

Relacion2.2.pdf



Pucherillos



Lógica y Métodos Discretos



1º Grado en Ingeniería Informática



**Escuela Técnica Superior de Ingenierías Informática y de Telecomunicación
Universidad de Granada**



MÁSTER EN

Inteligencia Artificial & Data Management

MADRID

Formamos
talento para un futuro
Sostenible

saber más





Lógica y Métodos Discretos

Pablo Vega Romero
Grupo 1A

Relación 2.2.

Ejercicio 2.15: Sean $f_i: B^3 \rightarrow B$ las funciones booleanas de tres variables con $i = 63; 82, 103, 104, 116, 126, 143, 172, 188, 217$ y 231 .

Halla: sus formas canónicas disyuntivas y conjuntivas, sus implicantes primos mediante Quine, Consensos, FCC y Karnaugh, sus formas canónicas disyuntivas reducidas, sus formas no simplificables mediante Karnaugh y Petrick.

2.15.1 $\rightarrow i = 63$

$63 = 00111111$

x	y	z	$f(x,y,z)$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Implicantes primos:

$\checkmark x^* y z^*$	$\checkmark x^* y$	y
$\checkmark x y^* z^*$	$\checkmark y z^*$	x
$\checkmark x^* y z$	$\checkmark x y^*$	
$\checkmark x y^* z$	$\checkmark x z^*$	
$\checkmark x y z^*$	$\checkmark y z$	
$\checkmark x y z$	$\checkmark x y$	
	$\checkmark x z$	

$$f_{63}(x,y,z) = x + y$$

Quine: x, y

* Formas no simplificables:

Petrick:

		m_2	m_3	m_4	m_5	m_6	m_7
A	x			x	x	x	x
B	y	x	x			x	x

$$f_{63} = B \cdot A(A+B) = A \cdot B \Rightarrow f_{63}(x,y,z) = x + y$$

$$f_{63} = m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6 + m_7$$

$$f_{63} = x^* y z^* + x^* y z + x y^* z^* + x y^* z + x y z^* + x y z$$

$$f_{63} = M_0 M_1$$

$$f_{63} = (x + y + z) \cdot (x + y + z^*)$$

$$\text{Consensos: } f_{63} = y + x$$

Forma canónica conjuntiva: $x + y$

Karnaugh:

xy	00	01	11	10
z				
0	1	1	1	1
1	1	1	1	1

$$f_{63}(x,y) = x + y$$

Karnaugh

xy	00	01	11	10
z				
0	1	1	1	1
1	1	1	1	1

$$f_{63}(x,y,z) = x + y$$

$$2.15.82 \rightarrow i = 82$$

$$82 = 01010010$$

- Forma canónica disyuntiva:

$$f_{82}(x, y, z) = m_1 + m_3 + m_6 = x^*y^*z + x^*yz + xy z^*$$

- Forma canónica conjuntiva:

$$f_{82}(x, y, z) = M_0 \cdot M_2 \cdot M_4 \cdot M_5 \cdot M_7 \rightarrow$$

$$\rightarrow = (x+y+z)(x+y+z) \cdot (x^*+y+z)(x^*+y+z)(x^*+y^*+z^*)$$

Implicantes primos:

* Quine:

$$\begin{array}{c|c} x^*y^*z & x^*z \\ \hline x^*yz & \\ xy z^* & \end{array}$$

$$f_{82}(x, y, z) = xy z^* + x^*z$$

* Método de la forma canónica conjuntiva (FCC):

$$f_{82}(x, y, z) = (x+y+z)(x+y^*+z)(x^*+y+z)(x^*+y+z)(x^*+y^*+z^*) \rightarrow$$

$$\rightarrow = (x+x^*y^*+xz+0 + xy+y^*z+xz+y^*z^*)(x^*+y+z)(x^*+y+z)(x^*+y^*+z^*) \rightarrow$$

$$\rightarrow = (x+z)(x^*+y+z)(x^*+y+z)(x^*+y^*+z^*) \rightarrow$$

$$\rightarrow = (0+xy+xz+x^*z+z^*y+0)(x^*+y+z)(x^*+y+z)(x^*+y^*+z^*) \rightarrow$$

$$\rightarrow = (xy+z)(x^*+y+z)(x^*+y+z)(x^*+y^*+z^*) \rightarrow$$

$$\rightarrow = (0+xy+xy z^*+x^*z+z^*y+0)(x^*+y+z)(x^*+y^*+z^*) \rightarrow$$

$$\rightarrow = (xy+x^*z+y z^*)(x^*+y+z) \rightarrow$$

$$\rightarrow = xy z^* + x^*z + x^*y z^* + x^*y z = \underline{xy z^* + x^*z}$$

Por consensos:

$$f_{82}(x, y, z) = x^*y^*z + x^*yz + xy z^* = xy z^* + x^*z$$

Karnaugh:

z \ y	x			
	00	01	11	10
0			1	
1	1	1		

$$\rightarrow f_{82}(x, y, z) = xy z^* + x^*z$$

- Forma canónica disyuntiva reducida:

$$f_{82}(x, y, z) = x^*y^*z + x^*yz + xy z^* = x^*z$$

- Formas no simplificables:

Karnaugh:

z \ y	00	01	11	10
			1	
1	1	1		

$$f_{82}(x, y, z) = xy z^* + x^*z$$

Petrick:

		m_1	m_3	m_6
A	$xy z^*$			x
B	x^*z	x	x	

$$f_{82}(x, y, z) = A \cdot B = xy z^* + x^*z$$

$$2.15.3 \rightarrow i = 103$$

$$103 = 01100111$$

$$FCD \rightarrow f_{103}(x, y, z) = m_2 + m_3 + m_5 + m_6 + m_7 = x^*y^*z + x^*yz^* + xy^*z + xy^*z^* + xyz$$

$$FCC \rightarrow f_{103}(x, y, z) = M_0 \cdot M_3 \cdot M_4 = (x+y+z)(x+y^*+z^*)(x^*+y+z)$$

- Implicantes primos:

Quine:

x^*y^*z	y^*z
x^*yz^*	y^*z^*
xy^*z	xz
xy^*z^*	xy
xyz	

$$f_{103}(x, y, z) = (y^*z) + (y^*z^*) + (xz) + (xy)$$

Karnaugh:

		x			
		00	01	11	10
y	0		1	1	
	1	1		1	1

$$f_{103}(x, y, z) = xz + yz^* + y^*z$$

- FCD reducidas: $xz + yz^* + y^*z$

- Formas no simplificables:

karnaugh

		x			
		00	01	11	10
y	0		1	1	
	1	1		1	1

$$f_{103}(x, y, z) = xz + yz^* + y^*z$$

Petrick:

		m_2	m_3	m_5	m_6	m_7
A	xz			x		x
B	xy				x	x
C	y^*z^*		x		x	
D	y^*z	x		x	x	x

$$C \cdot D \cdot (A+D) \cdot (A+B) \rightarrow CD(A+B) = ACD + BCD$$

$$ACD = xz + yz^* + y^*z$$

$$BCD = xy + yz^* + y^*z$$

Esto no son apuntes pero tiene un 10 asegurado (y lo vas a disfrutar igual).

Abre la Cuenta NoCuenta con el código **WUOLAH10**, haz tu primer pago y llévate 10 €.

Me interesa

1/6

Este número es indicativo del riesgo del producto, siendo 1/6 indicativo de menor riesgo y 6/6 de mayor riesgo.

ING BANK NV se encuentra adherido al Sistema de Garantía de Depósitos Holandés con una garantía de hasta 100.000 euros por depositante. Consulta más información en [ing.es](https://www.ing.es)



$$2.15.4 \rightarrow i = 104$$

$$104 = 01101000$$

$$FCD \rightarrow f_{104}(x, y, z) = m_1 + m_2 + m_4 = x^*y^*z + x^*y z^* + x y^* z^*$$

$$FCC \rightarrow f_{104}(x, y, z) = M_0 \cdot M_3 \cdot M_5 \cdot M_6 \cdot M_7 = (x+y+z)(x+y^*+z^*)(x^*+y+z)(x^*+y^*+z^*)(x^*+y^*+z^*)$$

Implicantes primos:

Quine:

$$\begin{array}{l} x^*y^*z \\ x^*y z^* \\ x y^* z^* \end{array} \rightarrow x^*y^*z + x^*y z^* + x y^* z^*$$

Consensus:

$$f_{104}(x, y, z) = x^*y^*z + x^*y z^* + x y^* z^*$$

FCC:

$$f_{104}(x, y, z) = (x+y+z)(x+y^*+z^*)(x^*+y+z)(x^*+y^*+z^*)(x^*+y^*+z^*) \rightarrow$$

$$\rightarrow (x + x^*y^*z + x^*y + yz^* + x^*y + yz^* + xz + y^*z^*)(x^*+y+z)(x^*+y^*+z^*)(x^*+y^*+z^*) \rightarrow$$

$$\rightarrow (x+y+z^*)(x^*+y+z^*)(x^*+y^*+z)(x^*+y^*+z^*) \rightarrow$$

$$\rightarrow (x+y+z^*)(x^*+y+z^*)(x^*+y^*+z)(x^*+y^*+z^*) \rightarrow$$

$$\rightarrow (x y z + x y^* z + x^* y z + x^* y z^* + x^* y^* z^*)(x^*+y^*+z^*) = \rightarrow$$

$$\rightarrow x y^* z^* + x^* y^* z + x^* y z^*$$

$$f_{104}(x, y, z) = x^*y^*z + x^*y z^* + x y^* z^*$$

Karnaugh:

xy \ z	00	01	11	10
0		1		1
1	1			

$$f_{104}(x, y, z) = x^*y^*z + x^*y z^* + x y^* z^*$$

$$FCR: f_{104}(x, y, z) = x^*y^*z + x^*y z^* + x y^* z^*$$

Formas no simplificables:

Karnaugh:

xy \ z	00	01	11	10
0		1		1
1	1			

$$f_{104}(x, y, z) = x^*y^*z + x^*y z^* + x y^* z^*$$

Petrick:

	m ₁	m ₂	m ₄
A x^*y^*z	X		
B x^*y z^*		X	
C x y^* z^*			X

$$f_{104}(x, y, z) = A + B + C$$

$$f_{104}(x, y, z) = x^*y^*z + x^*y z^* + x y^* z^*$$

Consulta condiciones aquí



do your thing

WUOLAH

Escaneado con CamScanner

2.15.5 $i = 116$

$116 = 01110100$

FCD: $m_1 + m_2 + m_3 + m_5 = x^*yz + x^*yz^* + x^*y^*z + xy^*z = f_{116}(x, y, z)$

