

Recherche Operationnelle

Modélisation Paramétrique, Filtrage Optimal et Adaptatif

Introduction au Data Mining Réseaux de Neurones

Mauricio Caceres, *Master, SISEA, ENSSAT, Lannion*

Abstract—Ce projet nous amenne à découvrir et faire une première application des concepts de machine learning. Les concepts de machine learning, deep learning, et réseau de neurones sont très couramment nommes. Sont très utilisés pour la reconnaissances d'images et la résolution de problèmes difficiles à modéliser et aussi avec une mathématique difficile à résoudre. Les techniques de machine learning ont une nature très empirique mais aussi une partie théorique et des fondements mathématiques. Dans ce rapport les résultats de l'implémentation d'un réseau des neurones multi-couches seront détaillés avec différentes notions qui permettent de fonder la prise de décision au niveau de l'implémentation.

Keywords—Réseaux de Neurones, perceptron multi-couches, convergence, backpropagation, descente maximale

I. INTRODUCTION

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

LATEX

Fig. 1. Simulation Results

M. Pascal Scalart, Pôle Electronique, Enssat, Lannion, France e-mail: (pascal.scalart@univ-rennes1.fr).

A. Objectifs

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

II. MODÉLISATION D'UN NEURONE

Le modèle utilisé dans ce cas, inspiré dans le fonctionnement de une neurone biologique est le perceptron. Les

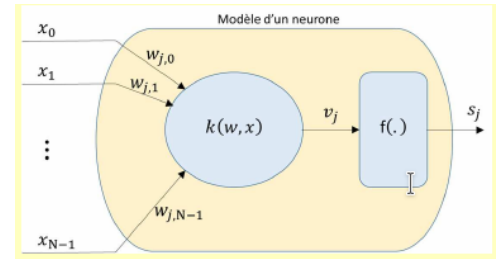


Fig. 2. Modèle de perceptron utilisé dans le réseau de neurones

éléments suivant sont partie du modèle et nécessaire pour comprendre le fonctionnement du perceptron.

- nombre de signaux d'entrée x_0, \dots, x_{N-1}
- poids de connexions $w_{j,0}, \dots, w_{j,L-1}$
- fonction d'activation $v = k(w, x)$
- fonction de transition f
- un état de sortie $s_j = f(v_j)$
- une entrée fixe: le bias

On a utilisé la fonction sigmoïde comme fonction de transition. La fonction de activation est la fonction produit scalaire. Les connexions entre neurones est faite par le bias du poids. Si la connexions a un poids négatif est une connexion dite

exhibitrice si est positif est dite *excitatrice*. C'est une manière de modeliser la force de la connection synaptique entre ce perceptron là et une autre à lequel est connecté.

A. Le perceptron : fonctions de transition classiques

Ce sont les fonctions linéaire, sigmoïde, tangente hyperbolique ou autres. Cette fonction nous permet d'avoir la valeur de sortie de la neurone, si elle est positive est dite une neurone actif. Dans le cas contraire est dit inactif. Pour notre cas la fonction sigmoïde de la Fig. 3 c'est la que nous permet d'avoir des valeurs entre 0 et 1. Cela permettra de fixer le seuil d'activité de la neurone j .

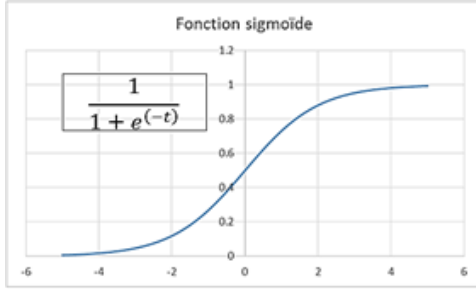


Fig. 3. Fonction sigmoïde et sa dérivée

B. Le perceptron : rôle de l'unité de biais

Dans la figure 2 on peut voir que la première entrée $w_{j,0}$ est toujours à -1. La fonction de ce poids qu'on appelle biais est de fixer le seuil d'activation de la neurone. Permettant de déplacer l'hyperplan de la fonction d'activation qui peut-être vu comme une modification de la façon dont la neurone va se comporter face aux données, elle va classer de manière différente.

