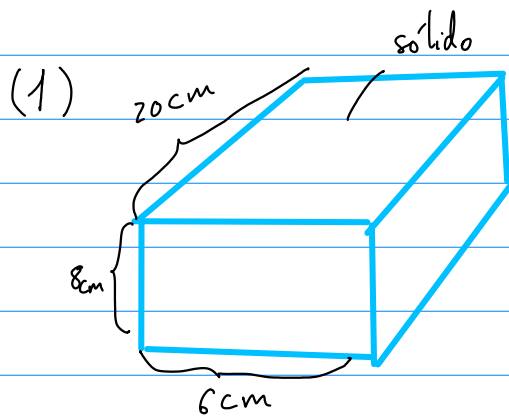


Hoy: Integrales triples

(1) Qué son? (Para qué sirven?)

(2) Cómo se calculan? $\begin{cases} \text{Usando def + compu} \\ \text{Teorema Fubini 3D.} \end{cases}$



¿Cuál es la masa total del ladrillo?

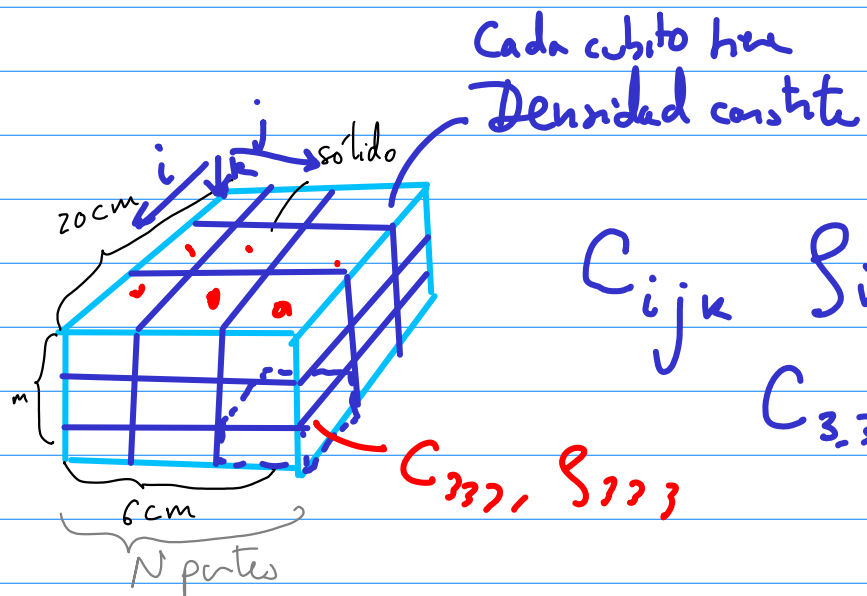
(A) Sabemos que la densidad del ladrillo $\approx 1500 \text{ Kg/m}^3$

$$\text{Masa} = \text{Densidad Volumétrica} \times \text{Volumen}$$

$$M = \frac{1500 \text{ Kg}}{(100)^3 \frac{\text{m}^3}{\text{cm}^3}} (8 \times 6 \times 20) \text{ cm}^3 = \text{Kg}$$

$$= \left[\frac{1500 \times 8 \times 6 \times 20}{10^6} \text{ Kg} \right]$$

(B)



