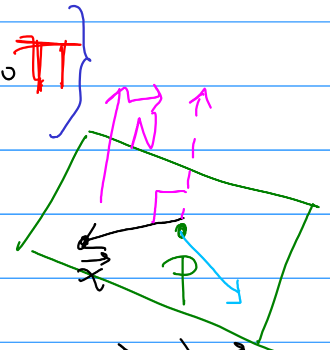
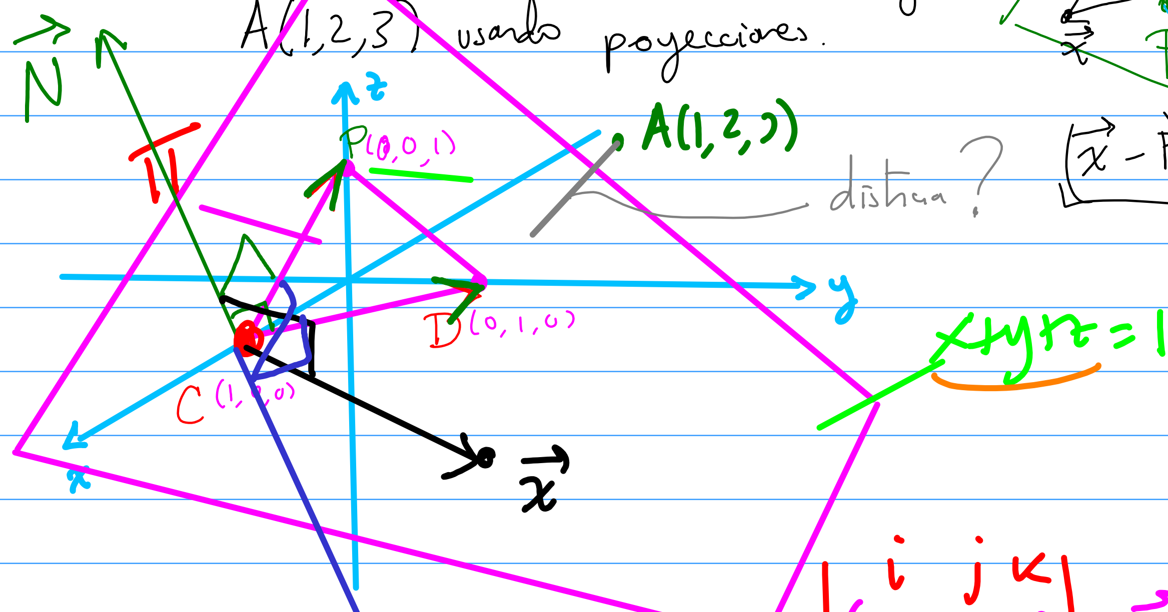
Ejercicio: (1) Encuentre una ecuación para el plano Π que pasa por $(1,0,0)$, $(0,1,0)$, $(0,0,1)$.

(2) Encuentre la distancia entre Π y $A(1,2,3)$ usando proyecciones.





$$P-C=(0,0,1)-(1,0,0)=(-1,0,1)=\vec{\alpha}$$

$$D-C=(0,1,0)-(1,0,0)=(-1,1,0)=\vec{\beta}$$

$$\vec{\alpha}\times\vec{\beta}=\begin{vmatrix} i & j & k \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{vmatrix}=i(-1)-j(1)+k(-1)$$

$$\checkmark\ [\vec{N}=(-1,-1,-1)]$$

$$\vec{A}\cdot(\vec{B}\times\vec{C})=\det\begin{pmatrix} -A- \\ -B- \\ -C- \end{pmatrix}$$

$$\vec{x}=(x,y,z)$$

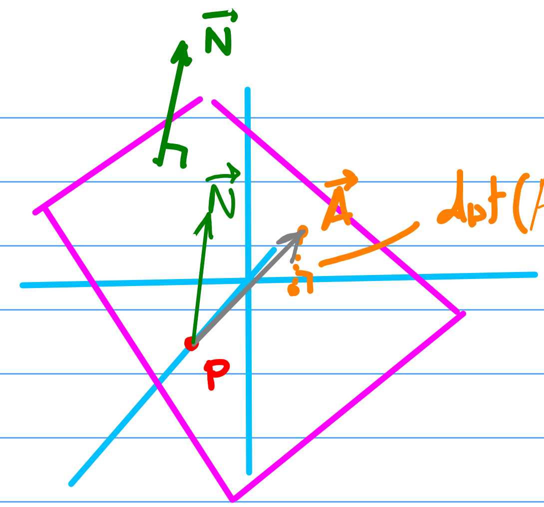
$$(\vec{x}-\vec{C})\cdot\vec{N}=0$$

$$[(x,y,z)-(1,0,0)]\cdot(-1,-1,-1)=0$$

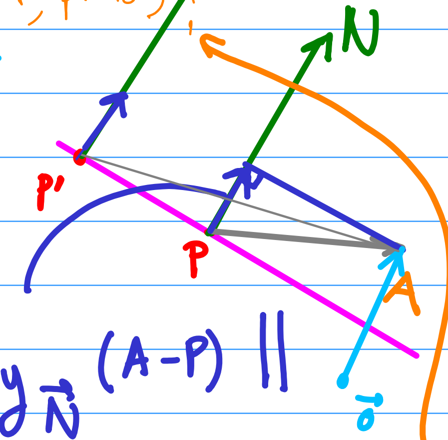
$$(x-1,y,z)\cdot(-1,-1,-1)=0$$

$$\boxed{1-x-y-z=0}$$

(2)



