

Kapitel 1

Energie und Wärme

1.1 Mechanische Arbeit, Energie und Leistung

1.1.1 Arbeit

Wirkt eine Kraft entlang eines Weges, so wird im physikalischen Sinn **mechanische Arbeit** geleistet. Die Arbeit hat die Einheiten $[W] = \text{Nm} = \text{Joule}$. Nur die Komponente der Kraft in Richtung des Weges leistet Arbeit. Für $90^\circ < \varphi < 270^\circ$ ist die Arbeit negativ und in diesem Fall ist die Arbeit verrichtete Komponente der Kraft entgegengesetzt gerichtet zum Weg.

$$\begin{aligned} W &= \vec{F} \cdot \vec{s} \\ &= |\vec{F}| \cdot |\vec{s}| \cdot \cos(\varphi) \end{aligned} \quad (1.1)$$

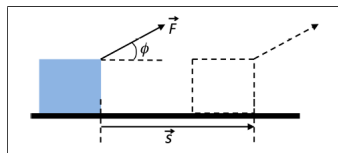


Abb. 1.1: Mechanische Arbeit bei konstanter Kraft \vec{F} über eine Verschiebung \vec{s} . Zur Arbeit trägt die zu \vec{s} antiparallele Komponente $F \cdot \cos(\varphi)$

Ist die Kraft abhängig von der Wegrichtung, kann die Arbeit dW nur für infinitesimal kleine Verschiebungen ds definiert werden. Die Arbeit ist die Fläche unter der Kurve. Die Zufuhr oder Entnahme von Arbeit verändert die Energie des Systems. **positive Arbeit:** Arbeit wird in das System hineingesteckt und die Energie des Systems wird erhöht. **negative Arbeit:** Das System leistet Arbeit und die Energie des Systems wird erniedrigt.

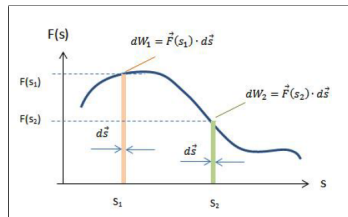


Abb. 1.2: Da die Kraft im Allgemeinen wegababhängig ist, kann die Arbeit dW nur für sehr kleine Verschiebungen ds definiert werden.

$$W_{12} = \int_{s_1}^{s_2} \vec{F}(\vec{s}) \cdot d\vec{s} \quad (1.2)$$

Energie und Arbeit haben die gleiche Einheit. Arbeit ist eine **Prozessgrösse** und ist abhängig vom Weg. Energie ist eine **Zustandsgrösse** und ist unabhängig vom Weg.

1.1.2 Potentielle Energie

Wird Arbeit geleistet um ein Körper gegen die Erdanziehung in die Höhe zu heben oder um eine Feder zu spannen, so ist die Arbeit nicht verloren. Diese Arbeit bleibt als Energie im Körper gespeichert und kann wieder verwendet werden, um Arbeit zu leisten. Diese Form gespeicherter Arbeit heisst **potentielle Energie**.

Wird ein Körper durch eine Kraft \vec{F}_H gegen die äussere Gewichtskraft $\vec{F}_G = m\vec{g}$ um die Höhe h angehoben, so wird dabei die Arbeit $W = mgh$ geleistet.

$$E_{\text{pot}} = |\vec{F}_G| \cdot |h| = m \cdot |\vec{g}| \cdot |h| \quad (1.3)$$

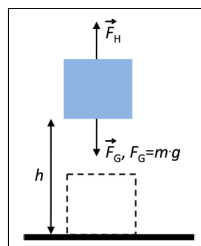


Abb. 1.3: Beim Anheben eines Körpers gegen die Gravitationskraft wird Arbeit in Form von potentieller Energie gespeichert.

1.1.3 Federenergie

Wird eine Feder gespannt, so wird die in Feder gespeicherte Energie erhöht. Die gespeicherte potentielle Energie beträgt bei einem **linearen Feder**

$$E_{\text{pot}} = \int_0^x (k \cdot x) \, dx \quad (1.4)$$

und bei einem **Torsionsfeder**

$$E_{\text{pot}} = \int_0^{\varphi} (k^* \cdot \varphi) \, d\varphi = \frac{1}{2} \cdot k^* \cdot \varphi^2 \quad (1.5)$$

1.1.4 Kinetische Energie

Wird ein Körper beschleunigt, so wird Beschleunigungsarbeit geleistet. Seine **kinetische Energie** wird dabei erhöht. Die kinetische Energie für einen Körper, der sich mit Geschwindigkeit v bewegt ist

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot |\vec{v}|^2 \quad (1.6)$$

Eine Kraft, die an einem Körper Arbeit leistet, führt zu einer Änderung der kinetischen Energie. **Positive Arbeit** $W > 0$ führt zu einer Beschleunigung des Körpers, **negative Arbeit** $W < 0$ bremst den Körper ab. Wird ein Körper beschleunigt, so speichert er die an ihm geleistete Arbeit in Form von kinetischer Energie. Er kann mit dieser Energie wieder Arbeit leisten.

$$W = \Delta E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot |\Delta \vec{v}|^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_e^2 - v_a^2) \quad (1.7)$$

Für die kinetische Energie **rotierender Körpern** gilt folgende Beziehung, wobei f die Drehzahl und J das Massenträgheitsmoment sind

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \cdot J \cdot (2\pi \cdot f)^2 \quad (1.8)$$

1.1.5 Energieerhaltungssatz der Mechanik

Energie kann weder verschwinden, noch aus dem Nichts erzeugt werden. Eine Energieform kann nur in eine andere Energieform umgewandelt werden. In einem **abgeschlossenen System** ist die Summe aller Energien konstant. Die Elemente können Energie untereinander austauschen, Energieformen können umgewandelt werden, aber die Gesamtenergie bleibt erhalten.

Ein physikalisches System ist eine Menge von Elementen, welche in Beziehung zueinander stehen und zwecks Untersuchung physikalischer Vorgänge durch eine Systemgrenze von der Umwelt getrennt werden. Man unterscheidet zwischen

1. **Abgeschlossenes System:** Kein Austausch von Materie und Energie über die Systemgrenze.
2. **Offenes System:** Systemgrenze ist durchlässig für Materie und Energie.
3. **Geschlossenes System:** Kein Austausch von Materie, aber Systemgrenze ist durchlässig für Energie.

1.1.6 Die Leistung

In **offenen Systeme** findet ein Masse- und Energieaustausch über die Systemgrenze hinaus statt. Die Menge an Masse, bzw. Energie, die pro Zeiteinheit aufgenommen oder abgegeben wird ist der **Masse-** mit Einheit kg s^{-1} und den **Energiestrom** mit Einheit $\text{J s}^{-1} = \text{Watt}$.

$$\dot{m} = \frac{\Delta m}{\Delta t} \quad \dot{E} = \frac{\Delta E}{\Delta t} \quad (1.9)$$

Für das Vorzeichen von Energie- und Masseströme gilt die folgende Vorzeichenkonvention: Flüsse ins System > 0 , Flüsse aus dem System < 0 ; d.h. die Zu- bzw. Abnahme von Masse und Energie in einem System wird immer vom System aus betrachtet.