FCC: $f_{116}(x, y, z) = M_0 \cdot M_4 \cdot M_6 \cdot M_7 = (x+y+z)(x^*+y+z)(x^*+y^*+z)(x^*+y^*+z^*)$

Implicantes primos:

Karnaugh:

$x \backslash z$	00	01	11	10
0		1		
1	1	1		1

$f_{116}(x, y, z) = x^*y + x^*z + yz$

Consensos:

$f_{116}(x, y, z) = x^*yz + x^*yz^* + x^*y^*z + xy^*z = x^*z + x^*y + yz$

FCC:

$f_{116}(x, y, z) = (x+y+z)(x^*+y+z)(x^*+y^*+z)(x^*+y^*+z^*) \rightarrow$
 $\rightarrow = (y+z) \cdot (x^*+y^*+z)(x^*+y^*+z^*) = (x^*y+z)(x^*+y^*+z^*) \rightarrow$
 $\rightarrow = x^*y + x^*y^* + x^*z + yz = x^*y + x^*z + yz$

Quine:

x^*y^*z	x^*z
x^*yz^*	y^*z
x^*yz	x^*y
xy^*z	

$\Rightarrow f_{116}(x, y, z) = x^*z + y^*z + x^*y$

FCA: $f_{116}(x, y, z) = x^*yz + x^*yz^* + x^*y^*z + xy^*z = z(x^*y + x^*y^* + xy^*) + x^*y^*z^* \rightarrow$
 $\rightarrow = x^*y + yz$

Formas no simplificables:

Petrick:

	m_1	m_2	m_3	m_5
A	x^*z	X	X	
B	y^*z	X		X
C	x^*y		X	X

$f_{116}(x, y, z) = (A+B) \cdot C \cdot (A+C) \cdot B$

$f_{116}(x, y, z) = C \cdot B = x^*y + y^*z$

Karnaugh:

$x \backslash z$	00	01	11	10
0		1		
1	1	1		1

$f_{116}(x, y, z) = y^*z + x^*y$

1/6

Este número es indicativo del riesgo del producto, siendo 1/6 indicativo de menor riesgo y 6/6 de mayor riesgo.

ING BANK NV se encuentra adherido al Sistema de Garantía de Depósitos Holandés con una garantía de hasta 100.000 euros por depositante. Consulta más información en ing.es

Que te den **10 € para gastar**
es una fantasía.
ING lo hace realidad.

Abre la **Cuenta NoCuenta** con el código
WUOLAH10, haz tu primer pago y llévate 10 €.

Quiero el cash

[Consulta condiciones aquí](#)



do your thing

2.15.6. $i=126$

$$126 = 01111110$$

$$FCD: f_{126}(x,y,z) = m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6 = x^*y^*z + x^*yz^* + x^*yz + xy^*z^* + xy^*z + xy^*z^*$$

$$FCC: f_{126}(x,y,z) = M_0 \cdot M_7 = (x+y+z) \cdot (x^*+y^*+z^*)$$

Implicantes primos:

Karnaugh:

z \ x	x			
	00	01	11	10
0		1	1	1
1	1	1		1

$$f_{126}(x,y,z) = x^*z + x^*y + xz^* + xy^* + yz^* + yz$$

Quine:

x^*y^*z	x^*z
x^*yz^*	y^*z
xy^*z^*	x^*y
x^*yz	yz^*
xy^*z	xz^*
xyz^*	

$$f_{126}(x,y,z) = x^*z + y^*z + x^*y + yz^* + xy^* + xz^*$$

$$FCR: f_{126}(x,y,z) = x^*y^*z + x^*yz^* + x^*yz + xy^*z^* + xy^*z + xy^*z^* = x^*z(y^*+y) + yz^*(x+x^*) + xy^*(z+z^*) \rightarrow x^*z + yz^* + y^*z$$

Formas no simplificables:

Karnaugh:

z \ x	x			
	00	01	11	10
0		1	1	1
1	1	1		1

$$f_{126}(x,y,z) = x^*y + xz^* + y^*z$$

$$f_{126}(x,y,z) = x^*z + yz^* + xy^*$$

Petrick:

	m_1	m_2	m_3	m_4	m_5	m_6
A x^*z	x		x			
B x^*y		x	x			
C yz^*		x				x
D xz^*				x		x
E xy^*				x	x	
F y^*z	x				x	

$$f_{126} = AF + BC + AB + DE + EF + CD$$



2.15.7. $i=143$

$$143 = 10001111$$

$$FCD \rightarrow f_{143}(x, y, z) = m_0 + m_4 + m_5 + m_6 + m_7 = x^0 y^0 z^0 + x^1 y^0 z^0 + x^1 y^1 z^0 + x^1 y^1 z^1 + x^1 y^1 z^1$$

$$FCC \rightarrow f_{143}(x, y, z) = M_3 M_2 M_1 = (x + y + z^0)(x + y^0 + z)(x + y^1 + z^0)$$

Implicantes primos:

Karnaugh:

xy \ z	00	01	11	10
0	1		1	1
1			1	1

$$f_{143}(x, y, z) = x + y^0 z^0$$

Quine:

$x^0 y^0 z^0$	$y^0 z^0$	x
$x^0 y^0 z^0$	$\checkmark x^0 y^0$	
$x^0 y^0 z^1$	$\checkmark x^0 z^1$	
$x^1 y^0 z^0$	$\checkmark x^1 z^0$	
$x^1 y^0 z^1$	$\checkmark x^1 y^1$	

$$f_{143}(x, y, z) = x + y^0 z^0$$

Formas no simplificables:

Karnaugh:

xy \ z	00	01	11	10
0	1		1	1
1			1	1

$$f_{143}(x, y, z) = x + y^0 z^0$$

Consensus:

$$f_{143}(x, y, z) = x^0 y^0 z^0 + x^1 y^0 z^0 + x^1 y^1 z^0 + x^1 y^1 z^1 + x^1 y^1 z^1 \rightarrow$$

$$\rightarrow x^0 y^0 z^0 + x^1 y^0 z^0 + x^1 y^1 z^0 + x^1 y^1 z^1 \rightarrow x^0 y^0 z^0 + x^1 z^0 + x^1 y^1 z^1 = x + y^0 z^0$$

FCC:

$$f_{143}(x, y, z) = (x + y + z^0)(x + y^0 + z)(x + y^1 + z^0) \rightarrow$$

$$\rightarrow (x + x y^0 + x z + x y + y z + x z^0 + y^0 z^0)(x + y^0 + z^0) \rightarrow$$

$$\rightarrow (y z + y^0 z^0)(x + y^0 z^0) = x y z + x y^0 z^0 + y^0 z^0 = x + y^0 z^0$$

$$FCR = x + y^0 z^0$$

Petrick:

	m_0	m_4	m_5	m_6	m_7
A	x	x	x	x	x
B	$y^0 z^0$	x			

$$f_{143} = A \cdot B \rightarrow f_{143}(x, y, z) = x + y^0 z^0$$

2.15.8. $i=172$

$$172 = 10101100$$

$$FCD: f_{172}(x,y,z) = m_0 + m_2 + m_4 + m_5 = x^*y^*z^* + x^*y^*z + xy^*z^* + xy^*z$$

$$FCC: f_{172}(x,y,z) = M_1 \cdot M_3 \cdot M_6 \cdot M_7 = (x+y+z)(x+y^*+z^*)(x^*+y+z^*)(x^*+y^*+z^*)$$

Implicantes primos:

Karnaugh:

$\begin{matrix} x \\ y \\ z \end{matrix}$	00	01	11	10
0	1	1		1
1				1

$$f_{172}(x,y,z) = x^*z^* + y^*z^* + xy^*$$

Consensos:

$$f_{172}(x,y,z) = x^*y^*z^* + x^*y^*z + xy^*z^* + xy^*z \rightarrow$$

$$\rightarrow x^*z^* + y^*z^* + xy^*$$

FCC:

$$f_{172}(x,y,z) = (x+y+z)(x+y^*+z^*)(x^*+y+z^*)(x^*+y^*+z^*) \rightarrow$$

$$\rightarrow (x+z^*)(x^*+y^*+z^*)(x^*+y+z^*) \rightarrow$$

$$\rightarrow (xy^*+xz+x^*z^*+y^*z^*)(x^*+y^*+z^*) \rightarrow$$

$$\rightarrow x^*z^* + y^*z^* + xy^*$$

Quine:

$x^*y^*z^*$	x^*z^*
x^*y^*z	y^*z^*
x^*yz^*	xy^*
xy^*z	

$$f_{172}(x,y,z) = x^*z^* + y^*z^* + xy^*$$

$$FCD: f_{172}(x,y,z) = x^*z^* + y^*z^* + xy^*$$

Formas no simplificables:

Karnaugh:

$\begin{matrix} x \\ y \\ z \end{matrix}$	00	01	11	10
0	1	1		1
1				1

$$f_{172}(x,y,z) = x^*z^* + xy^*$$

Petrick:

	m_0	m_2	m_4	m_5
A x^*y^*	x	(x)		
B y^*z^*	x		x	
C xy^*			x	(x)

$$f_{172} = (A+B) \cdot A \cdot (B+C) \cdot C = A \cdot C = x^*z^* + xy^*$$

2.15.9. $i=188$

$$188 = 10110110$$

FCD: $f_{188}(x,y,z) = m_0 + m_2 + m_3 + m_6 + m_7 = x^0y^0z^0 + x^0y^0z^1 + x^0y^1z^0 + x^1y^0z^0 + x^1y^0z^1$

FCC: $f_{188}(x,y,z) = M_2 \cdot M_4 \cdot M_7 = (x+y+z)(x+y+z)(x+y+z)$

Implicantes primos:

Karnaugh:

$\begin{matrix} x \\ y \\ z \end{matrix}$	00	01	11	10
0	1	1	1	
1		1		1

$$f_{188}(x,y,z) = x^0y + yz^0 + x^0z^0 + xy^0z$$

Quine:

$\begin{matrix} x^0y^0z^0 \\ x^0y^0z^1 \\ x^0y^1z^0 \\ x^1y^0z^0 \\ x^1y^0z^1 \end{matrix}$	$\begin{matrix} x^0z^0 \\ x^0y \\ yz^0 \end{matrix}$
---	--

$$f_{188}(x,y,z) = x^0z^0 + x^0y + yz^0 + xy^0z$$

FCR: $f_{188}(x,y,z) = x^0z^0 + x^0y + yz^0 + xy^0z$

Formas no simplificables:

Karnaugh:

$\begin{matrix} x \\ y \\ z \end{matrix}$	00	01	11	10
0	1	1	1	
1		1		1

$$f_{188}(x,y,z) = x^0z^0 + x^0y + yz^0 + xy^0z$$

Consensos:

$$f_{188}(x,y,z) = x^0y^0z^0 + x^0y^0z^1 + x^0y^1z^0 + x^1y^0z^0 + x^1y^0z^1 \rightarrow x^0z^0 + yz^0 + x^0y + xy^0z$$

FCC:

$$f_{188}(x,y,z) = (x+y+z)(x+y+z)(x+y+z) \rightarrow$$

$$\rightarrow (xy + xz + x^0y + y + yz + x^0z + yz^0) (x^0y + y^0z + z^0) \rightarrow x^0z^0 + yz^0 + x^0y + xy^0z$$

Petrick:

		m_0	m_2	m_3	m_6	m_7
A	x^0z^0	x	x			
B	yz^0		x			x
C	x^0y		x	x		
D	xy^0z				x	

$$f_{188}(x,y,z) = A \cdot B \cdot C \cdot D \rightarrow$$

$$\rightarrow f_{188}(x,y,z) = x^0z^0 + yz^0 + x^0y + xy^0z$$

Esto no son apuntes pero tiene un 10 asegurado (y lo vas a disfrutar igual).

Abre la Cuenta NoCuenta con el código **WUOLAH10**, haz tu primer pago y llévate 10 €.

Me interesa

1/6

Este número es indicativo del riesgo del producto, siendo 1/6 indicativo de menor riesgo y 6/6 de mayor riesgo.

ING BANK NV se encuentra adherido al Sistema de Garantía de Depósitos Holandés con una garantía de hasta 100.000 euros por depositante. Consulta más información en [ing.es](https://www.ing.es)



2. 15. 10. $i = 217$

$$217 = 11051001$$

$$FCD: f_{217}(x, y, z) = m_0 + m_1 + m_5 + m_4 + m_7 = x'y'z' + x'y'z + x'yz + x'y'z' + x'yz$$

$$FCC: f_{217}(x, y, z) = M_2 \cdot M_5 \cdot M_6 = (x + y' + z)(x' + y + z')(x' + y' + z)$$

Implicantes primos:

Karnaugh:

xy \ z	00	01	11	10
0	1			1
1	1	1	1	

$$f_{217}(x, y, z) = x'z + x'y' + y'z' + yz$$

Consensos:

$$f_{217}(x, y, z) = x'y'z' + x'y'z + x'yz + x'y'z' + x'yz \rightarrow$$

$$\rightarrow x'y' + y'z' + x'z + yz$$

FCC:

$$f_{217}(x, y, z) = (x + y' + z)(x' + y + z')(x' + y' + z) \rightarrow$$

$$\rightarrow (x + y' + z + x'z + yz)(x' + y' + z) \rightarrow$$

$$\rightarrow x'y' + y'z' + x'z + yz$$

Quine:

$x'y'z'$	$x'y'$
$x'y'z$	$y'z'$
$x'yz'$	$x'z$
$x'yz$	yz
xyz	

$$f_{217}(x, y, z) = x'y' + y'z' + x'z + yz$$

$$PCP: f_{217}(x, y, z) = x'y' + y'z' + x'z + yz$$

Formas no simplificables:

Karnaugh:

xy \ z	00	01	11	10
0	1			1
1	1	1	1	

xy \ z	00	01	11	10
0	1			1
1	1	1	1	

$$f_{217}(x, y, z) = yz + y'z' + x'y'$$

$$f_{217}(x, y, z) = y'z' + x'z + yz$$

Petrick:

	m_0	m_1	m_3	m_4	m_7
A $x'y'$			x		x
B $y'z'$		x	x		
C $x'z$	x				
D yz		x		x	

$$f_{217}(x, y, z) = (C+D)(B+C)(A+B) \cdot D \cdot A \rightarrow$$

$$\rightarrow (BC + C + BD + CD)(A+B) \cdot D \cdot A \rightarrow$$

$$\rightarrow ABD + BCD$$

$$ABD \rightarrow f_{217}(x, y, z) = x'y' + y'z' + yz$$

$$BCD \rightarrow f_{217}(x, y, z) = y'z' + x'z + yz$$

Consulta condiciones aquí



do your thing

Ejercicio 2.16. Sean $f_i: B^4 \rightarrow B$ las funciones booleanas de cuatro variables, con $i = 13244, 43944$ y 62640 . Halla: sus formas canónicas disyuntivas y conjuntivas, sus implicantes primos, sus formas canónicas disyuntivas reducidas y sus formas no simplificables.

