

## Práctico ALGABO: Más programación dinámica y el algoritmo $A^*$ .

### 1. (*Floyd Warshall*).

- a) Describa con palabras qué problema resuelve el algoritmo de Floyd Warshall.
- b) Encuentre una recursión de Bellman que le permita resolver el problema mediante programación dinámica.
- c) Escriba el código de su implementación de la solución del problema.
- d) Utilice su implementación para resolver el problema en el grafo con matriz de adyacencia

	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>F</i>
<i>A</i>	0	4	1	3	$\infty$	$\infty$
<i>B</i>	$\infty$	0	2	$\infty$	5	$\infty$
<i>C</i>	$\infty$	$\infty$	0	8	7	$\infty$
<i>D</i>	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	2	4
<i>E</i>	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	6
<i>F</i>	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0

### 2. (*Árboles de búsqueda óptimos*) Tenemos una lista de items $1, 2, \dots, n$ con frecuencias respectivas de búsqueda $p_1, \dots, p_n$ .

- a) Escriba formalmente el problema de optimización que quiere resolverse para encontrar un *árbol de búsqueda óptimo*.
- b) Sea  $W_{i,j}$  el tiempo esperado (weighted time) de búsqueda de un árbol binario óptimo de los items  $\{i, i+1, \dots, j\}$  con frecuencias respectivas de búsqueda  $p_i, p_{i+1}, \dots, p_j$ . Encuentre la recursión de Bellman que satiface  $W_{i,j}$  justificando detalladamente su respuesta.

- c) Escriba su implementación de un algoritmo que calcule los valores  $W_{ij}$  de manera recursiva.
- d) Utilice su implementación para calcular el tiempo esperado de búsqueda y para encontrar el árbol óptimo para los siguientes siete items. Escriba los resultados intermedios utilizados en la evaluación de  $W_{ij}$ .

item	Frecuencia
1	20
2	5
3	17
4	10
5	20
6	3
7	25

- e) Cuántos árboles binarios (no necesariamente balanceados) posibles hay en 7 items?
3. (*Aplicando  $A^*$  a mano*) Considere el grafo con vértices  $A, B, C, D, E, G$  con vértice de inicio  $s = A$ , vértice de salida  $t = G$  y aristas dadas por la siguiente tabla:

Arista	Peso
(A,B)	1
(A,C)	3
(B,C)	3
(B,D)	4
(C,E)	1
(D,G)	5
(E,G)	2

En los siguientes ejercicios deberá ejecutar diferentes versiones del algoritmo  $A^*$  en este grafo a mano. Debe escribir los valores de  $X, Q, \phi$  y  $prev$  en cada uno de los ciclos de ejecución. No olvide dibujar el árbol de búsqueda tal como hicimos en clase.

- a) Ejecute el algoritmo de Dijkstra (es decir  $A^*$  con la heurística  $h = 0$ ).
- b) Ejecute el algoritmo  $A^*$  con la heurística

$$h(v) = \begin{cases} 4, & \text{si } v = D \\ 0, & \text{de lo contrario} \end{cases}$$

- c) Defina *heurística admisible* y demuestre que la heurística del numeral anterior es admisible.
- d) Ejecute el algoritmo  $A^*$  a con la heurística

$$h(v) = \begin{cases} 100, & \text{si } v = C \\ 0, & \text{de lo contrario} \end{cases}$$

- e) Es la heurística del numeral anterior admisible? Justifique su respuesta.
4. Suponga que alguien nos dá la heurística perfecta, es decir  $\bar{h}(v)$  es exáctamente igual al mínimo costo de un camino que sale de  $v$  y llega a algún vértice de salida. Cómo se comporta el algoritmo de  $A^*$  con la heurística  $\bar{h}(v)$ ? Justifique rigurosamente su respuesta.