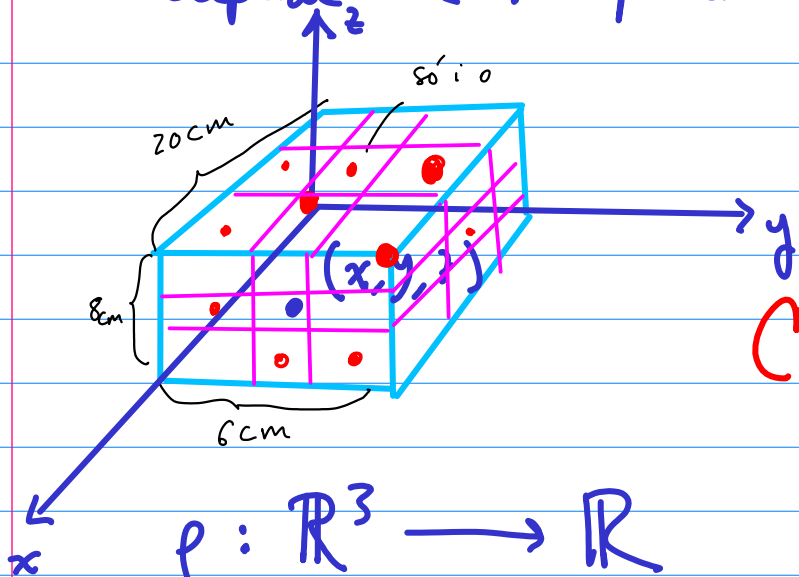
Cada cubito tiene Densidad constante

C_{ijk} S_{ijk}
 $C_{3,3,3}$

C_{333}, S_{333}

$$M = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 \rho_{ijk} \cdot \text{Vol}(C_{ijk})$$

(C) Asuma que la densidad Volumetrica (en kg/m^3) depende de la posición dentro del ladrillo



Cuánta masa tiene el ladrillo?

$$f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$$

$f(x, y, z)$ es una función escalar

" $[x^2 + y^2 + z^2]$ "

Método: (1) Partiendo cada dimensión en N pedazos iguales partimos el ladrillo en N^3 cajitas

$$C_{ijk}, \quad 1 \leq i, j, k \leq N$$

(2) Escoja un punto \vec{x}_{ijk} dentro de cada C_{ijk} .
define $\rho_{ijk} := f(\vec{x}_{ijk})$

(3) Estimamos la masa total así:

$$M_N := \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \rho_{ijk} \cdot \text{Vol}(C_{ijk})$$

Nota: M_N no es igual a la masa total porque la densidad no es necesariamente constante dentro de cada cubito.

(4) Si la densidad es continua este límite existe y no depende de los x_{ijk} es elegido.

$$\text{Masa} = \lim_{N \rightarrow \infty} M_N$$

Definición: $E = \left\{ (x, y, z) : \begin{array}{l} 0 \leq x \leq 20 \\ 0 \leq y \leq 6 \\ 0 \leq z \leq 8 \end{array} \right\}$
 ↑ región sólida

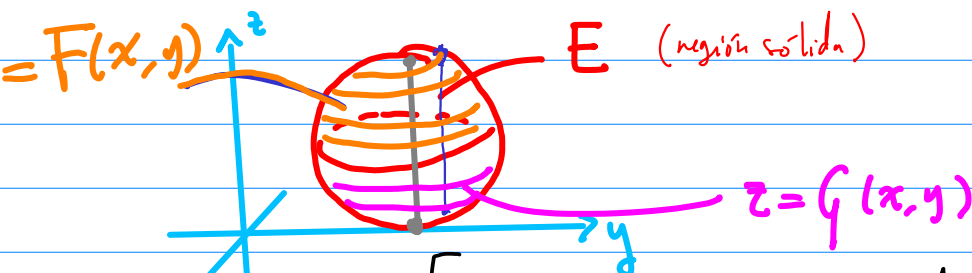
$$\iiint_{\textcircled{E}} \rho(x, y, z) dV := \lim_{N \rightarrow \infty} M_N$$

$$\int \int \int_{\tilde{E}} f(x, y, z) dV$$

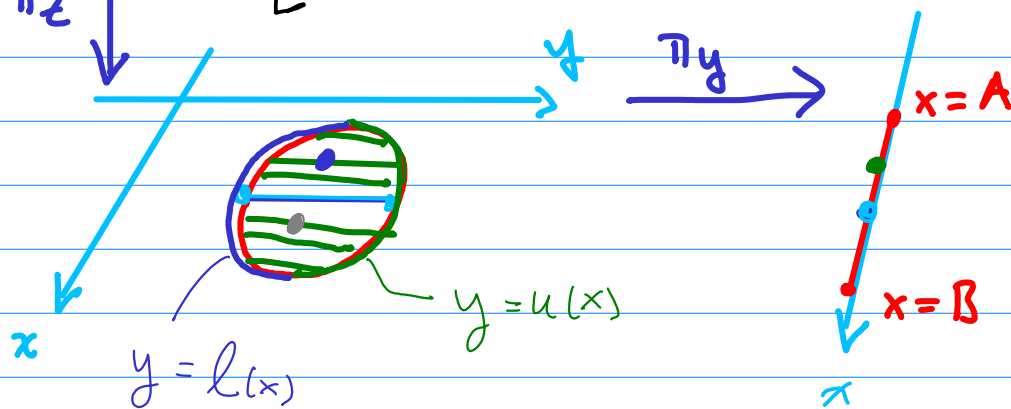
Cómo se calculan ?