2.16.1. $i = 13244$

$$13244 = 0011\ 0011\ 1011\ 1100$$

$$FCD: f_{13244}(x, y, z, t) = m_2 + m_3 + m_6 + m_7 + m_8 + m_{10} + m_{11} + m_{12} + m_{13} \longrightarrow$$

$$\longrightarrow = x'y'z't + x'yz't + x'yzt + x'yz't + x'yz't + x'yz't + x'yz't + x'yz't + x'yz't$$

$$FCC: f_{13244}(x, y, z, t) = M_0 M_1 M_4 M_5 M_6 M_7 M_{14} M_{15} \longrightarrow$$

$$\longrightarrow = (x+y+z+t)(x+y+z+t')(x+y+z+t)(x+y+z+t')(x+y+z+t)(x+y+z+t)(x+y+z+t)(x+y+z+t)$$

Implicantes primos:

$x'y'z't$	$x'y'z$	$x'z$
$x'yz't$	$x'yz$	
$x'y'zt$	$y'z$	$y'z$
$x'yz't$	$x'yz$	
$x'y'zt$	$x'zt$	$x'z$
$x'yz't$	$x'yz$	
$x'y'zt$	$xy'z$	$xy'z$
$x'yz't$	$x'yz$	
$x'y'zt$	$xy'z$	$xy'z$
$x'yz't$	$x'yz$	

$$f_{13244}(x, y, z) = x'z + y'z$$

$$FCA: x'z + y'z$$

Formas no simplificables:

$z \backslash y$	00	01	11	10
00			1	1
01			1	
11	1	1		1
10	1	1		1

$$f_{13244}(x, y, z, t) = x'z + x'yz't + x'yz't + y'z$$

2.16.2 i = 43944

43944 = 1010 1011 1010 1000

FCD: $f_{43944}(x, y, z, t) = m_0 + m_2 + m_6 + m_7 + m_8 + m_{10} + m_{18}$ →

→ $x^0y^0z^0t^0 + x^0y^0z^1t^0 + x^0y^1z^0t^0 + x^0y^1z^1t^0 + x^1y^0z^0t^0 + x^1y^0z^1t^0 + x^1y^1z^0t^0 + x^1y^1z^1t^0$

FCC: $f_{43944}(x, y, z, t) = M_0 \cdot M_2 \cdot M_6 \cdot M_7 \cdot M_8 \cdot M_{10} \cdot M_{18}$ →

→ $(x+y+z+t)(x+y+z+t)(x+y+z+t)(x+y+z+t)(x+y+z+t)(x+y+z+t)(x+y+z+t)(x+y+z+t)$

Implicantes primos:

$x^0y^0z^0t^0$	$x^0y^0t^0$	x^0t^0
$x^0y^0z^1t^0$	$x^0z^1t^0$	y^0t^0
$x^0y^1z^0t^0$	$y^1z^0t^0$	z^0t^0
$x^0y^1z^1t^0$	$x^0z^1t^0$	
$x^1y^0z^0t^0$	$x^1y^0t^0$	
$x^1y^0z^1t^0$	$x^1z^1t^0$	
$x^1y^1z^0t^0$	$x^1y^1t^0$	
$x^1y^1z^1t^0$	$x^1z^1t^0$	
$x^0y^0z^0t^1$	$x^0y^0t^1$	

$f_{43944}(x, y, z, t) = x^0t^0 + y^0t^0 + z^0t^0$

Formas no simplificables:

xy		z			
t	1	0			
		00	01	11	10
0		1	1	1	1
1					
2			1		
3		1	1		1

$f_{43944}(x, y, z, t) = x^0y^0z + y^0t^0 + z^0t^0$: FCR

2.16.3 i = 62640

62640 = 1111 0100 1011 0000

FCD: $f_{62640}(x, y, z, t) = m_0 + m_1 + m_2 + m_3 + m_5 + m_6 + m_{10} + m_{11}$ →

→ $x^0y^0z^0t^0 + x^0y^0z^1t^0 + x^0y^1z^0t^0 + x^0y^1z^1t^0 + x^1y^0z^0t^0 + x^1y^0z^1t^0 + x^1y^1z^0t^0 + x^1y^1z^1t^0$

FCC: $f_{62640}(x, y, z, t) = M_4 \cdot M_6 \cdot M_7 \cdot M_9 \cdot M_{11} \cdot M_{13} \cdot M_{14} \cdot M_{15}$ →

→ $(x+y+z+t)(x+y+z+t)(x+y+z+t)(x+y+z+t)(x+y+z+t)(x+y+z+t)(x+y+z+t)(x+y+z+t)$



Implicantes primos:

$\neg x^* y^* z^* t^*$	$\neg x^* y^* z^*$	$x^* y^*$
$\neg x^* y^* z^* t$	$\neg x^* y^* t^*$	$y^* t^*$
$\neg x^* y^* z^* t^*$	$\neg y^* z^* t^*$	$y^* z^*$
$\neg x^* y^* z^* t$	$\neg x^* y^* t$	
$\neg x^* y^* z^* t$	$\neg x^* z^* t$	
$\neg x^* y^* z^* t$	$\neg x^* y^* z$	
$\neg x^* y^* z^* t$	$\neg y^* z^* t^*$	
$\neg x^* y^* z^* t$	$\neg x^* y^* t^*$	
$\neg x^* y^* z^* t$	$\neg y^* z^* t$	

$$f_{62640}(x, y, z, t) = x^* y^* + y^* t^* + y^* z$$

Formas no simplificables:

z \ y \ t	x			
	00	01	11	10
00	1			1
01	1	1		
11	1			1
10	1			1

$$f_{62640}(x, y, z, t) = x^* z^* t + y^* t^* + y^* z : FCR$$

Ejercicio 2.17: Halla las formas disyuntivas canónica y reducida de la función f dados por $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 \vee x_2) \wedge x_3$. Encuentra sus formas disyuntivas no simplificables.

