Universidade Federal do Ceará – UFC
Departamento de Computação – DC

Introdução a Ciência da Computação

Aula 04

Prof. Maurício Moreira Neto
maumneto@gmail.com

Lógica Digital
Sistema Binário de Numeração

Lógica Digital

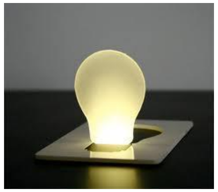
- Ramo do conhecimento que trata da **construção de circuitos elétricos** capazes de reproduzir o **comportamento** de uma expressão desenvolvida a partir de **argumentos da lógica (instruções lógicas)**

Lógica Digital

- Motivação:
  - Interruptor elétrico, usado para acender ou apagar luzes
- Esses dispositivos, como o nome indica, servem para **interromper** ou **liberar** a passagem de corrente elétrica em um circuito
- Tais dispositivos são caracterizados por **2 estados**:
  - "ligado" ou "desligado"
- Pelo fato do conjunto de estados possíveis de um dispositivo desse tipo conter somente 2 elementos, dizemos trata-se de um **dispositivo binário**

Lógica Digital

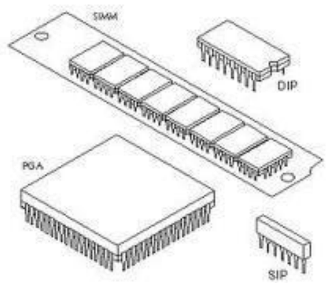
- Dispositivo binário
  - Qualquer objeto físico que pode encontrar-se em um de **dois estados distintos possíveis**
- Perguntas comuns:
  - Quais as maneiras que uma lâmpada elétrica pode ser vista por uma pessoa ?
  - Se uma moeda "honesta" foi atirada para o alto, o que será mostrado, depois que ela cair ?



Lógica Digital

Dispositivo Binário	Situações Possíveis
Interruptor elétrico	{ligado, desligado}
Moeda	{cara, coroa}
Lâmpada elétrica	{acesa, apagada}
Aluno de “Computação Aplicada”	{aprovado, reprovado}
Notícia	{verdadeira, falsa}

Lógica Digital



- Ambiente do computador
  - Inúmeras aplicações para o significado de **dispositivo binário**
- *Chip*
  - Pequena pastilha de silício, na qual está montado um circuito eletrônico digital
  - Circuito eletrônico digital
    - Conjunto de “chaves eletrônicas” interligadas de acordo com **algum projeto**

Lógica Digital

- Chave Eletrônica
  - Dispositivo que pode **permitir** ou **impedir** a passagem de corrente elétrica num condutor, sob o controle de estímulos de corrente elétrica
  - O comportamento de uma “chave eletrônica” é de **natureza binária**, visto que ela pode encontrar-se apenas em dois estados possíveis:
    - Ligada ou desligada

Chave aberta (0)

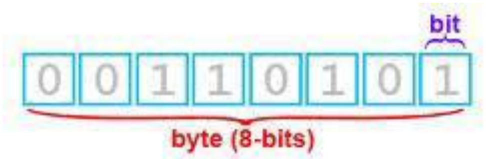
Chave fechada (1)

Lógica Digital

- ***Bit***
  - Cada um dos dois estados possíveis que pode assumir um **dispositivo binário**
  - A unidade de informação binária usada pelo computador é o ***bit***
    - Simplificação para dígito binário
    - ***BInary digiT***
    - Menor unidade de informação que pode ser armazenada ou transmitida
    - Este tem atribuições lógicas **0** ou **1**

