

Práctico 3: Funciones descritas con palabras y más límites.

Mauricio Velasco

I. Para cada uno de los siguientes problemas defina variables, explique con palabras y/o con un dibujo lo que significan sus variables, encuentre expresiones para las funciones deseadas en términos de las variables que definió y haga (usando `python`) dibujos de las funciones que encontró.

1. Queremos construir una caja cúbica sin tapa de altura a . Encuentre: una fórmula para el volumen $V(a)$ y otra para el área superficial $S(a)$ de la caja.
2. Una caja rectangular tiene un volumen de $1000cm^3$. La longitud de la base es el doble de la altura h . El material de la base vale 100 por cm^2 y el de la pared 50 por cm^2 . Encuentre la función de costo $C(h)$ de la caja.
3. El punto (x, y) esta en la recta $y = 4x + 7$. Encuentre la función $d(x)$ que mide la distancia entre (x, y) y el origen.
4. El punto (x_1, x_2) esta en la hipérbola $x_2^2 - x_1^2 = 4$. Encuentre la función $r(x_2)$ que mide la distancia entre $(2, 0)$ y (x_1, x_2) .
5. Un rectángulo centrado en el origen y paralelo a los ejes tiene longitud de la base b y altura a . El rectángulo esta inscrito en el círculo de radio 4. Encuentre $a(b)$.
6. Los reglamentos de seguridad de una escalera extensible requieren que, cuando la escalera este apoyada en la pared, por cada unidad que suba verticalmente debe estar a una distancia de exáctamente $1/4$ de unidad de la pared. Encuentre la altura ideal de trabajo $a(\ell)$ si la escalera tiene longitud ℓ .
7. Un cilindro circular recto de radio r se inscribe en una esfera de radio 10. Encuentre el volumen $V(r)$ del cilindro.

8. Una ventana normanda tiene la forma de un semicírculo pegado a un rectángulo <https://search.library.wisc.edu/digital/AGS7KII67JFJ5S8Q>. Si la ventana tiene un perímetro de $8m$. Encuentre la función $A(b)$ que mide el área de la ventana como función de la longitud de la base.
9. Un alambre de $10m$ de longitud se corta en dos partes. Una se dobla formando un cuadrado y la otra formando un triángulo equilátero. Encuentre la función $B(c)$ que mide el área encerrada por ambas figuras como función del lugar de corte c con $0 \leq c \leq 10$.
10. Un vendedor de autos vende un auto por 375 USD al mes por cinco años. Sea x la tasa de interés mensual que el vendedor cobra. Cuál es el valor presente neto (es decir descontado) de la venta $V(x)$?
11. Un faro ilumina a una costa recta que esta a 100 metros de distancia. Encuentre la longitud del haz de luz desde el faro hasta la costa como función del ángulo que hace la posición de la linterna y la recta perpendicular a la costa que cruza por el centro del faro (visto desde arriba).

II Para los siguientes ejercicios haga en `pyplot` un dibujo de la función en la región de interés, estime el vaolr del límite y luego demuestre la validez de su estimación con las reglas de cálculo de límites:

12.
 - a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3-8}{x-2} =$
 - b) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3-8}{x-2} =$
 - c) $\lim_{x \rightarrow y} \frac{x^n-y^n}{x-y} =$ (el límite depende del valor de n y de y pero puede usar el computador para mirar algunos valores fijos que ayuden a descubrir el patrón general)
13.
 - a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\sqrt{1-x^2}}{x} =$
 - b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x^2-1)}{x-1} =$.
 - c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin(x)}{x} =$
 - d) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin(1/x) =$