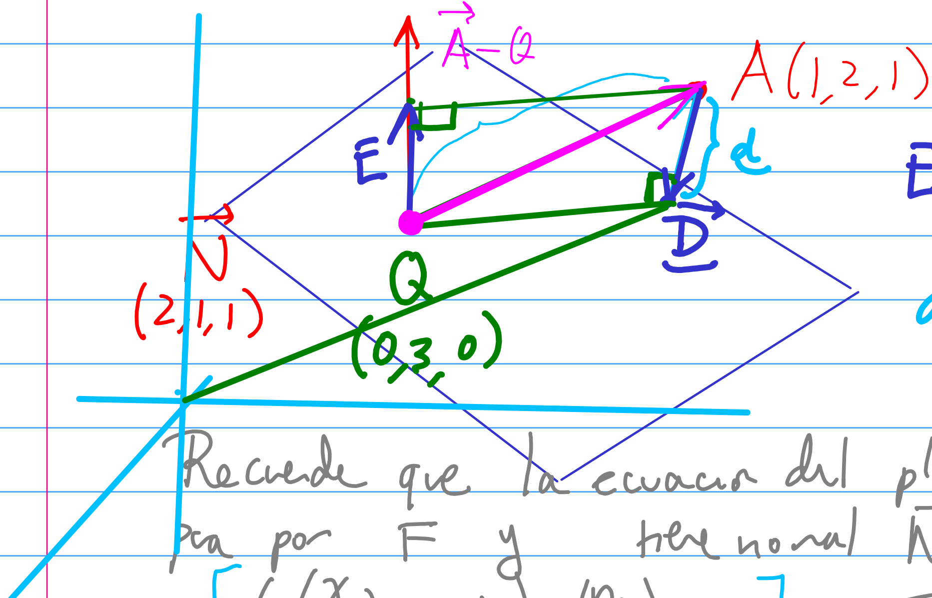
Ejercicio: Sea L el plano de ecuación $2x+y+z=3$ y $A(1,2,1)$. Encuentre

(a) La distancia entre A y L $\quad d$

(b) El punto de L donde ese mínimo se alcanza. $\quad \vec{D}$

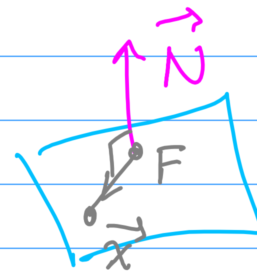


$$E = \text{proy}_{\vec{N}}(\vec{A}-\vec{Q})$$

$$d = \|E\|.$$

Recuerde que la ecuación del plano que pasa por F y tiene normal $\vec{N}$ es:

$$\left[\left(\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} - \vec{F}\right) \cdot \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix} = 0\right]$$



$$\left[x n_1 + y n_2 + z n_3 - \vec{F}\cdot\vec{N} = 0\right]$$

$$A - Q = (1,2,1) - (0,3,0) = (1,-1,1)$$

$$E = \left[\frac{(1,-1,1)\cdot(2,1,1)}{(2,1,1)\cdot(2,1,1)}\right](2,1,1) = \frac{2}{6}(2,1,1)$$

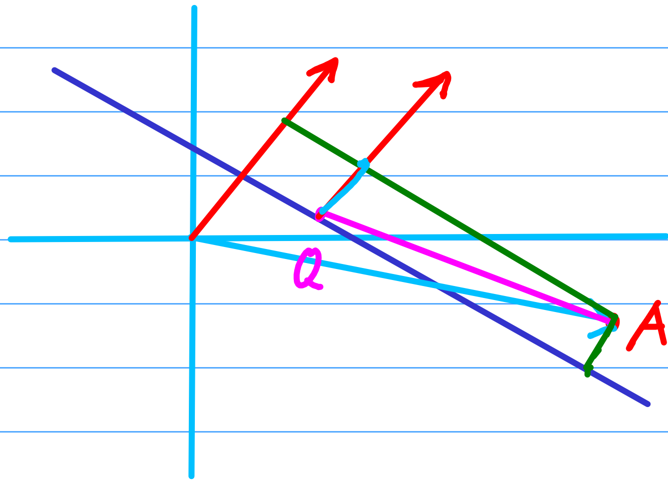
$$\boxed{\vec{E} = \left(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)}$$

$$\|\vec{E}\| = \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{6}{9}} = \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$ (a)

$$D = A - E = (1,2,1) - \left(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right) =$$

$$\boxed{D = \left(\frac{1}{3}, \frac{5}{3}, \frac{2}{3}\right)}$$

$$2x + y + z = 2\left(\frac{1}{3}\right) + \frac{5}{3} + \frac{2}{3} = \frac{9}{3} = 3 \checkmark$$