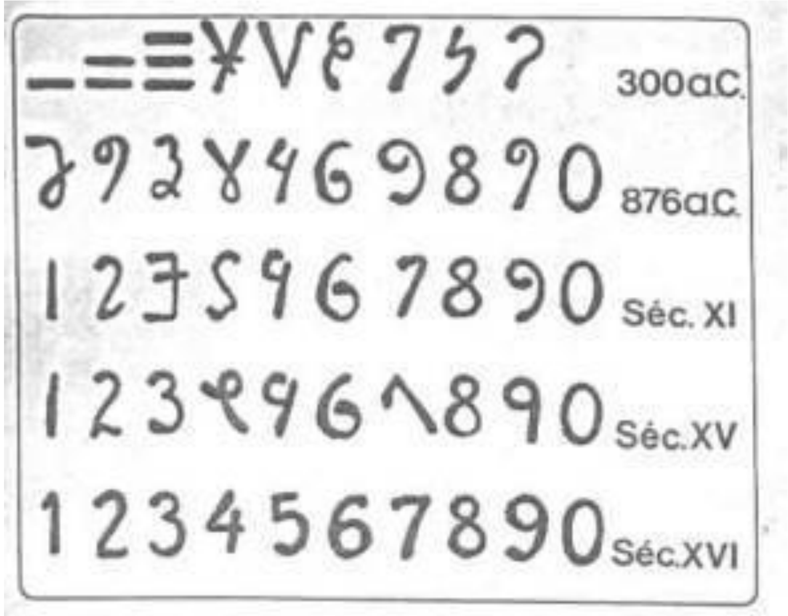
Lógica Digital

- Um único **bit** não consegue representar todas as letras, números e caracteres especiais com os quais o computador trabalha
- É necessário agrupá-los e cada grupo é chamado de **byte**
- ***Byte***
  - Usualmente um grupo (conjunto) de 8 bits e equivale a um caractere



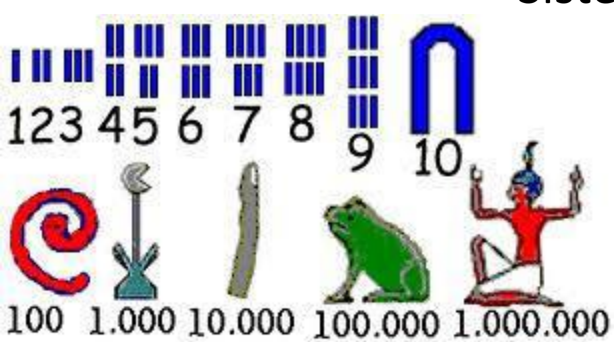
Lógica Digital

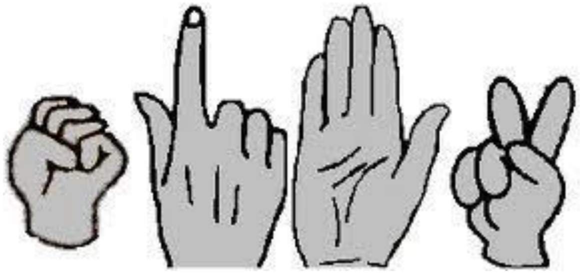
- Sistemas numéricos
  - Sistema de numeração
    - Conjunto de símbolos, palavras e regras que nos permite escrever e dar nomes a todos os números



Lógica Digital

- Sistemas numéricos
  - Conceitos básicos
    - **Base** de um sistema de numeração
      - **Quantidade de símbolos** utilizada para representar as quantidades desse sistema
      - Dada uma base **N** qualquer, são necessários **N** símbolos diferentes para representar um número
      - Ex:
        - » Sistema decimal – 0 a 9





Lógica Digital

- Sistemas numéricos
  - Conceitos básicos
    - **Posição**
      - São numeradas da esquerda para a direita iniciando em zero

... ← 5 ← 4 ← 3 ← 2 ← 1 ← 0

- Valor da Posição
  - **Valor intrínseco do símbolo** vezes a **base** elevado à **posição**
  - Ex:
    - » $30 = 3 \times 10^1$

Lógica Digital

- Sistemas Numéricos
  - Sistema Decimal
  - Sistema Binário
  - Sistema Octal
  - Sistema Hexadecimal

Lógica Digital

- Sistema de Numeração **Decimal** (**base 10**)
  - Os símbolos ou dígitos do sistema de base decimal são os que usamos atualmente:
    - 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9
  - Ex: número 1967

1000 +	**1 x 1000 +**	
900 +	**9 x 100 +**	**$1967 = 1 \times 10^3 + 9 \times 10^2 + 6 \times 10^1 + 7 \times 10^0$**
60 +	**6 x 10 +**	
7	**7 x 1**	

