

# Taller Vectorial Virtual parte 2: Integrales triples iteradas

Marzo 2020

## Ejercicio 6

- 1 Sea  $E$  la región sólida encerrada por el paraboloides  $y = x^2 + z^2$  y el plano  $y = 4$ . Dibuje la región y escriba la integral sobre  $E$  como:
  - 1 Una integral iterada con orden  $dydzdx$
  - 2 Una integral iterada con orden  $dzdxdy$
- 2 Sea  $E$  la región sólida encerrada por el paraboloides  $x = y^2$  y los planos  $x = z$ ,  $z = 0$  y  $x = 1$ . Dibuje la región  $E$  y escriba la integral sobre  $E$  como:
  - 1 Una integral iterada con orden  $dzdydx$
  - 2 Una integral iterada con orden  $dx dy dz$

## Ejercicio 7

Para cada una de las siguientes integrales iteradas dibuje la región de integración y calcule el valor de la integral

1  $\int_0^1 \int_0^z \int_0^{x+z} xz dy dx dz$

2  $\int_0^1 \int_{\sqrt{x}}^1 \int_0^{1-y} dz dy dx$

## Ejercicio 8: Masas y densidades

La función de densidad de un pozo petrolero potencial (medida en Toneladas por metro cúbico) esta dada por

$$\rho(x, y, z) = \begin{cases} e^{-(x+y+z)}, & \text{si } x, y, z \geq 0 \\ 0, & \text{de lo contrario} \end{cases}$$

- 1 Dibuje los conjuntos de nivel  $\frac{1}{e}$ ,  $\frac{1}{e^2}$  y  $\frac{1}{e^3}$  de  $\rho$  (acá la letra  $e$  denota el número con  $\log(e) = 1$ ,  $e \simeq 2.718$ ).
- 2 Dibuje la región encerrada por los planos  $x + z + y \leq 1$ ,  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$  y calcule su masa total asumiendo la función de densidad de la parte (1).

## Ejercicio 9: Probabilidad

La densidad conjunta de tres variables aleatorias  $X$ ,  $Y$  y  $Z$  esta dada por

$$f(x, y, z) = \begin{cases} Cxyz, & \text{si } 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1 \text{ y } 0 \leq z \leq 2 \\ 0, & \text{de lo contrario.} \end{cases}$$

- 1 Encuentre el valor de la constante  $C$  (El que hace que la integral sobre todo  $\mathbb{R}^3$  valga uno)
- 2 Calcule  $\mathbb{P}\{X \leq 1, Y \leq 1, Z \leq 1\}$  (es decir calcule la integral de  $f$  sobre  $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$  y  $0 \leq z \leq 1$ )
- 3 Calcule  $\mathbb{P}\{X + Y + Z \leq 1\}$  (es decir calcule la integral de  $f$  sobre la región donde  $x + y + z \leq 1$ )