III. LE PERCEPTRON MULTICOUCHE

À cause de l'impossibilité du perceptron pour classer dans certains cas la connexion de une couche de neurones à une autre supplémentaire nous donne une

A. Architecture utilisée

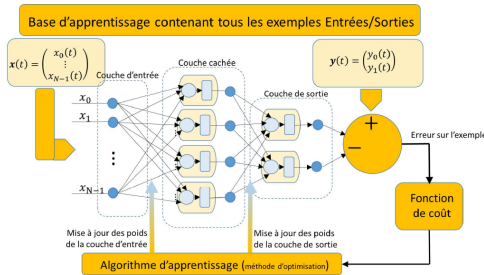


Fig. 4. Architecture de la réseaux utilisés. MLP conventionnel

B. L'erreur du perceptron : une fonction multidimensionnelle

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

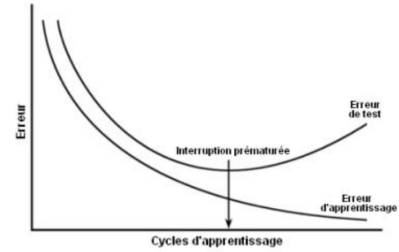


Fig. 5. Courbes indiquant l'erreur d'apprentissage (risque empirique) et l'erreur de test (risque réel)

IV. L'APPRENTISSAGE SUPERVISÉ

Dans le programme du projet on a implémenté un processus d'apprentissage supervisé. Ce algorithme a comme finalité la modification des poids de la couche d'entrée et de sortie permettant de l'adapter aux entrées d'accord à la fonction de coût. Il s'agit de présenter dans l'entrée des exemples $x(n)$ correspondant à la base de données de entraînement et ensuite comparer la sortie $y(n)$ obtenue à la sortie théorique (classe correcte dans le cadre de la classification) ou correcte. Le fait de savoir a priori laquelle est la sortie correcte fait que l'algorithme soit supervisé.

La modification des poids initiaux va nous amener vers un réseau entraîné correctement lorsque l'erreur diminue. Notre stratégie a été de présenter les exemples à l'entrée $x(n)$ selon le type de son, toujours en respectant l'ordre son 1, son 2, son 3. De cette façon on connaît toujours quelle classe de son on a en entrée pour après calculer l'erreur.

V. ALGORITHME BACKPROPAGATION : CALCUL DU VECTEUR GRADIENT

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut

metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Avec ce type de réseau on peut traiter différent types d'information comme signaux (images, sons). Sont capables de résoudre des problèmes de classification par le biais d'un processus d'apprentissage. L'algorithme d'apprentissage es s'ajuste de

VI. CAS D'UN PERCEPTRON MULTICOUCHE : IMPLEMENTATIONS

Dans cette section on parlera sur les détails d'implémentation de notre réseaux multi-couche. Les strategies suivis et les choix de parametres et de techniques de convergence. Il y a quatre codes avec des implémentations et techniques différentes. On montrera leur performance et comportement. A la fin on aura des conclusions.

A. Base d'apprentissage et de test

L'apprentissage va se faire sur les caractéristiques plus fortes de notre données, soit des signaux ou des images ou n'importe quelle autre type de donne. Mais il faut trouver un moyen de représenter ou les extraire. On appelle attributs à les descripteurs de la donnée

Aussi pour des limitations pratiques et d'implémentation cette représentation doit être échantillonné. Pour notre application on s'en sert de l'estimation de la DSP (densité spectrale de puissance) du signal à l'aide de la méthode du périodogramme fenêtré.

