Cálculo Vectorial – Parcial Supletorio

Marzo 11 de 2020.

Nombre: . . . .

INSTRUCCIONES – LEA ESTO ANTES DE EMPEZAR

- Este examen tiene 4 problemas.
- Muestre su trabajo. Para recibir todo el credito debe mostrar su razonamiento y los pasos que lo llevaron a la respuesta final y estos deben ser escritos claramente. Si necesita más espacio escriba en la parte de atras del ejercicio anterior pero asegúrese de identificar claramente a que ejercicio corresponde cada pagina.
- Este es un examen individual y con libro cerrado. Su Celular debe estar **apagado** (si no puede apagarlo por motivos de urgencia mayor por favor comuníquelo a su profesor).
- Este examen tiene una duracion de 80 mins.

Se espera integridad academica de todos los estudiantes. Entendiendo esto, declaro que no voy a dar, usar o recibir ayuda no autorizada durante este examen.
Firma del estudiante:

Problema ♯	1.	2.	3.	4.	TOTAL
Puntos ganados					

1. **[15 pts]** La altura sobre el nivel del mar del punto (x, y) medida en Km esta dada por $h(x, y) = x^2 + y^2 - 4xy$.

   (a) **[10 pts]** Encuentre los lugares de la región $R = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1\}$ con altura máxima sobre el nivel del mar.

   (b) **[5 pts]** Demuestre que el punto $(0, 0)$ es un punto crítico de h y clasifíquelo como mínimo local, máximo local o punto de silla justificando claramente su respuesta.

2. **[10 pts]** Sea $h(x, y, z) = x + 2y + z$.

   (a) **[2 pts]** Dibuje el conjunto de nivel 2 de la función h.

   (b) **[8 pts]** Encuentre los valores máximos y mínimos que alcanza la función h en la esfera de radio $\sqrt{3}$ centrada en el origen en $\mathbb{R}^3$.

3. **[10 pts]** La temperatura en grados centígrados del punto (x, y) esta dada por

$$T(x, y) = \ln(1 + x + 2y).$$

(a) [**4 pts**] Encuentre la función lineal $\ell(x, y)$ que mejor aproxima a T cerca del origen.

(b) [**6 pts**] Encuentre la función cuadrática $q(x, y)$ que mejor aproxima a T cerca del origen.

4. **[15 pts]** Sean F y G los campos vectoriales en $\mathbb{R}^2$ dados por $F(x, y) = (1, y)$ y $G(x, y) = (-y, x^2)$.

   (a) **[7 pts]** Defina $H(x, y) := G(F(x, y))$.

      i. **[2 pts]** Qué dimensiones $m \times n$ debe tener la matriz $DH(0, 0)$?

      ii. **[5 pts]** Calcule $DH(0, 0)$ *utilizando la regla de la cadena.*

   (b) **[8 pts]** Verifique que la curva parametrizada $\sigma(t) = (t, e^t)$ es la línea de campo de F que empieza en $(0, 1)$.