Der Energiestrom, also die Menge Energie welche pro Zeit in oder aus dem System fließt, wird als **Leistung** P bezeichnet und hat die Einheit $[P] = \text{Watt} = \text{Js}^{-1}$.

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} \quad (1.10)$$

1.2 Wärme

Wärme und Temperatur wird ständig verwechselt. Temperatur ist eine Zustandsgrösse, welche die innere Energie eines Körpers oder einer Substanz beschreibt. Wärme ist eine Form von Energie. Durch Reibungsarbeit konnte man die Temperaturdifferenzen messen. Wärme und mechanische Arbeit sind äquivalent.

In einem Liter Wasser führt eine zugeführte Reibarbeit von 4187J zu einer Temperaturerhöhung von 1°C . Dies nennt man das **mechanische Wärmeäquivalent**. Das war die Basis der veralteten Einheit Kalorie. Die Umwandlung von Wärme in Arbeit ist die Grundlage von Wasserkraftmaschinen wie Automotoren oder Dampfturbinen und somit Basis für die Industriegesellschaft. Die Wärme ist eine Energieform durch deren Zufuhr bzw. Abfuhr die kinetische Energie der Teilchen erhöht bzw. reduziert werden kann.

1.2.1 Die Temperatur

Die Temperatur ist ein Mass für die thermische Bewegung der Teilchen. Ein einzelnes Teilchen besitzt keine Temperatur. Werden ein warmer und ein kalter Gegenstand miteinander in Kontakt gebracht, so wird Wärmeenergie vom

wärmeren auf den kälteren Körper übertragen. Die kinetische Energie der Teilchen wird übertragen. Haben beide Körper die gleiche Temperatur, so findet keine Wärmeenergieübertragung statt. Die Gegenstände befinden sich im **thermischen Gleichgewicht**.

In Europa wird die Temperatur mit Celsius Skala $[\theta] = ^\circ\text{C}$ während in den USA die Fahrenheit Skala $[\theta] = ^\circ\text{F}$ gemessen. In der Wissenschaft wird die Kelvinskala $[\theta] = ^\circ\text{K}$ verwendet mit absoluten Nullpunkt bei -273.15°C .

$$\theta(^{\circ}\text{F}) = 1.8 \cdot \theta(^{\circ}\text{C}) + 32 \quad (1.11)$$

$$\theta(^{\circ}\text{K}) = \theta(^{\circ}\text{C}) + 273.15 \quad (1.12)$$

1.2.2 Die thermische Ausdehnung

Material (fest)	α [1/K]	Material (fest)	α [1/K]	Material (fest)	α [1/K]
Invar ($\text{Fe}_{64}\text{Ni}_{36}$)	2.6×10^{-6}	Wolfram	4.5×10^{-6}	Molybdän	4.8×10^{-6}
Chrom	8.4×10^{-6}	Eisen	12×10^{-6}	Gold 14	4.8×10^{-6}
Kupfer	17×10^{-6}	Aluminium	24×10^{-6}	Indium	56×10^{-6}
Silizium	2.6×10^{-6}	Diamant	1.2×10^{-6}	Graphit	7.9×10^{-6}
Eis (0°C)	51×10^{-6}	Beton	12×10^{-6}	Holz (Eiche)	8×10^{-6}
Quarzglas	0.5×10^{-6}	Pyrexglas	3.2×10^{-6}	Fensterglas	10×10^{-6}
Weichgummi	20×10^{-6}	Hartgummi	80×10^{-6}	Polyethylen	200×10^{-6}
Ziegelstein	5×10^{-6}	Zerodur	0 ± 10^{-8}	Porzellan	$3 - 6 \times 10^{-6}$
Material (flüss.)	γ [1/K]	Material (fl.)	γ [1/K]	Material (fl.)	γ [1/K]
Wasser (0°C)	-0.5×10^{-4}	Wasser (20°C)	2.1×10^{-4}	Wasser (60°C)	5.2×10^{-3}
Hg (-20°C)	1.83×10^{-4}	Hg (60°C)	1.82×10^{-4}	Hg (250°C)	1.85×10^{-4}
Aceton	1.5×10^{-3}	Ethanol	1.1×10^{-3}	Schmieröl	$6 - 7 \times 10^{-4}$
Material (gasf.)	γ [1/K]	Material (gf.)	γ [1/K]	Material (gf.)	γ [1/K]
Luft 0% rel. Feucht. (0°C)	3.7×10^{-3}	Luft 0% r.F. (50°C)	3.2×10^{-4}	Luft 0% r.F. (90°C)	2.8×10^{-3}
Luft 100% rel. Feucht. (10°C)	3.9×10^{-3}	Luft 100% r.F. (50°C)	5.5×10^{-4}	Luft 100% r.F. (90°C)	1.8×10^{-3}

Abb. 1.4: Ausdehnungskoeffizienten einiger Materialien bei 1 bar Umgebungsdruck.

Im allgemeinen dehnt sich ein Körper aus, wenn er erwärmt wird. Tritt bei der Erwärmung keine chemische oder strukturelle Änderung des Körpers auf, so erfolgt die **Dehnung** näherungsweise proportional zur Temperaturänderung.

Ändert sich die Temperatur eines Stabes mit Länge l_0 um die Grösse $\Delta\theta$, so erfährt dieser eine **Längenänderung** Δl , welche näherungsweise proportional zur Temperaturänderung $\Delta\theta$ ist, wobei α der **Längenausdehnungskoeffizient** mit Einheit K^{-1} .

$$\Delta l \approx \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta\theta \quad (1.13)$$

Ändert sich die Temperatur eines Körpers mit Volumen V_0 um die Grösse $\Delta\theta$, so erfährt dieser eine **Volumenänderung** ΔV , welche näherungsweise propor-

tional zur Temperaturänderung $\Delta\theta$ ist, wobei γ der **Volumenausdehnungskoeffizient** mit Einheit K^{-1} .

$$\Delta V \approx \gamma \cdot V_0 \cdot \Delta\theta \quad (1.14)$$

Da α und γ im allgemeinen temperaturabhängige Grössen sind, werden die Beziehungen für den allgemeinen Fall, in welchem die Beziehung zwischen Ausdehnung und Temperatur nicht linear verläuft, in **Differentiation** geschrieben.

$$\frac{d}{d\theta} [l(\theta)] = \alpha(\theta) \cdot l(\theta) \quad \frac{d}{d\theta} [V(\theta)] = \gamma(\theta) \cdot V(\theta) \quad (1.15)$$

