

Relacion-4.pdf



Pucherillos



Lógica y Métodos Discretos



1º Grado en Ingeniería Informática



**Escuela Técnica Superior de Ingenierías Informática y de Telecomunicación
Universidad de Granada**



MÁSTER EN

Inteligencia Artificial & Data Management

MADRID

Formamos
talento para un futuro
Sostenible

saber más





Lógica y Métodos Discretos

Pablo Vega Romero

Grupo A1

Relación 4.1: Lógica Proposicional

Ejercicio 4.1. Halla las subfórmulas de las siguientes fórmulas:

1. $a \wedge \neg b \rightarrow c \vee (ena)$:

$$\{a \wedge \neg b \rightarrow c \vee (ena), a \wedge \neg b, c \vee (ena), ena, a, \neg b, b, c, e\}$$

2. $c \wedge (a \vee b) \rightarrow \neg a \vee b$:

$$\{c \wedge (a \vee b) \rightarrow \neg a \vee b, c \wedge (a \vee b), \neg a \vee b, a \vee b, \neg a, a, b, c\}$$

3. $\neg(a \rightarrow b) \rightarrow a \wedge \neg(a \wedge b)$:

$$\{\neg(a \rightarrow b) \rightarrow a \wedge \neg(a \wedge b), \neg(a \rightarrow b), a \wedge \neg(a \wedge b), (a \rightarrow b), \neg(a \wedge b), a \wedge b, a, b\}$$

4. $a \wedge (a \vee b \rightarrow d) \wedge (d \rightarrow \neg a)$:

$$\{a \wedge (a \vee b \rightarrow d) \wedge (d \rightarrow \neg a), a \wedge (a \vee b \rightarrow d), (d \rightarrow \neg a), a \vee b \rightarrow d, a \vee b, \neg a, a, b, d\}$$

5. $(a \wedge c) \vee b \rightarrow d \wedge (d \rightarrow \neg a)$:

$$\{(a \wedge c) \vee b \rightarrow d \wedge (d \rightarrow \neg a), (a \wedge c) \vee b, d \wedge (d \rightarrow \neg a), a \wedge c, d \rightarrow \neg a, \neg a, a, b, c, d\}$$

6. $\neg a \rightarrow (b \rightarrow a) \wedge \neg(a \wedge b)$:

$$\{\neg a \rightarrow (b \rightarrow a) \wedge \neg(a \wedge b), \neg a \rightarrow (b \rightarrow a), \neg(a \wedge b), \neg a, b \rightarrow a, a \wedge b, a, b\}$$

7. $(a \wedge \neg(b \rightarrow cve)) \vee a$:

$$\{(a \wedge \neg(b \rightarrow cve)) \vee a, a \wedge \neg(b \rightarrow cve), a, \neg(b \rightarrow cve), b \rightarrow cve, cve, b, c, e\}$$

8. $b \wedge (a \vee b) \rightarrow d \wedge \neg(d \rightarrow \neg a)$:

$$\{b \wedge (a \vee b) \rightarrow d \wedge \neg(d \rightarrow \neg a), b \wedge (a \vee b), d \wedge \neg(d \rightarrow \neg a), a \vee b, \neg(d \rightarrow \neg a), d \rightarrow \neg a, \neg a, a, b, d\}$$

9. $b \wedge a \rightarrow (\neg b \rightarrow d \wedge \neg(d \rightarrow \neg a))$:

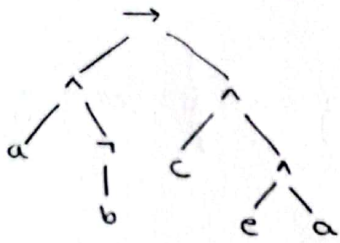
$$\{b \wedge a \rightarrow (\neg b \rightarrow d \wedge \neg(d \rightarrow \neg a)), b \wedge a, \neg b \rightarrow d \wedge \neg(d \rightarrow \neg a), \neg b, \neg(d \rightarrow \neg a), d \rightarrow \neg a, \neg a, a, b, d\}$$

10. $\neg(b \rightarrow a) \wedge \neg(a \wedge b) \rightarrow \neg a \vee b$:

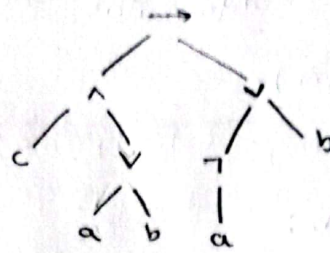
$$\{\neg(b \rightarrow a) \wedge \neg(a \wedge b) \rightarrow \neg a \vee b, \neg(b \rightarrow a) \wedge \neg(a \wedge b), \neg a \vee b, \neg(b \rightarrow a), \neg(a \wedge b), b \rightarrow a, \neg(b \rightarrow a) \wedge \neg(a \wedge b) \rightarrow \neg a \vee b, \neg a, a, b\}$$

Ejercicio 4.2: Construye el árbol de formación de las fórmulas del ejercicio 4.1.

