

# Práctico ALGOBO: Búsqueda, Branch-and-bound y algoritmos genéticos.

Mauricio Velasco

1. (*Caníbales y Misionarios* [Amarel, 1968]) Tres misionarios y tres caníbales están en la orilla sur de un río y quieren llegar a la orilla norte. Para cruzar tienen a su disposición un único barco capaz de llevar a lo más dos personas. Adicionalmente, el juego tiene las siguientes reglas:
  - a) Los caníbales se comerán a los misionarios si en cualquiera de las dos orillas del río hay más caníbales que misionarios.
  - b) El bote no puede cruzar el río sin un piloto.

Encuentre una estrategia que permita transportar a los seis de un lado al otro del río de manera segura, resolviéndolo como un algoritmo de búsqueda.

- a) Describa el espacio de estados.
  - b) Describa las decisiones válidas para cada estado.
  - c) Escriba su implementación de un algoritmo de búsqueda para resolver este problema (aclarando las estructuras de datos que usa para representar estados y decisiones y el formato en el que su algoritmo expresará la respuesta).
  - d) Escriba la colección de decisiones óptimas que encontró al ejecutar su algoritmo.
2. (*Programación entera*) Resuelva el siguiente problema:

$$\text{Minimizar } -x_1 + x_2$$

sujeto a las restricciones:

$$\begin{aligned}12x_1 + 11x_2 &\leq 63, \\ -22x_1 + 4x_2 &\leq -33, \\ x_1, x_2 &\geq 0, \\ x_1, x_2 &\in \mathbb{Z}.\end{aligned}$$

llevando a cabo los siguientes pasos

- a) En el plano  $x_1, x_2$  Dibuje la región factible dada por

$$\begin{aligned}12x_1 + 11x_2 &\leq 63, \\ -22x_1 + 4x_2 &\leq -33, \\ x_1, x_2 &\geq 0,\end{aligned}$$

y en su interior marque los puntos con coordenadas enteras. Viendo su dibujo, cuál es el valor óptimo del problema?

- b) Ahora resuelva el problema mediante Branch-and-Bound. Debe:

- 1) Dibujar el árbol de exploración. En cada nodo debe aclarar cuál es el problema del nodo, calcular un upper bound mediante programación lineal y un lower bound (cualquiera de los bounds puede ser  $\pm\infty$  reflejando que no se tiene información ó que el problema es infactible).
- 2) Para calcular las cotas superiores debe adaptar el código en python que vimos en clase para resolver problemas de optimización lineal.
- 3) Debe justificar cuándo se detiene el branch-and-bound y cómo el algoritmo garantiza haber alcanzado una solución óptima.

3. (*Un algoritmo genético innecesario*) Sea  $X$  el conjunto de cadenas binarias de longitud 5. Cada cadena de estas es la representación binaria de un número entero entre 0 y 32 inclusive. Sea  $f(x) = x^3$ . Usaremos algoritmos genéticos para maximizar la función  $f$  en el conjunto  $X$ .

- a) Escriba el código de un algoritmo genético que intente maximizar la función  $f(x)$  para  $x \in X$ . Su código debe incluir funciones de **reproducción**, de **cross-over** y de **mutación** donde la última depende de una probabilidad de mutación  $q$  a ser especificada por el usuario.
- b) Construya una población inicial aleatoria  $I_0$  de 4 cadenas. Ejecute su algoritmo un total de 10 pasos y produzca una sola imagen con las gráficas de los valores mínimo, promedio y máximo de la función objetivo en su población (el eje  $x$  de su dibujo es el tiempo y el eje  $y$  las unidades de la función objetivo y debe contener tres curvas, la del mínimo, la del promedio y la del máximo).
- c) Recalcule el dibujo de la parte (b) quitándole a su algoritmo la fase de **cross-over**. Como cambian sus resultados?

- d)* Recalcule el dibujo de la parte (*b*) quitandole a su algoritmo la fase de **mutación**. Como cambian sus resultados?