Für **isotrope Körper**, d.h. Körper, deren physikalische Eigenschaften richtungsunabhängig sind gilt

$$\gamma = 3 \cdot \alpha \quad (1.16)$$

1.2.3 Die Anomalie des Wassers

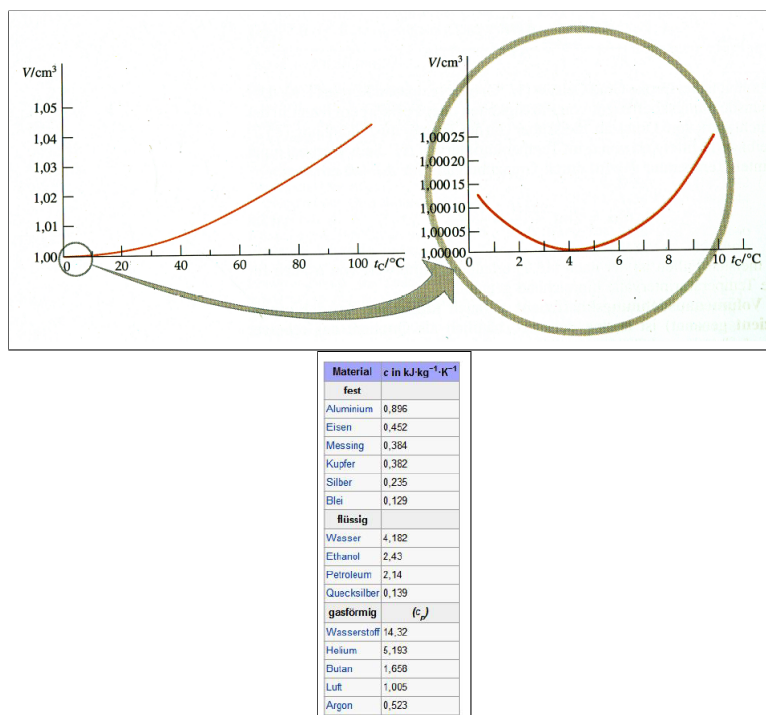


Abb. 1.5: Volumen von 1g Wasser in Abhängigkeit der Temperatur.

Die meisten Substanzen dehnen sich beim Aufwärmen aus. Eine wichtige Ausnahme davon ist Wasser, dessen Volumen im Bereich zwischen 0°C und 4°C mit zunehmender Temperatur kleiner wird. Die Funktion $V(^{\circ}C)$ hat ein Minimum bei 4°C. Wasser besitzt bei 4°C die grösste Dichte. Wird im Winter das Wasser eines Sees durch die kalte Umgebungsluft abgekühlt, so nimmt die Dichte des Wassers zu, und es sinkt nach unten. Unterhalb von 4°C die Wasserdichte

wieder abnimmt, sammelt sich Wasser mit Temperaturen kleiner als 4°C an der Wasseroberfläche an.

Dies führt dazu, dass allfällige Frostbildung im See an der Oberfläche stattfindet, und sich Wasser mit 4°C Temperatur dann am Seeboden ansammelt. Weil die Dichte von Eis kleiner als jene von Wasser ist, bleibt das Eis oben und sinkt nicht zum Grund.

1.2.4 Die spezifische Wärmekapazität

Nimmt der Körper Wärme auf oder gibt er Wärme ab, so kann sich seine Temperatur ändern. Damit lässt sich die Fähigkeit von Materie, Energie zu speichern in Zusammenhang mit Temperaturänderungen der Materie bringen. Die Wärmemenge ΔQ , die benötigt wird, um einen Körper um eine bestimmte Temperatur zu erwärmen hängt ab von der **Masse** des Körpers und von der **Fähigkeit** des Materials, aus welchem der Körper besteht, Wärme zu speichern. Die **spezifische Wärmekapazität** als Wärmemenge die benötigt wird, um 1kg eines Stoffes um 1K zu erwärmen.

$$c = \frac{\Delta Q}{m \cdot \Delta \theta}, \quad [c] = \text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1} \quad (1.17)$$

Dabei ist ΔQ die thermische Energie, die der Materie zugeführt oder entzogen wird, m ist die Masse der Substanz, c ist die spezifische Wärmekapazität und $\Delta \theta$ ist die Temperaturänderung.

1.2.5 Phasenumwandlungen und latente Wärme

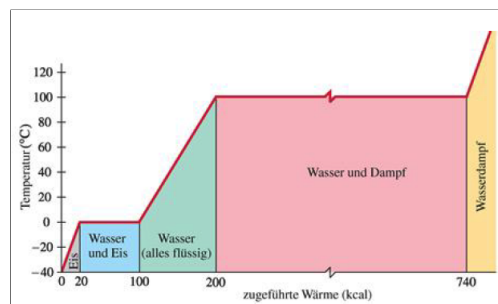


Abb. 1.6: Temperatur als Funktion der zugeführten Wärme, die 1kg Eis bei -40°C in über 100°C heißen Dampf verwandelt. Zu beachten ist den Skalenbruch zwischen 200 und 740kcal.

Wird trotz Wärmezufuhr oder -abfuhr keine Temperaturänderung gemessen, so findet im betroffenen Material eine **Phasenumwandlung** statt.

1. **Schmelzen**: Von fest zu flüssig.
2. **Verdampfen**: Von flüssig zu gasförmig.
3. **Sublimieren**: Von fest zu gasförmig.

4. **Erstarren:** Von flüssig zu fest.

5. **Kondensieren:** Von gasförmig zu flüssig oder fest.

Eine Temperaturänderung hängt mit der Änderung der kinetischen Energie der Teilchen des Körpers zusammen. Bei einer Phasenumwandlung ändern sich die Bindungszustände und somit die potentielle Energie der Teilchen im Körper.

Um einen festen Körper zu schmelzen, muss man eine materialspezifische Energiemenge aufwenden, die sogenannte Schmelzwärme. Beim Gefrieren bzw. Erstarren wird diese Energie wieder freigesetzt. Das Gleiche gilt für die Verdampfung und Kondensation. Da die Verdampfungswärme oft einer verdunstenden Flüssigkeit entzogen wird, nennt man sie auch Verdunstungskälte, da die verbleibende Flüssigkeit kälter wird. Da sich beim Phasenübergang die Temperatur durch Wärmezufuhr nicht ändert, wird die für den Phasenübergang notwendige Wärme auch **latente Wärme** genannt.

