

Hoy: (1) Ejemplos de <sup>visualización</sup> funciones escalares.

(2) Límites.

Ejercicio: Dibuje los conjuntos de nivel  $c$  para las siguientes funciones

(a)  $\ell(x, y) = x + y - 1 \quad c \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

(b)  $f(x, y) = x^2 - y^2 \quad c \in \{-9, -4, -1, 0, 1, 4, 9\}$

(c)  $g(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 \quad c \in \{9, 4, 1, 0, -1\}$

(d)  $h(x, y) = \begin{cases} 0, & \text{si } y = x^2 \\ 100, & \text{si } (x, y) = (5, 5) \\ 50, & \text{de lo contrario.} \end{cases} \quad c \text{ es elegido por nosotros.}$

Recuerde que si  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  es una función escalar y  $c \in \mathbb{R}$

$$N_c(f) = \left\{ \vec{x} \in \mathbb{R}^n : f(\vec{x}) = c \right\} \subseteq \mathbb{R}^n$$

$\uparrow$  conjunto de nivel  $c$  de  $f$        $\uparrow$  Lugar donde  $f$  toma valor dado  $c$

Ejercicio: Haga la gráfica de las funciones del ejercicio anterior.

Recuerde que si  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  es escalar

$$g(f) = \{(\vec{x}, y) : y = f(\vec{x})\} \subseteq \mathbb{R}^{n+1}$$

temperatura

$$(a) \quad l(x, y) = x + y - 1 \quad c \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

$$C = -1$$

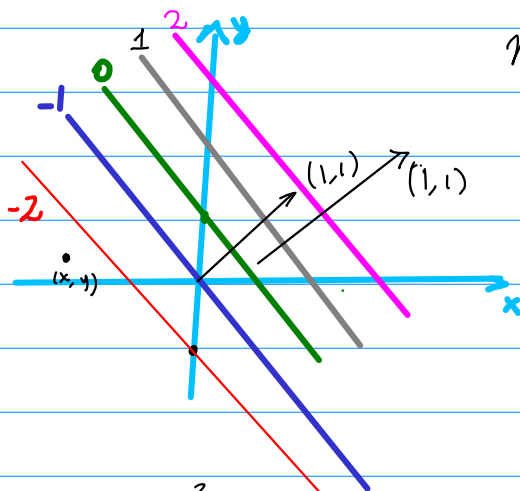
$$x + y - 1 = -1$$

$$y = -x$$

$$C = -2 : N_{-2}(l) = \{(x, y) : l(x, y) = -2\}$$

$$x + y - 1 = -2$$

$$y = -x - 1$$



Más generalmente, si lineal afín

$$l(x, y) = Ax + By + C$$

$$= \begin{bmatrix} A & B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + C$$

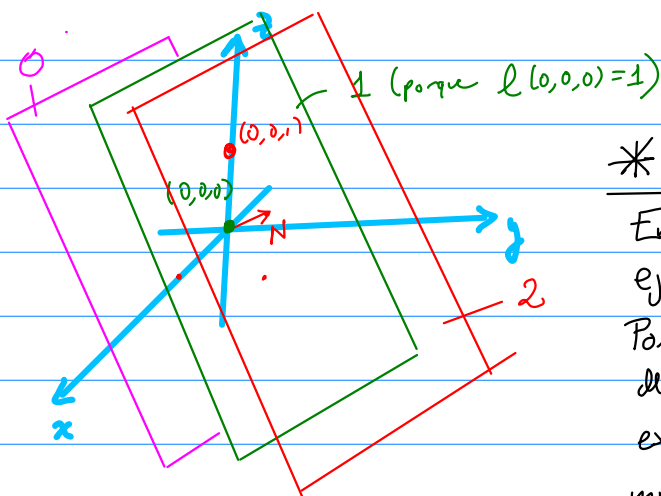
Sus conjuntos de nivel son "plano"  
(hiperplano en  $\mathbb{R}^n$ )