Hoy: Funciones de $\mathbb{R}^n$ a $\mathbb{R}^m$

Def: Una función $f: \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}^m$ es una regla que asigna a cada vector $\vec{x} \in \mathbb{R}^n$ un vector $f(\vec{x}) \in \mathbb{R}^m$.

$$\underset{\mathbb{R}^n}{\overset{\vec{x}}{\cap}} \longrightarrow \boxed{f} \longrightarrow f(\vec{x}) \in \mathbb{R}^m$$

Ejemplo: (1) $[f(x,y) = x^2 - y^2]$

"$f: \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$"

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} s \\ t \end{pmatrix} = h(s,t)$$

lineal

$h(s,t) = (2s+3t, 5s-t, t)$

(2) $g: \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^3$

$g(s,t) = (s^2+t^2, (s-t)^2, \cos(s)\sin(t))$

Preguntas:

(1) Para qué sirve? ←

(2) Cómo visualizamos funciones?

(1) (FACEBOOK) K $\quad A_1, A_2, A_3, \ldots$ L

	Edad	País	Gusta el fútbol?	Gusta gatos?	...
→ Juan					
→ Pedro					
→ ⋮					
→					
→	-	- -	- - -	-	

$\left[f(c_1, c_2, c_3, \ldots) \right.$ = "Probabilidad de que alguien con esas características haga click en el Ad"]

$$\left[f : \mathbb{R}^K \longrightarrow \mathbb{R}^L \right]$$

(2) Visualizar funciones en general es difícil.
Primero nos enfocaremos en funciones escalares $\mathbb{R}^1 = \mathbb{R}$

$$f : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}$$

Cómo visualizar funciones escalares?
Hay dos métodos principales
(2.1) El método de conjuntos de nivel

Def: El conjunto de nivel c (número) de la función escalar $f : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}$

$$N_c(f) = \{ \vec{x} \in \mathbb{R}^n : f(\vec{x}) = c \} \subseteq \mathbb{R}^n$$

Escoge algunos niveles $c_1, c_2, c_3, c_4, \ldots, c_N$ y los dibuja en colores distintos.
Se usa cuando $n \leq 3$.

(2.2) El método de la Gráfica

Def: La gráfica de $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ es

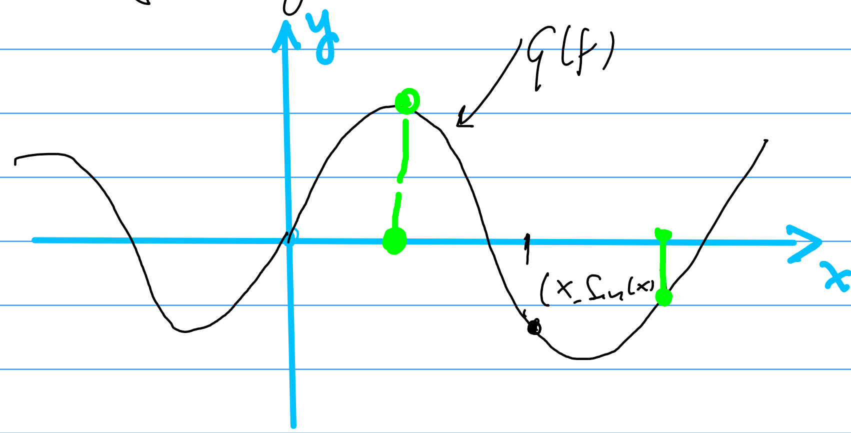
$$G(f) = \{ (\vec{x}, y) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R} \ : \ y = f(\vec{x}) \} \subseteq \mathbb{R}^{n+1}$$