Unter der **spezifischen Schmelzwärme** q_s versteht man die Energie, die benötigt wird, um 1kg einer Materie aus dem festen in den flüssigen Aggregatzustand zu versetzen.

$$\Delta Q = q_s \cdot m, \quad [\Delta Q] = \text{J}, \quad q_{s,H_2O} = 333.5 \text{kJ kg}^{-1} \quad (1.18)$$

Die **spezifische Verdampfungswärme** q_v ist die Energiemenge, die benötigt wird um 1kg einer Flüssigkeit am Siedepunkt vollständig zu verdampfen.

$$\Delta Q = q_v \cdot m, \quad [\Delta Q] = \text{J}, \quad q_{v,H_2O} = 2250 \text{kJ kg}^{-1} \quad (1.19)$$

1.2.6 Temperatúrausgleich und Mischtemperaturen

Bei Temperatúrausgleichen zwischen zwei Stoffen wird Wärmeenergie von einem Stoff abgegeben und vom anderen aufgenommen, bis das thermische Gleichgewicht bei der Mischtemperatur θ_M erreicht ist. Falls keine Phasenumwandlungen stattfinden, ergibt sich die Energiebilanz

$$\Delta E = \Delta Q = \sum_i^n \left[c_i \cdot m_i \cdot (\theta_M - \theta_i) \right] = 0 \quad (1.20)$$

1.2.7 Der erste Hauptsatz der Thermodynamik

Wird einer Substanz Wärme zugeführt, so wird diese in Materie gespeichert. Es kommen drei Formen von Energien vor: die **kinetische**, die **potentielle** und die **chemische Energie**. Die Summe aller in der Materie gespeicherte Energie wird als **innere Energie** U bezeichnet.

Ein **geschlossenes System** kann mit seiner Umgebung Energie in Form von Wärme Q und Arbeit W austauschen. U ist eine **Zustandsgrösse** oder **Zustandsgrösse** und Q und W sind Die Änderung der inneren Energie dU eines

geschlossenen Systems ergibt sich aus der Summe der ausgetauschten Wärme und der verrichtete Arbeit

$$dU = \delta Q + \delta W, \quad [dU] = J \quad (1.21)$$

Im stationären Zustand, d.h. wenn sich die innere Energie nicht ändert und für die Leistung gilt

$$\delta Q + \delta W = 0 \quad \delta \dot{Q} + \delta \dot{W} = 0 \quad (1.22)$$

1.2.8 Wärmeübertragung

Steht ein Körper in thermischen Kontakt mit seiner Umgebung, wird Wärme übertragen, wenn zwischen dem Körper und seiner Umgebung eine **Temperaturdifferenz** besteht. Diese Wärmeübertragung geht immer vom Körper mit der höheren Temperatur zum Körper mit der tieferen Temperatur. Der umgekehrte Vorgang findet spontan nicht statt. Die Wärmeübertragung ist für die Energietechnik von grosser Bedeutung.

Wärme kann durch drei verschiedene physikalische Prozesse übertragen werden: durch **Wärmeleitung**, durch **Konvektion** und durch **elektromagnetische Strahlung**.

1.2.9 Wärmeleitung

Der Wärmestrom fliesst von den Stellen mit höherer Temperatur zu den Stellen mit tieferer Temperatur eines Körpers. Dadurch nimmt die Temperatur an den Quellen des Wärmestroms ab und an den Senken zu. Dieser Wärmestrom fliesst solange, bis sich die Temperaturen im ganzen Körper ausgeglichen haben und der Körper im thermischen Gleichgewicht ist. Wird eine konstante Temperaturdifferenz aufrecht erhalten, so stellt sich ein **stationärer Zustand** ein.

Stellt man sich die Wärme als kinetische Schwingungsenergie der atomaren elementaren Bestandteile der Materie vor, so schwingen die Teile höherer Temperatur stärker und geben über Stösse ihre Energie teilweise an die Nachbarn weiter. So verteilt sich diese kinetische Energie im ganzen Körper, bis er entweder im thermischen Gleichgewicht oder im stationären Zustand ist.

Wärmeleitung durch eine einschichtige Wand

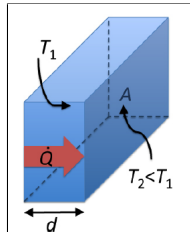


Abb. 1.7: Wärmeleitung durch einen Quader mit Seitenlänge A und Dicke d . Der Wärmefluss wird durch den Temperaturunterschied verursacht.

Die Wärmeleitung durch eine einschichtige Wand mit einer Fläche A mit Dicke d mit Temperaturen θ_1 und θ_2 , mit $\theta_2 < \theta_1$, lässt sich der **Wärmestrom** \dot{Q} , wobei λ eine Materialgrösse ist und heisst **Wärmeleitungskoeffizient** $[\lambda] = \text{Watt m}^{-1}\text{K}^{-1}$, bestimmen. Der Wärmestrom ist also umso grösser, je grösser die Temperaturdifferenz $\Delta\theta = \theta_1 - \theta_2$ als treibende Kraft und die Kontaktfläche A , und umso kleiner, je grösser der Weg d ist.

$$\dot{Q} = \frac{\Delta\theta}{R_{\text{th}}} = \frac{\lambda \cdot A}{d} \cdot (\theta_1 - \theta_2), \quad [\dot{Q}] = \text{J s}^{-1} = \text{Watt}$$

$$R_{\text{th}} = \frac{d}{\lambda \cdot A}, \quad [R_{\text{th}}] = \text{K Watt}^{-1}$$

(1.23)

Der **thermische Widerstand** R_{th} , in Analogie zum elektrischen Widerstand $R_{\text{el}} = \frac{l}{\sigma \cdot A}$, gibt an, welche Temperaturdifferenz notwendig ist, um einen Wärmestrom von 1 Watt durch eine ebene Wand zu erzeugen. Die Dicke der Wand ist im thermischen Widerstand bereits eingerechnet.

Wärmeleitung durch eine mehrschichtige Wand

Material	λ -Wert in $\text{W} / (\text{m K})$
kompakter Beton	2,1
Porenbeton (Gasbeton)	z. B. 0,2
Ziegelmauerwerk	0,5 bis 1,4
Kalkstein	2,2
Fensterglas	0,75
Stahl	ca. 15 bis 60
Aluminium	200
Kupfer	380
expandiertes Polystyrol (EPS)	0,035 – 0,050
Polyurethan (PUR)	0,024 – 0,035
Glaswolle	0,032 – 0,050
Wasser	0,56
Luft	0,0262

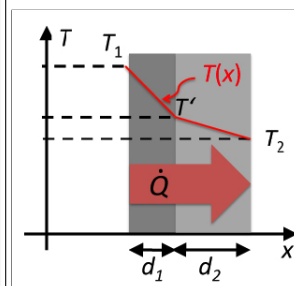


Abb. 1.8: **Links:** Wärmeleitfähigkeit ausgewählter Materialien.
Rechts: Temperaturverlauf bei der Wärmeleitung einer mehrschichtigen Wand.