$dist(A, plano)$?



$$proy_{\vec{v}}\vec{u} = \left(\frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{\vec{v}\cdot\vec{v}}\right)\vec{v}$$

$$\| proy_{\vec{N}}(A-P) \|$$

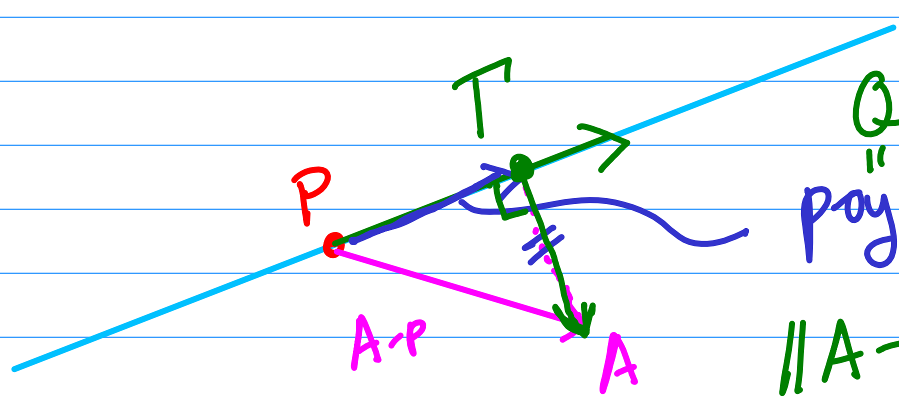
$$A-P = (1,2,3)-(1,0,0) = (0,2,3)$$
$$\vec{N} = (1,1,1)$$

$$proy_{(1,1,1)}(0,2,3) = \frac{2+3}{3}(1,1,1) = \left(\frac{5}{3},\frac{5}{3},\frac{5}{3}\right)$$

$$\| proy_{(\,)}(\,) \| = \left\| \left(\frac{5}{3},\frac{5}{3},\frac{5}{3}\right) \right\| = \frac{5}{3}\|(1,1,1)\| = \frac{5\sqrt{3}}{3}$$

* Ejercicio: $ax+by+cz+d=0$

$$d((A,B,C),\pi) = \left\{ \frac{|aA+bB+cC-d|}{\|(a,b,c)\|} \right\}$$



$$proy_T(A-P)$$

$$\|A-Q\|$$

Hoy: Funciones.

Def: Una función f de $\mathbb{R}^n$ a $\mathbb{R}^m$ es una regla que asigna a cada vector $\vec{x} \in \mathbb{R}^n$ un vector $f(\vec{x}) \in \mathbb{R}^m$.

Notación: $\underbrace{f : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}^m}$

$$\underset{\text{input}}{\overset{\mathbb{R}^n}{\overset{\psi}{\vec{x}}}} \longrightarrow \boxed{f} \longrightarrow \underset{\text{OUTPUT.}}{f(\vec{x}) \in \mathbb{R}^m}$$

Ejemplo: $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^1$

$$[\, f(x,y) = x^2 - y^2 \,] \cancel{4}$$

$$f\underbrace{(2,3)}_{\uparrow\,\mathbb{R}^2} = 2^2 - 3^2 = -5$$

Ejemplo:

$$g(x,y,z) = \left(\overline{x^2+y^2},\ \overline{xyz},\ \overline{\sin(xy)}\right)$$

$$g : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$$

FUNCIONES lineales

$$\ell(x,y,z) = (\underbrace{2x+3y},\ \underbrace{-4y+5z})$$

$\ell : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ y lineal.

$$\ell(x,y,z) = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 0 & -4 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

Preguntas: (1) [Cómo visualizamos (entendemos) funciones $f : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}^m$?]

(2) [Para qué sirven ?]