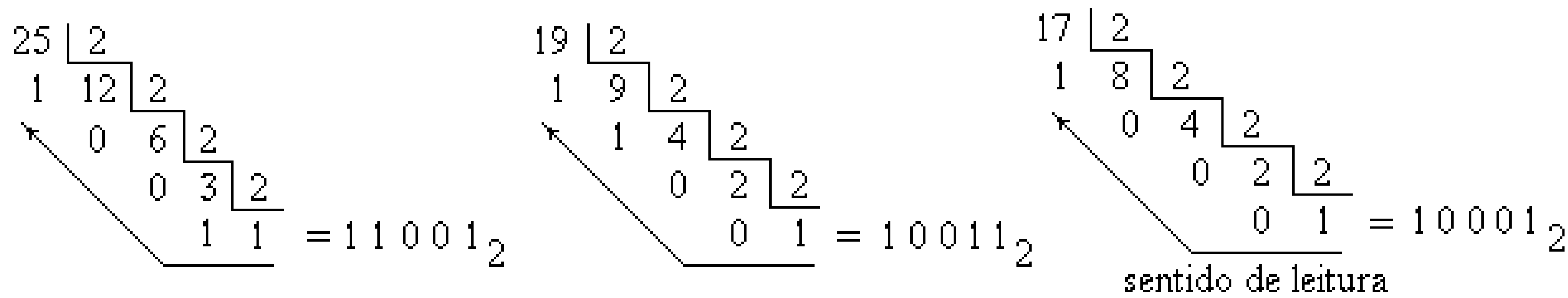
Lógica Digital

- Sistema de Numeração **Binário (base 2)**
  - Sistema mais natural de todos
    - Utiliza somente dois dígitos (0 e 1)
  - Exemplo:
    - 1968 em binário é 11110110000
    - 23 em binário é:
      - 10111=
      - $1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$
      - 16 + 4 + 2 + 1 = **23**

Lógica Digital

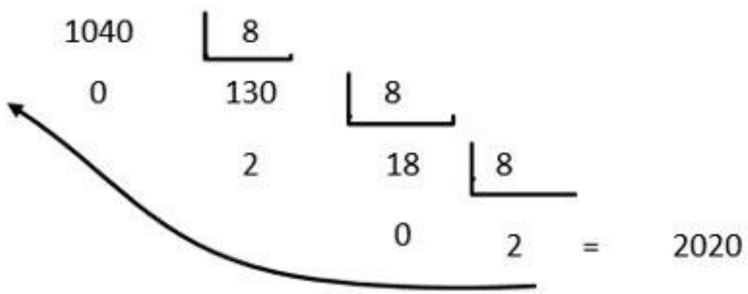
- Sistema de Numeração **Binário (base 2)**

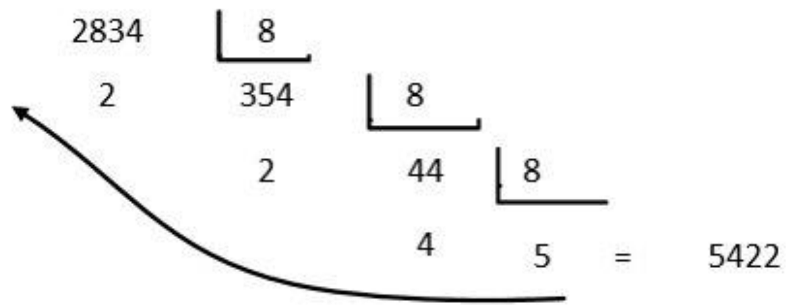
Conversão da base 10 para a base 2: Divide-se o número decimal sucessivamente por **2**.



Lógica Digital

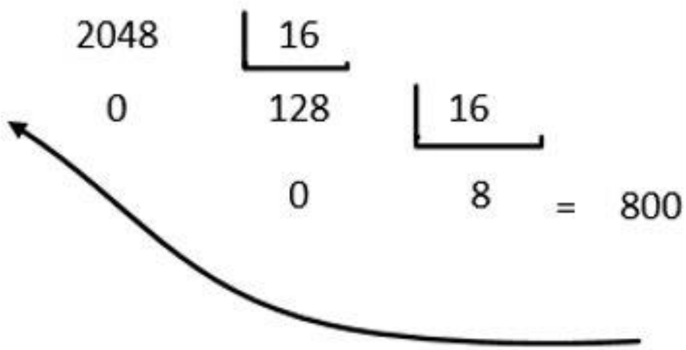
- Sistema de Numeração **Octal** (**base 8**)
  - Utiliza 8 dígitos:
    - 0,1,2,3,4,5,6,7