$$f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2) \cdot x_3 = x_1 x_3 + x_2 x_3 = x_1 x_2 x_3 + x_1 x_1^* x_3 + x_1 x_2^* x_3 + x_1^* x_2 x_3 \rightarrow$$

$$\rightarrow = x_1 x_2 x_3 + x_1 x_2^* x_3 + x_1^* x_2 x_3 : FCD$$

x ₃ \ x ₁ \ x ₂	x ₂			
	00	01	11	10
0				
1		1	1	1

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1 x_3 + x_2 x_3 \rightarrow \text{Forma no simplificable y FCR}$$

Ejercicio 2.18: Dada la función booleana $f: \mathbb{B}^4 \rightarrow \mathbb{B}$ definida por

$$f(x, y, z, t) = x y z t \vee x y^* z t \vee x y z t^* \vee x y^* z t^* \vee x^* y z t^* \vee x^* y^* z t^* \vee x^* y^* z^* t \vee x^* y^* z^* t^*$$

$$1. f(x, y, z, t) = x z t (y + y^*) + x z t^* (y + y^*) + x^* z t^* (y + y^*) + x^* z t^* (y + y^*) = \rightarrow$$

$$\rightarrow = x z t + x z t^* + x^* z t^* + x^* z t^* = x z (t + t^*) + x^* z^* (t + t^*) = x z + x^* z^* = x z \vee x^* z^*$$

2. Lo realizaremos por Karnaugh, ya que no nos piden una manera específica de hacerlo.

		x			
		00	01	11	10
t	z	00	1		
	01	1	1		
	11			1	1
	10			1	1

$$f(x, y, z, t) = xz + x^*z = xz \vee x^*z$$

Ejercicio 2.19: En cada caso, encuentra la expresión más sencilla que detecte, dentro del conjunto $\{0, 1, 2, \dots, 15\}$ los números que cumplen:

1. son múltiplos de 2.

$$\text{Serían } \{0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14\} = m_0 + m_2 + m_4 + m_6 + m_8 + m_{10} + m_{12} + m_{14}$$

		x			
		00	01	11	10
t	z	00	1	1	1
	01				
	11				
	10	1	1	1	1

$$f(x, y, z, t) = zt^* + zt$$

2. son múltiplos de 3.

$$\text{Sería } \{0, 3, 6, 9, 12, 15\} = m_0 + m_3 + m_6 + m_9 + m_{12} + m_{15}$$

		x			
		00	01	11	10
t	z	00	1		
	01				1
	11	1		1	
	10		1		

$$f(x, y, z, t) = x^*y^*z^*t^* + x^*y^*zt + yz^*t^* + x^*yz^*t + xy^*z^*t^* + xyz^*t$$

3. son múltiplos de 4.

$$\text{Serían } \{0, 4, 8, 12\} = m_0 + m_4 + m_8 + m_{12}$$

		x			
		00	01	11	10
t	z	00	1	1	1
	01				
	11				
	10				

$$f(x, y, z, t) = z^*t^*$$

Ejercicio 2.20: Un examen de tipo test consta de 4 preguntas. Las respuestas correctas son: (SI, NO, SI, SI). Construye una expresión booleana que analice cada examen y distinga los aprobados de los suspensos (se considera aprobado si al menos tres respuestas son correctas).

	x	z	y	t	f
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0
2	0	0	1	0	0
3	0	0	1	1	1
4	0	1	0	0	0
5	0	1	0	1	0
6	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	0
8	1	0	0	0	0
9	1	0	0	1	1
10	1	0	1	0	1
11	1	0	1	1	1
12	1	1	0	0	0
13	1	1	0	0	0
14	1	1	1	0	0
15	1	1	1	1	1

$$f(x, y, z, t) = m_3 + m_9 + m_{10} + m_{11} + m_{15}$$

		x/y			
		00	01	11	10
z \ t	00				
	01				1
	11	1		1	1
	10				1

$$f(x, y, z, t) = xy't + xy'z + y'zt + xzt$$

Ejercicio 2.21: Un comité formado por tres personas toma decisiones mediante votación por mayoría. Cada miembro del comité puede "votar SI" pulsando un botón. Diseña una red lógica mediante la cual se encienda una luz cuando y sólo cuando haya una mayoría de "votos SI".

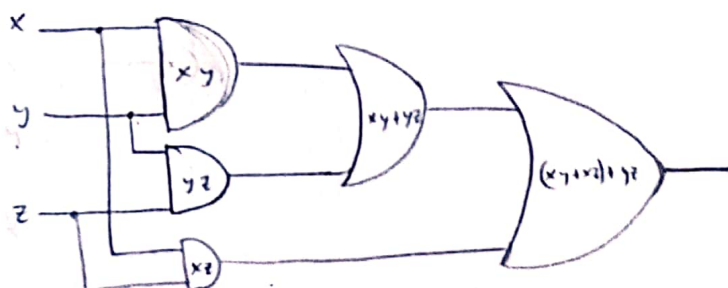
	x	y	z	f
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

$$\left. \begin{aligned} f(x, y, z) &= m_3 + m_5 + m_6 + m_7 \\ f(x, y, z) &= x'yz + xy'z + xy'z' + xyz \end{aligned} \right\} \text{FCD}$$

$$\left. \begin{aligned} f(x, y, z) &= M_0 \cdot M_2 \cdot M_4 \cdot M_7 \\ f(x, y, z) &= (x+y+z)(x+y+z')(x+y'+z)(x'+y+z) \end{aligned} \right\} \text{FCC}$$

		x/y			
		00	01	11	10
z \ t	0			1	
	1	1	1	1	1

$$f(x, y, z) = xy + xz + yz$$



Esto no son apuntes pero tiene un 10 asegurado (y lo vas a disfrutar igual).