Werden mehrere homogene Schichten von Materialien aneinander gereiht, so addieren sich die thermischen Widerstände, äquivalent zur Serienschaltung elektrischer Netzwerke.

$$R_{\text{th, tot}} = R_{\text{th, 1}} + R_{\text{th, 2}} + \dots + R_{\text{th, n}} = \frac{1}{A} \cdot \left(\frac{d_1}{\lambda_1} + \frac{d_2}{\lambda_2} + \dots + \frac{d_n}{\lambda_n} \right) \quad (1.24)$$

Im stationären Fall ist der Wärmestrom durch jede Schicht gleich gross

$$\dot{Q}_1 = \dot{Q}_2 = \dots = \dot{Q}_n \quad (1.25)$$

Der Wärmestrom durch einemehrschichtige Wand lautet

$$\dot{Q}_{\text{tot}} = \frac{\Delta\theta_{\text{tot}}}{R_{\text{th, tot}}} \quad (1.26)$$

Die Zwischentemperatur lautet

$$\theta' = \theta_1 - \dot{Q} \cdot R_{\text{th, 1}} = \theta_2 - \dot{Q} \cdot R_{\text{th, 2}} \quad (1.27)$$

Wärmeleitung durch ein Rohr

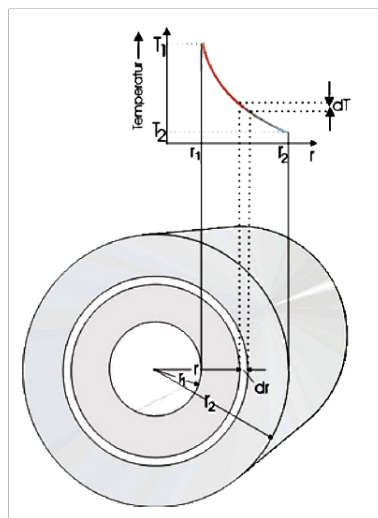


Abb. 1.9: Wärmeleitung durch ein Rohr. Der Temperaturabfall wird über eine infinitesimal dicke Schicht und dann über die Rohrdicke integriert.

Denkt man sich ein zylindrisches Rohr in konzentrische dünne Schichten zerlegt, so erkennt man, dass der thermische Widerstand der einzelnen Schichten gegen aussen kleiner wird, weil die Fläche zunimmt. Entsprechend ergibt sich in der Wand kein linearer Temperaturverlauf mehr. Betrachte man ein Zylinder der Länge l , Innenradius r_1 und Aussenradius r_2 . Die Temperaturen an der

Innen- und Aussenseite des Zylinders betragen θ_1 und $\theta_2 > \theta_1$. Für den Temperaturverlauf $d\theta$ über eine infinitesimal dünne Scheibe des Zylinders der Dicke dr mit Radius r und Fläche $A = 2\pi r l$ gilt

$$\begin{aligned} d\theta &= \dot{Q} \cdot dR_{th} = \dot{Q} \cdot \frac{dr}{\lambda \cdot A} = \dot{Q} \cdot \frac{dr}{\lambda \cdot 2\pi \cdot r \cdot l} \\ \int_{\theta_1}^{\theta_2} d\theta &= \int_{r_1}^{r_2} \dot{Q} \cdot \frac{dr}{\lambda \cdot 2\pi \cdot r \cdot l} \\ \theta_2 - \theta_1 &= \dot{Q} \cdot \frac{\ln(r_2) - \ln(r_1)}{\lambda \cdot 2\pi \cdot l} = \frac{\dot{Q}}{\lambda \cdot 2\pi \cdot l} \cdot \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) \end{aligned} \quad (1.28)$$

Die Reihenfolge der Integrationsgrenzen sind so gesetzt, dass der Wärmestrom von aussen nach innen ein positives Vorzeichen hat. Aufgelöst nach dem Wärmestrom ergibt

$$\dot{Q} = \frac{\lambda \cdot 2\pi \cdot l}{\ln(r_2/r_1)} \cdot (\theta_2 - \theta_1) \quad (1.29)$$

Für den thermischen Widerstand ergibt sich

$$R_{th} = \frac{1}{2\pi \cdot \lambda \cdot l} \cdot \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) \quad (1.30)$$

Fliesst die Wärme von aussen nach innen ($\theta_2 > \theta_1$) so gilt $\dot{Q} > 0$. Der Temperaturverlauf lautet

$$\theta(r) = \theta_2 - \dot{Q} \cdot \frac{\ln(r/r_1)}{\lambda \cdot 2\pi \cdot l} \quad (1.31)$$

1.2.10 Konvektion

Konvektion ist das Mitführen von thermischer Energie (innerer Energie) in strömenden Fluiden (Flüssigkeiten oder Gasen). Bei Konvektion bewegen sich die Teilchen eines Fluids durch den Raum und transportieren dabei Wärmeenergie. Konvektion ist an **Materie** verbunden. Der Transport von Wärme über Konvektion ist grösser als über Wärmeleitung.

Freier Konvektion: Der Strömungsprozess entsteht wegen örtlicher Unterschiede in der Dichte. Wird ein Fluid erwärmt, so dehnt sich aus und damit nimmt seine Dichte ab. Liegt ein Fluid mit geringerer Dichte unter einem Fluid mit höherer Dichte, steigt der erwärmte Stoff infolge des Auftriebs nach oben. Es bildet sich eine Strömung aus.

Erzwungener Konvektion: Bei der erzwungenen Konvektion wird die Strömung mittels Pumpen oder Ventilatoren erzwungen.

1.2.11 Wärmestrom durch Konvektion

Stehen eine warme Fläche und ein kühleres Medium im Kontakt, bildet sich entlang dem Körper eine Grenzschicht aus: Das strömende Medium hat unmittelbar an der Wand die Strömungsgeschwindigkeit 0 und die Temperatur der Wand,

mit zunehmender Distanz von der Wand steigt die Strömungsgeschwindigkeit an auf u_∞ , während gleichzeitig die Temperatur abnimmt auf einen Wert θ_∞ , der Mediumtemperatur weit weg von der Wand.

Der Wärmeübergang durch Konvektion kann mit Hilfe eines thermischen Widerstandes dargestellt werden, wobei h der Wärmeübergangskoeffizient, eine gekoppelte Strömung destransportierenden Fluids, A die Fläche und θ_∞ die Temperatur ausserhalb der Grenzschicht.

$$\dot{Q} = \frac{\theta_{\text{Wand}} - \theta_\infty}{R_{\text{th}}} = h \cdot A \cdot (\theta_{\text{Wand}} - \theta_\infty), \quad [h] = \text{Watt m}^{-2}\text{K}^{-1} \quad R_{\text{th}} = \frac{1}{h \cdot A} \quad (1.32)$$

Wärmeübergangskoeffizienten	h in $\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$
Natürliche Konvektion, Gase	3-20
Natürliche Konvektion, Wasser	100-600
Erzwungene Konvektion, Gase	10-100
Erzwungene Konvektion, Wasser	500-10'000
Siedendes Wasser	2000-25'000
Kondensation von Wasserdampf	5000-100'000

Abb. 1.10: Wärmeübergangskoeffizienten.