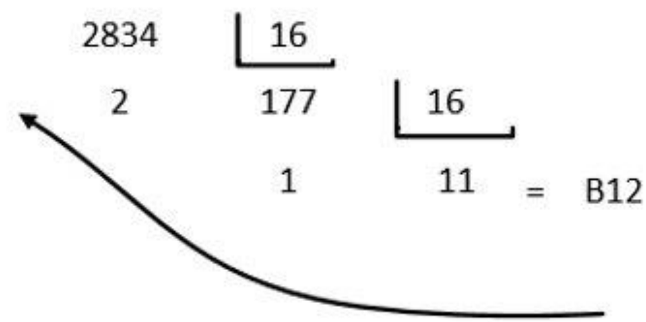




Lógica Digital

- Sistema de Numeração **Hexadecimal**
  - Base 16
  - Utiliza 16 dígitos:
    - 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F

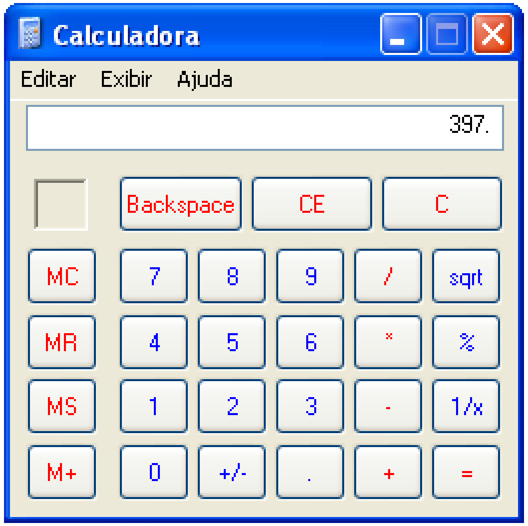


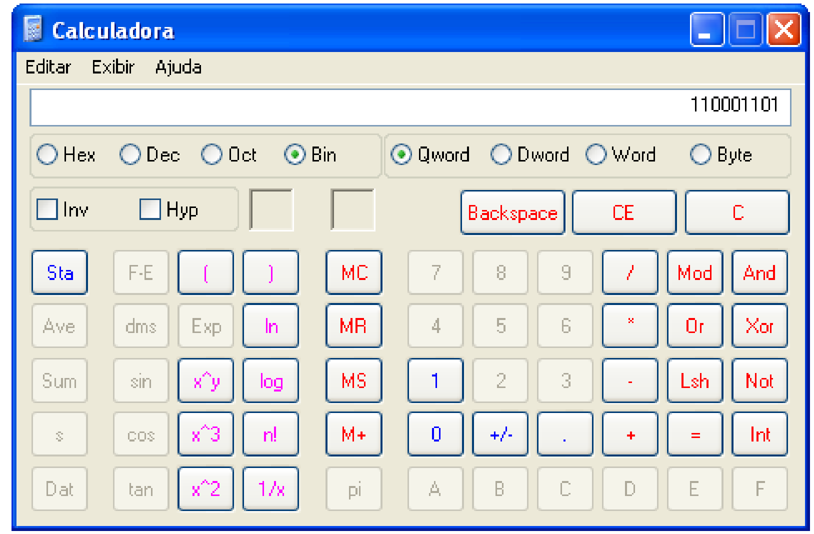


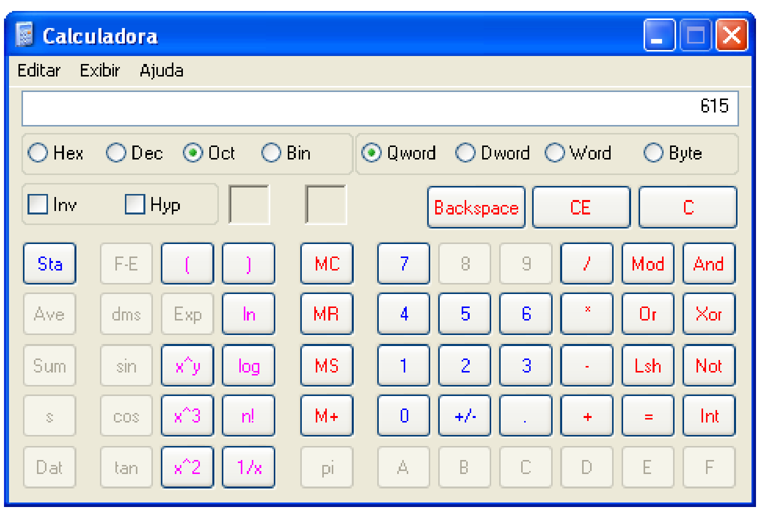
Lógica Digital

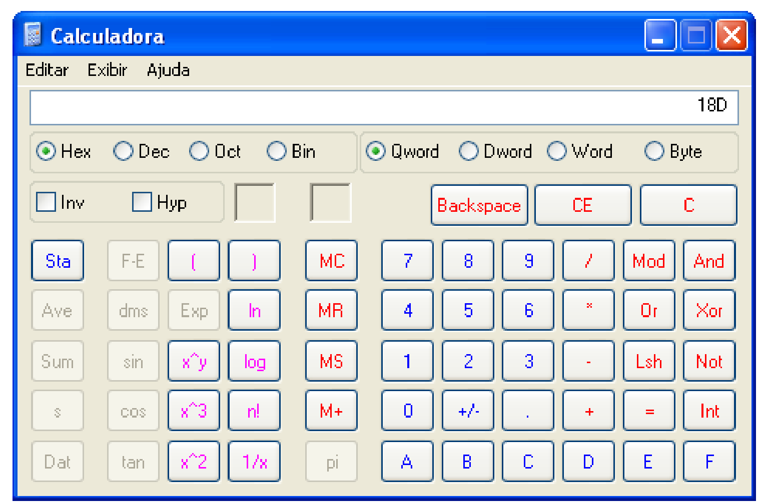
- Generalização:
  - De qualquer sistema de **base B** para **decimal**
    - $XY = X * B^{\text{posição de x}} + Y * B^{\text{posição de y}}$
  - De **decimal** para qualquer sistema de **base B**
    - Divisões sucessivas por **B**, até atingir o quociente menor que **B**
    - O quociente da última divisão representa o dígito mais à esquerda do número da base **B**
    - O resto da próxima divisão para o próximo dígito, e assim por diante

Lógica Digital









Lógica Digital

Hexadecimal	Octal	Binário	Decimal
0	0	0	0
1	1	1	1