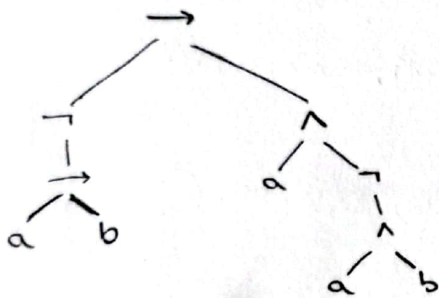
1. $a \wedge \neg b \rightarrow c \vee (c \wedge a)$:



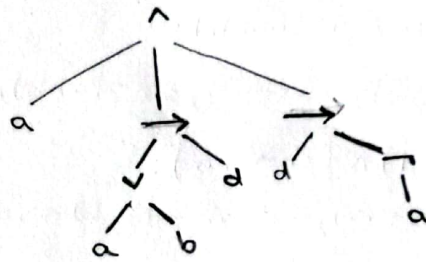
2. $c \wedge (a \vee b) \rightarrow \neg a \vee b$:



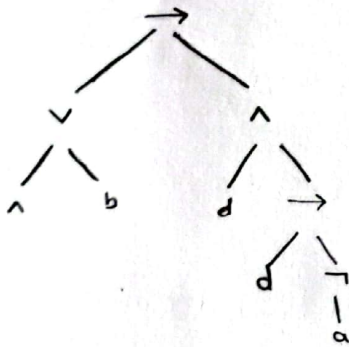
3. $\neg(a \rightarrow b) \rightarrow a \wedge \neg(a \wedge b)$:



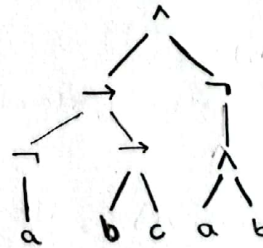
4. $a \wedge (a \vee b \rightarrow d) \wedge (d \rightarrow \neg a)$:



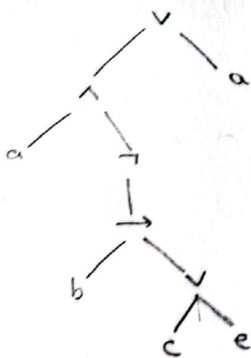
5. $(a \wedge c) \vee b \rightarrow d \wedge (d \rightarrow \neg a)$:



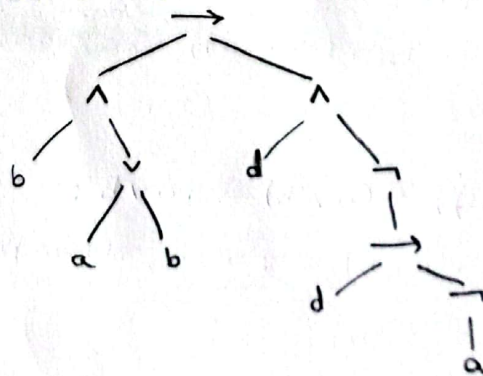
6. $\neg a \rightarrow (b \rightarrow a) \wedge \neg(a \wedge b)$:



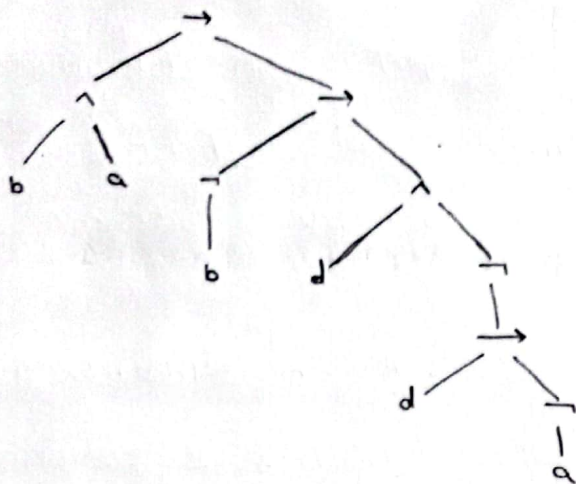
7. $(a \wedge \neg(b \rightarrow c \vee e)) \vee a$:



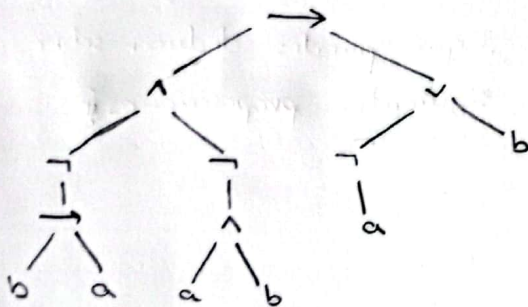
8. $b \wedge (a \vee b) \rightarrow d \wedge \neg(d \rightarrow \neg a)$:



9. $b \wedge a \rightarrow (\neg b \rightarrow d \wedge \neg(d \rightarrow \neg a))$:



10. $\neg(b \rightarrow a) \wedge \neg(a \wedge b) \rightarrow \neg a \vee b$:



Ejercicio 4.3: Si en un determinado mundo v , a y β son verdaderas y γ es falsa, ¿cuál es el valor de verdad en dicho mundo de las siguientes proposiciones?

1. $a \vee \gamma \rightarrow 1 + 0 = 1$

2. $a \wedge \gamma \rightarrow 1 \cdot 0 = 0$

3. $\neg a \wedge \neg \gamma \rightarrow \neg 1 \wedge \neg 0 = 0 \wedge 1 = 0 \cdot 1 = 0$

4. $a \leftrightarrow \neg \beta \vee \gamma \rightarrow 1 + a + (\neg \beta + \gamma) = 1 + 1 + (0 + 0) = 1$

5. $\beta \vee \neg \gamma \rightarrow a \rightarrow 1 + (1 + 1 + 1 \cdot 1) \cdot 1 = 1$

6. $\beta \vee a \rightarrow (\beta \rightarrow \neg \gamma) = 1 \vee 1 \rightarrow (1 \rightarrow \neg 0) = 1 \vee 1 \rightarrow (1 \rightarrow 1) = 1 \rightarrow 1 = 1$

7. $(\beta \leftrightarrow \neg a) \leftrightarrow (a \leftrightarrow \gamma) = (1 \leftrightarrow \neg 1) \leftrightarrow (1 \leftrightarrow 0) = (1 \leftrightarrow 0) \leftrightarrow (1 \leftrightarrow 0) = 0 \leftrightarrow 0 = 1$

8. $(\beta \rightarrow a) \rightarrow ((a \rightarrow \neg \gamma) \rightarrow (\neg \gamma \rightarrow \beta)) = (1 \rightarrow 1) \rightarrow ((1 \rightarrow 1) \rightarrow (1 \rightarrow 1)) = 1 \rightarrow (1 \rightarrow 1) = 1 \rightarrow 1 = 1$

Ejercicio 4.4: Si $a \rightarrow \beta$ es verdadera en un mundo v , ¿qué puedes decir sobre el valor de verdad en dicho mundo de las siguientes proposiciones?