1.2.12 Wärmeübertrager

Wärmeübertrager sind wichtige Elemente der Energietechnik, die im Wesentlichen auf **Konvektion** beruhen. Zwei Fluide unterschiedlicher Temperatur werden über eine grosse Oberfläche in thermischen Kontakt gebracht, mit dem Ziel, Wärmeenergie aus dem heisseren Fluid aufs kältere Fluid zu übertragen. Für einen effizienten Wärmeaustausch soll der thermische Widerstand zwischen den Fluiden möglichst gering sein. Dazu sind auch hohe Wärmeübergangskoeffizienten zwischen den Fluiden und der umliegenden Oberfläche notwendig. Eine Anwendung ist die Komfortlüftung in einem modernen Minergie-Gebäude: Die Frischluft wird über einen Wärmeübertrager von der verbrauchten Abluft erwärmt und so der Energieverlust durch die Lüftung erheblich reduziert.

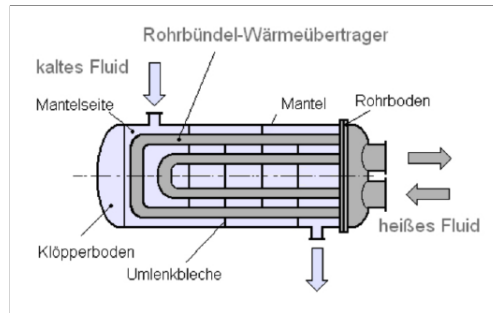


Abb. 1.11: Schematische Illustration eines Wärmetauschers.

1.2.13 Wärmedurchgang

Als **Wärmeübergang** versteht man die Wärmeübertragung von einem Fluid durch eine Wand auf ein anderes Fluid. Die Wärme aus dem Fluid geht dabei durch Konvektion über auf die Wand, mit Wärmeleitung durch die Wand und schließlich wieder durch Konvektion ins kältere Fluid über.

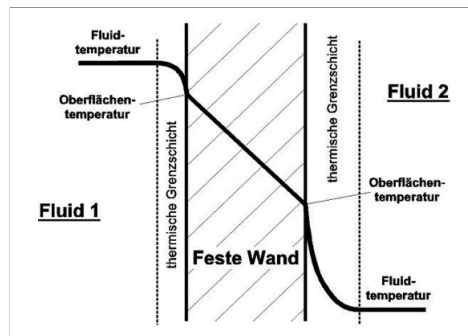


Abb. 1.12: Wärmefluss durch eine Wand unter Berücksichtigung des Wärmeübergangs an der Wandoberfläche zu den angrenzenden Fluiden.

Den gesamten Wärmedurchgang eines Schichtsystems mit konstanter Fläche A beschreibt man mittels des U -Werts

$$\dot{Q} = U \cdot A \cdot (\theta_2 - \theta_1), \quad [U] = \text{Watt m}^{-2}\text{K}^{-1} \quad (1.33)$$

Für die Berechnung des U -Wertes verwendet man wieder das Konzept des thermischen Widerstands.

$$U = \frac{1}{R_{\text{th, tot}} \cdot A} \quad (1.34)$$

Der gesamte thermische Widerstand $R_{\text{th, tot}}$ setzt sich zusammen aus den konvektiven Widerständen auf der Innen- und Aussenseite und aus dem thermischen Widerstand der Wand, wobei h_i und h_a die Wärmeübergangskoeffizienten innen und aussen und d_j und λ_j die Wärmeleitkoeffizienten der einzelnen Wandschichten sind.

$$R_{\text{th, tot}} = R_{\text{th, i}} + R_{\text{th, w}} + R_{\text{th, a}} \quad (1.35)$$

$$U = \left(\frac{1}{h_i} + \frac{d_1}{\lambda_1} + \frac{d_2}{\lambda_2} + \dots + \frac{d_n}{\lambda_n} + \frac{1}{h_a} \right)^{-1}, \quad [U] = \text{Watt m}^{-2} \text{ K}^{-1} \quad (1.36)$$

Kennt man den Wärmestrom, so lassen sich daraus auch die Temperaturen der Wandoberfläche berechnen: Die Temperaturänderung ergibt sich aus dem thermischen Widerstand. Geht man von einer Aussentemperatur und eine Innentemperatur und verwendet man die konvektiven thermischen Widerstände auf der Innen- und auf der Aussenseite, findet man

$$\theta_{W,i} = \theta_{\infty,i} - \frac{\dot{Q}}{h_i \cdot A_i} \quad \theta_{W,a} = \theta_{\infty,a} - \frac{\dot{Q}}{h_a \cdot A_a} \quad (1.37)$$

Die Innentemperatur mit zunehmender Dämmschicht nähert der Raumtemperatur an, was eine deutliche Komfortsteigerung bedeutet.

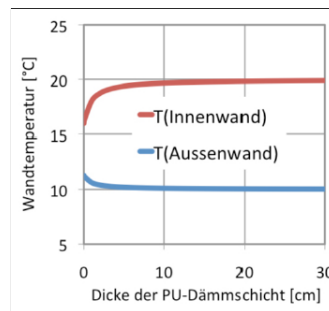


Abb. 1.13: Einfluss der Dicke der Dämmschicht auf die Temperaturen direkt auf der Wand (innen und aussen).

1.2.14 Luftfeuchtigkeit und der Taupunkt

Die Umgebungsluft enthält immer auch eine gewisse Menge Wasserdampf, welcher unter bestimmten Bedingungen kondensieren kann. Bei vielen Baustoffen kann die Wärmeleitfähigkeit erheblich ansteigen, wenn Feuchtigkeit auftritt. Kondensation an Innenwänden, aber auch in Zwischenräumen kann aber auch zu Schimmelbildung und Schäden an den Bausubstanz führen. Die Masse an Wasserdampf, die ein bestimmtes Luftvolumen enthalten kann ist abhängig von der Temperatur.

Man unterscheidet zwischen der **absoluten Luftfeuchtigkeit**, d.h. die in einem bestimmten Luftvolumen erhaltene Wasserdampfmasse m_w

$$f = \frac{m_w}{V}, \quad [f] = \text{g m}^{-3} \quad (1.38)$$

und der **relativen Luftfeuchtigkeit**, d.h. das Verhältnis zwischen absoluter Luftfeuchtigkeit und maximaler Luftfeuchtigkeit bei gegebener Temperatur.

$$\phi = \frac{f}{f_{\max}} \cdot 100\% \quad (1.39)$$

Wird f_{\max} erreicht, so ist die Luft gesättigt und der Wasserdampf kondensiert. Die entsprechende Temperatur wird als **Taupunkt** bezeichnet.

Bei der Planung einer Gebäudekonstruktion müssen also nicht nur der U-Wert, sondern auch die Zwischentemperaturen in der Wand und der Taupunkt berücksichtigt werden. Dabei soll der Taupunkt so weit aussen wie möglich zu liegen kommen.

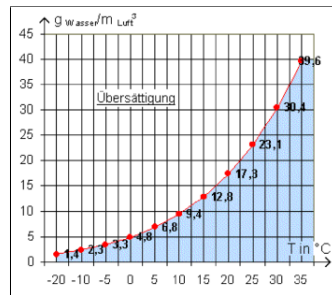


Abb. 1.14: Taupunkte für Wasserdampf in Luft. Die rote Linie gibt die Masse an Wasserdampf für welche eine relative Luftfeuchte von 100% erreicht wird.