Teorema [Fubini 3D]

$z = F(x, y)$ E (región sólida)



$$S: \left[E = \left\{ (x, y, z) : \begin{array}{l} A \leq x \leq B \\ l(x) \leq y \leq u(x) \\ G(x, y) \leq z \leq F(x, y) \end{array} \right\} \right]$$



$$\left[\int_A^B \int_{l(x)}^{u(x)} \int_{G(x, y)}^{F(x, y)} f(x, y, z) dz dy dx \right]$$

(11)

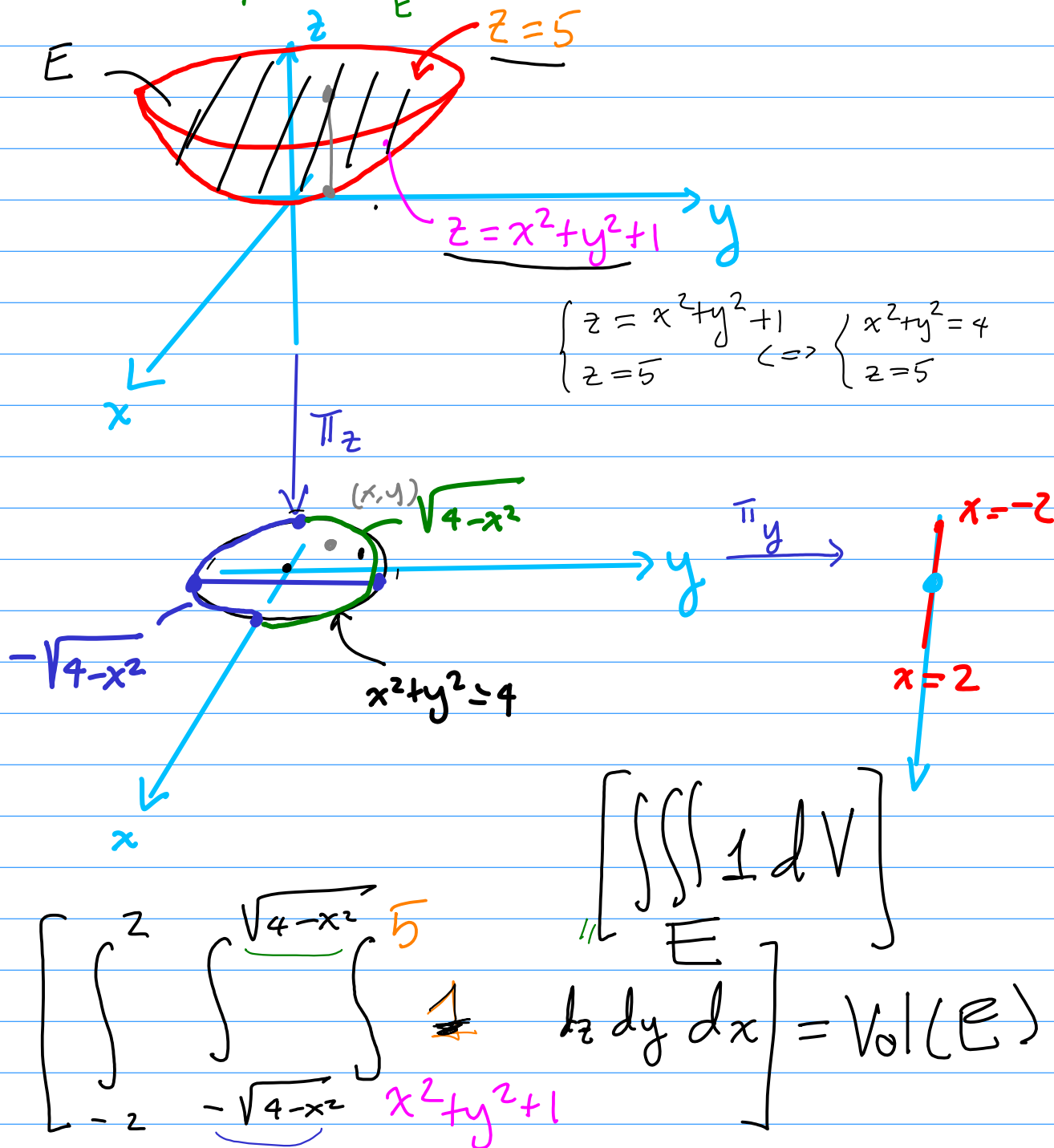
$$\int \int \int_{\tilde{E}} f(x, y, z) dV$$