2	2	10	2
3	3	11	3
4	4	100	4
5	5	101	5
6	6	110	6
7	7	111	7
8	10	1000	8
9	11	1001	9
A	12	1010	10
B	13	1011	11
C	14	1100	12
D	15	1101	13
E	16	1110	14
F	17	1111	15

Lógica Digital

- Exercício 1 - Converta os seguintes números da base decimal para a base binária:
  - 25
  - 40
  - 75
- Exercício 2 - Converta os seguintes números da base binária para a base decimal:
  - 11001
  - 101000
  - 1001011

Lógica Digital

Em Lógica um conceito importante é o de "**Proposição**"

Você sabe o que é uma **PROPOSIÇÃO**?

Lógica Digital

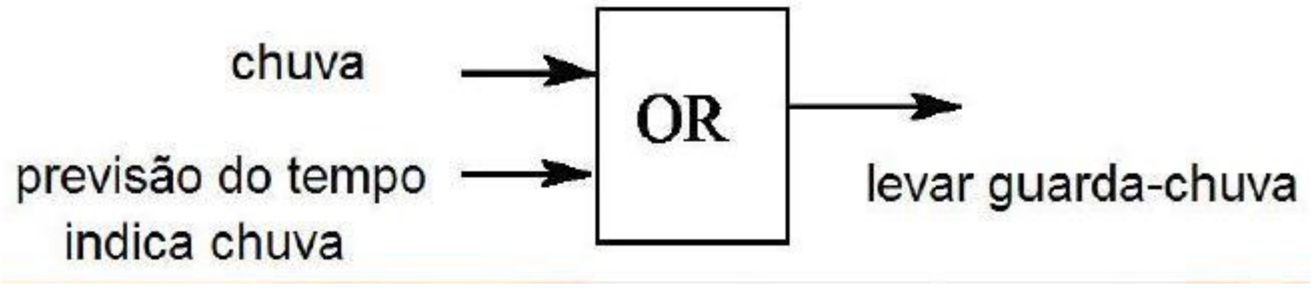
- **Proposição**: é um enunciado verbal, ao qual deve ser atribuído, sem ambiguidade, um valor lógico verdadeiro (**V**) ou falso (**F**).
  - Exemplos de proposições:
    - Fulano de Tal é Professor (V)
    - 3 + 5 = 10 (F)
    - 5 < 8 (V)
  - Contra-exemplos de Proposições:
    - Onde você vai ?
    - 3 + 5
    - Os estudantes jogam vôlei. (quais ?)