perpendicular a  $(1, 1)$

Ejemplo en  $\mathbb{R}^3$

$$l(x, y, z) = x + y + z + 1$$

$$(1, 1, 1)$$



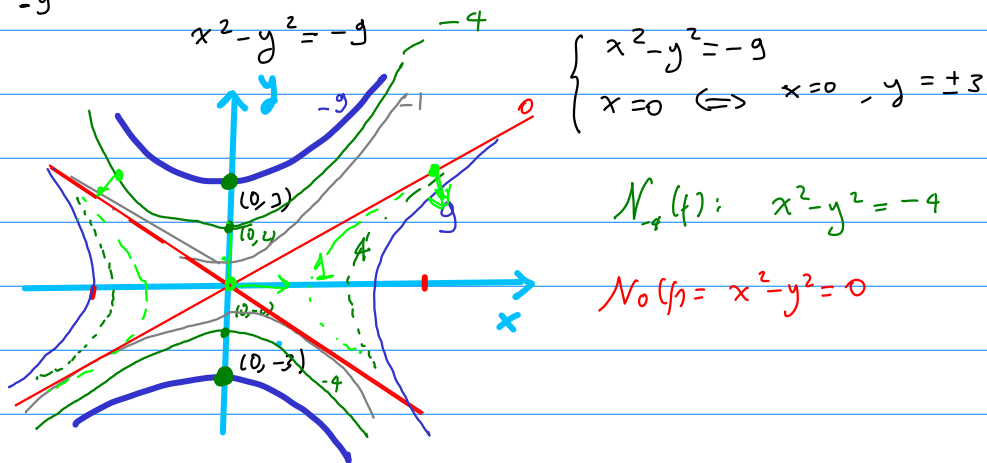
\* IMPORTANTE:

Entender bien este  
ejemplo

Porque el objeto  
del cálculo diferencial  
es aprox. funciones  
muy complicadas  
mediante funciones  
simples (lineales afines)

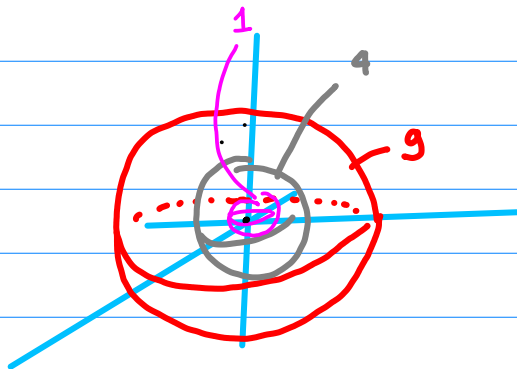
(b)  $f(x,y) = x^2 - y^2$   $C \in \{-9, -4, -1, 0, 1, 4, 9\}$

$N_{-9}(f) = \{(x,y) : f(x,y) = -9\}$



(c)  $g(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$   $C \in \{9, 4, 1, 0, -1\}$

$N_9(g) : x^2 + y^2 + z^2 = 9$  —  $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = 3$   
 $\|(x,y,z)\| = 3$

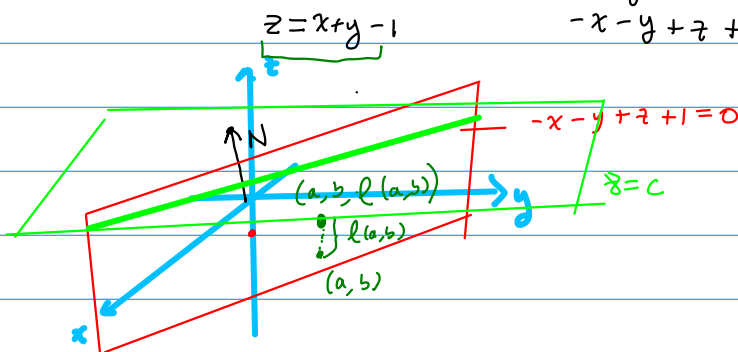


Gráficas:  $l(x,y) = x + y - 1$

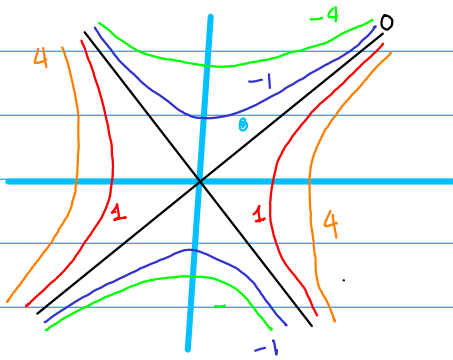
$\gamma(l) = \{(x,y,z) : z = l(x,y)\}$

$x + y - z - 1 = 0$   
 $-x - y + z + 1 = 0$

$(\boxed{1}, \boxed{1}, -1)$   
 del con  
 derivada



Haga la gráfica de  $f(x,y) = x^2 - y^2$



$$\begin{cases} z = x^2 - y^2 \\ x = 0 \end{cases} \quad \left[ \begin{matrix} z = -y^2 \\ x = 0 \end{matrix} \right]$$