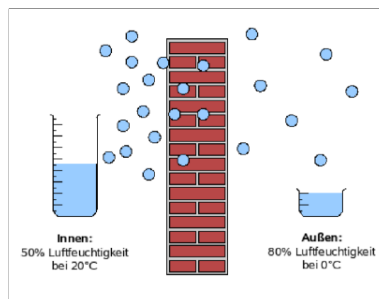


Abb. 1.15: Unter der Annahme, dass die absolute Luftfeuchtigkeit innen und aussen gleich ist, ändert sich die relative Luftfeuchtigkeit als Funktion der Temperatur über der Wand.

Kapitel 2

Strahlung

2.1 Elektromagnetische Strahlung

2.1.1 Grundlegende Eigenschaften von Wellen

Wellen sind wandernde Schwingungen. Ein einzelner Punkt auf dem Seil wandert jedoch nicht mit, sondern schwingt einfach nur auf und ab. Mit der Welle. Mit der Welle wird keine Masse sondern Energie transportiert.

In **Transversalwellen** schwingen die einzelne Elemente der Welle senkrecht zur Ausbreitungsrichtung. Bei **Longitudinalwellen** schwingen die Elemente der Welle in der Ausbreitungsrichtung. Man unterscheidet auch zwischen **mechanische** und **elektromagnetische Wellen**.

Alltäglich kommen Wellen als Oberflächenwellen, seismische Wellen, Schallwellen und transversale Seilwellen. Mechanische Wellen brauchen immer in Medium zur Ausbreitung und können sich daher nicht im Vakuum ausbreiten.

Eine Welle wird durch drei Hauptgrssen beschrieben: die **Amplitude** A , die maximale Auslenkung einer lokalen Schwingung; die **Periode** T , die Zeit für eine ganze Schwingung eines einzelnen Punktes; und die **Wellenlänge** λ der räumlicher Abstand zwischen zwei Wellenmaxima. Statt mit der Periode arbeitet man mit der Frequenz $[f] = \text{s}^{-1} = \text{Hz}$, also Anzahl Schwingungen pro Sekunde.

$$f = \frac{1}{T} \quad (2.1)$$

Für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit c gilt

$$c = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f \quad (2.2)$$

2.1.2 Elektromagnetische Wellen und Licht

Elektromagnetische Strahlung ist eine Welle, die aus einem gekoppelten elektrischen und magnetischen Feld besteht, dabei steht die schwingende elektrische

Komponente stets senkrecht auf der schwingenden magnetischen Komponente. Beide Komponenten stehen auch senkrecht auf der Fortpflanzungsrichtung der Welle. Elektromagnetische Wellen sind also **Transversalwellen**.

Polarisation

Die gekoppelte Schwingung des elektrischen und magnetischen Feldes hat zur Folge, dass die Richtung der resultierenden Schwingung im allgemeinen von Ort und Zeit abhängt. Diese Eigenschaft von Licht wird als **Polarisation** beschrieben. Bei **linearer polarisiertem Licht** ist die Richtung der resultierenden Schwingung zeitlich und örtlich konstant, während **zirkular polarisiertes Licht** sich dadurch auszeichnet, dass die Richtung der Schwingung sich im Kreis dreht und örtlich eine kreisförmige Spirale bildet.

Vakuumlichtgeschwindigkeit

Die schwingenden Felder können sich im Vakuum ausbreiten und transportieren dabei die in den Feldern gespeicherte elektromagnetische Energie. Ohne Fortpflanzungsfähigkeit im Vakuum würde das Sonnenlicht die Erde nicht erreichen. Elektromagnetische Wellen können sich auch in Medien ausbreiten. Ihre Fortpflanzungsgeschwindigkeit hängt dann vom Medium ab. Sie ist jedoch niemals grösser als im Vakuum. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit elektromagnetischer Wellen im Vakuum heisst **Lichtgeschwindigkeit** und beträgt

$$c = 2.99795 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1} \quad (2.3)$$

Das elektromagnetische Spektrum

Elektromagnetische Wellen sind nach Frequenz und Wellenlänge kategorisiert. Die **Gammastrahlung** entsteht beim radioaktiven Zerfall von Atomkernen und hat eine Wellenlänge von 10^{-3}nm und besitzt eine sehr hohe Energie. Gammastrahlung verursacht Krebs und wird daher auch als Strahlentherapie eingesetzt, um Tumore im menschlichen Körper zu zerstören.

Als **Röntgenstrahlung** werden elektromagnetische Wellen bezeichnet, deren Wellenlänge zwischen 10^{-3}nm und 1nm liegt. Röntgenstrahlung entsteht wenn Elektronen mit sehr hoher Geschwindigkeit von einem Hindernis oder einem Magnetfeld abgebremst werden. Radioaktive Strahlung kann aber auch durch Lumineszenz bei hochenergetischen Energieübergängen von Elektronen in Materie entstehen. Eine hohe Dosis von Röntgenstrahlung ist krebserregend. Röntgenstrahlung eignet sich sehr gut für die chemische und mikrostrukturelle Analyse von organischen und anorganischen Materialien.

Die Strahlung im Wellenlängenbereich zwischen 1nm und 380nm wird als ultraviolett oder **UV-Strahlung** bezeichnet. Elektromagnetische Strahlung im Wellenlängenbereich von 380nm bis 720nm ist für das Auge **sichtbare Licht**. Verschiedene Wellenlängenbereiche nehmen Menschen als Farben wahr: 380nm bis 490nm : violett/blau, 490nm bis 550nm : grün, 550nm bis 600nm : gelb/orange, 600nm bis 720nm : rot.

Strahlung im Wellenlängenbereich zwischen 720nm bis 1mm wird **Infrarotstrahlung**, oder IR-Strahlung genannt. Der Bereich zwischen 720nm und $3\mu\text{m}$ wird als **nahes Infrarot** oder NIR genannt. Als mittleres Infrarot MIR liegt zwischen $3\mu\text{m}$ und $100\mu\text{m}$. Das ferne Infrarot FIR liegt zwischen $100\mu\text{m}$ und 1mm.

Oberhalb des infraroten Bereichs sind die Kategorien **Mikrowellen**, welche zwischen 1mm und 30cm liegen. **Radiowellen** liegen zwischen 30cm und 1km und **Längenwellen** kleiner als 1km.

Je grösser die Wellenlänge, desto länger ist die Distanz, über welche kabellos kommuniziert werden kann. Da Wasser Strahlung mit 10cm Wellenlänge sehr gut absorbiert, werden die Mikrowellen mit 12cm Wellenlänge in Mikrowellen-öfen für das Aufheizen von Lebensmitteln verwendet.