Lógica Digital

- Lógica Proposicional
  - Exemplo:
    - O quarto está fechado
    - Meu livro está no quarto
  - Proposições combinadas:
    - O quarto está fechado **E** meu livro está no quarto
    - O quarto está fechado **OU** meu livro está no quarto

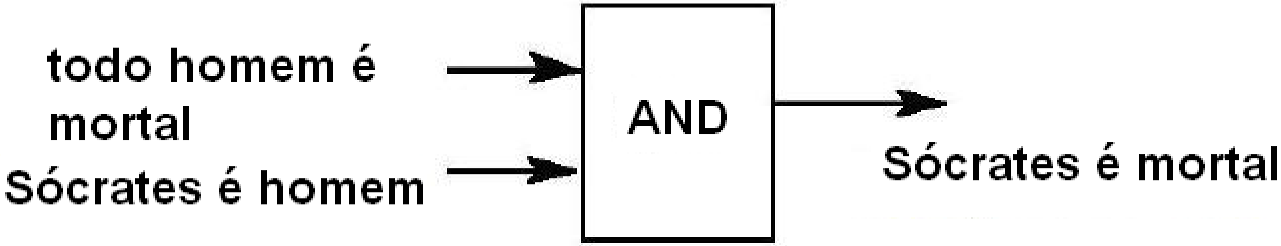
Lógica Digital

- Lógica Proposicional
  - Pode-se pensar que a proposição **levar guarda-chuva** como um resultado que deve ser calculado pelo combinação dos resultados das proposições **chovendo** e **previsão do tempo:**



Lógica Digital

- Lógica Proposicional
  - Pode-se pensar que a proposição **Sócrates é mortal** como um resultado que deve ser calculado pelo combinação dos resultados das proposições **todo homem é mortal** e **Sócrates é homem:**



Lógica Digital

- Lógica Proposicional
  - Desde que as proposições possam assumir apenas dois valores, pode-se expressar todas as saídas possíveis através de uma tabela:

$$\underbrace{\text{CHUVA} \qquad \text{PREVISÃO}}_{\text{OU}}$$

CHUVA	PREVISÃO	GUARDA- CHUVA
VERDADEIRO	VERDADEIRO	VERDADEIRO
VERDADEIRO	FALSO	VERDADEIRO
FALSO	VERDADEIRO	VERDADEIRO
FALSO	FALSO	FALSO

Lógica Digital

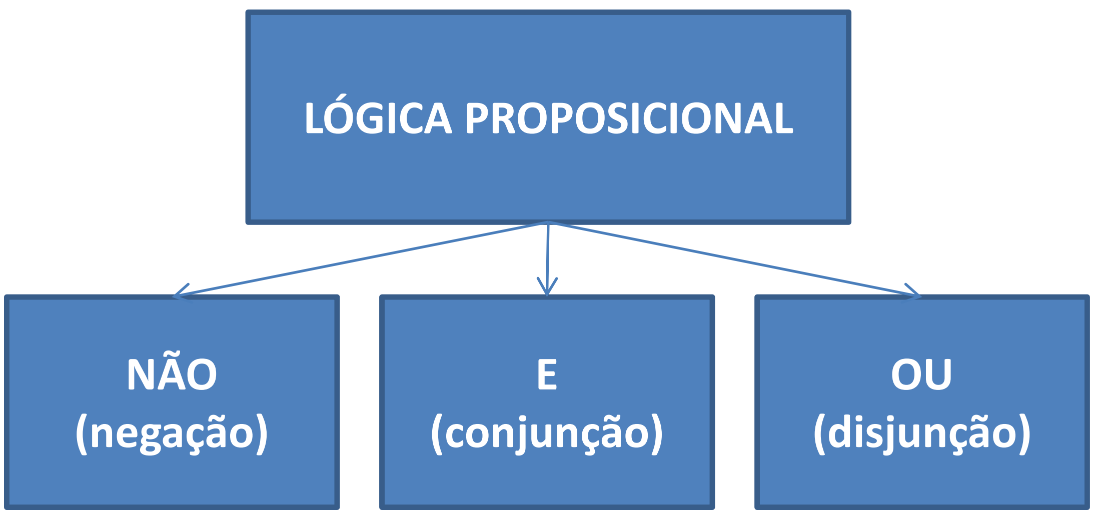
- Lógica Proposicional (Continuação)