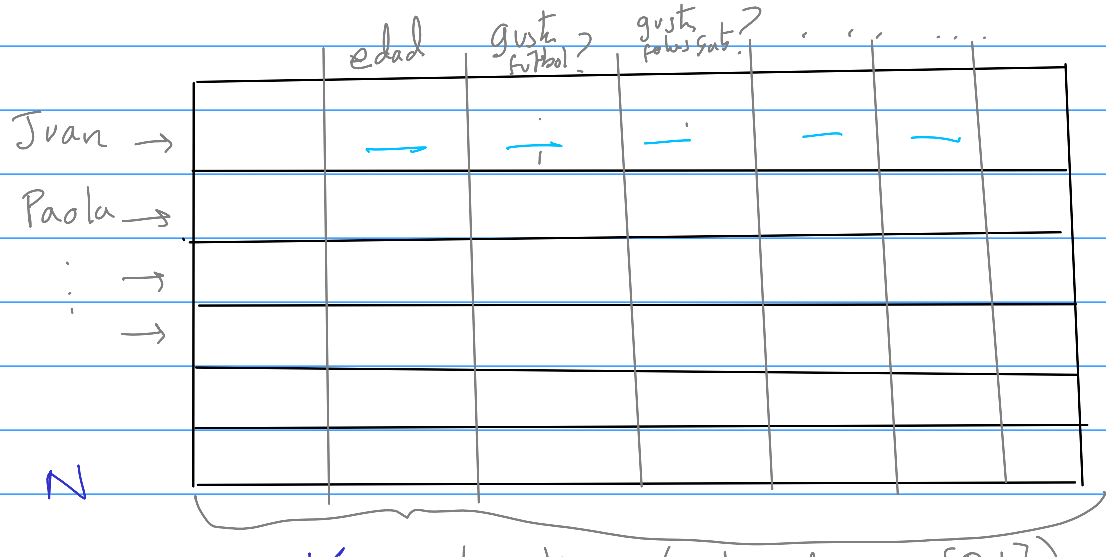
Ejemplo: (FACEBOOK)

Venden publicidad

P_1 , P_2 , P_3 , ... ,

Anuncio (pauta publ)

U_1 , U_2 , U_3 , ... } usuarios



$f_j(c_1, c_2, c_3, \dots) =$ "Probabilidad de que el usuario haga click en P_j"

función escalar

$$f_j : \mathbb{R}^K \longrightarrow \mathbb{R}$$

$$f : \mathbb{R}^K \longrightarrow \mathbb{R}^P$$

Objetivo: Estimar la función f

¿Cómo visualizar funciones? Empezaremos por las "funciones escalares" $f: \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}^{1}$ $\mathbb{R}$

Hay dos métodos principales:

(1) Método de los conjuntos de nivel

(2) Método de la gráfica

(1) **Def:** Sea c un número y $f: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ una función escalar.

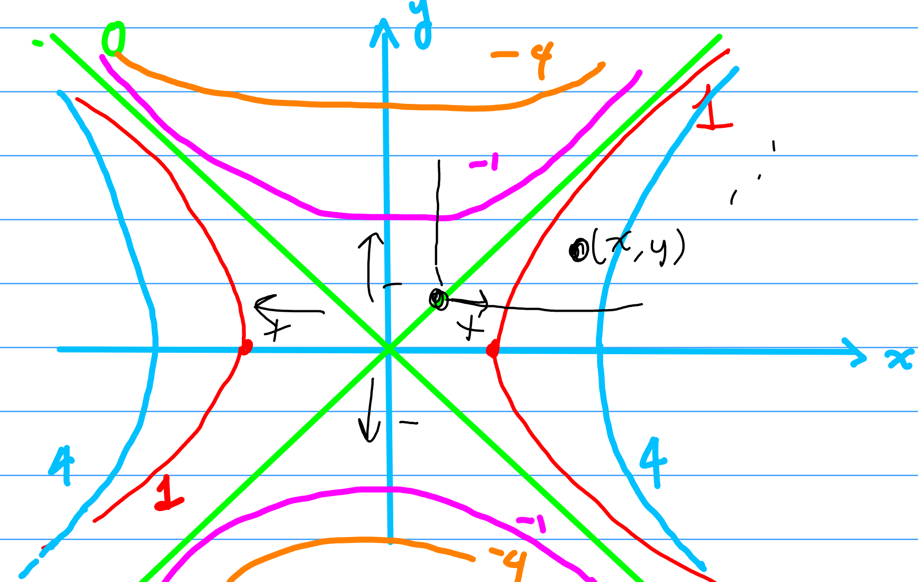
$$\boxed{\underbrace{N_c(f)}_{\text{Conjunto de nivel } c \text{ de la función } f.} := \{ \vec{x} \in \mathbb{R}^n : f(\vec{x}) = c \} \subseteq \mathbb{R}^n}$$

El método de los conjuntos de nivel consiste en

(i) Escogemos niveles $c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, \ldots$

(ii) Dibujamos $N_{c_1}(f), N_{c_2}(f), \ldots$ en colores distintos.

Ejercicio: Dibuje los conjuntos de nivel $-4, -1, 0, 1, 4$ de $f(x,y) = x^2 - y^2$ $\quad f: \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$



$f(x,y) = x^2 - y^2$

$$N_1(f) = \{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 : f(x,y) = 1 \}$$

$$x^2 - y^2 = 1$$

$$N_0(f) = \{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 : f(x,y) = 0 \}$$

$$(x-y)(x+y) = x^2 - y^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad x - y = 0 \quad \text{ó} \quad x + y = 0$$

$$\boxed{y = x} \quad \text{ó} \quad \boxed{y = -x}$$