0 \\ 0 & N_1 & lN_2 & 0 & N_3 & lN_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ w_1 \\ \beta_1 \\ u_2 \\ w_2 \\ \beta_2 \end{Bmatrix}, \quad (9.5)$$

где столбец узловых перемещений элемента  $|d| = |u_1 w_1 \beta_1 u_2 w_2 \beta_2|^T$ .

## 9.2. Аппроксимация деформаций

Геометрические уравнения теории тонких оболочек для конической оболочки имеют вид [24]:

$$\varepsilon_1^0 = du_0/ds; \quad \varepsilon_2^0 = (u_0 \sin \varphi + w_0 \cos \varphi)/r;$$



$$\chi_1 = -\frac{d^2 w_0}{ds^2}; \quad \chi_2 = -\frac{\sin \varphi}{r} \frac{dw_0}{ds},$$

где индексом «ноль» обозначены величины, относящиеся к срединной поверхности. Подставляя в них выражения (9.4), получаем

$$\varepsilon_1^0 = \frac{du}{d\eta} \frac{d\eta}{ds} = \frac{1}{l}(u_2 - u_1),$$

$$\varepsilon_2^0 = \frac{1}{r} \{ [\eta u_2 + (1 - \eta) u_1] \sin \varphi + [w_1 N_1 + \beta_1 l N_2 + w_2 N_3 + \beta_2 l N_4] \cos \varphi \}, \quad (9.6)$$

$$\chi_1 = -\frac{1}{l^2} \left[ w_1 \frac{d^2 N_1}{d\eta^2} + \beta_1 l \frac{d^2 N_2}{d\eta^2} + w_2 \frac{d^2 N_3}{d\eta^2} + \beta_2 l \frac{d^2 N_4}{d\eta^2} \right],$$

$$\chi_2 = -\frac{\sin \varphi}{rl} \left[ w_1 \frac{dN_1}{d\eta} + \beta_1 l \frac{dN_2}{d\eta} + w_2 \frac{dN_3}{d\eta} + \beta_2 l \frac{dN_4}{d\eta} \right],$$

где соответствующие производные равны:

$$\begin{aligned} \frac{dN_1}{d\eta} &= -6\eta + 6\eta^2; & \frac{d^2 N_1}{d\eta^2} &= -6 + 12\eta; \\ \frac{dN_2}{d\eta} &= 1 - 4\eta + 3\eta^2; & \frac{d^2 N_2}{d\eta^2} &= -4 + 6\eta; \\ \frac{dN_3}{d\eta} &= 6\eta - 6\eta^2; & \frac{d^2 N_3}{d\eta^2} &= 6 - 12\eta; \\ \frac{dN_4}{d\eta} &= -4\eta + 3\eta^2; & \frac{d^2 N_4}{d\eta^2} &= -4 + 6\eta. \end{aligned} \quad (9.7)$$

Вводя в столбец деформаций  $|\varepsilon| = \left[ \varepsilon_1^0 \varepsilon_2^0 \chi_1 \chi_2 \right]^T$ , а также столбец узловых перемещений элемента  $|d| = \left[ u_1 w_1 \beta_1 u_2 w_2 \beta_2 \right]^T$ , геометрические уравнения (9.6) с учетом (9.7) можно переписать в матричном виде:

$$|\varepsilon| = [B] |d|, \quad (9.8)$$

где прямоугольная матрица

$$[B] = \begin{vmatrix} -\frac{1}{l} & 0 & 0 & \frac{1}{l} & 0 & 0 \\ \frac{(1-\eta)\sin\varphi}{l} & \frac{(1-3\eta^2+2\eta^3)\cos\varphi}{l} & \frac{l(\eta-2\eta^2+\eta^3)\cos\varphi}{l} & \frac{\eta\sin\varphi}{l} & \frac{(3\eta^2-2\eta^3)\cos\varphi}{l} & \frac{l(\eta^3-\eta^2)\cos\varphi}{l} \\ 0 & \frac{(6-12\eta)}{l^2} & \frac{4-6\eta}{l} & 0 & \frac{(12\eta-6)}{l^2} & \frac{2-6\eta}{l} \\ 0 & \frac{(6\eta-6\eta^2)\sin\varphi}{lr} & \frac{(-1+4\eta-3\eta^2)\sin\varphi}{r} & 0 & \frac{6(\eta^2-\eta)\sin\varphi}{rl} & \frac{(2\eta-3\eta^2)\sin\varphi}{r} \end{vmatrix}$$

Матрица  $[B]$  зависит от безразмерной координаты  $\eta$ , измеряемой вдоль образующей элемента.