1. $a \vee \gamma \rightarrow \beta \vee \delta$ $a \rightarrow \beta = 1, 1 + a + \alpha \beta = 1, a + \alpha \beta = 0, \alpha = a \beta$

$1 + a \vee \gamma + (a + \gamma)(\beta \vee \delta) = 1 + a + \gamma + a\gamma + (a + \gamma + a\gamma)(\beta + \delta + \beta\delta) =$
 $\rightarrow 1 + a + \gamma + a\gamma + \alpha\beta + \alpha\gamma + \alpha\beta\gamma + \beta\gamma + \gamma + \beta\delta + \alpha\beta\delta + a\gamma + \alpha\beta\gamma \Rightarrow$

$\begin{cases} \alpha = \beta = 1 \\ \alpha = \beta = 0 \\ \alpha = 0 \\ \beta = 1 \end{cases}$

Esto no son apuntes pero tiene un 10 asegurado (y lo vas a disfrutar igual).

Abre la Cuenta NoCuenta con el código **WUOLAH10**, haz tu primer pago y llévate 10 €.

Me interesa

1/6

Este número es indicativo del riesgo del producto, siendo 1/6 indicativo de menor riesgo y 6/6 de mayor riesgo.

ING BANK NV se encuentra adherido al Sistema de Garantía de Depósitos Holandeses con una garantía de hasta 100.000 euros por depositante. Consulta más información en [ing.es](https://www.ing.es)



$$2. \alpha \wedge \gamma \rightarrow \beta \wedge \gamma = \neg(\alpha \wedge \gamma) \vee (\beta \wedge \gamma) = (1 + \alpha\gamma) + (\beta\gamma) + (1 + \alpha\gamma) \cdot (\beta\gamma) \rightarrow \\ \rightarrow = 1 + \alpha\gamma + \beta\gamma + \beta\gamma + \alpha\beta\gamma = 1 + \alpha\gamma + \alpha\beta\gamma = 1$$

$$3. \neg \alpha \wedge \beta \leftrightarrow \alpha \vee \beta = 1 - \alpha \wedge \beta + \alpha \vee \beta = 1 + (1 - \alpha)\beta + \alpha + \beta + \alpha\beta = 1 + \beta + \alpha\beta + \alpha + \beta + \alpha\beta = 1$$

Ejercicio 4.5: Si $\alpha \leftrightarrow \beta$ es falsa en un mundo v , ¿qué puedes deducir sobre el valor de verdad en dicho mundo de las siguientes proposiciones?

$$\alpha \leftrightarrow \beta = 0 \begin{cases} \alpha = 1, \beta = 0 \\ \alpha = 0, \beta = 1 \end{cases}$$

1. $\alpha \wedge \beta$:

- $1 \wedge 0 = 0$
- $0 \wedge 1 = 0$

2. $\alpha \vee \beta$:

- $1 \vee 0 = 1$
- $0 \vee 1 = 1$

3. $\alpha \rightarrow \beta$

- $0 \rightarrow 1 = 1$
- $1 \rightarrow 0 = 0$

4. $\alpha \wedge \gamma \leftrightarrow \beta \wedge \gamma \rightarrow \gamma = 0, \gamma = 1$

- $0 \wedge 0 \leftrightarrow 1 \wedge 0 = 0 \leftrightarrow 0 = 1$
- $0 \wedge 1 \leftrightarrow 1 \wedge 1 = 0 \leftrightarrow 1 = 0$
- $1 \wedge 0 \leftrightarrow 0 \wedge 0 = 0 \leftrightarrow 0 = 1$
- $1 \wedge 1 \leftrightarrow 0 \wedge 1 = 1 \leftrightarrow 0 = 0$

Ejercicio 4.6: El mismo ejercicio anterior suponiendo $\alpha \rightarrow \beta$ verdadera:

$$\alpha \rightarrow \beta = 1 \begin{cases} \alpha = 0, \beta = 0 \\ \alpha = 0, \beta = 1 \\ \alpha = 1, \beta = 1 \end{cases}$$

1. $\alpha \wedge \beta$:

- $0 \wedge 0 = 0$
- $0 \wedge 1 = 0$
- $1 \wedge 1 = 1$

2. $\alpha \vee \beta$:

- $0 \vee 0 = 0$
- $0 \vee 1 = 1$
- $1 \vee 1 = 1$

3. $\alpha \rightarrow \beta$

- Verdadera Siempre en este mundo.

Consulta condiciones aquí



do your thing

WUOLAH

Escaneado con CamScanner

4. $\alpha \wedge \gamma \leftrightarrow \beta \wedge \delta$

- $0 \wedge 0 \leftrightarrow 0 \wedge 0 = 0 \leftrightarrow 0 = 1$
- $0 \wedge 1 \leftrightarrow 0 \wedge 1 = 0 \leftrightarrow 0 = 1$
- $0 \wedge 0 \leftrightarrow 1 \wedge 0 = 0 \leftrightarrow 0 = 1$
- $0 \wedge 1 \leftrightarrow 1 \wedge 1 = 0 \leftrightarrow 1 = 0$
- $1 \wedge 0 \leftrightarrow 1 \wedge 0 = 0 \leftrightarrow 0 = 1$
- $1 \wedge 1 \leftrightarrow 1 \wedge 1 = 1 \leftrightarrow 1 = 1$

Ejercicio 4.7: Clasifica las siguientes proposiciones:

1. $a \leftrightarrow a \vee a$:

$\{a \leftrightarrow a \vee a, a \leftrightarrow a, a\}$

a	$a \leftrightarrow a \vee a$	$a \leftrightarrow a$
0	1	1
1	1	1

Es una tautología

2. $(\alpha \rightarrow \beta) \wedge (\beta \rightarrow \gamma) \rightarrow (\alpha \rightarrow \gamma)$

α	β	γ	$(\alpha \rightarrow \beta) \wedge (\beta \rightarrow \gamma) \rightarrow (\alpha \rightarrow \gamma)$	$(\alpha \rightarrow \beta) \wedge (\beta \rightarrow \gamma)$	$\alpha \rightarrow \beta$	$\beta \rightarrow \gamma$	$\alpha \rightarrow \gamma$
0	0	0	1	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1	1
0	1	0	1	0	1	0	1
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0	1	1
1	0	1	1	0	0	1	0
1	1	0	1	0	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1

Es una tautología.

3. $(\alpha \rightarrow \beta) \wedge \beta \rightarrow \alpha$

α	β	$(\alpha \rightarrow \beta) \wedge \beta \rightarrow \alpha$	$\alpha \rightarrow \beta$	$\beta \rightarrow \alpha$
0	0	1	1	1
0	1	0	1	0
1	0	0	0	1
1	1	1	1	1

Es una tautología.

4. $\neg \alpha \rightarrow \alpha \wedge \beta$

α	β	$\neg \alpha \rightarrow \alpha \wedge \beta$	$\neg \alpha$	$\alpha \wedge \beta$
0	0	0	1	0
0	1	0	1	0
1	0	1	0	0
1	1	1	0	1

No es una tautología.

1/6

Este número es indicativo del riesgo del producto, siendo 1/6 indicativo de menor riesgo y 6/6 de mayor riesgo.

ING BANK NV se encuentra adherido al Sistema de Garantía de Depósitos Holandés con una garantía de hasta 100.000 euros por depositante. Consulta más información en ing.es

Que te den **10 € para gastar**
es una fantasía.
ING lo hace realidad.

Abre la **Cuenta NoCuenta** con el código
WUOLAH10, haz tu primer pago y llévate 10 €.

Quiero el cash

[Consulta condiciones aquí](#)



do your thing

5. $\alpha \wedge \neg(\alpha \vee \beta)$

α	β	$\alpha \wedge \neg(\alpha \vee \beta)$	$\neg(\alpha \vee \beta)$	$\alpha \vee \beta$
0	0	0	1	0
0	1	0	0	1
1	0	0	0	1
1	1	0	0	1

No es una tautología.

6. $\neg \alpha \leftrightarrow (\alpha \rightarrow \neg \alpha)$

α	$\neg \alpha \leftrightarrow (\alpha \rightarrow \neg \alpha)$	$\alpha \rightarrow \neg \alpha$	$\neg \alpha$
0	1	1	1
1	1	0	0

Es una tautología.

7. $(\alpha \rightarrow \beta) \leftrightarrow \neg \alpha \vee \beta$

α	β	$(\alpha \rightarrow \beta) \leftrightarrow \neg \alpha \vee \beta$	$\alpha \rightarrow \beta$	$\neg \alpha \vee \beta$	$\neg \alpha$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1
1	0	1	0	0	0
1	1	1	1	1	0

Es una tautología

8. $(\alpha \rightarrow \beta) \leftrightarrow \neg(\alpha \wedge \neg \beta)$

α	β	$(\alpha \rightarrow \beta) \leftrightarrow \neg(\alpha \wedge \neg \beta)$	$\alpha \rightarrow \beta$	$\neg(\alpha \wedge \neg \beta)$	$\alpha \wedge \neg \beta$	$\neg \beta$
0	0	1	1	1	0	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	1	0	0	1	1
1	1	1	1	1	0	0

No es una tautología

Ejercicio 4.8:

A, α = "A es veraz", $\alpha \rightarrow$ enunciado dicho por A

Veraz: $\alpha = \alpha \rightarrow 1 = 1$

Mendaz: $\alpha = \alpha \rightarrow 0 = 0$

1. "Ambos somos embusteros".

h: hombre veraz

m: mujer veraz

$$h = \neg h \wedge \neg m = (1+h)(1+m) = 1+m+h+mh \rightarrow h = 1+m+h+mh \rightarrow 1 = m+mh \rightarrow$$

$$\rightarrow 1 = m(1+h) \begin{cases} h=0 \rightarrow \text{hombre mendaz} \\ m=1 \rightarrow \text{mujer veraz} \end{cases}$$



2. "Por lo menos uno de nosotros es embustero":

$$h \rightarrow h \vee \neg m = (1+h) + (1+m) + (1+h) \cdot (1+m) = h + m + 1 + h + h + m \rightarrow$$

$$\rightarrow h = 1 + h + m \rightarrow 1 = h + m \rightarrow \begin{cases} h=1 \rightarrow \text{hombre veraz} \\ m=0 \rightarrow \text{mujer mentaz} \end{cases}$$

3. "Si yo soy veraz, mi mujer también lo es".

$$h = h \rightarrow m = 1 + h + h + m \rightarrow h = 1 + h + h + m \rightarrow 1 = h + m \rightarrow \begin{cases} h=1 \rightarrow \text{hombre veraz} \\ m=1 \rightarrow \text{mujer veraz} \end{cases}$$

4. "Yo soy lo mismo que mi mujer"

$$h = h \leftrightarrow m = 1 + h + m \rightarrow h = 1 + h + m \rightarrow 1 = m \rightarrow \text{mujer veraz}$$

$$h = 0 \text{ ó } 1$$

Ejercicio 4.9:

x = "Pedro está en la isla"

1. A: Si B y yo somos veraces, entonces Pedro está en la isla.

B: Si A y yo somos veraces, entonces Pedro está en la isla.

$$\begin{aligned} a = b \wedge a &\rightarrow x = 1 + b \wedge a + (b \wedge a) \cdot x \rightarrow a = 1 + ab + abx \\ b = a \wedge b &\rightarrow x = 1 + a \wedge b + (a \wedge b) \cdot x \rightarrow b = 1 + ab + abx \end{aligned} \rightarrow a = b$$

$$a = 1 + a + ax \rightarrow 1 = ax \rightarrow \begin{cases} a=1=b \\ x=1 \end{cases}$$

Pedro está en la isla.

