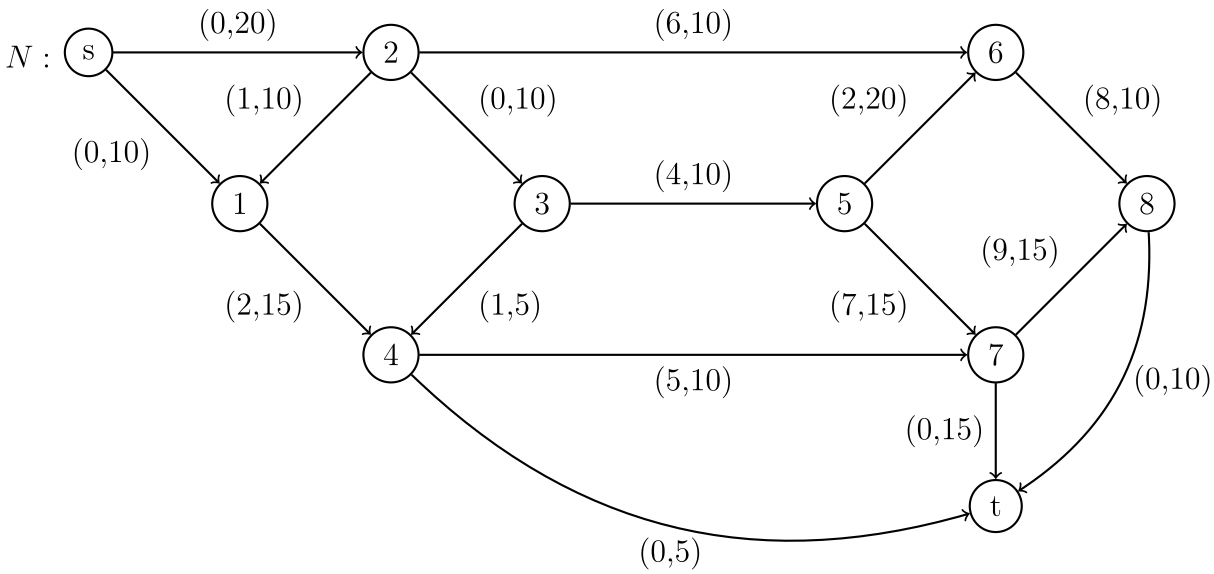
Einführung in die lineare und kombinatorische Optimierung
Serie 7

Sven-Maurice Althoff (FU 4745454)
Michael R. Jung (HU 502133)
Felix Völker (TU 331834)