### 9.3. Аппроксимация напряжений в элементе

На наружной (знак плюс) и внутренней поверхностях оболочки нормальные напряжения равны:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{\delta} \pm \frac{6M_1}{\delta^2}, \quad \sigma_2 = \frac{N_2}{\delta} \pm \frac{6M_2}{\delta^2},$$

в которых погонные усилия и моменты в изотропной оболочке равны:

$$N_1 = \frac{E\delta}{1-\mu^2} (\varepsilon_1^0 + \mu\varepsilon_2^0), \quad N_2 = \frac{E\delta}{1-\mu^2} (\varepsilon_2^0 + \mu\varepsilon_1^0),$$

$$M_1 = -D(\chi_1 + \mu\chi_2), \quad M_2 = -D(\chi_2 + \mu\chi_1),$$

которые в матричном виде можно записать так:

$$[\Sigma] = \begin{vmatrix} N_1 \\ N_2 \\ M_1 \\ M_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{E\delta}{1-\mu^2} & \frac{\mu E\delta}{1-\mu^2} & 0 & 0 \\ \mu \frac{E\delta}{1-\mu^2} & \frac{E\delta}{1-\mu^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{E\delta^3}{12(1-\mu^2)} & -\frac{\mu E\delta^3}{12(1-\mu^2)} \\ 0 & 0 & -\frac{\mu E\delta^3}{12(1-\mu^2)} & -\frac{E\delta^3}{12(1-\mu^2)} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \varepsilon_1^0 \\ \varepsilon_2^0 \\ \chi_1 \\ \chi_2 \end{vmatrix} \quad (9.9)$$

или, в сокращенной записи,

$$[\Sigma] = [D][\varepsilon], \quad (9.10)$$

где матрица упругих констант

$$|D| = \frac{E\delta}{1-\mu^2} \begin{vmatrix} 1 & \mu & 0 & 0 \\ \mu & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\delta^2}{12} & -\frac{\mu\delta^2}{12} \\ 0 & 0 & -\frac{\mu\delta^2}{12} & -\frac{\delta^2}{12} \end{vmatrix}. \quad (9.11)$$

Подставляя в (9.11) матричное выражение деформаций (9.8), получим  $|\Sigma| = [D][B]|d|$ .

Таким образом, перемещения, деформации и внутренние усилия в элементе с помощью (9.5), (9.8), (9.9) могут быть выражены через узловые перемещения и углы поворота. Для определения узловых значений перемещений и углов поворота воспользуемся условиями равновесия тела, записанными в виде условия минимума его потенциальной энергии.

#### 9.4. Потенциальная энергия конструкции

Потенциальная энергия конструкции, составленной из оболочек, равна:

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_S (\epsilon_1^0 N_1 + \epsilon_2^0 N_2 + \chi_1 M_1 + \chi_2 M_2) dS - \int_S (\tau u + p w) dS,$$

где  $S$  – полная поверхность оболочек;  $p$ ,  $\tau$  – давление и трение, действующие на оболочки, или, в матричном виде:

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_S |\epsilon|^T |\Sigma| dS - \int_S |f|^T |q| dS,$$

где

$$|q| = \begin{vmatrix} \tau \\ p \end{vmatrix}.$$

С учетом (9.10)

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_S |\epsilon|^T [D] |\epsilon| dS - \int_S |f|^T |q| dS.$$

Так как аппроксимируются перемещения внутри одного элемента, то потенциальную энергию конструкции представим в виде суммы потенциальных энергий  $N$  элементов, на которые она разбита:

$$\Pi = \frac{1}{2} \sum_N \int_{S_e} |\varepsilon|^T [D] \varepsilon | dS - \sum_N \int_{S_e} |f|^T |q| dS.$$

