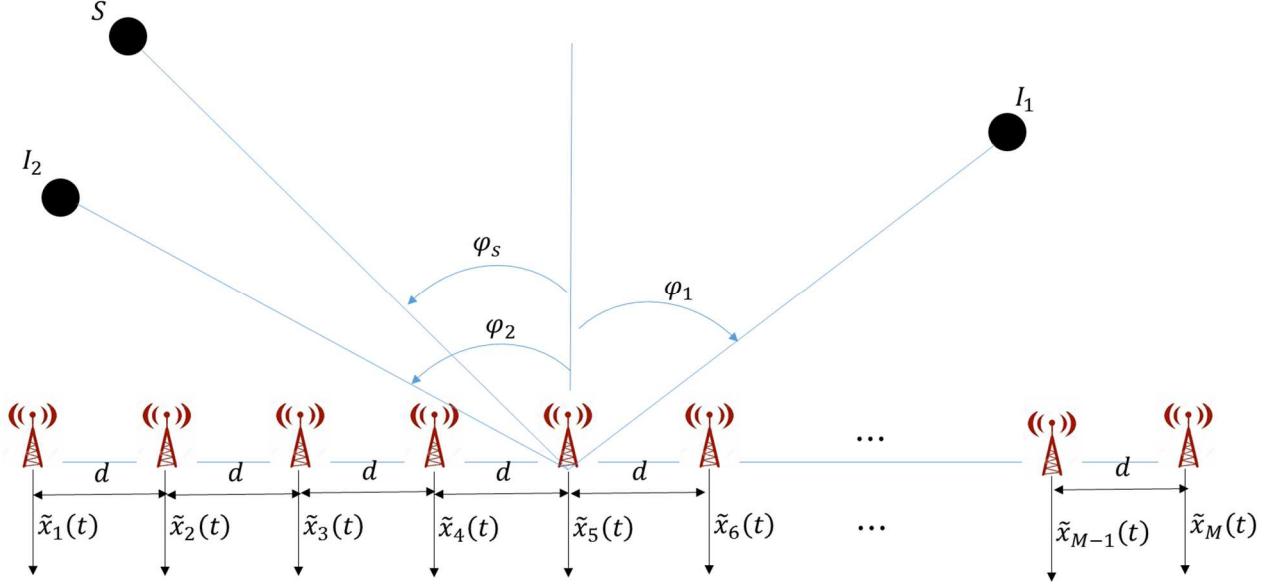


## Fiche n°1 — Programme GeneSignaux.m

Le programme **GeneSignaux** s'exécute sous ©Matlab à partir de la ligne de commande :

```
>>[MatriceIB,MatriceS,Sig,BinaireIn,PenteSCurve]=GeneSignaux(Phis,Phi1,Phi2,RSB,RSI1,RSI2)
```

Pour cela il faut définir les 6 paramètres d'entrée  $\text{Phis}$ ,  $\text{Phi1}$ ,  $\text{Phi2}$ ,  $\text{RSB}$ ,  $\text{RSI1}$ , et  $\text{RSI2}$  qui correspondent à la situation suivante :



Une source utile, placée en champ lointain (donc onde plane), est captée par chaque élément de l'antenne avec un angle d'incidence de  $\varphi_s$  (qui sera notée  $\text{Phis}$  dans le programme ©Matlab). Par ailleurs, deux signaux interférents  $I_1$  et  $I_2$  peuvent également être définis, chacun ayant une direction d'arrivée propre  $\varphi_1$  et  $\varphi_2$  (qui seront notées  $\text{Phi1}$  et  $\text{Phi2}$  dans le programme ©Matlab). Le signal reçu sur le capteur numéro  $m$  peut alors s'écrire :

$$x_m(t) = s_m(t) + i_m^{(1)}(t) + i_m^{(2)}(t) + b(t), \quad m = 1, 2, \dots, M$$

On définit alors les différents rapports de puissance :

- Le rapport signal à bruit sur chaque élément de l'antenne :  $RSB = 10 \log_{10} \left( \frac{\mathbb{E}(|s_m(t)|^2)}{\mathbb{E}(|b(t)|^2)} \right)$ . On travaillera dans cette partie avec une valeur du RSB comprise entre 30 et 10 dB.
- Le rapport signal à interférent n°1 sur chaque élément de l'antenne :  $RSI1 = 10 \log_{10} \left( \frac{\mathbb{E}(|s_m(t)|^2)}{\mathbb{E}(|i_m^{(1)}(t)|^2)} \right)$
- Le rapport signal à interférent n°2 sur chaque élément de l'antenne :  $RSI2 = 10 \log_{10} \left( \frac{\mathbb{E}(|s_m(t)|^2)}{\mathbb{E}(|i_m^{(2)}(t)|^2)} \right)$

