# Raízes Unitárias

## Modelagem de séries temporais:

**A partir de valores observados de uma série temporal é possível inferir sobre os aspectos essenciais do processo estocástico gerador de dados. Isso possibilita analisar o seu:**

**->Comportamento no tempo**

**->Realizar de previsões**

# Equações de diferenças

**Uma maneira eficiente de se modelar séries temporais é por meio de equações de diferenças.**

**Uma função de diferenças expressa o valor de uma variável como função de seus próprios valores defasados no tempo e de outras variáveis.**

$$y_t = \alpha + \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 y_{t-2} + \ \dots + \varepsilon_t$$

$$\underbrace{y_t = \alpha + \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 y_{t-2}}_{\text{Determinística}} + \cdots + \underbrace{\varepsilon_t}_{\text{Estocástica}}$$

**A solução de equações de diferenças pode ser dividida em duas partes:**

**-> a solução particular , relacionada a parte aleatória, estocástica**
**-> e a solução homogênea, relacionada a parte determinística**

## Exemplo: Equação de segunda ordem

$$y_t = \alpha + \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 y_{t-2} + \varepsilon_t$$

**Equação homogênea**

$$y_t = \alpha + \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 y_{t-2}$$

=

$$y_t - \alpha - \beta_1 y_{t-1} - \beta_2 y_{t-2} = 0$$

**Equação característica**

$$x^2 - \beta_1 x - \beta_2 = 0$$

**As raízes dessa equação são chamadas raízes características**

Se algum $\boldsymbol{\beta_i = 1}$, o processo tem raiz(es) unitária(s)

A presença de raiz unitária induz comportamento não-estacionário numa série temporal.

Testes em busca de raízes unitárias em séries temporais, para testar se os processos são estacionários ou não.

# Teste de Dick-Fuller

Considere o modelo:

$$\boldsymbol{y_t = \beta_1 y_{t-1} + \varepsilon_t}$$

A ideia é estimar esse modelo e utilizar a hipótese nula

$$\boldsymbol{H_0: \beta_1 = 1}$$

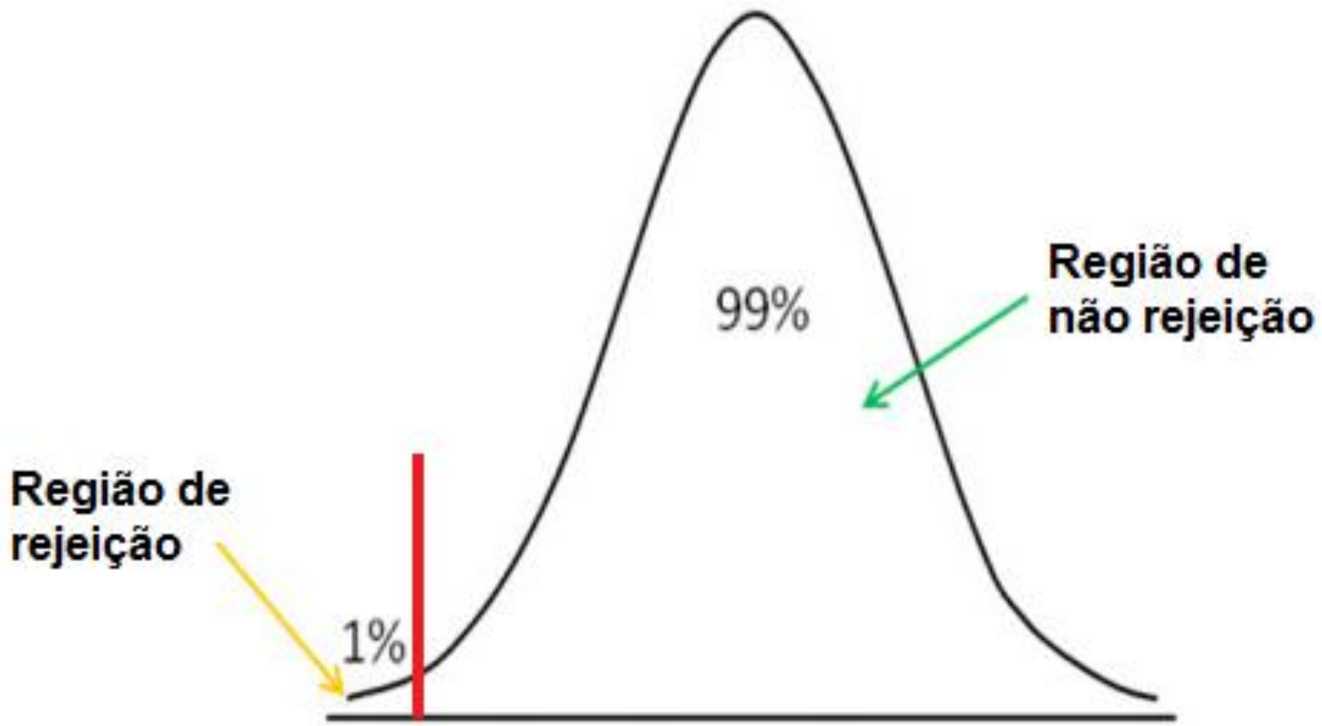
Se $\beta_1 = 1$ o processo apresentará uma raíz unitária e, portanto, será não estacionário.