Выразим потенциальную энергию одного элемента через его узловые перемещения и углы поворота, имея в виду, что

$$\begin{aligned} |\varepsilon|^T &= |d|^T [B]^T; \quad |\varepsilon| = [B] |d|; \\ |\Sigma| &= [D] |\varepsilon| = [D] [B] |d|; \\ |f| &= [N] |d|; \quad |f|^T = |d|^T [N]^T. \end{aligned}$$

Тогда

$$\Pi_e = \frac{1}{2} \int_{S_e} |d|^T [B]^T [D] [B] |d| dS - \int_{S_e} |d|^T [N]^T |q| dS$$

или

$$\Pi_e = \frac{1}{2} |d|^T \int_{S_e} [B]^T [D] [B] dS |d| - |d|^T \int_{S_e} [N]^T |q| dS. \quad (9.12)$$

Введем матрицу жесткости  $k_e$  и матрицу внешних усилий  $r$  элемента в локальной системе координат, связанной с элементом:

$$\begin{aligned} [k_e] &= \int_{S_e} [B]^T [D] [B] dS, \\ |r| &= \int_{S_e} [N]^T |q| dS. \end{aligned}$$

Тогда (9.12) можно записать так:

$$\Pi_e = \frac{1}{2} |d|^T [k_e] |d| - |d|^T |r|. \quad (9.13)$$

Наряду с локальными системами координат, связанными с элементами, введем единую глобальную систему координат, в которой и будем определять неизвестные перемещения на узловых окружностях. Ось  $x$  направим по оси симметрии конструкции, а ось  $y$  – перпендикулярно ей. Перемещения и углы поворота на узловой окружности в глобальных координатах обозначим с верхним индексом ноль. Они связаны с локальными перемещениями  $u$  и  $w$  (рис. 64):

$$\begin{aligned} u &= u^0 \cos \varphi + w^0 \sin \varphi, \\ w &= -u^0 \sin \varphi + w^0 \cos \varphi, \end{aligned}$$

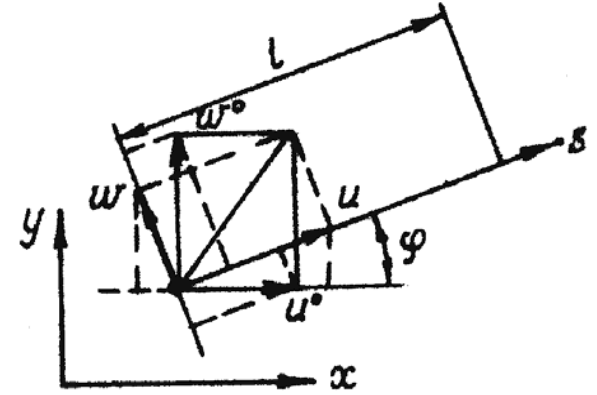


Рис. 64. Локальные и глобальные перемещения

Или, в матричном виде:

$$\begin{Bmatrix} u \\ w \\ \beta \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u^0 \\ w^0 \\ \beta \end{Bmatrix}.$$

Обозначая

$$[\Lambda] = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

запишем в матричном виде связь между узловыми перемещениями в глобальной и локальной системами координат:

$$|d| = [T] |d^0|, \quad (9.14)$$

где  $|d^0| = |u_1^0 w_1^0 \beta_1 u_2^0 w_2^0 \beta|^T$ , а  $[T] = \begin{bmatrix} \Lambda & 0 \\ 0 & \Lambda \end{bmatrix}$ .

Подставим (9.14) в выражение для потенциальной энергии элемента (9.13):

$$\Pi_e = \frac{1}{2} |d^0|^T [T]^T [k_e] [T] |d^0| - |d^0|^T [T]^T |r|. \quad (9.15)$$

Обозначая матрицу жесткости элемента в глобальной системе координат  $[k] = [T]^T [k_e] [T]$ , а также матрицу усилий элемента  $|r^0| = [T]^T |r|$ , составим условие равновесия всей конструкции.

### 9.5. Условие равновесия конструкции

На основе принципа минимума потенциальной энергии тело находится в равновесии, если обеспечивается минимум его потенциальной энергии.