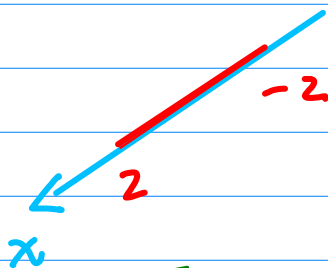
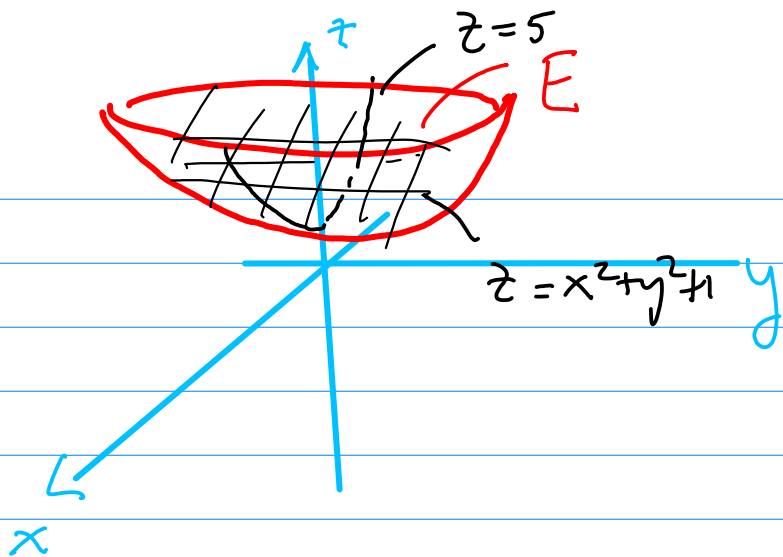
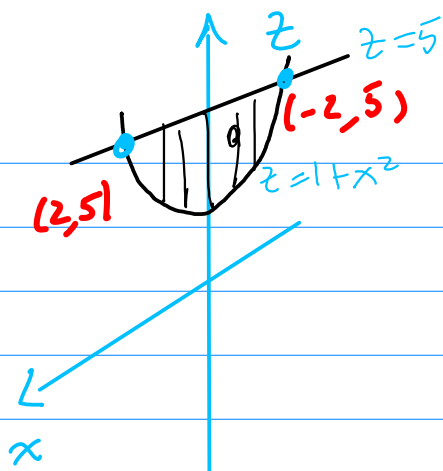
Ejercicio: Sea $E \subseteq \mathbb{R}^3$ la región encerrada por $z = x^2 + y^2 + 1$ y $z = 5$.

* (a) Dibuje E

(b) Escriba $\iiint_E 1 \, dV$ en dos órdenes distintos

(c) ¿Qué representa $\iiint_E 1 \, dV$? A





$$\begin{cases} z = x^2 + y^2 + 1 \\ y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = x^2 + 1 \\ y = 0 \end{cases}$$

Ejercicio:

$$\int_{?}^{?} \int_{?}^{?} \int_{?}^{?} 1 \, dy \, dz \, dx$$