

Relacion3.2.pdf



Pucherillos



Lógica y Métodos Discretos



1º Grado en Ingeniería Informática



**Escuela Técnica Superior de Ingenierías Informática y de Telecomunicación
Universidad de Granada**



MÁSTER EN

Inteligencia Artificial & Data Management

MADRID

Formamos
talento para un futuro
Sostenible

saber más





je
ca

Lógica y Métodos Discretos

Pablo Vega Romero
Grupo A

Relación 3.2:

Ejercicio 3.27: Encuentra, si existe, un grafo G de cuatro vértices con grados $\{3, 2, 3, 2\}$. Utiliza el algoritmo de demolición-reconstrucción. Calcula su polinomio cromático $P_G(x)$, su número cromático y de cuántas formas se puede pintar con 6 colores.

Destrucción:

a	b	c	d
③	2	3	2
0	1	②	1
0	0	0	0

Reconstrucción:



Polinomio cromático:

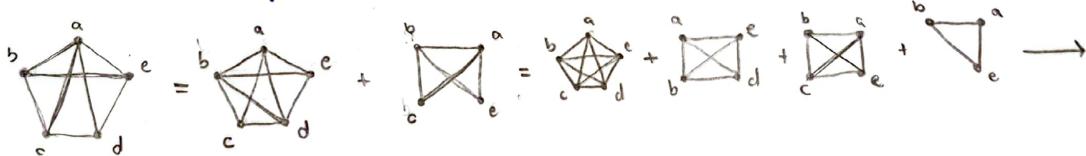
$$P_G(x) = x^4 + x^2 = x(x-1)(x-2)(x-3) + x(x-1)(x-2)$$

$$\chi_G = 3$$

Para hallar las formas de pintarlo con 6 colores:

$$P_G(6) = 6^4 + 6^2 = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 + 6 \cdot 5 \cdot 4 = 480 \text{ formas}$$

Ejercicio 3.28: Dado el grafo G , calcula su polinomio cromático $P_G(x)$ y número cromático χ_G . De cuántas formas se puede pintar G con 6 colores?



$$\rightarrow P_G(x) = x^5 + 2x^4 + x^3 = x(x-1)(x-2)(x-3)(x-4) + 2x(x-1)(x-2)(x-3) + x(x-1)(x-2)$$

$$\chi_G = 5$$

Para hallar las formas de pintarlo con 6 colores:

$$P_G(6) = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 + 2 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 + 6 \cdot 5 \cdot 4 = 1560 \text{ formas.}$$

Ejercicio 3.29: Dado el grafo $G = K_{2,3}$ calcula su polinomio cromático

$P_G(x)$. Halla el número cromático de G y calcula de cuántas formas se puede colorear G con 6 colores distintos.

$$K_{2,3} = K_{2,3} - \square = K_{2,3} - \square - \square - \square \rightarrow$$

$$\rightarrow K_{2,3} - \square + \Gamma - \square - \square$$

Polinomio cromático:

$$P_G(x) = x(x-1)^3 - x(x-1)^2 + x(x-1) - x^2 - x^2$$

$$\chi_G = 2$$

Para hallar las formas de pintarlo con 6 colores:

$$P_G(6) = 2670 \text{ formas.}$$

Ejercicio 3.30: Dado el grafo: . Halla su polinomio cromático, su número cromático y calcula de cuántas formas se puede colorear con 4 colores.



$$\text{Graph} = \text{Graph} + \square = \text{Graph} + \square + \square + \square$$

$$P_G(x) = x^5 + 2x^4 + x^3$$

$$\chi_G = 3$$

Para hallar las formas de pintarlo con 4 colores:

$$P_G(4) = 78 \text{ formas}$$


Ejercicio 3.31: Dado el grafo:  , Halla su polinomio cromático, su número cromático y calcula de cuántas formas se puede colorear con 5 colores.