Dibuja el conjunto $G(f) \subseteq \mathbb{R}^{n+1}$ $(n \leq 2)$

gráfica

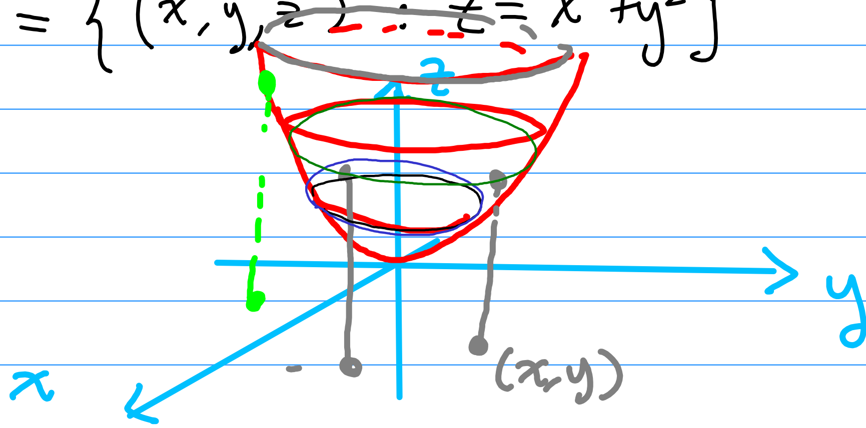
Ejemplo $\boxed{(2.2)}$ (a) $\begin{cases} f : \mathbb{R}^1 \longrightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = \sin(x) \end{cases}$

$$G(f) = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = \sin(x) \} \subseteq \mathbb{R}^2$$



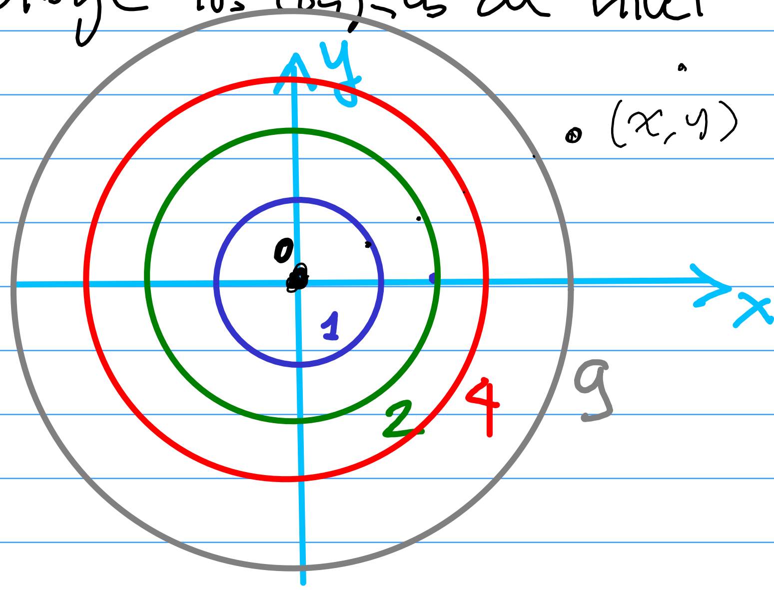
(b) $f(x, y) = x^2 + y^2$

$$G(f) = \{ (x, y, z) : z = x^2 + y^2 \}$$



Ejemplo (2.1) Sea $\left[f(x,y) = x^2+y^2\right]$

Dibuje los conjuntos de nivel $1, 2, 4, 9, 0, -1$.



$N_1(f): \quad x^2+y^2 = 1$

$N_2(f): \quad x^2+y^2 = 2$

$N_4(f): \quad x^2+y^2 = 4$

$N_9(f): \quad x^2+y^2 = 9$

$N_0(f): \quad x^2+y^2 = 0$

$N_{-1}(f): \quad x^2+y^2 = -1 \quad \emptyset$

Note que la gráfica de f $G(f)$ resulta de poner $N_c(f)$ a altura c en $\mathbb{R}^{n+1}$.