Gabarito:

Projeto de Gramáticas

Linguagens Formais e Compiladores
Prof[a]. Jerusa Marchi

1. Gramáticas Regulares

   (a) $L = \{w \mid w \in \{a,b,c\}^*$ e $\#a$ é ímpar e $\#b$ é ímpar $\}$

$$
\begin{array}{llll}
(pp) & S & \rightarrow & aA \mid bB \mid cS \\
(ip) & A & \rightarrow & aS \mid bC \mid b \mid cA \\
(pi) & B & \rightarrow & aC \mid a \mid bS \mid cB \\
(ii) & C & \rightarrow & aB \mid bA \mid cC \mid c
\end{array}
$$

   (b) $L = \{w \mid w \in \{0,1\}^*$ e w em binário seja ímpar e múltiplo de $3\}$

$$
\begin{array}{llll}
(mod0p) & S & \rightarrow & 0S \mid 1A \\
(mod1) & A & \rightarrow & 0B \mid 1C \mid 1 \\
(mod2) & B & \rightarrow & 0A \mid 1B \\
(mod0i) & C & \rightarrow & 0S \mid 1A
\end{array}
$$

   (c) $L = \{a^n b^m c^k \mid n,m,k \geq 0$ e $n+k$ seja múltiplo de 3 e m seja par $\}$
   Solução Baseada na resposta da Nicole (mais organizada e elegante):

$$
\begin{array}{llll}
(0a+cPb) & S' & \rightarrow & aA \mid bC \mid cJ \mid \varepsilon \\
(0a+cPb) & S & \rightarrow & aA \mid bC \mid cJ \\
(1a+cPb) & A & \rightarrow & aB \mid bD \mid cJ \\
(2a+cPb) & B & \rightarrow & aS \mid bE \mid a \mid c \mid cL \\
 & & & \\
(0a+cIb) & C & \rightarrow & bF \mid b \\
(1a+cIb) & D & \rightarrow & bG \\
(2a+cIb) & E & \rightarrow & bH \\
(0a+cPb) & F & \rightarrow & bC \mid b \mid cJ \\
(1a+cPb) & G & \rightarrow & bD \mid cK \\
(2a+cPb) & H & \rightarrow & bE \mid cL \mid c \\
 & & & \\
(1a+cPb) & L & \rightarrow & cJ \\
(2a+cPb) & J & \rightarrow & cK \\
(3a+cPb) & K & \rightarrow & cL \mid c
\end{array}
$$

   Solução velha:

$$
\begin{array}{llll}
(0n+k0m) & S & \rightarrow & \varepsilon \mid aA \mid bB \mid cC \\
(1n+k0m) & A & \rightarrow & aD \mid bI \mid cG \\
(2n+k0m) & D & \rightarrow & a \mid aE \mid bK \mid cC \mid c \\
(1n+k0m) & E & \rightarrow & aA \mid bB \mid cC \\
(0n+k1m) & B & \rightarrow & bF \mid b \\
(0n+k0m) & F & \rightarrow & bB \mid cC \\
(1c) & C & \rightarrow & cG \\
(2c) & G & \rightarrow & c \mid cH \\
(3c) & H & \rightarrow & cC \\
(1n+k1m) & I & \rightarrow & bJ \\
(1n+k1m) & J & \rightarrow & bI \mid cG \\
(2n+k1m) & K & \rightarrow & bL \\
(2n+k0m) & L & \rightarrow & bK \mid cC \mid c
\end{array}
$$

2. Gramáticas Livres de Contexto

   (a) $L = \{a^i b^j c^j d^i \mid i, j \geq 0\}$

   $$
   \begin{array}{lll}
   S & \rightarrow & \varepsilon \mid A \\
   A & \rightarrow & aAd \mid ad \mid B \\
   B & \rightarrow & bBc \mid bc
   \end{array}
   $$

   Para garantir a ordem gera-se aAd, depois bBc.

   (b) $L = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \geq 0$ e $k = i + j\}$

   $$
   \begin{array}{lll}
   S & \rightarrow & \varepsilon \mid A \\
   A & \rightarrow & aAc \mid ac \mid B \\
   B & \rightarrow & bBc \mid bc
   \end{array}
   $$

   para cada a e para cada b deve ser produzido um c. Para garantir a ordem depois de gerar aAc, gera-se bBc.

   (c) $L = \{w\#w^r \mid w \in \{a, b\}^*\}$

   $$
   S \rightarrow aSa \mid bSb \mid \#
   $$

   como ε não faz parte da linguagem, o loop pode acontecer em S

3. Sensíveis ao Contexto

(a) $L = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \geq 0 \text{ e } i < j \leq k\}$

$$\begin{array}{lcl}
S & \rightarrow & aSBC \mid D \\
D & \rightarrow & bDC \mid bc \mid E \\
E & \rightarrow & cE \mid c \\
CB & \rightarrow & BC \\
cB & \rightarrow & Bc \\
Cb & \rightarrow & bC \\
cb & \rightarrow & bc \\
bB & \rightarrow & bb \\
bC & \rightarrow & bc \\
cC & \rightarrow & cc
\end{array}$$

(b) $L = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \geq 0 \text{ e } i > j, j < k \text{ e } i \neq k\}$

$$\begin{array}{lcl}
S & \rightarrow & aSBC \mid aAC \\
A & \rightarrow & aAC \mid aD \mid a \mid EC \mid C \\
D & \rightarrow & aD \mid a \\
E & \rightarrow & EC \mid C \\
CB & \rightarrow & BC \\
cB & \rightarrow & Bc \\
aB & \rightarrow & ab \\
aC & \rightarrow & ac \\
bB & \rightarrow & bb \\
bC & \rightarrow & bc \\
cC & \rightarrow & cc
\end{array}$$