$$\square = \square + \triangle \rightarrow P_G(x) = x^4 + x^3 \rightarrow \chi_G = 3$$

$$P_G(5) = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 + 5 \cdot 4 \cdot 3 = 180 \text{ formas}$$

$$\square = \square + \triangle = \square + \triangle + \triangle \rightarrow P_G(x) = x^4 + 2x^3 \rightarrow \chi_G = 3$$

$$P_G(5) = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 + 2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 240 \text{ formas}$$

Ejercicio 3.32: Dado el grafo: . Halla su polinomio cromático, su número cromático y calcula de cuántas formas se puede colorear con 5 colores.

$$\text{Grafo} = \text{Grafo} + \text{Grafo} = \text{Grafo} + \text{Grafo} + \text{Grafo} + \text{Grafo} = \rightarrow$$

$$\rightarrow = \text{Grafo} + \text{Grafo} + \text{Grafo} + \text{Grafo} + \text{Grafo} + \text{Grafo} = \rightarrow$$

$$\rightarrow = \text{Grafo} + \text{Grafo} + \text{Grafo} + \text{Grafo} + \text{Grafo} + \text{Grafo} + \text{Grafo} + \text{Grafo}$$

$$P_G(x) = x^5 + 4x^4 + 3x^3$$

$$\chi_G(x) = 3$$

$$P_G(5) = 780 \text{ formas}$$

Ejercicio 3.33: Demuestra que en cualquier árbol con dos o más vértices existe, al menos, un vértice de grado uno.

$$\sum_{v \in G} \deg(v) \geq 2 = 2l$$



$$2(n-1) = 2n - 2 \neq 2n$$

↗ No es posible, por tanto, queda demostrado

Ejercicio 3.34: Un árbol tiene 33 vértices de grado uno, 25 de grado 2, 15 de grado 3, y el resto de grado 4. ¿Cuántos vértices tiene en total?

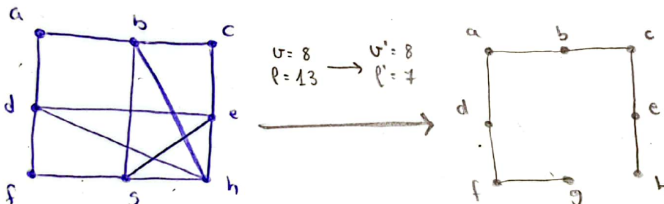
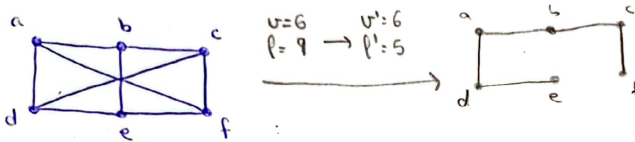
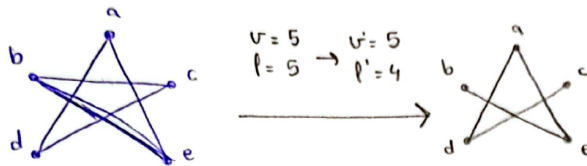
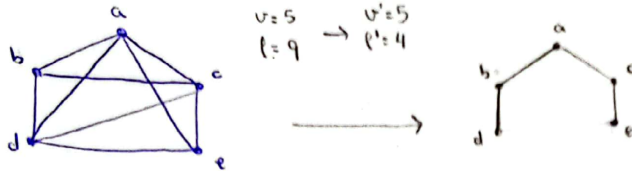
$$\left. \begin{array}{l} n = 73 + r \\ l = n - 1 \\ \sum_{v \in G} \deg(v) = 2l \end{array} \right\} \rightarrow 33 \cdot 1 + 25 \cdot 2 + 15 \cdot 3 + r \cdot 4 = 2(n-1) \rightarrow 128 + 4n - 292 = 2n - 2 \rightarrow$$

$$\rightarrow 2n = 162 \rightarrow n = 81$$

Además: $81 = 73 + r \rightarrow r = 8$, hay 8 vértices de grado 4.