2.1.3 Interferenzphänomene

Interferenz

Interferenz ist die Überlagerung mehrerer Wellen an einem Punkt im Raum. Werden mit gleicher **Frequenz** und **konstanter Phasenbeziehung** überlagert, so treten einfach zu beobachtende Interferenzmuster auf. Interferenz tritt als Verstärkung oder Abschwächung, wobei es tritt **konstruktive** (Amplitudevergrößerung) und **destruktive Interferenz** (Amplitudeerniedrigung) auf.

Emittieren zwei Quellen Wellen mit gleicher Wellenlänge λ und Amplitude, so interferieren ihre Wellen konstruktiv bzw. destruktiv an den Orten im Raum, für welche der Gangunterschied Δ der Wellen folgende Werte annimmt.

$$\text{Konstruktiv: } \Delta = 2m \cdot \frac{\lambda}{2}, \quad m \in \mathbb{Z} \quad (2.4)$$

$$\text{Destruktiv: } \Delta = (2m + 1) \cdot \frac{\lambda}{2}, \quad m \in \mathbb{Z} \quad (2.5)$$

Interferenz an dünnen Schichten

Interferenz von Licht wird im Alltag oft beobachtet, wenn reflektierende Oberflächen mit dünnen transparenten Schichten bedeckt sind. Treffen Wellen auf eine Mediumsgrenze, so tritt **Reflexion** auf. An einer dünnen Schicht findet diese Reflexion zweimal statt, beim Eintritt in die Schicht und beim Austritt. Die beiden reflektierten Strahlen interferieren. Je nach Gangunterschied kann es zu Verstärkung oder Auslöschung kommen. Die Art der Interferenz hängt von der Wellenlänge, also von der Farbe, des Lichts ab.

Beugung

Keine Welle läuft ungestört durch den Raum; Hindernisse stehen ihr im Weg. Sind diese gross im Vergleich mit der Wellenlänge, so kommt es zu Schattenwurf, Reflexion und Brechung. Sind diese von vergleichbarer Grössenordnung wie die Wellenlänge, so kommt es zu Beugung.

Bei Schallwellen äussert sich die Beugung dadurch. Trifft eine **Lichtwelle** auf ein Hindernis, so beobachtet man hinter dem Hindernis helle bzw. dunkle Gebiete, welche nicht mittels geometrischer Strahlenausbreitung erklärt werden können. Die Welle wird von der geradlinigen Ausbreitung abgelenkt.

Die Ablenkung von Wellen an Hindernissen lässt sich mit dem **Huygen'schen Prinzip** begründen. Dieses besagt, dass sich eine ebene Wellenfront aus der Überlagerung vieler kleiner Kreis- bzw. Kugelwellen, sog. **Elementarwellen** ergibt, wobei jeder Punkt der Wellenfront wiederum Ausgangspunkt neuer Elementarwellen ist.

Beugung von Licht an einem Gitter

Werden auf einer Glasplatte maschinell zahlreiche Spalten mit dem gleichen Abstand eingereizt, dann spricht man von einem **optischen Gitter**. Das Gitter wird durch den Abstand der Gitterlinien, die sogenannte Gitterkonstante g charakterisiert. Trifft eine ebene Lichtwelle auf ein optisches Gitter, entsteht für jeden Spalt ein Beugungsmuster. Für die Richtung ist der Wegunterschied Δs zwischen zwei benachbarten Wellen, wobei φ der Abstrahlwinkel ist, gegeben durch

$$\Delta s = g \cdot \sin(\varphi) = m \cdot \lambda, \quad m = \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2.6)$$

Hinter dem Gitter entsteht wiederum ein Strichmuster mit einer Linie in der Mitte $m = 0$ und mehreren Seitenlinien zu den Ordnungen $m = \pm 1, \pm 2, \dots$. Die Zahl m entspricht dem **Ordnungszahl** der Beugung. Das Licht unterschiedlicher Wellenlängen wird verschieden stark gebeugt. Mit einem optischen Gitter kann das Wellenlängenspektrum analysiert werden.

2.1.4 Der Begriff des Spektrums

Beugung wird genutzt, um Strahlung in seine Wellenlänge zu zerlegen. Das quantitative Resultat dieser Zerlegung wird **Spektrum** genannt. Der einfallende Strahlung wird von einer Blende auf einen schmalen Streifen eingeschränkt, welcher dann über einen fokussierenden Hohlspiegel auf ein reflektierendes Liniengitter abgebildet wird. Am Gitter erfolgt mittels Beugung die Aufteilung der Strahlung in seine Wellenlängen. Dabei werden Gitterkonstante g und Einstrahlwinkel φ so gewählt, dass es für jede Wellenlänge genau einen Reflexionswinkel mit Intensität ungleich null gibt. Die reflektierten Strahlen werden über einen zweiten Spiegel auf einen Detektor, hier einen CCD-Sensor, abgebildet. Der Ort, an welchem ein Teilstrahl mit bestimmter Wellenlänge auf dem Sensor auftritt, gibt die Wellenlänge des Strahls an. Der CCD misst die Intensität jedes Teilstrahls in Abhängigkeit der Wellenlänge.

Je nach Mechanismus der Lichterzeugung treten zwei grundsätzlich verschiedene Typen von Spektren auf: Das **kontinuierliche Spektrum** (Sonnenlicht, alle Farben vorkommen) und das **Linienspektrum** (Quellen mit schmalen Linien).

Farbwahrnehmung

Das Farbsehen des menschlichen Auges hat drei verschiedene Rezeptoren: Typ-S, Typ-M und Typ-L die für je einen anderen Wellenlängenbereich ('rot', 'grün', 'blau') und für das Sehen bei Tageslicht verantwortlich sind. Das Typ-R ermöglicht das Sehen bei geringer Lichtintensität, decken aber nur einen limitierten Wellenlängenbereich ab, weshalb man im DUnkeln Farben schlecht erkennt.

Additive Farbmischung

Licht, das nur einen Typ erregt, erzeugt den Eindruck der drei Grundfarben rot, grün oder blau. Werden zwei oder drei Typen gleichzeitig angeregt entstehen Mischfarben. Dies nennt man die **additive Farbmischung**. Die Werte auf jeder Achse rot, grün und blau sind ganzzahlig und liegen im Intervall $[0, 255]$.

Körperfarben - subtraktive Farbmischung

Wird eine farbige Oberfläche mit weissem Licht bestrahlt, so werden gewisse Wellenlängenbereiche von der Oberfläche absorbiert und andere werden reflektiert. Bei Körperfarben findet die Mischung von Farben durch Subtraktion statt durch Addition statt. Werden Farben gemischt, so werden zusätzliche Wellenlängenbereiche absorbiert.

Die Basis für die subtraktive Farbmischung bilden die Farben gelb (weiss minus blau), magenta (weiss minus grün) und cyan (weiss minus rot) und bilden das Koordinatensystem des CMY-Farbschemas, welcher von Farbdruckern verwendet wird. Meistens wird noch schwarz als vierte Farbe ergänzt, was dem CMYK-Farbraum ergibt.

2.2 Radiometrie und Photometrie