Просуммировав (9.15) по всем элементам, получим

$$\Pi = \sum_N \Pi_e = \frac{1}{2} |D|^T [K] |D| - |D|^T |R|, \quad (9.16)$$

где

$$|D| = \begin{pmatrix} u_1^0 \\ w_1^0 \\ \beta_1 \\ u_1^0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ u_{N+1}^0 \\ w_{N+1}^0 \\ \beta_{N+1} \end{pmatrix}; \quad |R| = \begin{pmatrix} t_1^0 \\ n_1^0 \\ m^0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ t_{N+1}^0 \\ n_{N+1}^0 \\ m_{N+1}^0 \end{pmatrix},$$

а  $t_i^0, n_i^0, m_i^0$  – погонные силы и моменты, приложенные в узле  $i$ , являющиеся эквивалентами внешней поверхности нагрузки. Заметим, что в данном случае количество узловых окружностей на единицу больше числа элементов  $N$ .

Функционал  $\Pi(u_1^0 \dots \beta_{N+1})$  имеет минимум, если его первая вариация равна нулю, т.е.

$$\delta \Pi = \frac{\partial \Pi}{\partial u_1^0} \delta u_1^0 + \frac{\partial \Pi}{\partial w_1^0} \delta w_1^0 + \dots + \frac{\partial \Pi}{\partial \beta_{N+1}} \delta \beta_{N+1} = 0,$$

откуда можно записать следующую систему уравнений:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial u_1^0} = 0, \quad \frac{\partial \Pi}{\partial w_1^0} = 0, \quad \dots \quad \frac{\partial \Pi}{\partial \beta_{N+1}} = 0,$$

или в матричном виде  $\frac{\partial \Pi}{\partial |D|} = 0$ , а после дифференцирования

(9.16), где второе слагаемое перенесено в правую часть,

$$[K]|D| = |R|. \quad (9.17)$$

Далее решается система линейных уравнений алгебраических уравнений (9.17) относительно столбца  $|D|$  узловых перемещений и углов поворота. По известным значениям узловых перемещений находим перемещения, деформации и напряжения с помощью приведенных выше аппроксимаций.

### **Библиографический список**

1. Авдонин А.С., Фигуровский В.И. Расчет на прочность летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1985. 440с.
2. Адушкин В.В., Коротков А.П.. Параметры ударной волны вблизи от заряда ВВ при взрыве в воздухе// ПМТФ. 1961. N5.
3. Балабух Л.И., Колесников К.С., Зарубин А.С. и др. Основы строительной механики ракет. М.: Высшая школа, 1969. 494 с.
4. Баррер М., Жомотт А., Вебек Б.Ф., Ванденкеркхове Ж. Ракетные двигатели. М.: Оборонгиз, 1962. 800 с.
5. Вержбицкий Т. Разрушение командного отсека КЛМИ "Челленджер" при ударе о воду//Аэрокосмическая техника. 1987. N8. С. 15-24
6. Войж Е.С., Эндогур А.И., Мелик-Саркисян З.А., Алявдин И.М. Проектирование конструкций самолетов: учебник для студентов вузов, обучающихся по специальности "Самолетостроение". М.: Машиностроение, 1987. 416 с.
7. Вольмир А.С. Устойчивость деформируемых систем. М.: Наука, 1967. 984 с.
8. Голубев И.С., Самарин А.В. Проектирование конструкций летательных аппаратов: учебник для студентов ВТУЗов. М.: Машиностроение, 1991. 512 с.
9. Грибкин Б.В., Давыдов О.И., Жихарев В.М., Золоров А.А. и др. Основы конструирования ракет-носителей космических аппаратов: учебник для студентов ВТУЗов. М.: Машиностроение, 1991. 416 с.

