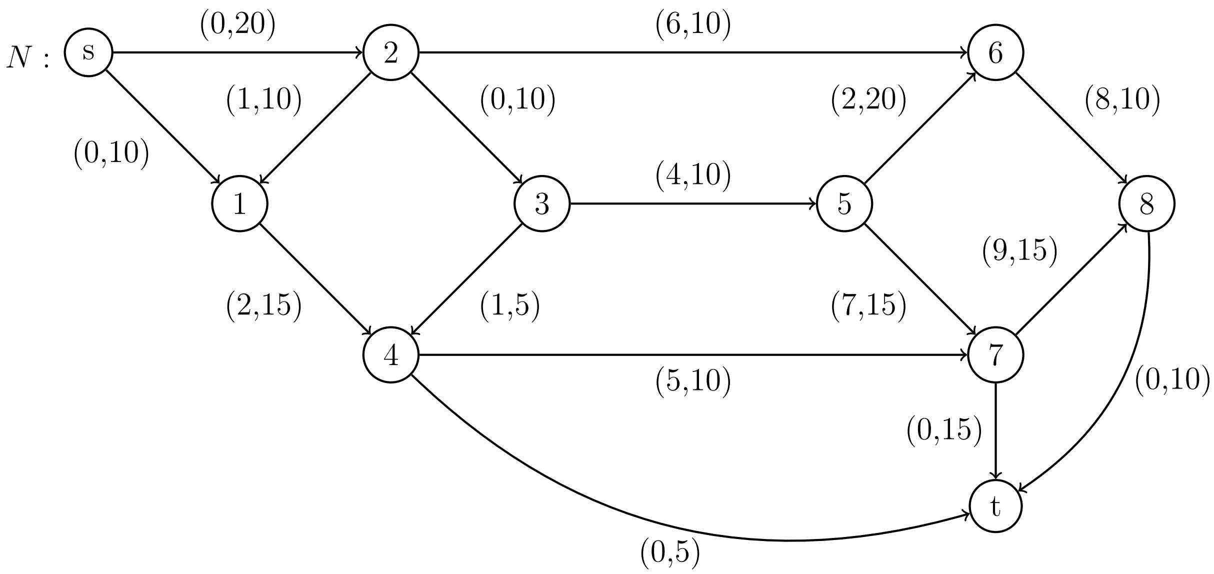
# Einführung in die lineare und kombinatorische Optimierung
# Serie 7

Sven-Maurice Althoff (FU 4745454)
Michael R. Jung (HU 502133)
Felix Völker (TU 331834)

