

Algoritmos Genéticos:

Resumen: Un algoritmo genético es un algoritmo aproximado para resolver problemas de optimización, típicamente sobre conjuntos discretos. Aunque no dan garantía de producir el valor óptimo global producen una "población" de puntos factibles con buenos valores de la función objetivo. Son fáciles de programar y permiten atacar una enorme cantidad de Problemas muy distintos de manera eficiente y robusta.

Más formalmente, tenemos:

X — Conjunto finito de cadenas admisibles.

(Típicamente todas las cadenas de una longitud L
de $\{0,1\}$ $\underbrace{00\dots0}_{L\text{-letras}}$ $\underbrace{0110\dots1}_{L\text{-letras}}$ } enorme 2^L elementos

f — Función objetivo $f: X \longrightarrow \mathbb{R}$
que queremos maximizar

(típicamente esta es una "caja negra", no pedimos ninguna propiedad particular en f)

I_0 — Población inicial $I_0 \subseteq X$

(típicamente es un conjunto pequeño dentro de X de tamaño $n \ll |X|$).

Queremos $\max_{x \in X} f(x)$ y $\operatorname{argmax}_{x \in X} f(x)$
 $\underbrace{\hspace{1cm}}_{\text{valor}} \quad \underbrace{\hspace{1cm}}_{\text{cadenas de valor máximo.}}$

El algoritmo genético procede mediante 3 etapas que se repiten en orden:

- (i) Reproducción
- (ii) Cross-Over (recombinación)
- (iii) Mutación

produciendo una población que evoluciona

$$I_0 \rightarrow I_1 \rightarrow I_2 \rightarrow \dots \rightarrow I_k$$

de iteraciones que queramos.

Describimos $I_t \rightarrow I_{t+1}$ (i) y (ii)

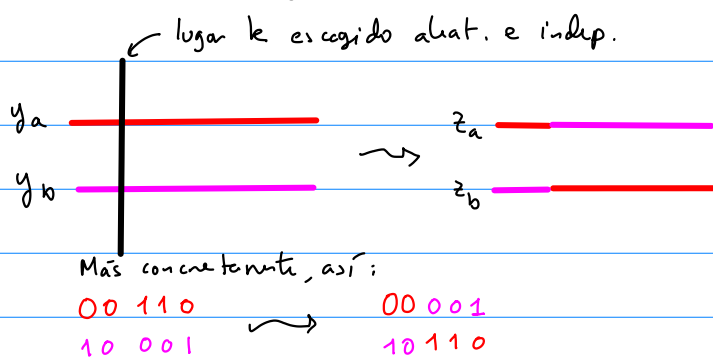
(i) Reproducción

(i.1) Para cada $x_i \in I_t$ calculamos $f(x_i) = f_i$ y definimos su probabilidad de reproducción como $\tilde{f}_i := \frac{f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$

(i.2) Sorteamos n candidatos independientemente haciendo que el candidato y_j sea una copia de x_i con probabilidad \tilde{f}_i

(Los y_i no son todos distintos, los x_i más exitosos se reproducen más).

(ii) Cross Over: Partimos el conjunto de los y_i en n parejas. Cada pareja $\{y_a, y_b\}$ se recombina eligiendo un lugar aleatoriamente así:



Obtenemos z_1, \dots, z_n

(iii) Mutación: para cada posición de la cadena z_i sorteamos una moneda. Con muy baja probabilidad (q no escogida por nosotros) el bit correspondiente se cambia "mutando" z_i por \tilde{z}_i .

DEFINIMOS $I_{t+1} := \{\tilde{z}_1, \dots, \tilde{z}_n\}$ ← nueva población

Ejemplo: Dígitos en binario

$$11111 = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 = 2^5 - 1 = 31$$

$$\begin{aligned} \vdots \\ 00010 &= 2 \\ 00001 &= 1 \\ 00000 &= 0 \end{aligned}$$

Tome $f(x) = x^2$ entres $f(11111) = 31^2$

Población inicial (completamente aleatoria)

$I_0 =$

$$\begin{array}{ccccc} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}$$

sólo 4 strings

Cómo evoluciona la población? En todas las instancias tenemos una población de tamaño 4 y lo importante es entender cómo varía:

- (1) El mejor fitness de la población y
- (2) El fitness promedio de la población.
- (3) El peor fitness de la población.

¿Qué pasa si quitamos la recombinación?

¿Qué pasa si variamos la tasa de mutación?