

1.- sea $p(x)$, $q(x)$ las siguientes proposiciones abiertas:

$p(x)$: $x \leq 3$ $q(x)$: $x+1$ es impar

si el universo consta de todos los enteros x . ¿cuales son los valores de verdad de las siguientes proposiciones?

a) $p(1)$

b) $q(1)$

r.- a) $P(3) \vee (Q(3) \vee \sim R(3)) \rightarrow 3 \leq 3$, es verdadera dado que 3 es igual o idéntico que 3, si evaluamos en $3+1=4$, comprobamos que la proposición es falsa puesto que 4 no es un número primo, tanto que $3 > 0$ es verdadero, pero como se pide la negación, esto automáticamente se convierte en falso.

b) $\sim P(3) \wedge (Q(3) \vee \sim R(3)) \rightarrow 3 \leq 3$, esta proposición si es verdadera dado que $3=3$, pero la negación nos dice que $3+1=4$, por lo que es falsa, pues 4 no es un número primo, $3 > 0$ es verdadero dado que 3 es mayor que 0, pero el parentesis dice que (falso \vee verdadero = a verdadero.

2.- sea $p(x)$ la proposición abierta de " $x^2=2x$ " donde el universo comprende todos enteros. determine si cada una de las proposiciones son verdaderas o falsas

a) $p(0)$

b) $p(1)$

c) $p(2)$

d) $p(-2)$

a) $x=0$, verdadero b) $x=1$, verdadero c) $x=1$, verdadero d) $x=-1$, falso

3.- niegue y simplifique:

a) $\exists x[p(x) \vee q(x)]$

$\forall x[\neg p(x) \wedge \neg q(x)]$

4.- niegue y simplifique

a) $\forall x[p(x) \rightarrow q(x)]$

$\exists x[\neg p(x) \vee q(x)]$

5.- niegue y simplifique

a) $\forall x[p(x) \wedge \neg q(x)]$

$\exists x[p(x) \wedge \neg q(x)]$

6.- demuestre que para todo entero n , n^2 es par si y sólo si n es par

Sea un número entero par. Entonces 2 es factor de n , por tanto se puede expresar como $n=2m$ para algún entero m . Se sigue que $n^2 = 2^2 (m)^2 = 4^2$ Ahora, $4m^2$ se puede escribir como $2(2m^2)$ donde $2m^2$ es también un entero, por lo que $2(2m^2)$ es par y como $2(2m^2) = n^2$, llegamos a que n^2 es par.

7.- Demostrar que $\sqrt{2}$ es irracional.

Suponemos que $\sqrt{2}$ es racional y llegamos a una contradicción. Supongamos que $\sqrt{2}$ es racional, por lo tanto $\sqrt{2} = m/n$ donde m y n son números enteros, con $n \neq 0$.

Podemos suponer que la fracción m/n es una fracción reducida (irreducible), es decir, que m y n no tienen factores en común.

ahora:

$\sqrt{2} = m/n \rightarrow 2 = m^2/n^2 \rightarrow 2n^2 = m^2$, m^2 es par $\rightarrow m^2$ es par

así, $m = 2p$, $p \in \mathbb{Z}$, $m^2 = 4p^2$

Sustituyendo este resultado en la ecuación tenemos:

$2n^2 = 4p^2 \rightarrow n^2$ es par $\rightarrow n$ es par

8.- si n es un entero impar, entonces $n+1$ es par

dado que n es impar tenemos que $n=2a+1$ para los enteros. entonces

$n+11=(2a+1)+11=2a+12=2(a+6)$; $a+6$ es entero, entonces $n+11$ es par

9.- sean m y n 2 enteros positivos, demuestre que si m, n son cuadrados perfectos, entonces el producto mn es también un cuadrado perfecto

dado que m y n son cuadrados perfectos, escribimos $m = a^2$ y $n = b^2$, donde a y b son enteros positivos. $mn = a^2 \cdot b^2 = (aa)(bb) = ((aa)b)b = ((ab)a)b = (ab)^2$, entonces mn es un cuadro perfecto.

10.- demuestre, o demuestre que es falso: existen enteros positivos m, n son cuadrados perfectos, entonces $m+n$ es un cuadrado perfecto

esto en general no es verdad, pues $m=4^2$ y $n=1^2$ entonces $m+n=5$ y 5 no es un cuadrado perfecto