

Taller Vectorial Virtual parte 3: Cambio de variable.

Marzo 2020

Ejercicio 10

Un plato plano tiene forma de un cuarto de anillo. Más precisamente esta acotado por los círculos $x^2 + y^2 = 4$, $x^2 + y^2 = 9$ y las rectas $x = 0$ y $y = 0$. La densidad del plato esta descrita por la función $\rho(x, y) = x + y$, medida en Kg/m^2 . Calcule la masa total del plato.

Ejercicio 11

- 1 Dibuje la curva cartesiana cuya ecuación en coordenadas polares esta dada por $r = \cos(2\theta)$. Esta curva se llama rosa de cuatro pétalos.
- 2 Use el Teorema del cambio de variable para calcular el área de un pétalo de la rosa (i.e. para $-\frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$)

Ejercicio 12

- 1 Reescriba la integral iterada $\int_0^2 \int_{-\sqrt{4-y^2}}^{\sqrt{4-y^2}} xy dx dy$ como una integral en coordenadas polares.
- 2 Calcule el valor de la integral.

Ejercicio 13

Sea P el polígono con vértices $(0, 0)$, $(3, 1)$, $(1, 2)$ y $(4, 3)$.

- 1 Verifique que P es un paralelogramo.
- 2 Encuentre una transformación lineal T que envíe el cuadrado $[0, 1] \times [0, 1]$ en P .
- 3 Use la parte (b) para calcular

$$\iint_P x^2 + y^2 dA$$

Ejercicio 14

Considere la transformación T dada por

$$\begin{cases} x = 3u \\ y = 2v \end{cases}$$

- 1 Cuál es la imagen bajo T del disco de radio uno centrado en $u = 0, v = 0$? Llámelo D a esta región.
- 2 Use el teorema del cambio de variable para calcular el área de D .