

Práctico 6: Ecuaciones diferenciales.

Mauricio Velasco

1. Considere la ecuación diferencial $y' = \frac{y^2-1}{2}$.

- a) Demuestre que para todo valor de $c \in \mathbb{R}$ la función $y(t) = \frac{1+ce^t}{1-ce^t}$ es solución de la ecuación diferencial.
- b) Haga una sola gráfica en `pyplot` que contenga las gráficas de $y(t)$ para $-5 \leq t \leq 5$ para 5 valores distintos de la constante c escogidos por ud (el dibujo debe ser legible y aclarar el valor de c en `legend`).
- c) Encuentre una solución del problema de valor inicial

$$\begin{cases} y' = \frac{y^2-1}{2} \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

2. Considere la ecuación diferencial $y'' + 2y' + y = 0$.

- a) Cuáles de las siguientes funciones son soluciones de la ecuación diferencial? Justifique regurosamente su respuesta
 - 1) $y = e^t$
 - 2) $y = e^{-t}$
 - 3) $y = te^{-t}$
 - 4) $y = t^2e^{-t}$
- b) Demuestre que si $f(t)$ y $h(t)$ son soluciones de la ecuación diferencial tambien lo es $Af(t) + Bh(t)$ para cualquier par de constantes A y B .
- c) Utilice las partes (a) y (b) del ejercicio para encontrar una solución del problema de valor inicial

$$\begin{cases} y'' + 2y' + y = 0 \\ y(1) = e \\ y'(1) = e \end{cases}$$

3. Haga gráficas en `pyplot` de los campos de direcciones de las siguientes ecuaciones diferenciales:

- a) $4y' + 12y = 60$. Qué sucede con las soluciones cuando la variable independiente x aumenta?
- b) $y' = y^3 - 4y$. Según el dibujo, para qué valores de la constante c existe el límite $\lim_{x \rightarrow \infty} y(x)$ para una solución con $y(0) = c$? Cuáles son los valores posibles de este límite? Justifique sus respuestas.

4. Realice los siguientes pasos:

- a) Haga una implementación del método de Euler en python. Escriba el código de la misma.
- b) Utilice su implementación para calcular soluciones numéricas de los siguientes problemas de valor inicial para $h \in \{0,1, 0,01, 0,001\}$ y $0 \leq x \leq 5$:

1)
$$\begin{cases} y' = x^2 + y \\ y(1) = 1 \end{cases}$$

2)
$$\begin{cases} y' = y(4-y) \\ y(0) = 1 \end{cases}$$