

Estructura : Miércoles presencial alternada (grupos por correo)
Viernes VIRTUAL.

PREGUNTAS: (ABRIR EL MICRÓFONO y) hablen ..

Evaluación:

P1, P2, Final 25% c/u

CLASE COMPLEMENTARIA 25%.

(-Talleres en grupos de 2 ó 3.
-trabajo EN GRUPO

* Redondeo a múltiplos de 0.5, hacia arriba.

Página web (ver correo)

- Talleres, - Notas, - Vido. de la clase

(o) Notas .

Libro guía: (1) "Cálculo Vectorial" - Marsden - Tromba
(2) Stewart — Ejercicios extra.]

¿Qué es el Cálculo Vectorial?

CV = Geometría de colegio + Cálculo Dif + Cálculo Int +
+ "en muchas dimensiones (2, 3, 4, ..., 200, ...)"
en \mathbb{R}^n , $n=2, 3, 4, \dots$

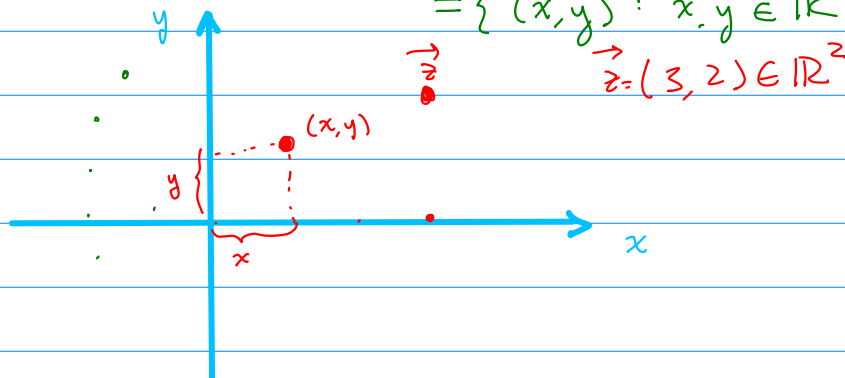
Def: Sea n un entero positivo,

$$\mathbb{R}^n = \{ (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) : x_i \text{ es un número real} \}$$

Notación: $\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$
no especificamos la n

Ejemplo: $n=2$ $\mathbb{R}^2 = \{ (x_1, x_2) : x_i \text{ es un número real} \}$

$$= \{ (x, y) : x, y \in \mathbb{R} \}$$



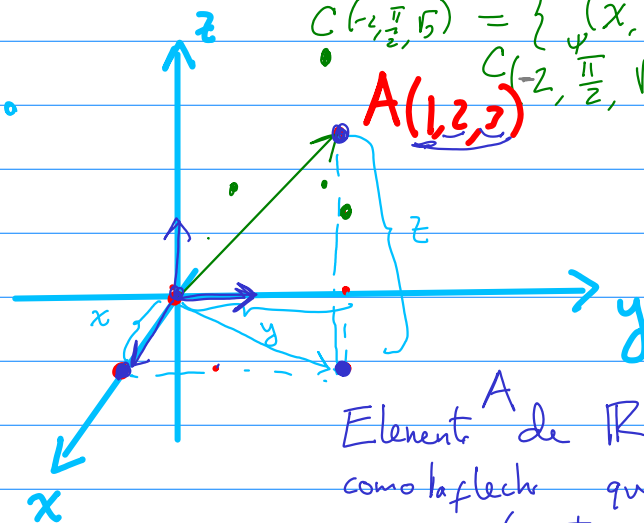
Ejemplo: $n=3$ $\mathbb{R}^3 = \{ (x_1, x_2, x_3) : x_i \in \mathbb{R} \}$

$$C(-2, \frac{\pi}{2}, 5) = \{ (x, y, z) : x, y, z \in \mathbb{R} \}$$

$$C(-2, \frac{\pi}{2}, \sqrt{3})$$

$$A(1, 2, 3)$$

$$A(1, 2, 3)$$



Elemento A de \mathbb{R}^n puede verse como la flecha que une a $\vec{0}$ con A . (puntos \approx vectores).

$$n=4$$

$$\mathbb{R}^4 = \{ (x_1, x_2, x_3, x_4) : x_i \in \mathbb{R} \}$$

$$= \{ (x, y, z, t) : x, y, z, t \in \mathbb{R} \}$$

Cómo no es posible visualizarlo directamente tenemos que enfocarnos en las manipulaciones algebraicas que podemos hacer con elementos de \mathbb{R}^n .

