# Einführung in die lineare und kombinatorische Optimierung
# Serie 4

Maurice Althoff (FU 4745454)
Michael R. Jung (HU 502133)
Felix Völker (TU 331834)

13. November 2014

## 1 Aufgabe 16

Eingabe: ein Graph $G = (V, E), c \in E$ mit Kantengewichten $c(W) \forall e \in E$
Ausgabe: Wald $W \subseteq E$ mit max Gewicht $c(W)$

1. (Sortieren): Ist $k$ die Anzahl der Kanten von G mit positivem Gewicht, so numeriere diese $k$ Kanten, so dass gilt $c(e_1) \geq c(e_2) \geq \ldots \geq c(e_k) > 0$.

2. Setze $W := \emptyset$ .

3. FOR $i = 1$ TO $k$ DO:
   Falls $W \cup \{e_i\}$ keinen Kreis enthält, setze $W := W \cup \{e_i\}$

4. Gib $W$ aus.

**Induktionsannahme**:
$W_{i-1}$ ist ein maximaler Wald, der die ersten $i-1$ vom Greedy-Max Algorithmus bestimmte Kanten $e_1, ..., e_{i-1}$ enthält.
**Induktionsschritt**: $i - 1 \to i$:
Zu seigen, es gibt einen maximalen Wald $W_i$, der die vom Algorithmus ausgewählten Kanten $e_j \forall j \geq i$ enthält.
Der Algorithmus wählt die im i-ten Schritt die Kante $e_i$ aus, für diese Kante muss gelten:
$c(e_1) \geq c(e_K) \forall \notin W_{i-1}$, so dass $W_{i-1} \cup \{e_K\}$ keinen Kreis enthält.
Da $W_{i-1}$ einen Wald ist, insbesondere $\forall e_K \in W_{i-1} \setminus \{e_1, ..., e_{i-1}\}$, d.h. für alle Kanten in $W_{i-1}$, die der Greedy Algorithmus noch nicht gewählt hat.
Füge nun diese Kante $e_i$ zu $W_{i-1}$ hinzu. Dann entsteht in $W_{i-1}$ ein Kreis, da $W_{i-1}$ bereits ein maximaler Wald war und durch hinzufügen einer Kante genau ein Kreis entsteht.
Entfernte aus diesem Kreis die Kante $K$, wobei $k \neq e_j \forall j \geq i$ ist. Diese Kante existiert in $W_{i-1}$, da der Greedy Max-Algorithmus sonst einen Kreis fabriziert hätte.
D.h. $W_i := (W_{i-1} \setminus \{k\}) \cup \{e_i\}$ ist ein Wald, der $e_j \forall j \geq i$ enthält und ausserdem maximal ist, da $c(e_i) \geq c(k)$.