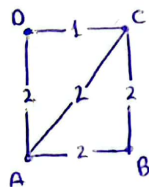


Ejercicio 3.35: Calcula un árbol generador para los grafos del ejercicio 3.23.



Ejercicio 3.36: Dados los grafos ponderados, halla para cada uno de ellos utilizando los algoritmos de Kruskal y el de Prim un árbol generador (abarcador) de peso mínimo. Detalla el orden de las elecciones o eliminaciones y describe la aplicación de cada algoritmo paso a paso.

3.36.1)

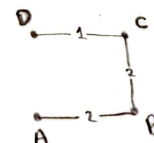
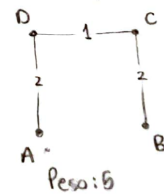


Kruskal:

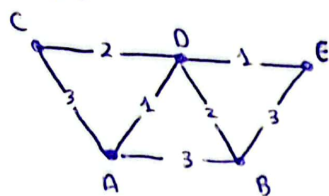
$DC \rightarrow DA \rightarrow \cancel{CA} \rightarrow CB \rightarrow \cancel{AB}$

Prim:

$D \rightarrow (C)$
 $D, C \rightarrow (DC)$
 $D, C, B \rightarrow (DC, CB)$
 $D, C, A, B \rightarrow (DC, CB, BA)$

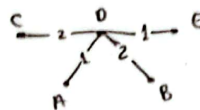


3.36.2



Kruskal:

$CD \rightarrow CA \rightarrow AD \rightarrow DB \rightarrow DE \rightarrow \cancel{BA} \rightarrow \cancel{EB}$



Prim:

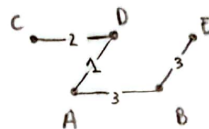
$C \rightarrow (C)$

$C, D \rightarrow (C, D)$

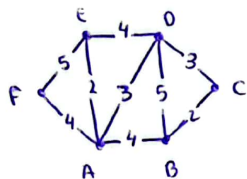
$C, D, A \rightarrow (C, D, A)$

$C, D, A, B \rightarrow (C, D, A, B)$

$C, D, A, B, E \rightarrow (C, D, A, B, E)$

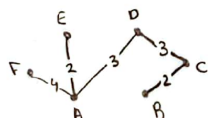


3.36.3



Kruskal:

$\cancel{DE} \rightarrow FA \rightarrow AE \rightarrow \cancel{ED} \rightarrow DA \rightarrow \cancel{DB} \rightarrow DC \rightarrow CB \rightarrow \cancel{BA}$



Prim:

$F \rightarrow (F)$

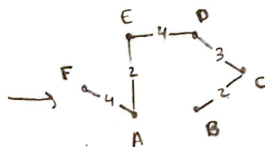
$F, A \rightarrow (F, A)$

$F, A, E \rightarrow (F, A, E)$

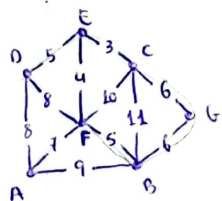
$F, A, E, D \rightarrow (F, A, E, D)$

$F, A, E, D, C \rightarrow (F, A, E, D, C)$

$F, A, E, D, C, B \rightarrow (F, A, E, D, C, B)$

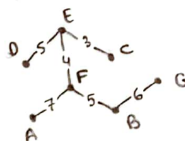


3.36.4



Kruskal:

$AF \rightarrow AD \rightarrow \cancel{AB} \rightarrow \cancel{ED} \rightarrow FE \rightarrow FC \rightarrow FB \rightarrow DE \rightarrow EC \rightarrow \cancel{CG} \rightarrow BG$



Prim:

$D \rightarrow (D)$

$D, E \rightarrow (D, E)$

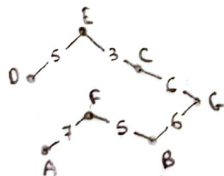
$D, E, C \rightarrow (D, E, C)$

$D, E, C, G \rightarrow (D, E, C, G)$

$D, E, C, G, B \rightarrow (D, E, C, G, B)$

$D, E, C, G, B, F \rightarrow (D, E, C, G, B, F)$

$D, E, C, G, B, F, A \rightarrow (D, E, C, G, B, F, A)$



1/6

Este número es indicativo del riesgo del producto, siendo 1/6 indicativo de menor riesgo y 6/6 de mayor riesgo.