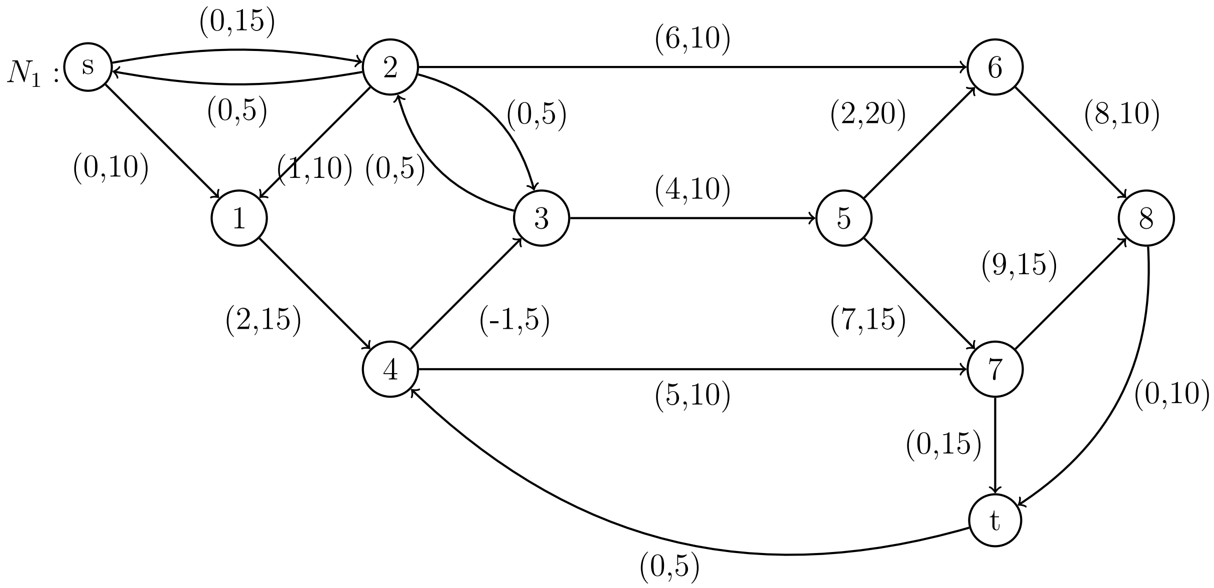
5. Dezember 2014

Aufgabe 25

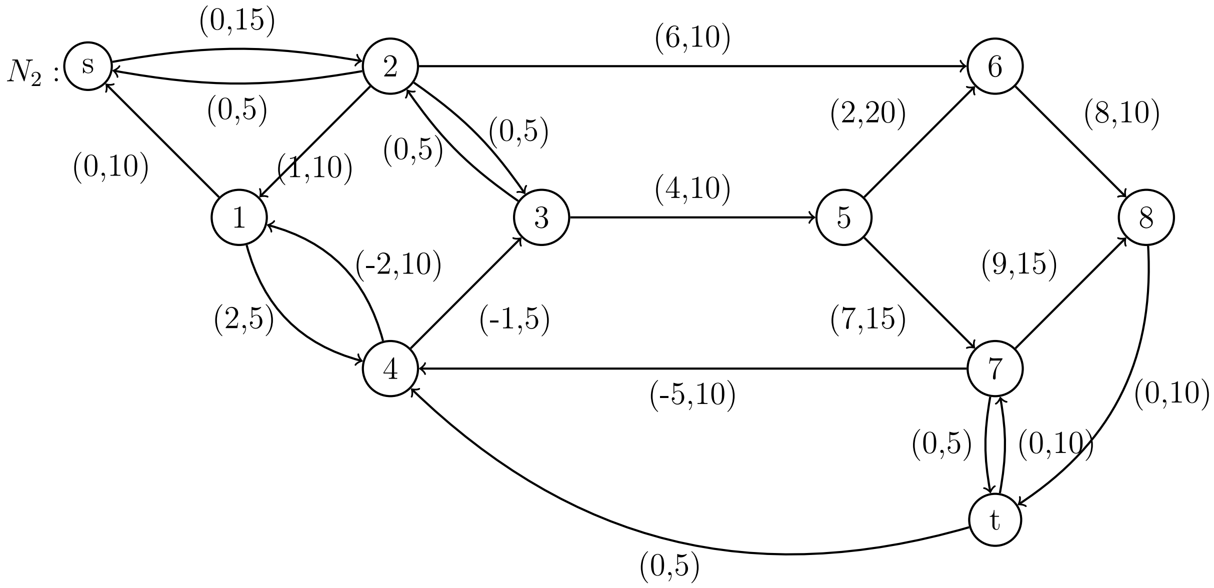
Füge zunächst eine Quelle s und eine Senke t ein:



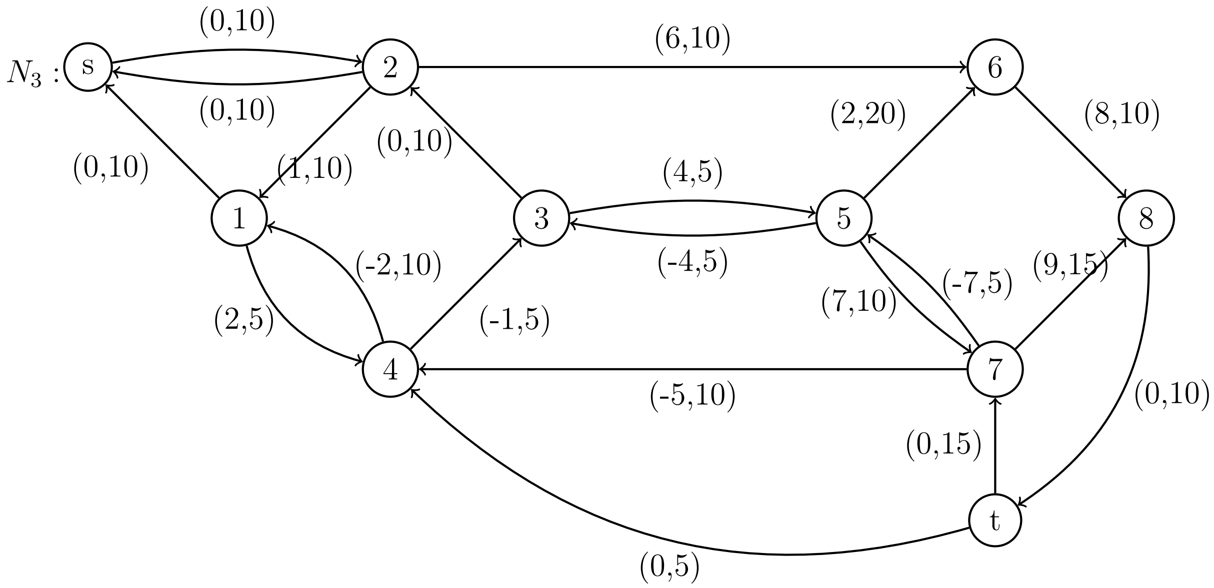
Gesucht ist ein Fluss mit Wert $f := 30$. Für den den Fluss $x_a = 0\,\forall a \in A$ ist das resultierende augmentierende Netzwerk gleich N. Hier finden wir keine gerichteten Kreise. In diesem Netzwerk hat der Weg $s234t$ das geringste Gewicht für einen (s,t)-Weg. Die minimale Kapazität ist 5, das resultierende augmentierende Netzwerk ist:



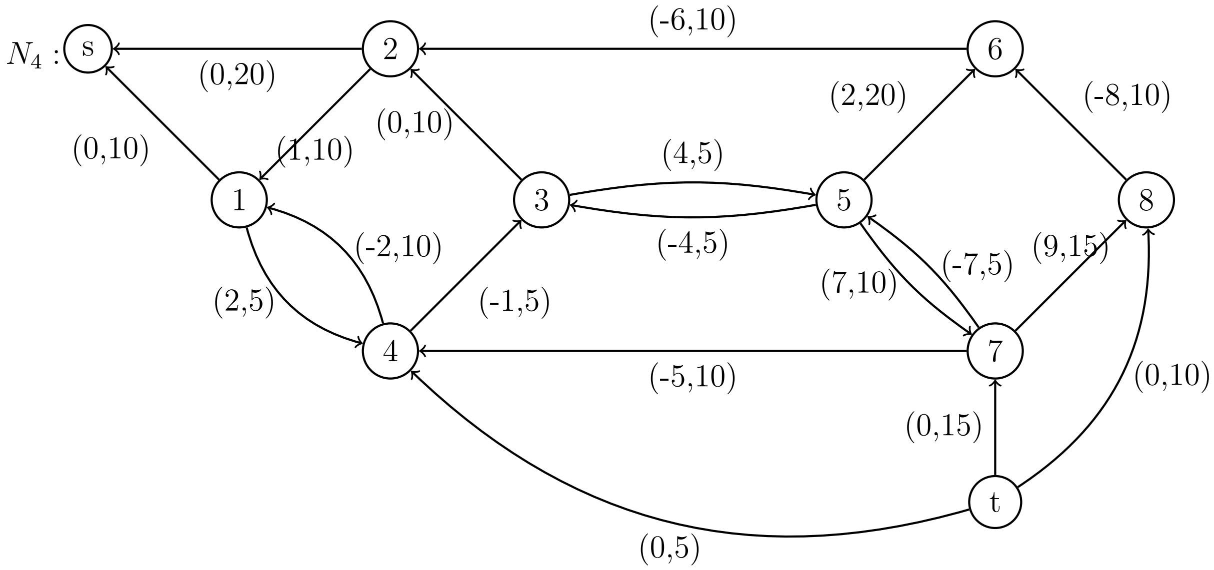
In diesem Netzwerk hat der Weg $s147t$ das geringste Gewicht für einen (s,t)-Weg. Die minimale Kapazität ist 10, das resultierende augmentierende Netzwerk ist:



In diesem Netzwerk hat der Weg $s2357t$ das geringste Gewicht für einen (s,t)-Weg. Die minimale Kapazität ist 5, das resultierende augmentierende Netzwerk ist:



In diesem Netzwerk hat der Weg $s268t$ das geringste Gewicht für einen (s, t)-Weg. Die minimale Kapazität ist 10, das resultierende augmentierende Netzwerk ist:



Nun hat der Fluss den gewünschten Wert, die Kosten betragen $1{\cdot}5 + 7{\cdot}10 + 11{\cdot}5 + 14{\cdot}5 = 200$.

Aufgabe 26

Hierzu nutzen wir einfach parallele Bögen. Unsere Knotenmenge ist $V = \{s, t\} \cup F \cup Z \cup S$ und unsrere Bogenmenge ist $A = A_1 \dot\cup A_2 \cup \{(s, f) | f \in F\} \cup \{(m, t) | m \in S\}$, wobei $A_1 = A_2 = F \times Z \cup Z \times S$. Die unteren Kapazitäten sind 0 und die oberen Kapazitäten c_a werden definiert durch

$$c_a = \begin{cases} a_f & a \in \{s\} \times F \\ b_m & a \in S \times \{t\} \\ \text{Kapazität des ersten Spediteurs} & a \in A_1 \\ \text{Kapazität des zweiten Spediteurs} & a \in A_2. \end{cases}$$

Die Kosten werden folglich definiert durch

$$k_a = \begin{cases} 0 & a \in \{s\} \times F \cup S \times \{t\} \\ \text{Kosten des ersten Spediteurs} & a \in A_1 \\ \text{Kosten des zweiten Spediteurs} & a \in A_2. \end{cases}$$

Nun sind wir im Standardfall für das Minimalkosten-Flussproblem.

Aufgabe 27

Wir modellieren das Problem als Transshipment Problem. $D = (V, A), V = V_a \mathbin{\dot\cup} V_n \mathbin{\dot\cup} V_u$
V_a =Lager mit Schlitten, $V_n = Zielorte, V_u$ =alle Lager
Jeder Bogen $a \in A$ hat eine Kapazität $c(a) = Liefermenge$ und einen Kostenkoeffizient $w(a) = Reisezeit$ und Es gilt $v \in V_a \forall a(v), v \in V_n \forall b(v)$
Zum Lösen des Problems wird der Primal-Dual-Algorithmus empfohlen. Um dann die Anzahl der Wichtel zu bestimmen muss nur die Anzahl der verwendeten Schlitten mal 2 genommen werden, da für die Wichtel keine Pausen oder Arbeitszeiten berücksichtigt werden müssen.

Aufgabe 28