E

CHUVA	PREVISÃO	GUARDA- CHUVA
VERDADEIRO	VERDADEIRO	VERDADEIRO
VERDADEIRO	FALSO	FALSO
FALSO	VERDADEIRO	FALSO
FALSO	FALSO	FALSO

Lógica Digital

- Lógica Proposicional
  - A lógica trata de formas de argumentos consistindo de letras sentenciais combinadas com as expressões:



Estas expressões são chamadas de **operadores** ou **conectivos lógicos**

Lógica Digital

- **Operações Lógicas**: são usadas para formar novas proposições a partir de proposições existentes.
  – Considerando p e q duas proposições genéricas, pode-se aplicar as seguintes operações lógicas básicas sobre elas

Operação	Símbolo	Significado
Negação	~	Não
Conjunção	^	E
Disjunção	v	OU

  – Definindo a prioridade:
    - Usar parênteses Ex:((p v q)^(~q))

Lógica Digital

- Exemplos de aplicação das operações lógica
  - Considere:
    - p = 7 é primo = (V)
    - q = 4 é impar = (F)
  - Então:
    - 4 NÃO é impar = ~q = (~F) = (V)
    - 7 NÃO é primo = ~p = (~V) = (F)

    - 7 é primo E 4 NÃO é impar = p ^ ~q = (V ^ (~F)) = (V ^ V) = (V)
    - 7 é primo E 4 é impar = p ^ q = (V ^ F) = (F)
    - 4 é impar E 7 é primo = q ^ p = (F ^ V) = (F)
    - 4 é impar E 7 NÃO é primo = q ^ ~p = (F ^ (~V)) = (F ^ F) = (F)

Lógica Digital

- Exemplos de aplicação das operações lógica (Cont.)
  - Considere:
    - p = 7 é primo = (V)
    - q = 4 é impar = (F)
  - Então:
    - 7 é primo OU 4 NÃO é impar = p v ~q = (V v (~F)) = (V v V) = (V)
    - 7 é primo OU 4 é impar = p v q = (V v F) = (V)
    - 4 é impar OU 7 é primo = q v p = (F v V) = (V)
    - 4 é impar OU 7 NÃO é primo = q v ~p = (F v (~V)) = (F v F) = (F)

Lógica Digital

- Exemplos de aplicação das operações lógica
  - Resumindo:

p	q	~p	p ^ q	p v q
V	V	F	V	V
V	F	F	F	V
F	V	V	F	V
F	F	V	F	F

  - Ou seja:
    - **Não** (~) troca o valor lógico. Se é **F** passa a ser **V** e vice-versa
    - **E** (^) só tem valor **V** quando as duas proposições forem **V**, basta uma proposição ser **F** para o resultado ser **F**
    - **OU** (v) só tem valor **F** quando as duas proposições forem **F**, basta uma proposição ser **V** para o resultado ser **V**

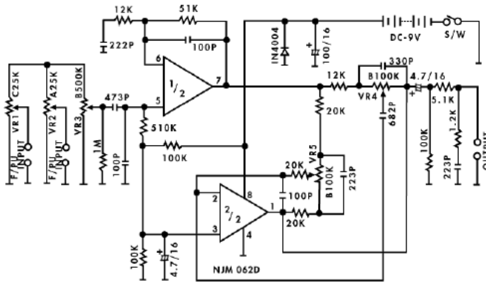
Lógica Digital

- Exercício 3 - Considerando p = **V** e q = **F**, resolva as seguintes expressões lógicas
  - ~p
  - ~q
  - p ^ q
  - p v q
  - (~p) ^ q
  - (~p) v q
  - p ^ (~q)
  - p v (~q)
  - (~p) ^ (~q)
  - (~p) v (~q)

Lógica Digital

- Álgebra de Boole
  - Uma variável **booleana** só pode assumir apenas um dos valores possíveis:
    - **0** e **1**
  - Uma ou mais **variáveis** e **operadores** podem ser combinados formando uma função lógica
  - Exemplo:
    - ((A e B) ou C)