ING BANK NV se encuentra adherido al Sistema de Garantía de Depósitos Holandés con una garantía de hasta 100.000 euros por depositante. Consulta más información en ing.es

Que te den **10 € para gastar**
es una fantasía.
ING lo hace realidad.

Abre la **Cuenta NoCuenta** con el código
WUOLAH10, haz tu primer pago y llévate 10 €.

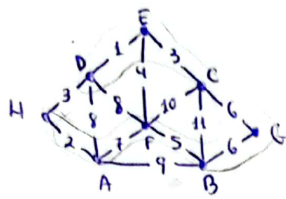
Quiero el cash

[Consulta condiciones aquí](#)

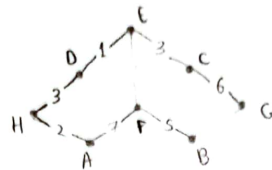


do your thing

3.36.5



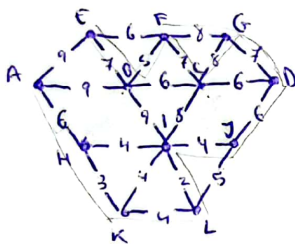
Kruskal:

 $AH \rightarrow AF \rightarrow FB \rightarrow HD \rightarrow GC \rightarrow EC \rightarrow ED$


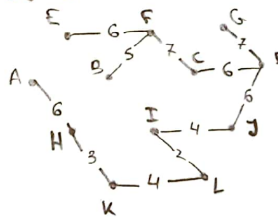
Prim:

 $H \rightarrow ()$
 $H, A \rightarrow (HA)$
 $H, A, F \rightarrow (HA, AF)$
 $H, A, F, B \rightarrow (HA, AF, FB)$
 $H, A, F, B, G \rightarrow (HA, AF, FB, BG)$
 $H, A, F, B, G, C \rightarrow (HA, AF, FB, BG, BC)$
 $H, A, F, B, G, C, E \rightarrow (HA, AF, FB, BG, BC, CE)$
 $H, A, F, B, G, C, E, D \rightarrow (HA, AF, FB, BG, BC, CE, ED)$

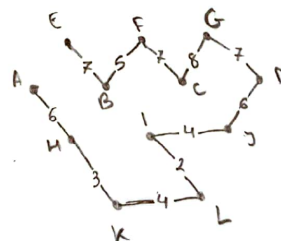
3.36.6.



Kruskal

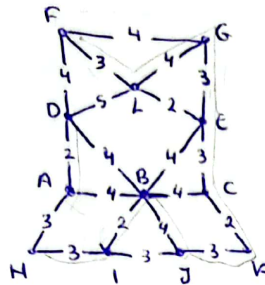
 $AH \rightarrow HK \rightarrow KL \rightarrow LI \rightarrow IJ \rightarrow JD \rightarrow DG \rightarrow DC \rightarrow CF \rightarrow FB \rightarrow FE$


Prim:

 $A \rightarrow ()$
 $A, H \rightarrow (AH)$
 $A, H, K \rightarrow (AH, HK)$
 $A, H, K, L \rightarrow (AH, HK, KL)$
 $A, H, K, L, I \rightarrow (AH, HK, KL, LI)$
 $A, H, K, L, I, J \rightarrow (AH, HK, KL, LI, IJ)$
 $A, H, K, L, I, J, D \rightarrow (AH, HK, KL, LI, IJ, JD)$
 $A, H, K, L, I, J, D, G \rightarrow (AH, HK, KL, LI, IJ, JD, DG)$
 $A, H, K, L, I, J, D, G, C \rightarrow (AH, HK, KL, LI, IJ, JD, DG, DC)$
 $A, H, K, L, I, J, D, G, C, F \rightarrow (AH, HK, KL, LI, IJ, JD, DG, DC, CF)$
 $A, H, K, L, I, J, D, G, C, F, B \rightarrow (AH, HK, KL, LI, IJ, JD, DG, DC, CF, FB)$
 $A, H, K, L, I, J, D, G, C, F, B, E \rightarrow (AH, HK, KL, LI, IJ, JD, DG, DC, CF, FB, BE)$


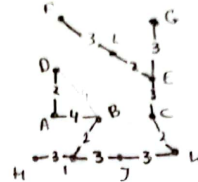


3.36.7



Kruskal:

$FL \rightarrow LE \rightarrow EG \rightarrow EC \rightarrow CK \rightarrow KJ \rightarrow JI \rightarrow IB \rightarrow BA \rightarrow AD \rightarrow IH$



Prim:

$F \rightarrow ()$

$F, L \rightarrow (FL)$

$F, L, G \rightarrow (FL, LG)$

$F, L, G, E \rightarrow (FL, LG, GE)$

$F, L, G, E, C \rightarrow (FL, LG, GE, EC)$

$F, L, G, E, C, K \rightarrow (FL, LG, GE, EC, CK)$

$F, L, G, E, C, K, J \rightarrow (FL, LG, GE, EC, CK, KJ)$

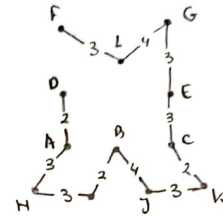
$F, L, G, E, C, K, J, B \rightarrow (FL, LG, GE, EC, CK, KJ, JB)$

$F, L, G, E, C, K, J, B, I \rightarrow (FL, LG, GE, EC, CK, KJ, JB, BI)$

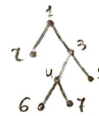
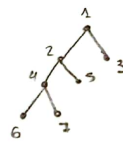
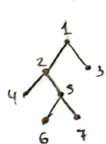
$F, L, G, E, C, K, J, B, I, H \rightarrow (FL, LG, GE, EC, CK, KJ, JB, BI, IH)$

$F, L, G, E, C, K, J, B, I, H, A \rightarrow (FL, LG, GE, EC, CK, KJ, JB, BI, IH, HA)$

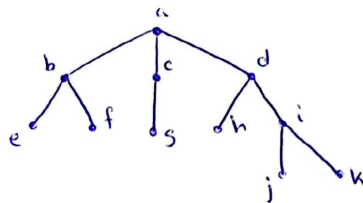
$F, L, G, E, C, K, J, B, I, H, A, D \rightarrow (FL, LG, GE, EC, CK, KJ, JB, BI, IH, HA, AD)$



Ejercicio 3.37. En un árbol con raíz es binario si cada nodo tiene a lo sumo dos hijos. Un árbol binario es completo si cada nodo tiene 0 o dos hijos. Construye todos los árboles binarios completos con siete vértices.



Ejercicio 3.38: Dados los siguientes árboles, escribe la sucesión de sus nodos al recorrerlos de todas las formas posibles.



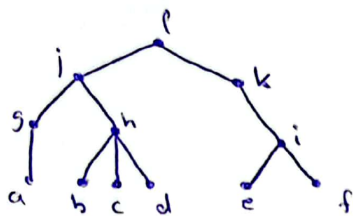
Top-down: (a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k)

Bottom-up: (j, k, e, f, g, h, i, b, c, d, a)