10. *Динамический расчет сооружений на специальные воздействия*: Справочник проектировщика. М.: Стройиздат, 1981.
11. *Кан С.Н.* Строительная механика оболочек. М.: Машиностроение, 1966.
12. *Канторович З.Б.* Основы расчета химических машин и аппаратов. М.: ГИФМЛ, 1965. 572 с.
13. *Кларус, Билодо, Лангер.* Напряжения в тонкостенных сосудах давления с эллиптическими днищами// Конструирование и технология машиностроения. 1961. N1. С.42-61
14. *Космическая механика* / Под ред. Г.Сейферта. М.: Наука, 1964. 728 с.
15. *Куров В.Д., Должанский Ю.М..* Основы проектирования пороховых ракетных снарядов. М.: Оборонгиз, 1961. 294 с.
16. *Лай.* Нестационарные напряжения в слоистых конструкциях//РТК. 1973. Т. 11. N12.
17. *Лейрен, Вин.* Точное решение задачи динамики колебаний тел, возвращающихся в атмосферу//РТК. 1972. Т.10. N7.
18. *Лизин В.Т., Пяткин В.А.* Проектирование тонкостенных конструкций. М., Машиностроение, 1985. 344 с.
19. *Линендес, Сугуити.* Воздействие ядерного взрыва на ракету// Вопросы ракетной техники. 1968. N12.
20. *Морленд.* Возбуждение термоупругих волн напряжений под действием импульса электромагнитного излучения // РТК. 1968. N6. С.88-93.
21. *Моссаковский В.И., Макаренков А.Г., Никитин П.И. и др.* Прочность ракетных конструкций: учебное пособие для машиностроительных специальностей ВУЗов. М.: Высшая школа, 1990. 359 с.
22. *Нойс.* Перспективные аблирующие материалы в ракетной технике//Вопросы ракетной техники. 1974. N8.
23. *Погорелов В.И.* Прочность корпуса баллистической ракеты. Расчет нагрузок: Учебное пособие. СПб.: Изд-во БГТУ, 1994. 160 с.
24. *Погорелов В.И.* Теория тонких оболочек в приложениях к расчету корпусов летательных аппаратов. Л.: Изд-во ЛМИ, 1990. 162 с.
25. *Преображенский И.Н.* Устойчивость и колебания пластин и оболочек с отверстиями. М.: Машиностроение, 1981. 192 с.
26. *Прочность. Устойчивость. Колебания* / Под ред. И.А. Биргера, Я.П. Пановко: Справочник т.1. М.: Машиностроение, 1968. 832 с.
27. *Разумеев В.Ф., Ковалев Б.К.,* Основы проектирования баллистических ракет на твердом топливе. М.: Машиностроение, 1976. 356 с.
28. *Рид.* Днища Кассини для сосудов давления // Конструирование и технология машиностроения. 1963. N1. С.148-151.



29. *Старнс Ж.* Влияние кругового отверстия на выпучивание цилиндрических оболочек при осевом сжатии // РТК. 1972. Т.10. N11. С. 92-104.
30. *Стригунов В.М.* Расчет на прочность фюзеляжей и герметических кабин самолетов. М.: Машиностроение, 1974. 288 с.
31. *Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С.* Пластинки и оболочки. М.: ГИФМЛ, 1963. 636 с.
32. *Фигуровский В.И.* Расчет на прочность беспилотных летательных аппаратов: учебное пособие для авиационных ВУЗов. М.: Машиностроение, 1973. 360 с.
33. *Шилд, Дранер.* Расчет тонкостенных торосферических и тороконических днищ сосудов давления // Прикладная механика. 1961. N2. С. 166-172.
34. *Шэнли Ф.Р.* Анализ веса и прочности самолетных конструкций. М.: Оборонгиз, 1957. 408 с.
35. *Ярошевский В.А.* Вход в атмосферу КЛА. М.: Наука, 1988. 335 с.
36. *Koella H.H.* Handbook of astronautical engineering, N.Y., Toronto, London, 1961.
37. *Yochi Hirano, Korgo Minra.* Water impact accelerations of axially symmetric bodies//J. Spasecraft. 1970. V.7. N6. P. 762-764