**Note :** en l'absence d'interférents (soit lorsque  $RSI1 \rightarrow \infty$  et  $RSI2 \rightarrow \infty$ ), les signaux réels captés par les éléments de l'antenne seront obtenus les uns des autres par application d'un retard élémentaire  $\Delta = d_{\text{marche}}/c$  correspondant au temps nécessaire à l'onde plane pour parcourir la différence de marche  $d_{\text{marche}}$  entre deux capteurs consécutifs :

$$x_m(t) = x_1(t - (m-1)\Delta), \quad m = 1, 2, \dots, M$$

Pour notre part, nous raisonnons sur l'enveloppe complexe du signal et donc la notation  $\tilde{x}_m(t) \in \mathbb{C}$  fait référence à l'enveloppe complexe du signal réellement reçu  $x_m(t) \in \mathbb{R}$  et donc la relation précédente se traduit par un déphasage sur l'enveloppe complexe, soit :

$$\tilde{x}_m(t) = e^{-j2\pi(m-1)\frac{d}{\lambda}\sin(\varphi_s)} \tilde{x}_1(t), \quad m = 1, 2, \dots, M$$

Dans le cadre de l'exercice 2.3, on vous demande de générer des signaux à l'aide du programme **GeneSignaux** en fixant la direction d'arrivée de la source utile  $S$  à une valeur notée  $\text{Phis}=0$ . On prendra soin à ne pas générer de

signaux interférents en faisant tendre vers l'infini les rapports de puissance entre signaux utiles et interférents. On récupère alors les signaux reçus sur les différents éléments de l'antenne dans la matrice  $Sig$

$$Sig = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{x}_1(1) \\ \vdots \\ \tilde{x}_M(1) \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \tilde{x}_1(2) \\ \vdots \\ \tilde{x}_M(2) \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \tilde{x}_1(3) \\ \vdots \\ \tilde{x}_M(3) \end{pmatrix} & \cdots & \begin{pmatrix} \tilde{x}_1(n) \\ \vdots \\ \tilde{x}_M(n) \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

Où la colonne n°k de cette matrice constitue le vecteur d'observation  $\tilde{\mathbf{x}}(k) = \begin{pmatrix} \tilde{x}_1(k) \\ \vdots \\ \tilde{x}_M(k) \end{pmatrix}, k = 1, \dots, n$ . Une fois que les signaux sont disponibles, il vous faut :

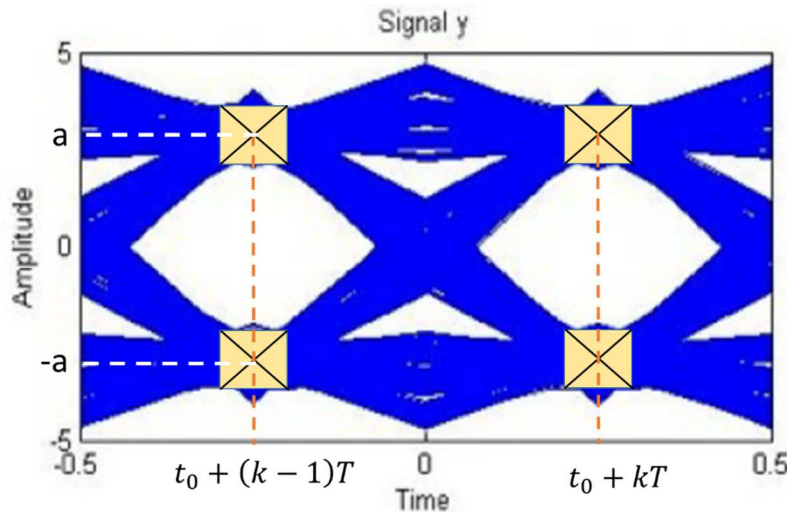
- Calculer la sortie  $y(k) = \mathbf{w}^H \tilde{\mathbf{x}}(k), k = 1, \dots, n$
- A l'aide du diagramme de l'œil, analyser la puissance du signal utile sur l'une des M voies élémentaires en entrée :  $\tilde{x}_m(k), k = 1, \dots, n$
- A l'aide du diagramme de l'œil, analyser la puissance du signal utile présent en sortie :  $y(k), k = 1, \dots, n$

### Analyse du gain en rapport signal à bruit apporté par le traitement d'antenne

Le diagramme de l'œil sera tracé en considérant une représentation sur 2 temps symboles consécutifs (ce qui correspond à  $2 \times \text{FACTEUR\_SURECH}$  échantillons) et il sera obtenu à l'aide de la fonction :

```
>> eyediagram(s(1 :P), 2*FACTEUR_SURECH)
```

Pour analyser le rapport signal à bruit sur un diagramme de l'œil, on observera les valeurs moyennes de l'amplitude du signal à l'instant optimal d'échantillonnage :



Comme la modulation numérique transmise est de type QAM-4 alors, au récepteur, on observe aux instants optimaux d'échantillonnage  $t_0 + kT$  une constellation  $\pm a \pm jb$  où  $a$  désigne le niveau moyen obtenu sur la voie en phase (estimés par le centre des carrés jaunes sur la figure ci-dessus) et  $b$  désigne le niveau moyen obtenu sur la voie en quadrature (estimés par le centre des carrés jaunes mais sur la voie en quadrature). On alors :

$$P_S^{(out)} = \frac{1}{4} |a + jb|^2 + \frac{1}{4} |-a - jb|^2 + \frac{1}{4} |-a + jb|^2 + \frac{1}{4} |a - jb|^2 = a^2 + b^2$$