Def: Si $\vec{x}, \vec{y} \in \mathbb{R}^n$ vamos a definir dos operaciones, la suma de dos vectores y el producto de un vector por un escalar (número) t .

$$\vec{x} = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$$

$$\vec{y} = (y_1, y_2, y_3, \dots, y_n), \quad t \in \mathbb{R}$$

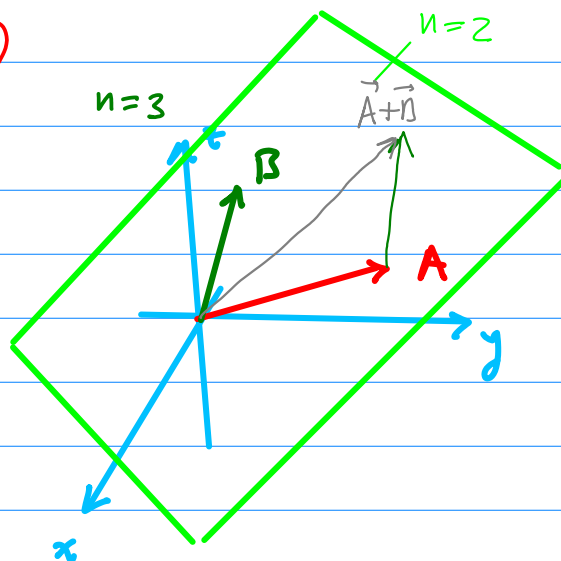
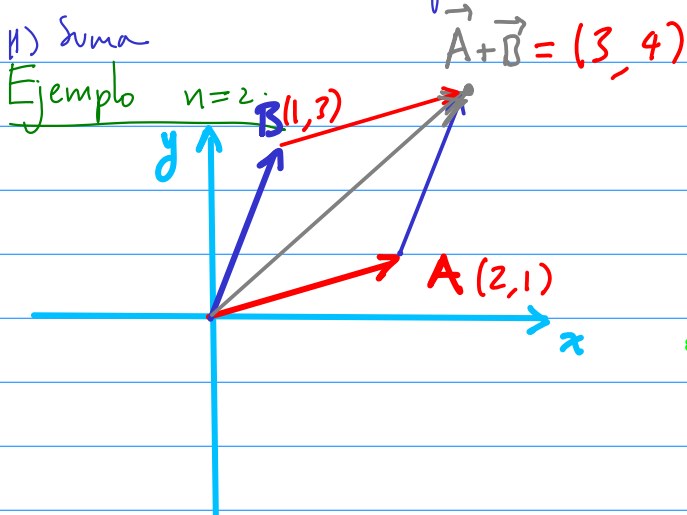
$$\vec{x} + \vec{y} := (x_1 + y_1, x_2 + y_2, \dots, x_n + y_n)$$

$$t \vec{x} := (tx_1, tx_2, \dots, tx_n)$$

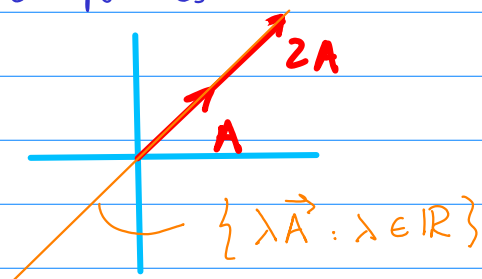
Cómo visualizar estas operaciones?