Logo, o teste de raíz unitária testa se $\beta_1 = 1$ ou não.

Assim, realizamos a seguinte transformação:

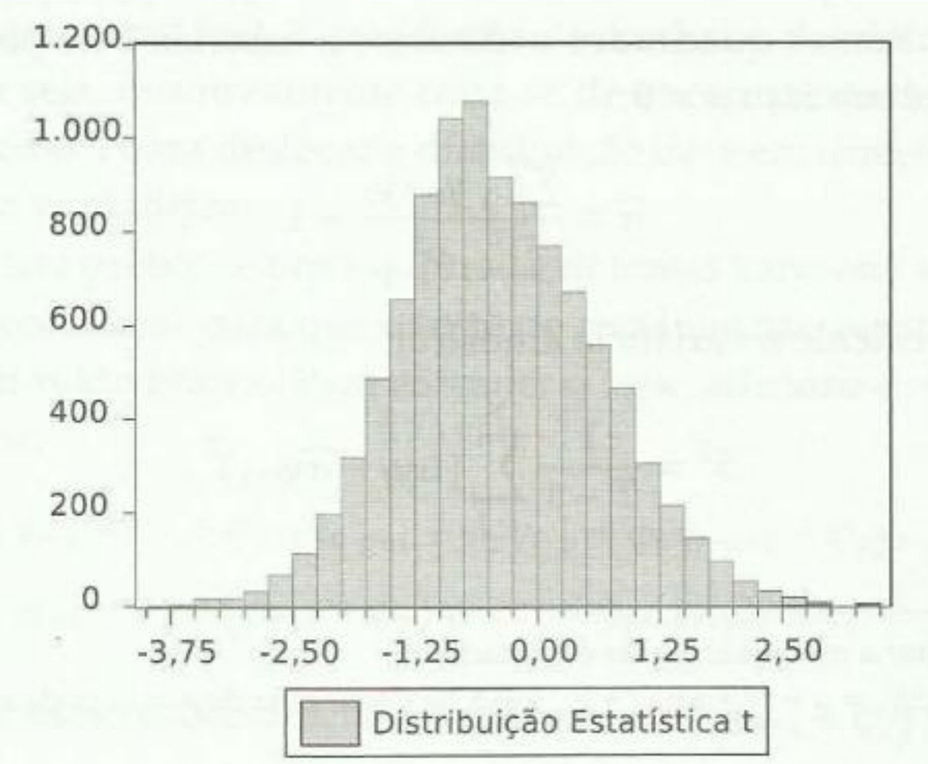
$$y_t = \beta_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$$
$$y_t - y_{t-1} = \beta_1 y_{t-1} - y_{t-1} + \varepsilon_t$$
$$\Delta y_t = (\beta_1 - 1) y_{t-1} + \varepsilon_t$$
$$\Delta y_t = \pi y_{t-1} + \varepsilon_t$$

**Feitas estas transformações, testamos a hipótese nula $H_0$ de que $\pi = 0$.**
**Desta forma, se $\pi = 0$, então $\beta_1 = 1$ e, consequentemente, $y_t$ possui raiz unitária e não é estacionário.**



**O problema é que sob a hipótese nula a distribuição do teste não é convencional, não é igual a distribuição da estatística *t*, utilizada nos testes de hipóteses.**

**Por meio de simulações, Dickey e Fuller (1979) descobriram que a média da estatística *t* não era zero como se esperaria na distribuição *t* padrão.**



**Ou seja o uso da estatística *t* implicaria em rejeitar a hipótese nula quando é verdadeira com mais frequência, ou seja de se cometer o Erro Tipo I**

| **Decisão** | **Realidade** | |
|---|---|---|
| | $H_0$ Verdadeira | $H_0$ Falsa |
| Aceitar $H_0$ | Sem erro | **Erro Tipo II** |
| Rejeitar $H_0$ | **Erro Tipo I** | Sem erro |