2. A: Si alguno de los dos es veraz, entonces Pedro está en la isla.

B: Eso es verdad.

$$\begin{aligned} a = a \vee b &\rightarrow x \Rightarrow 1 + a \vee b + (a \vee b) \cdot x \Rightarrow a = 1 + a + b + ab + ax + bx + abx \\ b = a \vee b &\rightarrow x \Rightarrow 1 + a \vee b + (a \vee b) \cdot x \Rightarrow b = 1 + a + b + ab + ax + bx + abx \end{aligned} \rightarrow a = b \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = 1 + a + ax \rightarrow 1 = ax \rightarrow \begin{cases} a=b=1 \\ x=1 \end{cases}$$

Pedro está en la isla

3. A: "B es veraz y Pedro está en la isla".
B: "A es un embustero y Pedro no está en la isla". ó "A es un embustero y Pedro está en la isla".

$$\begin{aligned} a = b \wedge x &\quad \text{ó} \quad a = b \wedge \neg x \\ b = \neg a \wedge \neg x &\quad \text{ó} \quad b = a \wedge x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a = b \cdot x &\quad \text{ó} \quad a = b \cdot \neg x \\ b = (1+a) \cdot (1+x) &\quad \text{ó} \quad b = (1+a) \cdot x \end{aligned} \rightarrow \begin{cases} a = b \cdot x \\ b = 1+x+a+ax \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = b \cdot x \\ b = 1+x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = b \cdot x \\ b = 1+x \\ a = 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} a = b \cdot x &\quad \text{ó} \quad a = b \cdot \neg x \\ b = a \cdot x &\quad \text{ó} \quad b = a \cdot \neg x \end{aligned} \rightarrow \begin{cases} a = b \cdot x \\ b = a \cdot x \end{cases} \Rightarrow a = b \rightarrow a = 0 = b \Rightarrow x = 0$$

Pedro no está en la isla

4.

$$a = x$$

$$b = 7x = 1 + x$$

$$c = q$$

$$d = 7x \wedge 7q = (1+x) \cdot (1+q) = 1 + q + x + xq$$

$$e = 7d \vee c = (1+d) + c + (1+d) \cdot c = 1 + d + c + c + cd = 1 + d + c + cd$$

$$a = 7e \vee c = 1 + e + ce \rightarrow a = 1 + x + q + xq + q + q + q \Rightarrow xq = 1 \rightarrow x = q = 1 \rightarrow$$

$$\rightarrow a = 1; b = 0; c = 1; d = 0; e = 1$$

Pedro está en la isla.

Ejercicio 4.10: Estudia si las siguientes equivalencias son ciertas o no.

Justifica la respuesta.

1: $a \rightarrow b \equiv \neg a \rightarrow \neg b$

$$a \rightarrow b = 1 + a + ab$$

$$\neg a \rightarrow \neg b = x + x + a + (1+a)(1+b) = x + 1 + b + x + ab = 1 + b + a + b$$

No es cierta.

2: $a \leftrightarrow b \equiv \neg a \leftrightarrow \neg b$

$$a \leftrightarrow b = 1 + a + b$$

Si es cierta

$$\neg a \leftrightarrow \neg b = x + x + a + 1 + b = 1 + a + b$$

3: $(a \vee b) \rightarrow c \equiv (a \rightarrow c) \vee (b \rightarrow c)$

$$(a \vee b) \rightarrow c = 1 + a + b + (a \vee b)c = 1 + a + b + ab + (a + b + ab)c = 1 + a + b + ab + ac + bc + abc$$

$$(a \rightarrow c) \vee (b \rightarrow c) = (a \rightarrow c) + (b \rightarrow c) + (a \rightarrow c) \cdot (b \rightarrow c) = x + a + ac + x + b + bc + (1 + a + ac)(1 + b + bc)$$

$$\rightarrow x + ac + b + bc + 1 + b + bc + x + ab + abc + xc + abc + abc = 1 + ab + abc$$

No es cierta

4: $(a \vee b) \rightarrow c \equiv (a \rightarrow c) \wedge (b \rightarrow c)$

$$(a \vee b) \rightarrow c = 1 + a + b + ab + ac + bc + abc$$

$$(a \rightarrow c) \wedge (b \rightarrow c) = (1 + a + ac) \cdot (1 + b + bc) = 1 + b + bc + a + ab + abc + ac + abc + abc \rightarrow$$

$$\rightarrow = 1 + a + b + ab + ac + bc + abc$$

Si es cierta.