1) Suma

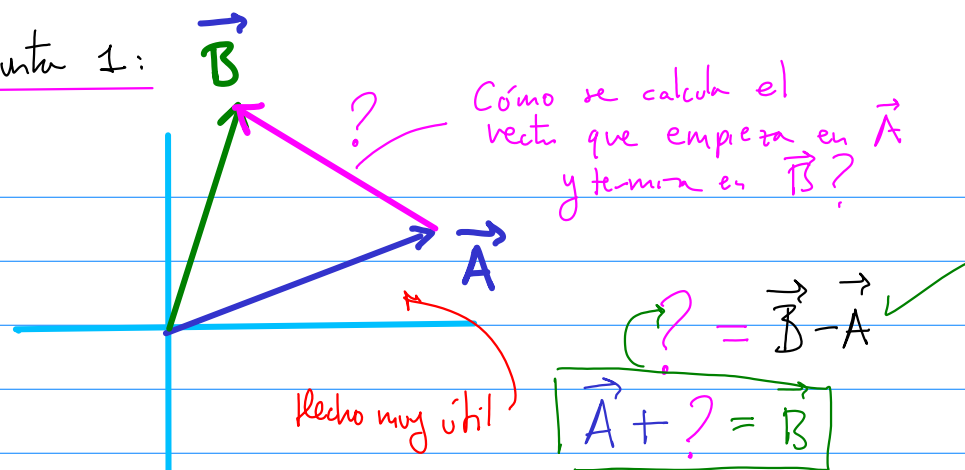
Ejemplo



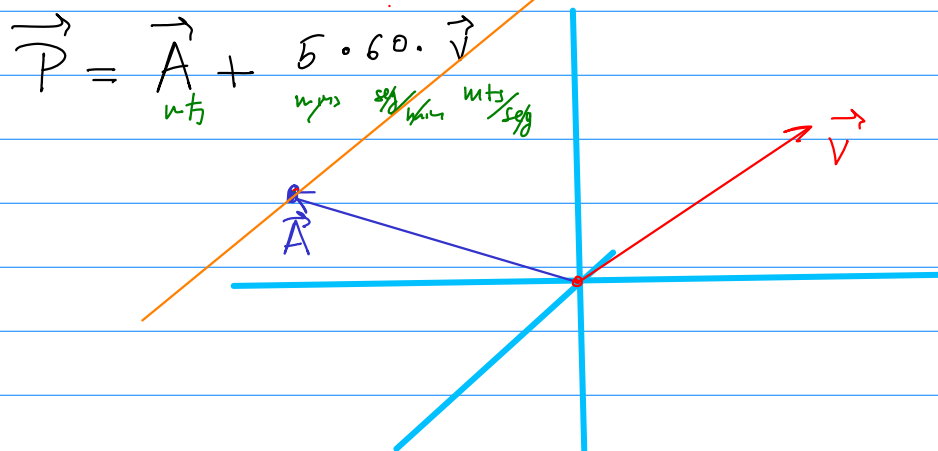
2) Producto por escalar



Pregunta 1:



Pregunta 2: Un pájaro empieza a volar desde el punto \vec{A} (en mts) y vuela con velocidad \vec{V} (en mts/seg). ¿Dónde se encuentra 5 mins después?



Def:

La recta parametrizada que pasa por \vec{A} y tiene vector director \vec{V} es el conjunto de puntos \vec{x} de la forma

$$\vec{x} = \vec{A} + t \vec{V}$$

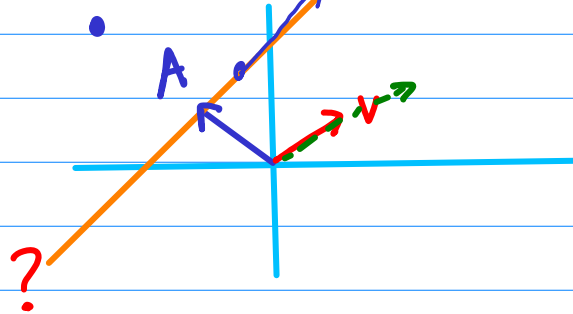
para algún número real t .

Ejercicio 1: (a) Encuentre una parametrización de la recta que pasa por $(1, 2, 3)$ y tiene vector director $(1, 1, 1)$.

(b) Es $(-1, 1, 1)$ un elemento de la recta?

Ejercicio 2: Encuentre una parametrización de la recta que pasa por $(1, 2, 3)$ y $(1, 1, 1)$.

Sol 1: ^(a) $\left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} : t \in \mathbb{R} \right\} = L$ ✓

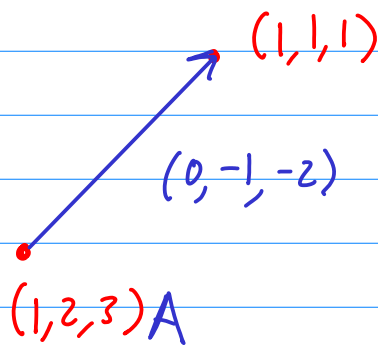


$(-1, 1, 1) \in L :$

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+t \\ 2+t \\ 3+t \end{pmatrix}$$

$\begin{cases} -1 = 1+t \\ 1 = 2+t \\ 1 = 3+t \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} \text{no hay } t \text{ que funcione} \\ 0 = 1 \end{matrix} \quad \textcircled{b} \quad (-1, 1, 1) \notin L$

Sol 2:



$$\left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R} \right\} = L_2$$