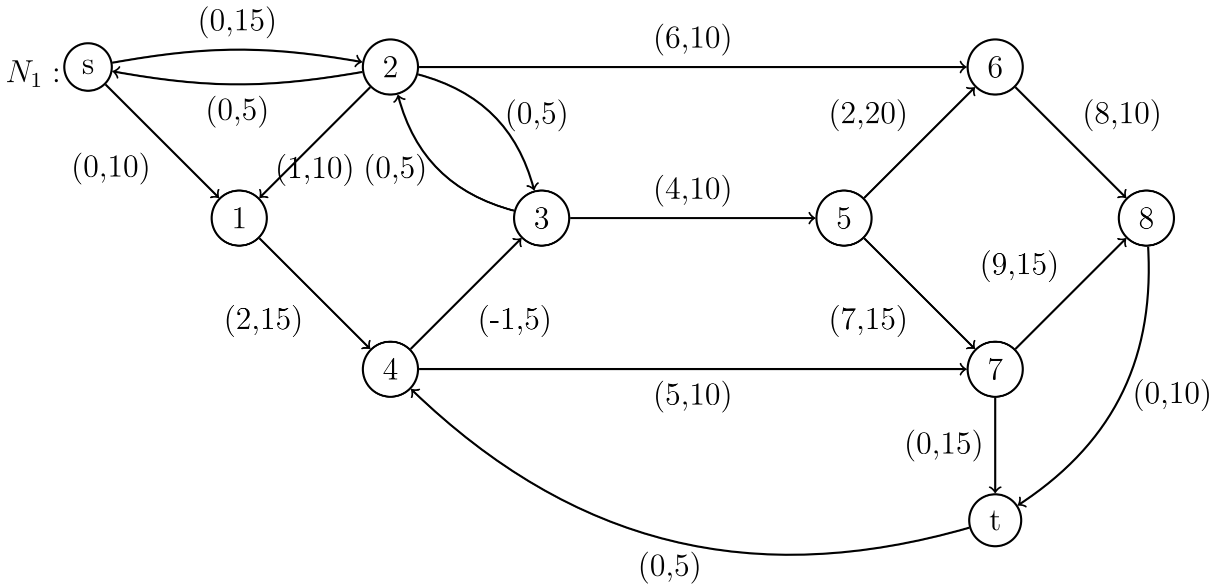
5. Dezember 2014

## Aufgabe 25

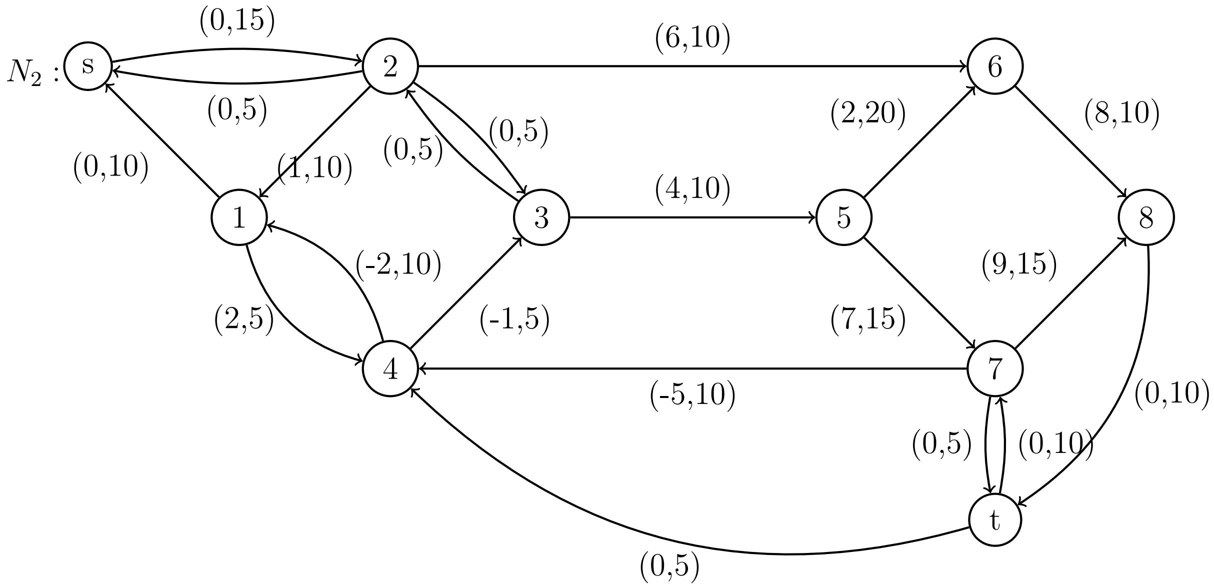
Füge zunächst eine Quelle $s$ und eine Senke $t$ ein:



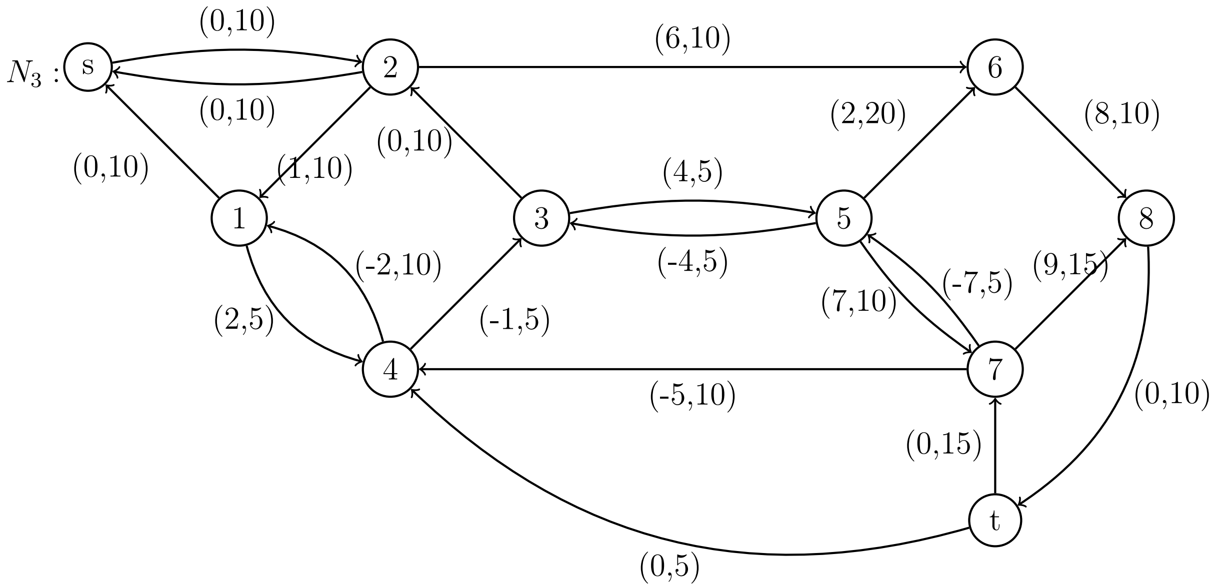

Gesucht ist ein Fluss mit Wert $f := 30$. Für den den Fluss $x_a = 0 \,\forall a \in A$ ist das resultierende augmentierende Netzwerk gleich $N$. Hier finden wir keine gerichteten Kreise. In diesem Netzwerk hat der Weg $s234t$ das geringste Gewicht für einen $(s,t)$-Weg. Die minimale Kapazität ist 5, das resultierende augmentierende Netzwerk ist:



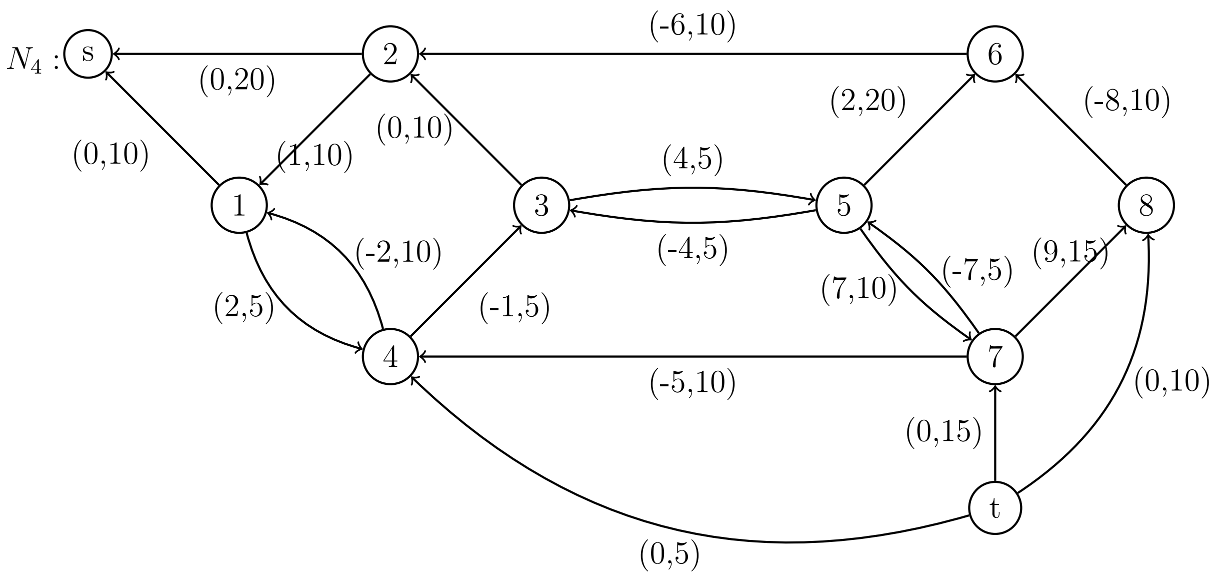

In diesem Netzwerk hat der Weg $s147t$ das geringste Gewicht für einen $(s,t)$-Weg. Die minimale Kapazität ist 10, das resultierende augmentierende Netzwerk ist:




In diesem Netzwerk hat der Weg $s2357t$ das geringste Gewicht für einen $(s,t)$-Weg. Die minimale Kapazität ist 5, das resultierende augmentierende Netzwerk ist:




In diesem Netzwerk hat der Weg $s268t$ das geringste Gewicht für einen $(s,t)$-Weg. Die minimale Kapazität ist 10, das resultierende augmentierende Netzwerk ist:




Nun hat der Fluss den gewünschten Wert, die Kosten betragen $1 \cdot 5 + 7 \cdot 10 + 11 \cdot 5 + 14 \cdot 5 = 200$.

# Aufgabe 26

Hierzu nutzen wir einfach parallele Bögen. Unsere Knotenmenge ist $V = \{s,t\} \cup F \cup Z \cup S$ und unsrere Bogenmenge ist $A = A_1 \dot{\cup} A_2 \cup \{(s,f) | f \in F\} \cup \{(m,t) | m \in S\}$, wobei $A_1 = A_2 = F \times Z \cup Z \times S$. Die unteren Kapazitäten sind 0 und die oberen Kapazitäten $c_a$ werden definiert durch

$$c_a = \begin{cases} a_f & a \in \{s\} \times F \\ b_m & a \in S \times \{t\} \\ \text{Kapazität des ersten Spediteurs} & a \in A_1 \\ \text{Kapazität des zweiten Spediteurs} & a \in A_2. \end{cases}$$

Die Kosten werden folglich definiert durch

$$k_a = \begin{cases} 0 & a \in \{s\} \times F \cup S \times \{t\} \\ \text{Kosten des ersten Spediteurs} & a \in A_1 \\ \text{Kosten des zweiten Spediteurs} & a \in A_2. \end{cases}$$

Nun sind wir im Standardfell für das Minimalkosten-Flussproblem.

# Aufgabe 27

# Aufgabe 28