5: $a \rightarrow (b \vee c) \equiv (a \rightarrow b) \vee (a \rightarrow c)$

$$a \rightarrow (b \vee c) = 1 + a + a(b \vee c) = 1 + a + a(b + c + bc) = 1 + a + ab + ac + abc$$

$$(a \rightarrow b) \vee (a \rightarrow c) = a \rightarrow b + a \rightarrow c + (a \rightarrow b) \cdot (a \rightarrow c) = x + a + ab + x + a + ac + (1 + a + ab) \cdot (1 + a + ac) \rightarrow$$

$$\rightarrow = ab + ac + 1 + x + ac + x + a + ac + ab + abc = 1 + a + ac + ab + abc$$

Si es cierta.

$$G: a \rightarrow (b \rightarrow c) \equiv (a \wedge b) \rightarrow c$$

$$a \rightarrow (b \rightarrow c) = 1 + a + a(b \rightarrow c) = 1 + a + a(1 + b + bc) = 1 + a + a + ab + abc \rightarrow$$

$$\rightarrow = 1 + ab + abc$$

si es cierta

$$(a \wedge b) \rightarrow c = 1 + (a \wedge b) + (a \wedge b)c = 1 + ab + abc$$

Ejercicio 4.11: Estudia si el siguiente conjunto de proposiciones es satisfacible o insatisfacible:

$$\Gamma = \{c \rightarrow (a \vee b), b \rightarrow (c \rightarrow a), d \wedge \neg(c \rightarrow a)\}$$

Los resolveremos por producto de polinomios:

$$c \rightarrow (a \vee b) = 1 + c + c(a \vee b) = 1 + c + c(a + b + ab) = 1 + c + ac + bc + abc$$

$$b \rightarrow (c \rightarrow a) = 1 + b + b(c \rightarrow a) = 1 + b + b(1 + c + ac) = 1 + b + b + bc + abc \rightarrow$$

$$\rightarrow = 1 + bc + abc$$

$$d \wedge \neg(c \rightarrow a) = d \cdot (1 + (1 + c + ac)) = d + d + cd + acd = cd + acd$$

$$(1 + c + ac + bc + abc) \cdot (1 + bc + abc) \cdot (cd + acd) = \rightarrow$$

$$\rightarrow = (1 + bc + abc + c + bc + abc + ac + abc + abc + bc + bc + abc + abc + abc + abc)(cd + acd) =$$

$$\rightarrow = (1 + c + ac) \cdot (cd + acd) = cd + acd + cd + acd + acd + acd = 0 \rightarrow \text{Es insatisfacible}$$

Ejercicio 4.12: Determina utilizando el teorema de la deducción y polinomios de Gegalikine si son o no tautologías las siguientes formulas.

$$1. (\beta \rightarrow \alpha \vee \delta) \rightarrow ((\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\alpha \rightarrow ((\delta \rightarrow \beta) \rightarrow \delta)))$$

$$\models (\beta \rightarrow \alpha \vee \delta) \rightarrow ((\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\alpha \rightarrow ((\delta \rightarrow \beta) \rightarrow \delta))) \Rightarrow (\beta \rightarrow \alpha \vee \delta) \models (\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\alpha \rightarrow ((\delta \rightarrow \beta) \rightarrow \delta)) \rightarrow$$

$$\Rightarrow \beta \rightarrow \alpha \vee \delta, \alpha \rightarrow \beta \models \alpha \rightarrow ((\delta \rightarrow \beta) \rightarrow \delta) \Rightarrow \beta \rightarrow \alpha \vee \delta, \alpha \rightarrow \beta, \alpha \models (\delta \rightarrow \beta) \rightarrow \delta \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \beta \rightarrow \alpha \vee \delta, \alpha \rightarrow \beta, \alpha, \delta \rightarrow \beta \models \delta \Rightarrow \{\beta \rightarrow \alpha \vee \delta, \alpha \rightarrow \beta, \alpha, \delta \rightarrow \beta, \neg \delta\} \text{ es insatisfacible.}$$

$$\beta \rightarrow \alpha \vee \delta = 1 + \beta + \beta(\alpha + \delta + \alpha \cdot \delta) = 1 + \beta + \alpha\beta + \beta\delta + \alpha\beta\delta$$

$$\alpha \rightarrow \beta = 1 + \alpha + \alpha\beta$$

$$\alpha$$

$$\delta \rightarrow \beta = 1 + \delta + \delta\beta$$

$$\neg \delta = 1 + \delta$$

Esto no son apuntes pero tiene un 10 asegurado (y lo vas a disfrutar igual).

Abre la Cuenta NoCuenta con el código **WUOLAH10**, haz tu primer pago y llévate 10 €.

Me interesa

1/6

Este número es indicativo del riesgo del producto, siendo 1/6 indicativo de menor riesgo y 6/6 de mayor riesgo.

ING BANK NV se encuentra adherido al Sistema de Garantía de Depósitos Holandés con una garantía de hasta 100.000 euros por depositante. Consulta más información en [ing.es](https://www.ing.es)



$$\Rightarrow (1 + \beta + \alpha\beta + \beta\delta + \alpha\beta\delta) \cdot \alpha \cdot \beta \cdot (1 + \gamma + \beta\gamma) \cdot (1 + \delta) = \dots$$

$$\Rightarrow (\alpha\beta + \alpha\beta + \alpha\beta + \alpha\beta\delta + \alpha\beta\delta) \cdot (1 + \gamma + \beta\gamma) \cdot (1 + \delta) = (\alpha\beta + \alpha\beta\delta + \alpha\beta\delta) (1 + \delta) = \alpha\beta + \alpha\beta\delta$$

$$\alpha = \beta = 1; \gamma = 0$$

$$2. (\beta \rightarrow \neg \alpha) \rightarrow ((\neg \alpha \rightarrow \neg(\alpha \rightarrow \beta)) \rightarrow \alpha)$$

$$\beta \rightarrow \neg \alpha = 1 + \alpha\beta$$

$$\neg \alpha \rightarrow \neg(\alpha \rightarrow \beta) = 1 + (\neg \alpha) + (\neg \alpha) + (\neg \alpha)(\neg(\alpha \rightarrow \beta)) = 1 + \alpha + \alpha\beta + \alpha + \alpha\beta = \alpha$$

$$\neg \alpha = 1 + \alpha$$

$$(1 + \alpha\beta) \cdot \alpha \cdot (1 + \alpha) = (\alpha + \alpha\beta) \cdot (1 + \alpha) = \alpha + \alpha + \alpha\beta + \alpha\beta = 0$$