Abre la Cuenta NoCuenta con el código **WUOLAH10**, haz tu primer pago y llévate 10 €.

Me interesa

1/6

Este número es indicativo del riesgo del producto, siendo 1/6 indicativo de menor riesgo y 6/6 de mayor riesgo.

ING BANK NV se encuentra adherido al Sistema de Garantía de Depósitos Holandés con una garantía de hasta 100.000 euros por depositante. Consulta más información en [ing.es](https://www.ing.es)



Ejercicio 2.22: Calcula la forma canónica disyuntiva de la aplicación

$$f(x, y, z) = (x \uparrow y) \downarrow z.$$

$$\begin{aligned} f(x, y, z) &= (x \uparrow y) \downarrow z = ((x \uparrow y)^* + z)^* = ((x^* + y^*) + z)^* = (x^* + y^*)^* \cdot z^* = \rightarrow \\ &\rightarrow = (x \downarrow y) \cdot z^* = x y z^* \rightarrow FCD \end{aligned}$$

Ejercicio 2.23: Calcula la forma normal conjuntiva y la forma normal disyuntiva para la función booleana $f(x, y, z) = (x^* y + z^*) + x z^*$.

$$\begin{aligned} f(x, y, z) &= (x^* y + z^*) + x z^* = (x^* y)^* z^* + x z^* = (x + y^*) z^* + x z^* = \rightarrow \\ &\rightarrow = x y^* z^* + x y z^* + x^* y^* z^* + x y^* z^* + x y z^* + x y z^* = M_2 \cdot M_1 \cdot M_3 \cdot M_5 \cdot M_7 \rightarrow \end{aligned}$$

$$\rightarrow f(x, y, z) = (x + y + z)(x + y^* + z)(x + y + z^*)(x + y^* + z^*)(x + y + z^*)(x + y^* + z^*)$$

$$f(x, y, z) = m_0 + m_4 + m_6 = x^* y^* z^* + x y^* z^* + x y z^*$$

Ejercicio 2.24: Se desea construir un circuito que tenga como entradas cuatro líneas que suministran los dígitos de un número binario $n = (a_3 a_2 a_1 a_0)_2$ y tenga como salida una línea que tome el valor 1 cuando el número n sea múltiplo de 3 o de 4, y 0 en otro caso. Obtén la función booleana f que rige el funcionamiento de dicho circuito. A continuación optimiza la expresión def.

Los múltiplos de 3 o 4 son $\{0, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 15\}$

$$\begin{aligned} f(x, y, z, t) &= m_0 + m_3 + m_4 + m_6 + m_8 + m_9 + m_{12} + m_{15} = \rightarrow \\ &\rightarrow = x^* y^* z^* t^* + x^* y^* z t + x^* y z^* t^* + x^* y z t^* + x y^* z^* t^* + x y^* z t + x y z^* t^* + x y z t \end{aligned}$$

$\begin{matrix} x & y \\ z & t \end{matrix}$	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01				
11	1		1	
10		1		

$$f(x, y, z, t) = x^* y^* z^* t^* + x^* y^* z t + x^* y z^* t^* + x^* y z t^* + x y^* z^* t^* + x y^* z t + x y z^* t^* + x y z t$$

Consulta condiciones aquí



do your thing

Ejercicio 2.25: Sea f la función booleana de cuatro variables que toma el valor 1 exclusivamente para $(0,0,0,0)$, $(0,0,0,1)$, $(0,1,0,0)$, $(0,1,1,1)$, $(1,0,1,1)$, $(1,1,1,0)$ y $(1,1,1,1)$. Aplica el método de Quine-Petrick para obtener todas las formas irredundantes posibles de f .

$$f(x, y, z, t) = m_0 + m_2 + m_4 + m_7 + m_{11} + m_{14} + m_{15} \longrightarrow$$

$$\rightarrow = x'y'z't' + x'y'zt' + x'yz't' + x'yz't + x'yz't + x'yz't' + x'yz't + x'yz't$$

Quine:

$x'y'z't'$	$x'y'z't'$
$x'y'zt'$	$x'z't'$
$x'yz't'$	$yz't'$
$x'yz't$	xzt'
$x'yz't$	$x'yz$
$x'yz't'$	
$x'yz't$	

$$f(x, y, z, t) = x'y'z't' + x'z't' + yz't' + xzt' + x'yz$$

Petrick:

		m_0	m_2	m_4	m_7	m_{11}	m_{14}	m_{15}
A	$x'y'z't'$	x	x					
B	$x'z't'$	x		x				
C	$yz't'$				x			x
D	xzt'					x		x
E	$x'yz$						x	x

Si nos fijamos, todos los implicantes son esenciales, por tanto, la forma no simplificable es:

$$f(x, y, z, t) = x'y'z't' + x'z't' + yz't' + xzt' + x'yz$$