

Vectorial Virtual – Taller 1, parte 2: Funciones

Problema 1: Conjuntos de nivel

Dibuje los conjuntos de nivel $-2, -1, 0, 1, 2$ de las siguientes funciones escalares:

1 $\ell(x) = x^2 - 1$

2 $r(x, y) = -2x^2 - 3y^2$

3 $h(x, y) = |x| + |y|$

4

$$g(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{si } y = x^2 \\ 0, & \text{de lo contrario} \end{cases}$$

5 $t(x, y, z) = 2x^2 + \frac{1}{2}y^2 + z^2$

6 $f(x, y, z) = x^2 + y^2 - z^2$

Problema 2: Gráfica de una función escalar

Escriba una ecuación que describa la gráfica de las siguientes funciones escalares. Haga también un dibujo (si esto es posible por razones de dimensión)

1 $\ell(x) = x^2 - 1$

2 $r(x, y) = -2x^2 - 3y^2$

3 $h(x, y) = |x| + |y|$

4

$$g(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{si } y = x^2 \\ 0, & \text{de lo contrario} \end{cases}$$

5 $t(x, y, z) = 2x^2 + \frac{1}{2}y^2 + z^2$

6 $f(x, y, z) = x^2 + y^2 - z^2$

(Nota: Son las mismas funciones del ejercicio anterior así que quizás sus gráficas de los conjuntos de nivel que ya hizo le ayuden).

Problema 3: Límites

Para cada uno de los siguientes límites demuestre que no existe ó calcule su valor:

1

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3 + y^3}{xy} =$$

2 Sea $g(x, y)$ la función dada por

$$g(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{si } y = x^2 \\ 0, & \text{de lo contrario} \end{cases}$$

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} g(x, y) =$$

3

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (1,0)} \frac{(x-1)^2 + 2(x-1)y}{(x-1)y} =$$

Problema 4: Continuidad

- 1 1 Demuestre que la función:

$$f(x, y) = \sin(x^2 + y^2) - \exp\left(\tan\left(\frac{1}{1 + x^2 + y^2}\right)\right)$$

es continua en todo \mathbb{R}^2 usando un árbol de composición.

- 2 2 Cuánto vale $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$? Explique su respuesta.
- 2 2 Existe un valor para la constante c que haga que la siguiente función sea continua en todo el plano? Justifique su respuesta

$$g(x, y) = \begin{cases} 1 + \frac{x^3 + y^3}{xy} & \text{si } (x, y) \neq 0 \\ c, & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$