

## Práctico 3: Funciones descritas con palabras y más límites.

Mauricio Velasco

**I.** Para cada uno de los siguientes problemas defina variables, explique con palabras y/o con un dibujo lo que significan sus variables, encuentre expresiones para las funciones deseadas en términos de las variables que definió y haga (usando `python`) dibujos de las funciones que encontró.

1. Queremos construir una caja cúbica sin tapa de altura  $a$ . Encuentre: una fórmula para el volumen  $V(a)$  y otra para el área superficial  $S(a)$  de la caja.
2. Una caja rectangular tiene un volumen de  $1000\text{cm}^3$ . La longitud de la base es el doble de la altura  $h$ . El material de la base vale 100 por  $\text{cm}^2$  y el de la pared 50 por  $\text{cm}^2$ . Encuentre la función de costo  $C(h)$  de la caja.
3. El punto  $(x, y)$  esta en la recta  $y = 4x + 7$ . Encuentre la función  $d(x)$  que mide la distancia entre  $(x, y)$  y el origen.
4. El punto  $(x_1, x_2)$  esta en la hipérbola  $x_2^2 - x_1^2 = 4$ . Encuentre la función  $r(x_2)$  que mide la distancia entre  $(2, 0)$  y  $(x_1, x_2)$ .
5. Un rectángulo centrado en el origen y paralelo a los ejes tiene longitud de la base  $b$  y altura  $a$ . El rectángulo esta inscrito en el círculo de radio 4. Encuentre  $a(b)$ .
6. Los reglamentos de seguridad de una escalera extensible requieren que, cuando la escalera este apoyada en la pared, por cada unidad que suba verticalmente debe estar a una distancia de exactamente  $1/4$  de unidad de la pared. Encuentre la altura ideal de trabajo  $a(\ell)$  si la escalera tiene longitud  $\ell$ .
7. Un cilindro circular recto de radio  $r$  se inscribe en una esfera de radio 10. Encuentre el volumen  $V(r)$  del cilindro.

8. Una ventana normanda tiene la forma de un semicírculo pegado a un rectángulo <https://search.library.wisc.edu/digital/AGS7KII67JFJ5S8Q>. Si la ventana tiene un perímetro de  $8m$ . Encuentre la función  $A(b)$  que mide el área de la ventana como función de la longitud de la base.
9. Un alambre de  $10m$  de longitud se corta en dos partes. Una se dobla formando un cuadrado y la otra formando un triángulo equilátero. Encuentre la función  $B(c)$  que mide el área encerrada por ambas figuras como función del lugar de corte  $c$  con  $0 \leq c \leq 10$ .
10. Un vendedor de autos vende un auto por 375 USD al mes por cinco años. Sea  $x$  la tasa de interés mensual que el vendedor cobra. Cuál es el valor presente neto (es decir descontado) de la venta  $V(x)$ ?
11. Un faro ilumina a una costa recta que esta a 100 metros de distancia. Encuentre la longitud del haz de luz desde el faro hasta la costa como función del ángulo que hace la posición de la linterna y la recta perpendicular a la costa que cruza por el centro del faro (visto desde arriba).

**II** Para los siguientes ejercicios haga en `pyplot` un dibujo de la función en la región de interés, estime el valor del límite y luego demuestre la validez de su estimación explicando sus pasos rigurosamente:

12.
  - a)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3-8}{x-2} =$
  - b)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3-8}{x-2} =$
  - c)  $\lim_{x \rightarrow y} \frac{x^n-y^n}{x-y} =$  (el límite depende del valor de  $n$  y de  $y$  pero puede usar el computador para mirar algunos valores fijos que ayuden a descubrir el patrón general)
13.
  - a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\sqrt{1-x^2}}{x} =$
  - b)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x^2-1)}{x-1} =$
  - c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin(x)}{x} =$
  - d)  $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin(1/x) =$