## О Г Л А В Л Е Н И Е

ПРЕДИСЛОВИЕ.....	3
1. ГОЛОВНОЙ ОТСЕК ПРИ СИММЕТРИЧНОЙ НАГРУЗКЕ.....	6
1.1. Максимальные осевые перегрузки при входе в атмосферу .....	6
1.2. Осевые перегрузки при движении в жидкости .....	9
1.3. Максимальные осевые перегрузки при движении в грунте.....	12
1.4. Напряжения в однослойном конусе.....	14
1.5. Двухслойный конус.....	20
1.6. Внутренние усилия в отсеке с грузами.....	22
1.7. Стабилизирующая юбка .....	28
1.7.1. <i>Проектировочный расчет</i> .....	30
2. ГОЛОВНОЙ ОТСЕК ПРИ НЕСИММЕТРИЧНОЙ НАГРУЗКЕ .....	34
2.1. Поперечные перегрузки при снижении в атмосфере .....	36
2.2. Внутренние усилия в отсеке с грузами.....	37
3. УДАРНОЕ НАГРУЖЕНИЕ КОРПУСА .....	41
3.1. Физические процессы в атмосфере при ядерном взрыве.....	41
3.2. Напряжения в многослойном корпусе при ударной нагрузке .....	44
3.3. Температурные напряжения при тепловом ударе .....	47
4. ГОЛОВНОЙ ОТСЕК В КОНЦЕ АКТИВНОГО УЧАСТКА.....	52
4.1. Устойчивость оболочек корпуса .....	53
4.2. Напряжения в днище и крышке днища .....	54
5. ОТСЕКИ, НАГРУЖЕННЫЕ ВНЕШНИМ ДАВЛЕНИЕМ.....	57
5.1. Шпангоутный отсек .....	57
5.2. Вафельный отсек .....	60
5.3. Шпангоуты.....	63
5.3.1. <i>Нормальный шпангоут</i> .....	63
5.3.2. <i>Силовой шпангоут</i> .....	65
5.3.3. <i>Стыковочный шпангоут</i> .....	68
6. НАГРЕВ ГОЛОВНОГО ОТСЕКА.....	70
6.1. Тепловой апогей .....	70
6.2. Конструктивные пути снижения нагрева .....	72
6.3. Прогрев теплозащиты до температуры уноса.....	73
6.3.1. <i>Метод конечных разностей</i> .....	74
6.3.2. <i>Приближённый расчет прогрева ТЗП</i> .....	76
6.4. Скорость уноса теплозащитного покрытия.....	78
6.5. Расчет толщины унесённого покрытия .....	81
6.6. Порядок расчета толщины теплозащитного покрытия .....	83
6.7. Оптимальное затупление носка.....	85
7. НЕСУЩАЯ СПОСОБНОСТЬ СУХИХ ОТСЕКОВ .....	85
7.1. Работа элементов силового набора .....	86
7.2. Материалы сухих отсеков.....	91
7.3. Гладкий отсек .....	95
7.4. Шпангоутный отсек .....	97
7.5. Условия, устанавливающие необходимость подкрепления гладкой оболочки стрингерами .....	99
7.6. Стрингерный отсек.....	101
7.7. Лонжеронный отсек .....	104

7.8. Гофрированный отсек.....	109
7.9. Вафельный отсек.....	112
8. РАСЧЕТ БАКОВ НА ПРОЧНОСТЬ.....	115
8.1. Выбор расчетного случая.....	115
8.2. Напряжения в цилиндрических обечайках.....	117
8.3. Расчет толщины стенки бака с учетом давления наддува.....	121
8.4. Анализ необходимости подкрепления бака силовым набором.....	123
8.5. Днища баков.....	125
8.5.1. Сферическое днище.....	125
8.5.2. Эллиптическое днище.....	126
8.5.3. Торосферическое днище.....	128
8.6. Нижние днища баков.....	129
8.6.1. Сферическое днище с жидкостью.....	130
8.6.2. Эллиптическое днище с жидкостью.....	130
8.6.3. Торосферическое днище с жидкостью.....	131
8.7. Распорный шпангоут.....	132
8.8. Краевой эффект у распорного шпангоута.....	135
8.9. Краевые напряжения в области продольного скачка температур.....	137
8.10. Напряжения в обечайке у нормального шпангоута.....	139
9. МЕТОД КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ.....	140
9.1. Аппроксимация перемещений в элементе.....	141
9.2. Аппроксимация деформаций.....	142
9.3. Аппроксимация напряжений в элементе.....	144
9.4. Потенциальная энергия конструкции.....	145
9.5. Условие равновесия конструкции.....	148
Библиографический список.....	149

*Погорелов Виктор Иванович*

## **Прочность и устойчивость тонкостенных конструкций**

Редактор *Г.М. Звягина*

Подписано в печать . . . 2005. Формат 60х84/16. Бумага документная.  
Печать трафаретная. Усл. печ. л. 9,625. Уч.-изд. л. 9,625. Тираж 200 экз. Заказ №  
Балтийский государственный технический университет  
Типография БГТУ  
190005, С.-Петербург, 1-я Красноармейская ул., д.1