

## Fiche n°2 — Première optimisation : le filtre spatial adapté

Une première optimisation du diagramme d'antenne consiste à étudier le filtre adapté spatial c'est-à-dire que l'on va maintenant chercher à « pointer » l'antenne dans une direction  $\varphi_s \in \left]-\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2}\right[$  voulue. Pour cela on va imposer que la réponse de l'antenne soit maximale dans cette direction :

$$\max_{\mathbf{w} \in \mathbb{C}^M} |C(\varphi_s)| \Leftrightarrow \max_{\mathbf{w} \in \mathbb{C}^M} |\mathbf{w}^H \mathbf{v}(\varphi_s)|$$

Afin d'éviter les solutions évidentes qui conduiraient à une norme  $\|\mathbf{w}\|$  qui tendraient vers l'infini, nous ajoutons une contrainte au problème de maximisation précédent en imposant une norme unitaire au vecteur de pondération. Le problème à résoudre est donc donné par :

$$(P) \quad \begin{cases} \max_{\mathbf{w} \in \mathbb{C}^M} |\mathbf{w}^H \mathbf{v}(\varphi_s)| \\ \text{s. c. q. } \mathbf{w}^H \mathbf{w} = 1 \end{cases}$$

### Exercice personnel 3.1.

En utilisant uniquement la définition du produit scalaire entre deux vecteurs  $(\mathbf{u}, \mathbf{v}) \in \mathbb{C}^M \times \mathbb{C}^M$ , c'est-à-dire :

$$\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle = \mathbf{u}^H \mathbf{v}$$

Solutionner le problème (P), et montrer que la solution optimale est donnée par le filtre adapté :

$$\mathbf{w}_{fa} = \frac{\mathbf{v}(\varphi_s)}{\|\mathbf{v}(\varphi_s)\|}$$

### Exercice personnel 3.2.

En considérant une antenne constituée de  $M = 16$  capteurs avec une distance inter-capteur égale à  $d = \lambda/2$ , déterminer le vecteur optimal  $\mathbf{w}_{fa}$  permettant de pointer l'antenne dans la direction  $\varphi_s = \pi/5$ .

- Calculer ce vecteur optimal
- Tracer le diagramme de directivité de l'antenne ainsi constituée en traçant la courbe  $|C(\varphi)|$  (exprimé en dB) en fonction de l'angle d'incidence de l'onde  $\varphi \in \left]-\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2}\right[$ . La tracer également en coordonnées polaires à l'aide du programme ©Matlab **TracePolar.m** qui vous a été transmis.
- Générer à l'aide du programme **GeneSignaux** les signaux reçus sur l'ensemble des capteurs en considérant que le signal utile provient de la direction  $\varphi_s = \pi/5$ ,
- Calculer le gain en rapport signal à bruit apporté par le traitement d'antenne lorsque l'on utilise le filtre spatial adapté optimal  $\mathbf{w}_{fa}$ . Le comparer par rapport aux résultats obtenus à l'exercice 2.3.
- Répéter les 2 derniers points (c et d) en plaçant la source à une autre position angulaire (soit  $\varphi_s \neq \pi/5$ ) mais en gardant le vecteur de pondération optimal  $\mathbf{w}_{fa}$  inchangé (il y aura donc incohérence entre la direction de l'onde incidente et le pointage de l'antenne en réception !).

-----