Assim Dickey e Fuller recalcularam da valor da estatística *t* e usaram as seguintes equações de estimação e suas respectivas estatísticas, considerando a existência de *drift* (intercepto) e tendência determinística.

| | |
|---|---|
| $\Delta y_t = \pi y_{t-1} + \varepsilon_t$ | $\tau$ |
| $\Delta y_t = \mu + \pi y_{t-1} + \varepsilon_t$ | $\tau_\mu, \varphi_1$ |
| $\Delta y_t = \mu + \varphi t + \pi y_{t-1} + \varepsilon_t$ | $\tau_\tau, \varphi_2$ |

**Se o valor apresentado no teste de Dick-Fuller for menor que a estatística de teste, rejeita-se $H_0$: $b_1=1$ (a hipótese se de que há raiz unitária) e a série é estacionária.**

**DF < Estatística: não possui raiz unitária e a série é estacionária**

**DF > Estatística: possui raiz unitária e a série não é estacionária**

```
install.packages("urca")
library("urca")
```

```
library(readxl)
```

```
interdaay <- read_excel("C:/Econometria/interdaay.xls",
                        col_types = c("date", "numeric", "numeric", "numeric"))
```

```
colnames(interdaay)[3] <- "variacao"

interdaay <- interdaay[,-1]

dados_diarios <- ts(interdaay, start = 2017-01-10, frequency = 365)

plot(dados_diarios, col= "blue", main="Dados do Indice Bovespa", xlab="Dias")

variacao <- ts(interdaay$variacao, start = 2017-01-10, frequency = 365)
Ibovespa <- ts(interdaay$Ibovespa, start = 2017-01-10, frequency = 365)
Quantidade <- ts(interdaay$Quantidade, start = 2017-01-10, frequency = 365)
```

```r
TesteDF_Variacao_none <- ur.df(variacao, "none",lags = 0)

summary(TesteDF_Variacao_none)
```

```
###############################################
# Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
###############################################

Test regression none


Call:
lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 - 1)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max 
-8.0931 -0.8798 -0.0037  0.8675  6.6005 

Coefficients:
        Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
z.lag.1 -0.99742    0.02399  -41.58   <2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 1.468 on 1740 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.4984,	Adjusted R-squared:  0.4982 
F-statistic:  1729 on 1 and 1740 DF,  p-value: < 2.2e-16


Value of test-statistic is: -41.5838 

Critical values for test statistics: 
      1pct  5pct 10pct
tau1 -2.58 -1.95 -1.62
```

**1% 5% 10%**

**Significância**

```
TesteDF_Variacao_drift <- ur.df(variacao, "drift", lags=0)
summary(TesteDF_Variacao_drift)
```

```
###############################################
# Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
###############################################

Test regression drift


Call:
lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 + 1)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max 
-8.0978 -0.8845 -0.0084  0.8628  6.5958 

Coefficients:
             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
(Intercept)  0.004671   0.035182   0.133    0.894    
z.lag.1     -0.997433   0.023993 -41.572   <2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

Residual standard error: 1.468 on 1739 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.4985,	Adjusted R-squared:  0.4982 
F-statistic:  1728 on 1 and 1739 DF,  p-value: < 2.2e-16


Value of test-statistic is: -41.5723 864.1266 

Critical values for test statistics: 
      1pct  5pct 10pct
tau2 -3.43 -2.86 -2.57
phi1  6.43  4.59  3.78
```

```r
TesteDF_Variacao_trend <- ur.df(variacao, "trend", lags = 0)
summary(TesteDF_Variacao_trend)
```

```
############################################### 
# Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test # 
############################################### 

Test regression trend 


Call:
lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 + 1 + tt)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max 
-8.0671 -0.8843 -0.0215  0.8662  6.5560 

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
(Intercept)  5.667e-02  7.041e-02   0.805    0.421    
z.lag.1     -9.979e-01  2.400e-02 -41.578   <2e-16 ***
tt          -5.970e-05  7.002e-05  -0.853    0.394    
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 1.468 on 1738 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.4987,	Adjusted R-squared:  0.4981 
F-statistic: 864.4 on 2 and 1738 DF,  p-value: < 2.2e-16


Value of test-statistic is: -41.5777 576.2362 864.3541 

Critical values for test statistics: 
      1pct  5pct 10pct
tau3 -3.96 -3.41 -3.12
phi2  6.09  4.68  4.03
phi3  8.27  6.25  5.34
```