$$3. (\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow ((\beta \rightarrow \delta) \rightarrow (\alpha \rightarrow \delta))$$

$$\{\alpha \rightarrow \beta, \beta \rightarrow \delta, \alpha, \neg \delta\}$$

$$(\alpha \rightarrow \beta) \cdot (\beta \rightarrow \delta) \cdot \alpha \cdot \neg \delta = (1 + \alpha + \alpha\beta) \cdot (1 + \beta + \beta\delta) \cdot \alpha \cdot (1 + \delta) = (1 + \alpha + \alpha\beta) \cdot (\alpha + \alpha\beta + \alpha\beta\delta) \cdot (1 + \delta) =$$

$$\Rightarrow (\alpha + \alpha\beta + \alpha\beta\delta + \alpha + \alpha\beta + \alpha\beta\delta + \alpha\beta + \alpha\beta + \alpha\beta\delta) (1 + \delta) = \alpha\beta \cdot (1 + \delta) = \alpha\beta + \alpha\beta\delta$$

$$\alpha = \beta = 1; \delta = 0$$

$$4. ((\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \alpha) \rightarrow \alpha$$

$$\models ((\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \alpha) \rightarrow \alpha \Rightarrow \{\alpha \rightarrow \beta, \alpha, \neg \alpha\}$$

$$\alpha \rightarrow \beta = 1 + \alpha + \alpha\beta$$

$$(1 + \alpha + \alpha\beta) \cdot \alpha \cdot (1 + \alpha) = 1 + \alpha + \alpha\beta$$

$$\neg \alpha = 1 + \alpha$$

Ejercicio 4.13. Estudia cuales de las siguientes consecuencias lógicas son ciertas:

$$1. \{\neg(\alpha \wedge \beta), \neg c \vee \alpha, b\} \models \neg \alpha \wedge \neg c$$

$$\neg(\alpha \wedge \beta) = 1 + \alpha\beta$$

$$\neg c \vee \alpha = \neg c + \alpha + (\neg c) \cdot \alpha = 1 + c + \alpha + (1 + c)\alpha = 1 + c + \alpha + \alpha + \alpha c = 1 + c + \alpha + \alpha c$$

$$\neg(\neg \alpha \wedge \neg c) \equiv \alpha \vee c = \alpha + c + \alpha c$$

$$(1 + \alpha\beta)(1 + c + \alpha\beta c)(\alpha + c + \alpha c) = (1 + \alpha\beta)(b + bc + \alpha c) \cdot b \cdot (\alpha + c + \alpha c) =$$

$$\Rightarrow (b + bc + \alpha bc + \alpha b + \alpha bc + \alpha bc)(\alpha + c + \alpha c) = (b + bc + \alpha bc + \alpha b)(\alpha + c + \alpha c) =$$

$$\Rightarrow = \alpha b + \alpha b + \alpha bc + \alpha bc = 0$$

Consulta condiciones aquí



do your thing

WUOLAH

Escaneado con CamScanner

$$2. \{\neg(a \wedge b), \neg c \vee a, b\} \models \neg a \rightarrow \neg c$$

$$\{\neg(a \wedge b), \neg c \vee a, b, \neg(\neg a \rightarrow \neg c)\}$$

$$* \neg(a \wedge b) = 1 + ab$$

$$* \neg c \vee a = 1 + c + a + (1+c) \cdot a = 1 + c + ac = c \rightarrow a$$

$$* \neg(\neg a \rightarrow \neg c) = \neg(a \vee \neg c) = \neg a \wedge c = (1+a) \cdot c = c + ac$$

$$* b$$

$$(1+ab) \cdot (1+c+ac) \cdot (b) \cdot (c+ac) = (1+c+ac+ab+abc+abc) \cdot (bc+abc) = (1+c+ac+ab) \cdot (bc+abc) =$$

$$\rightarrow = \cancel{bc} + \cancel{abc} + \cancel{b^2c} + \cancel{ab^2c} + \cancel{abc} + \cancel{abc} + \cancel{abc} + \cancel{abc} = 0 \rightarrow \text{insatisfacible, por tanto, es cierta.}$$

$$3. \{\neg(a \wedge b), \neg c \vee a, b\} \models a \leftrightarrow \neg b$$

$$\{\neg(a \wedge b), \neg c \vee a, b, \neg(a \leftrightarrow \neg b)\}$$

$$* \neg(a \wedge b) = 1 + ab$$

$$* \neg c \vee a = 1 + c + ac$$

$$* b$$

$$* \neg(a \leftrightarrow \neg b) = \neg(a + \neg b) = \neg(a + b) = 1 + a + b$$

$$(1+ab) \cdot (1+c+ac) \cdot b \cdot (1+a+b) = (1+c+ac+ab) \cdot (b+ab+b) = (1+c+ac+ab) \cdot ab =$$

$$\rightarrow = \cancel{ab} + \cancel{abc} + \cancel{abc} + \cancel{ab} = 0 \rightarrow \text{insatisfacible, por tanto, es cierta}$$

$$4. \{\neg(a \wedge b), \neg c \vee a, b\} \models b \rightarrow c$$

$$\{\neg(a \wedge b), \neg c \vee a, b, \neg(b \rightarrow c)\}$$

$$* \neg(a \wedge b) = 1 + ab$$

$$* \neg c \vee a = 1 + c + ac$$

$$* b$$

$$* \neg(b \rightarrow c) = \neg(\neg b \vee c) = b \wedge \neg c = b \cdot (1+c) = b + bc$$

$$(1+ab) \cdot (1+c+ac) \cdot b \cdot (b+bc) = (1+c+ac+ab) \cdot (b+bc) = 1 \rightarrow$$

$$\rightarrow (b + \cancel{bc} + \cancel{abc} + ab + \cancel{b^2c} + bc + \cancel{abc} + abc = b + ab + bc + abc \rightarrow \text{no es satisfacible, por tanto, no es cierta}$$