En procédant de la même façon sur le diagramme de l'œil de l'une des M voies d'entrée, on obtient:

$$P_S^{(in)} = \frac{1}{4} |a' + jb'|^2 + \frac{1}{4} |-a' - jb'|^2 + \frac{1}{4} |-a' + jb'|^2 + \frac{1}{4} |a' - jb'|^2 = a'^2 + b'^2$$

### Analyse de l'effet de l'antenne sur le bruit :

Supposons que le signal utile ne soit pas présent. Les signaux captés par les différents éléments de l'antenne peuvent être représentés à un instant  $kT_e$  d'échantillonnage par :

$$\tilde{\mathbf{x}}(k) = \begin{pmatrix} \tilde{b}_1(k) \\ \vdots \\ \tilde{b}_M(k) \end{pmatrix}, k = 1, \dots, n$$

On suppose identique la puissance du bruit sur chaque voie élémentaire soit :  $\forall m \in \llbracket 1, m \rrbracket, \mathbb{E}(|\tilde{b}_m(k)|^2) = \sigma_b^2$ . Analysons alors la composante de bruit générée, en sortie de traitement d'antenne :

$$\mathbb{E}(|y(k)|^2) = \mathbb{E}(y(k) y^*(k)) = \mathbb{E}(\mathbf{w}^H \tilde{\mathbf{x}}(k) \mathbf{w}^T \tilde{\mathbf{x}}^*(k)) = \mathbb{E}(\mathbf{w}^H \tilde{\mathbf{x}}(k) \tilde{\mathbf{x}}^H(k) \mathbf{w}) = \mathbf{w}^H \mathbb{E}(\tilde{\mathbf{x}}(k) \tilde{\mathbf{x}}^H(k)) \mathbf{w} = \mathbf{w}^H \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}\tilde{\mathbf{x}}} \mathbf{w}$$

Où la matrice de corrélation spatiale  $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}\tilde{\mathbf{x}}}$  est donnée dans ce cas où il n'a que du bruit en entrée (pas de signal utile, pas d'interférents) par :

$$\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}\tilde{\mathbf{x}}} = \mathbb{E}(\tilde{\mathbf{x}}(k) \tilde{\mathbf{x}}^H(k)) = \mathbb{E}\left(\begin{pmatrix} \tilde{b}_1(k) \\ \vdots \\ \tilde{b}_M(k) \end{pmatrix} (\tilde{b}_1^*(k) \dots \tilde{b}_M^*(k))\right) = \sigma_b^2 \mathbf{I}_M$$

puisque les bruits ne sont pas corrélés entre les différentes voies.

On obtient alors la puissance de la composante de bruit en sortie de traitement :

$$\mathbb{E}(|y(k)|^2) = \mathbf{w}^H \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}\tilde{\mathbf{x}}} \mathbf{w} = \sigma_b^2 \mathbf{w}^H \mathbf{w}$$

Or le vecteur  $\mathbf{w}$  de pondérations appliqués aux différentes voies élémentaires aura toujours la propriété de norme unitaire et donc :  $\mathbb{E}(|y(k)|^2) = \sigma_b^2$ . La puissance de bruit n'est donc pas modifiée par le traitement d'antenne lorsque le vecteur  $\mathbf{w}$  de pondérations possède une norme unitaire.

En conclusion le rapport signal à bruit sur l'une quelconque des M voies d'entrée  $\tilde{x}_m(k)$  est donné par :

$$SNR_{in} = \frac{P_S^{(in)}}{\mathbb{E}(|\tilde{b}_m(k)|^2)} = \frac{a'^2 + b'^2}{\sigma_b^2}$$

Et celui mesuré sur le signal  $y(k)$  disponible en sortie de traitement d'antenne est :

$$SNR_{out} = \frac{P_S^{(out)}}{\mathbf{w}^H \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}\tilde{\mathbf{x}}} \mathbf{w}} = \frac{a^2 + b^2}{\sigma_b^2}$$

Le gain en rapport signal à bruit peut alors être mesuré expérimentalement à partir de l'observation des 2 diagrammes de l'œil entrée/sortie à partir de la relation :

$$G = \frac{SNR_{out}}{SNR_{in}} = \frac{a^2 + b^2}{a'^2 + b'^2}$$

Vous devez calculer expérimentalement ce rapport et le comparer à celui donné par la théorie lorsque le signal utile provient d'une direction d'incidence  $\varphi_{his}=0$ . Refaire ce même raisonnement (génération par **GeneSignaux** + traitement d'antenne + analyse des 2 diagrammes de l'œil + analyse de G+ comparaison avec la théorie) pour une autre direction d'incidence.

-----