Listing 1. Code pour initialisation des variables

```
1 [dataTest,fs,Nbits] = wavread(name);
2 % calcul des data_test
3 L = size(dataTest,1);
4 X = fft(dataTest.*hamming(L),Nfft);
5 Sxx = 1/Nfft*abs(X).^2;
6 data_test(:,in) = Sxx(1:size(data_test,1));
```

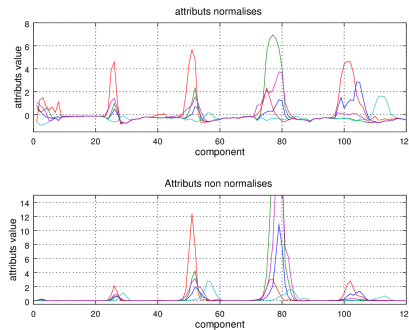


Fig. 6. Comparation entre les attributs normalisées,non normalisés

B. Parametrage du MLP

Notre MLP a 4098 entrées dans la couche d'entrée, connectes chaque une a 100 neurones dans la couche cachée. Dans la sortie intermediaire on a donc 100 sortie connectés à l'entrée du la couche de sortie qui a 3 neurones. La sortie de chacune des trois dernières neurones sont la sortie de notre réseaux. Le taux d'apprentissage nous donne selon l'algorithme de backpropagation le rythme à lequel les poids sont modifies pour s'ajuster aux entrées (fit data).

```
1 L_in = 4097+1;
2 L_cachee = 100+1;
3 L_out = 3;
4 mu = 0.5 %taux d'apprentissage
5 a=-0.5;
6 b = 0.5;
7 C = [ a + (b-a).*rand(L_in,L_cachee)];
8 W = [a + (b-a).*rand(L_cachee,L_out)];
```

Le parametre μ est tres importante parce que modifie aussi la duree de la algortihme pour convergence. Si on converge tres rapidement avec un taux d'apprentissage grand on ne va pas bien apprendre la base de données donc on a le risque d'avoir une basse performance au niveau de la distinctions des exemples de test parce que la classification est très generaliste. Si le taux d'apprentissage es plus petit l'entrainement prendra plus de temps et ça faire que le réseaux apprenne beacoup mieux les exemples. Par contre si on entraine beacoup les neurones il y a le risque qu'elle aprenne la base de données tel comme elle est, en cometant ce que on appelle *overfitting* ou *surapprentissage*. Dans ce cas il faut appliquer des techniques especifiques pour obtenir des résultats differentes.On parlera plus tard sur ce sujet là.

Les matrices C et W ont le poids du connections entre

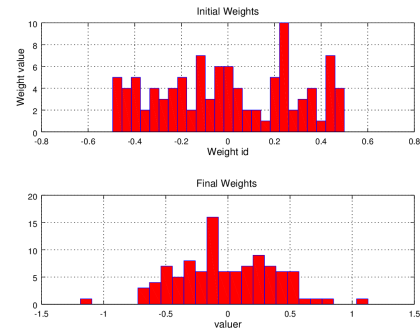


Fig. 7. Histogramme des poids de la couche de sortie

neurones et entrées et sorties. Dans la Fig.12 et la Fig.8 on voit les histogrammes des valeurs des poids pour les connections d'une neurone.

C. Test sur une version simple du MLP

Les courbes les plus importantes sont celles ci que nous montrent comment se comporte l'erreur. L'erreur commence

