

Teorema: Para toda $G = (V, \Sigma, R, S)$ gramática CFG
 existe PDA $M = (K, \Sigma, \Gamma, \Delta, s)$ con $L(G) = L(M)$

Haremos una demostración rigurosa para enfatizar como se escribe este tipo de prueba.

Recuerde que $x, y \in V^*$ están relacionadas por "left-derivation"
 $x \xRightarrow{1\text{-paso}} y \Leftrightarrow \exists w \in \Sigma^*, \beta, \gamma \in \Gamma^*, A \rightarrow \gamma \in R$ con
 $x = w A \beta \quad y = w \gamma \beta$

$x \xRightarrow{n\text{-pasos}}^* y \Leftrightarrow x = u_0 \xRightarrow{L} \dots \xRightarrow{L} u_n = y$ el PDA $M = (K, \Sigma, \Gamma, \Delta, s, F)$ con
 Dem. Dado G considere $K = \{p, q\}$, $\Sigma, \Gamma = V$, $s = p$, $F = \{q\}$
 con transiciones Δ dados por:

$[(p, \varepsilon, \varepsilon), (q, S)]$

$(A \rightarrow x)$ en stack \rightarrow ② $[(q, \varepsilon, A), (q, x)]$ siempre que $A \rightarrow x$ regla de R

Borrar símbolos terminales a izquierda \rightarrow ③ $[(q, a, a), (q, \varepsilon)]$ Para $a \in \Sigma \cup \{\varepsilon\}$

Mostremos la siguiente afirmación mucho más fuerte:

Aff: Si $w \in \Sigma^*$, $\alpha \in (V \setminus \Sigma)^* \cdot V^* \cup \{\varepsilon\}$
 $S \xRightarrow{*} w \alpha \Leftrightarrow (q, w, S) \vdash_M^* (q, \varepsilon, \alpha)$

" \Rightarrow ", Demostremos por inducción en el número de pasos \xRightarrow{L} para pasar de S a $w \alpha$.

(Base) $S \xRightarrow{L} w \alpha \Leftrightarrow x = S, y = w \alpha, S \rightarrow w \alpha \in R$

$(q, w, S) \vdash (q, w, w \alpha) \vdash (q, \varepsilon, \alpha) \checkmark$

$[(q, \varepsilon, S), (q, w \alpha)]$

Borrar w 's
③

(Ind) $[S = u_0 \xRightarrow{L} \dots \xRightarrow{L} u_{\ell+1}] \vdash u_{\ell+1}$

Suponga que $u_{\ell+1} = w \alpha$ $w \in \Sigma^*$, $\alpha \in (V \setminus \Sigma)^* \cdot V^*$

Si $u_{\ell} \xRightarrow{L} u_{\ell+1} \Rightarrow \exists v \in \Sigma^*, \gamma, \beta \in V^* \text{ y } A \rightarrow \gamma \in R$

con $u_l = v A \beta$ $u_{l+1} = v \sigma \beta$.

El primer símbolo de $\alpha \notin \Sigma^*$ luego v debe estar contenida en w
 $w = vz \in \Sigma^*$. Reemplazando obtenemos

$u_l = v A \beta$, $u_{l+1} = v \sigma \beta = vz \alpha \Rightarrow$

$\sigma \beta = z \alpha$

Por hip de inducción sabemos que

$(q, v, S) \vdash (q, \varepsilon, A \beta)$ luego

$(q, w, S) = (q, vz, S) \vdash (q, z, A \beta) \vdash (q, z, \sigma \beta)$

$\textcircled{2} \quad (q, z, z \alpha)$

$\textcircled{1} \quad (q, z, \sigma \beta)$

$\textcircled{3} \quad (q, \varepsilon, \alpha)$

Recíprocamente,

Asumimos que $(q, w, S) \vdash_M^* (q, \varepsilon, \alpha)$ y queremos

verificar que $S \xrightarrow{L}^* \alpha$ por inducción en el número

de veces que usamos transiciones del tipo $\textcircled{2}$.

Si usamos una sola transición, esta debe ser con una
 regla del tipo $S \rightarrow \alpha$ con α terminal

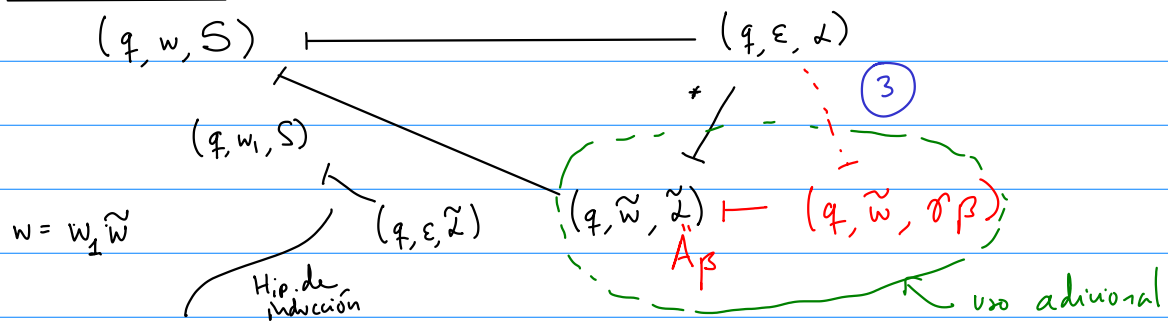
así que $(q, w, S) \vdash (q, w, \alpha)$

Si el primer símbolo de w coincide con el primer de α (si no coincidiera)

se puede cancelar y así sucesivamente hasta que $w = \varepsilon$

Concluimos:
 $S \Rightarrow \alpha = w \alpha'$

Paso inductivo:



Como $(q, \tilde{w}, \sigma \beta) \vdash (q, \varepsilon, \alpha)$ solo necesitamos del

tipo $\textcircled{3}$ tenemos $\sigma \beta = \tilde{w} \alpha$

Demostrado lo que queríamos.