Lógica Digital



- Álgebra de Boole
  - Utilizada em engenharia elétrica
    - 0 e 1 representam os dois diferentes estados de um **bit** em um circuito digital, *tipicamente* alta e baixa voltagem

Chave aberta (0)

Chave fechada (1)

  - Os circuitos são descritos por expressões contendo **variáveis**

Lógica Digital

- Álgebra de Boole
  - Tabela Verdade
    - Resultados de uma função lógica
    - Podem ser expressos numa tabela relacionando todas as combinações possíveis dos valores que suas **variáveis** podem assumir
    - Relaciona seus resultados correspondentes

A	B	AND	OR
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	1

Lógica Digital

- Álgebra de Boole

Variáveis

Função Lógica

Lista das combinações possíveis dos estados das variáveis de entrada

A	B	Z=f(A, B)
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Resultados da função lógica para cada combinação dos estados de entrada

Na **tabela-verdade** acima a função lógica **Z** possui duas variáveis:

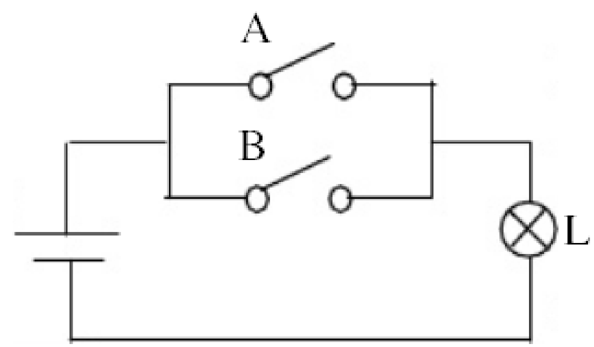
A e **B**

E a função lógica:

Z = f(A, B) = A + B

Lógica Digital

- Álgebra de Boole
  - Porta Lógica **OU (OR)**
    - Necessita de duas ou mais entradas
    - Operador: **+** **F = A + B**



  - Símbolo

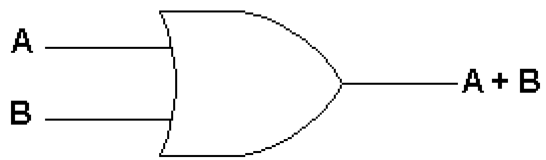
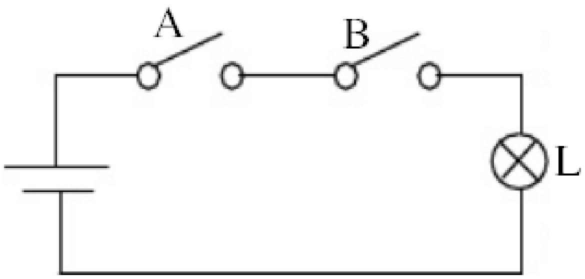


Tabela Verdade

A	B	F=(A+B)
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Lógica Digital

- Álgebra de Boole
  - Porta Lógica **E (AND)**
    - Necessita de duas ou mais entradas
    - Operador: **.** **F = A . B**



  - Símbolo

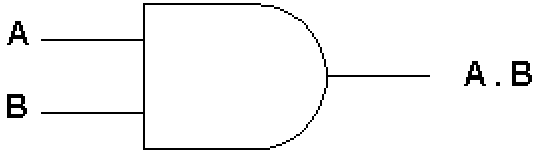


Tabela Verdade

A	B	F=(A.B)
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Lógica Digital

- Álgebra de Boole
  - Porta Lógica **NÃO** (**NOT**)
    - Necessita de **somente uma entrada** (Operação unária)
    - Pode ser combinada aos operadores **AND** e **OR**
    - Operador: **A’**
  - Símbolo

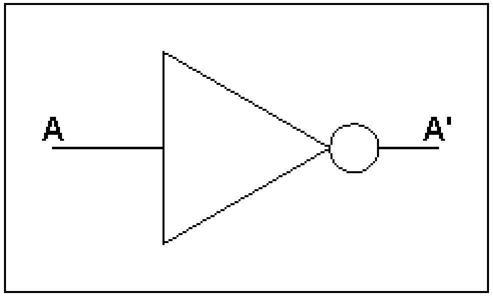


Tabela Verdade

A	A’
0	1
1	0

Obrigado!

maumneto@gmail.com