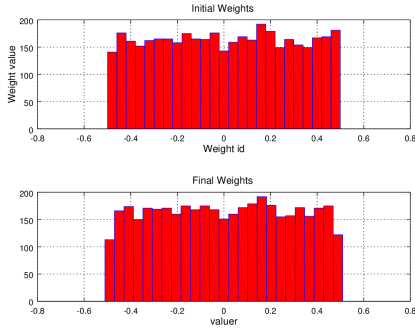


Fig. 8. Histogramme des poids de la couche de cachée

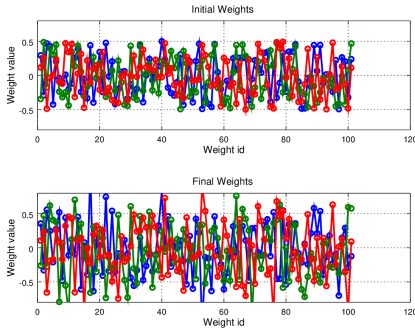
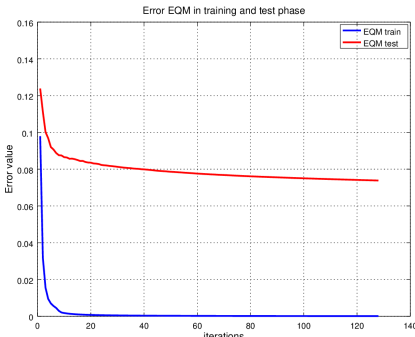


Fig. 9. Graphique pour comparaison des poids de sortie initiaux et finaux

au départ à diminuer et ensuite commence à se stabiliser. Le critère d'arrêt de l'algorithme est d'arriver à une erreur plus petite que $1e-4$.

Fig. 10. Résultats de implementation simple MLP, $\mu = 0.5$, initialisation poids non normalement distribuée

VII. AMELIORATION DE L'ALGORITHME POUR UNE MEILLEUR CONVERGENCE

Entre plusieurs techniques pour faire avoir une convergence dans une période des temps acceptable.

- permutation des exemples de la base de données

- même fréquence pour classe
- normalisation de l'entrée

Tous ces astuces sont déjà implémentées dans la version base du code. Dans les programmes suivantes on a la mise en place de :

- rs2 : initialisation des poids avec distribution normal
- rs3 : On rajoute un taux d'apprentissage variable
- rs4 : On rajoute deux taux d'apprentissage variable

VIII. PROGRAMME RS2 : INITIALISATION DES POIDS AVEC DISTRIBUTION NORMAL

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

La initialisation des poids de les matrices W et C sont faits à l'aide d'une fonction qui genere des numeros aleatoires avec une distribution normal centrée et paramètre $\sigma = \sqrt{m}$ en étant m les nombres de connection avec la couche précédente.

```

1 L_in = 4097+1;
2 L_cachee = 100+1;
3 L_out = 3;
4
5 %sigmas de distrib. de proba
6 sigma1=1/sqrt(L_in);
7 sigma2 = 1/sqrt(L_cachee);
8
9 %creation the matrices de poids
10 C = normrnd(0, sigma1, L_in, L_cachee);
11 W = normrnd(0, sigma2, L_cachee, L_out);

```

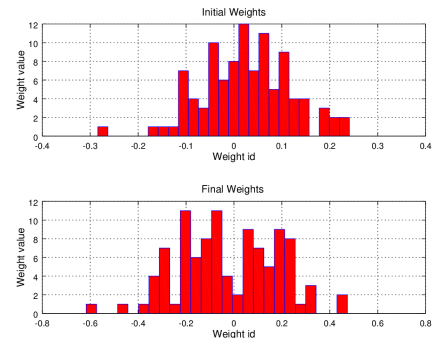


Fig. 11. Histogramme des poids de la couche de entrée d'une neu-rone.Distribution Normal

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

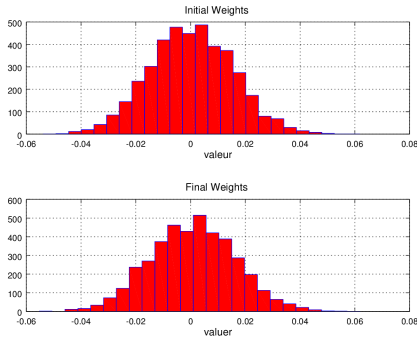


Fig. 12. Histogramme des poids de la couche de sortie d'une neurone. Distribution Normal

```

1 rs2 avec mu = 0.5
2
3 error = 9.9677e-05
4 error_test = 0.014817
5 elapsed_time = 37.162
6 -----
7 rs2 avec mu = 0.9
8
9 error = 9.9585e-05
10 error_test = 0.019871
11 elapsed_time = 26.649
12 -----
13 rs2 avec mu = 0.3
14
15 error = 9.9595e-05
16 error_test = 0.0095784
17 elapsed_time = 73.670