Ejercicio 4.14:

$$1. \models (\beta \rightarrow \alpha \vee \delta) \rightarrow ((\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\alpha \rightarrow ((\delta \rightarrow \beta) \rightarrow \delta)))$$

$$\{\beta \rightarrow \alpha \vee \delta, \alpha \rightarrow \beta, \alpha, \delta \rightarrow \beta\} \models \delta \implies \{\beta \rightarrow \alpha \vee \delta, \alpha \rightarrow \beta, \alpha, \delta \rightarrow \beta, \neg \delta\}$$

$$\{\neg \beta \vee \alpha \vee \delta, \neg \alpha \vee \beta, \alpha, \neg \delta \vee \beta, \neg \delta\}$$

$$\downarrow \alpha = 1$$

$$\{\beta, \neg \delta \vee \beta, \neg \delta\}$$

$$\downarrow \delta = 0$$

$$\{\beta\}$$

$$\downarrow \beta = 1$$

$$\{\}$$

→ Satisfiable

$$2. (\beta \rightarrow \neg \alpha) \rightarrow ((\neg \alpha \rightarrow \neg (\alpha \rightarrow \beta)) \rightarrow \alpha)$$

$$\{\beta \rightarrow \neg \alpha, \neg \alpha \rightarrow \neg (\alpha \rightarrow \beta)\} \models \alpha$$

$$\{\beta \rightarrow \neg \alpha, \neg \alpha \rightarrow \neg (\alpha \rightarrow \beta), \neg \alpha\}$$

$$\{\neg \beta \vee \neg \alpha, \alpha, \alpha \vee \neg \beta, \neg \alpha\}$$

$$\downarrow \alpha = 1$$

$$\{\neg \beta, []\} \rightarrow \text{Insatisfiable}$$

$$\neg \alpha \rightarrow \neg (\alpha \rightarrow \beta) = \alpha \vee \neg (\alpha \rightarrow \beta) = \longrightarrow$$

$$\longrightarrow = \alpha \vee \neg (\neg \alpha \vee \beta) = \alpha \vee (\alpha \wedge \neg \beta) = \longrightarrow$$

$$\longrightarrow (\alpha \vee \alpha) \wedge (\alpha \vee \neg \beta) = \underline{\alpha \wedge (\alpha \vee \neg \beta)}$$

$$3. (\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow ((\beta \rightarrow \delta) \rightarrow (\alpha \rightarrow \delta))$$

$$\{\alpha \rightarrow \beta, \beta \rightarrow \delta, \alpha\} \models \delta$$

$$\{\neg \alpha \vee \beta, \neg \beta \vee \delta, \alpha, \neg \delta\}$$

$$\downarrow \delta = 1$$

$$\{\neg \alpha \vee \beta, \alpha, []\} \rightarrow \text{Insatisfiable.}$$

$$4. ((\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \alpha) \rightarrow \alpha$$

$$\{\alpha \rightarrow \beta, \alpha\} \models \alpha$$

$$\{\neg \alpha \vee \beta, \alpha, \neg \alpha\}$$

$$\downarrow \alpha = 1$$

$$\{\beta, []\} \rightarrow \text{Insatisfiable}$$

$$5. (\beta \rightarrow \delta) \rightarrow (\neg (\alpha \rightarrow \delta) \rightarrow \neg \alpha \rightarrow \beta)$$

$$\{\beta \rightarrow \delta, \neg (\alpha \rightarrow \delta), \neg \alpha\} \models \beta$$

$$\{\neg \beta \vee \delta, \alpha, \neg \delta, \neg \alpha, \neg \beta\}$$

$$\downarrow \alpha = 1$$

$$\{\neg \beta \vee \delta, \neg \delta, [], \neg \beta\} \rightarrow \text{Insatisfiable}$$

$$\neg (\alpha \rightarrow \delta) = \neg (\neg \alpha \vee \delta) = \longrightarrow$$

$$\longrightarrow = \alpha \wedge \neg \delta$$



Reservados todos los derechos. No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

$$2. \{a \leftrightarrow b, a \vee b\} \models b$$

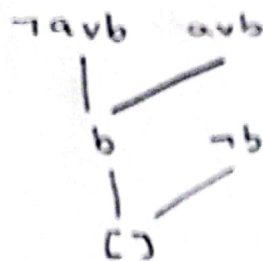
$$\{\neg a \vee b, a \vee b, \neg b\}$$

$$\downarrow b=0$$

$$\{\neg a, a\}$$

$$\downarrow a=1$$

$$\{[]\}$$



$$3. \{a \leftrightarrow \neg b, a \wedge b\} \models c$$

$$\{\neg a \vee \neg b, a \wedge b, \neg c\}$$

$$\downarrow a=1$$

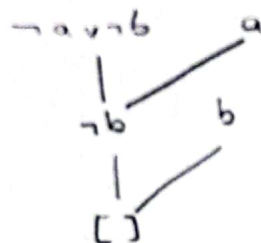
$$\{\neg b, b, \neg c\}$$

$$\downarrow b=1$$

$$\{\neg c\}$$

$$\downarrow c=0$$

$$\{[]\}$$



$$4. \{a \vee b, \neg a \vee \neg b\} \models a \leftrightarrow \neg b$$

$$\neg (a \leftrightarrow \neg b) \vdash (a \vee \neg b) \wedge (b \vee \neg c)$$

$$\{a \vee b, \neg a \vee \neg b, a \vee \neg b, b \vee \neg c\}$$

$$\downarrow b=1$$

$$\{\neg a, a\}$$

$$\downarrow a=1$$

$$\{[]\}$$