```

Voici la courbe d'erreur d'apprentissage et de test pour une valeur de $\mu = 0.5$

IX. PROGRAMME RS3 : ON RAJOUTE UN TAUX D'APPRENTISSAGE VARIABLE

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue,

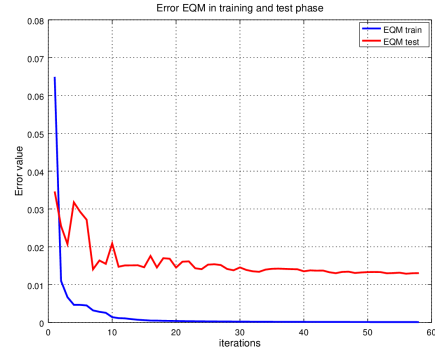


Fig. 13. Simulation Results

a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

A cette étape là on fait varier le taux d'apprentissage

```

1 %Init taux d'apprentissage
2 alpha = 0.5;
3 muo = 0.5;
4 mu = muo/(1+alpha*1)

```

Et dans la boucle principal on fait la mise à jour

```

1 for i = 1:60 %parcourir la base de donnees
2     ...
3     ...
4     %calcul des sorties, erreur, update
        poids
5     ...
6     ...
7     %update mu
8     mu = muo/(1+alpha*i);
9     storemu(iter)=mu; %store for graphs
10 end

```

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper. Lorem ipsum

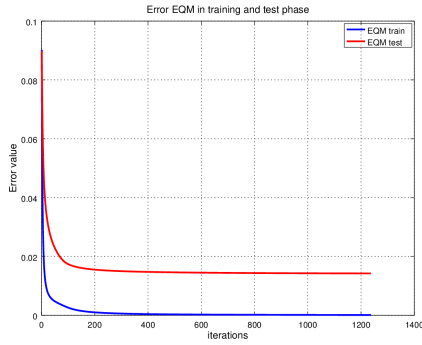


Fig. 14. Simulation Results

dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

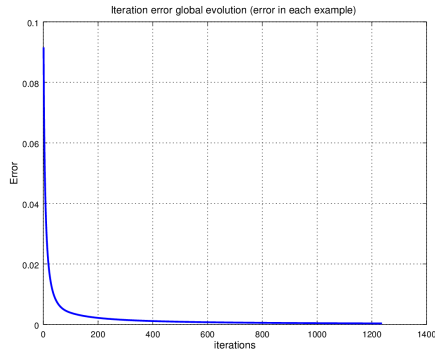


Fig. 15. Simulation Results

d

X. PROGRAMME RS4 : ON RAJOUTE DEUX TAUX D'APPRENTISSAGE VARIABLE

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi

sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper. Lorem ipsum

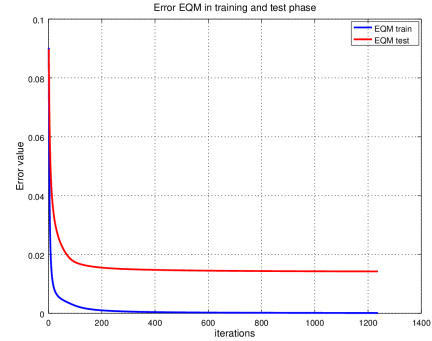


Fig. 16. Simulation Results

dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

XI. CONCLUSION

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

APPENDIX A PROOF OF THE FIRST ZONKLAR EQUATION

Some text for the appendix.

ACKNOWLEDGMENT

The authors would like to thank...

REFERENCES

- [1] H. Kopka and P. W. Daly, *A Guide to L^AT_EX*, 3rd ed. Harlow, England: Addison-Wesley, 1999.