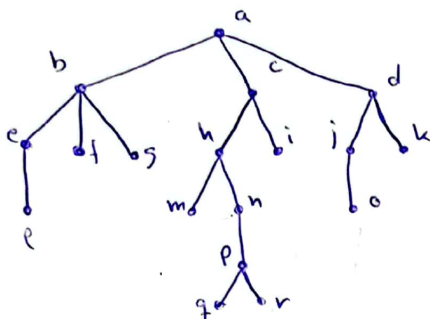
Post-orden: (e, f, b, g, c, h, j, k, i, d, a)

Pre-orden: (a, b, e, f, c, g, d, h, i, j, k)

In-orden: (e, b, f, a, g, c, h, d, j, i, k)

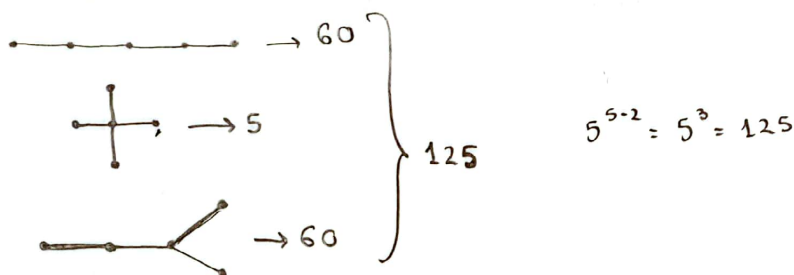


Top-down: (l, j, k, g, h, i, a, b, c, d, e, f)
 Bottom-up: (a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l)
 Post-orden: (a, g, b, c, d, h, j, e, f, i, k, l)
 Pre-orden: (l, j, g, a, h, b, c, d, k, i, e, f)
 In-orden: (a, g, j, b, h, c, d, l, e, i, f, k)

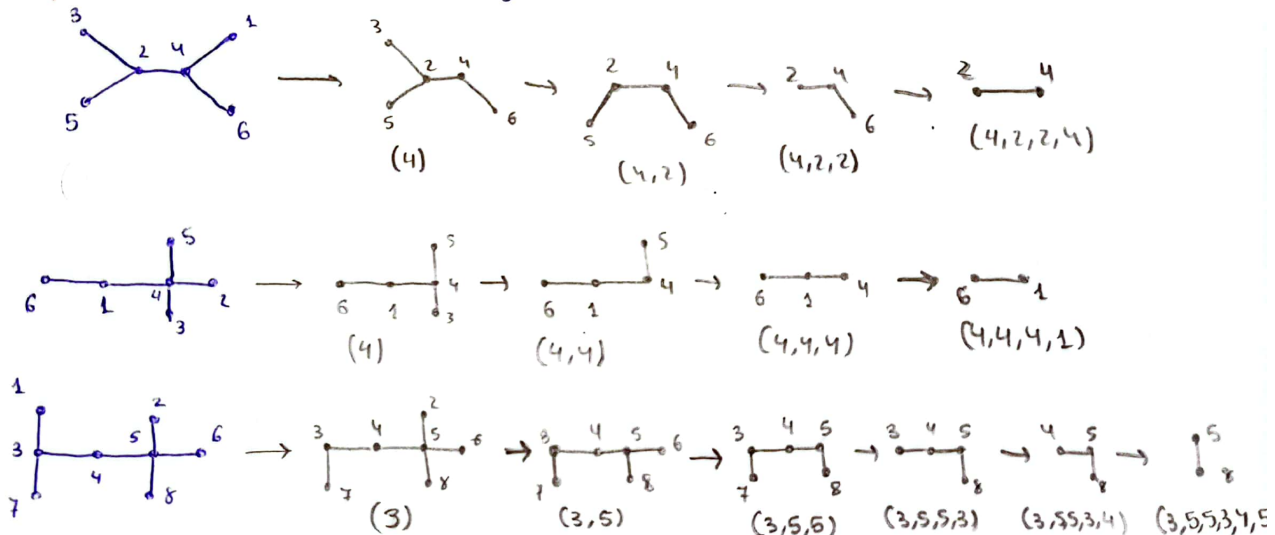


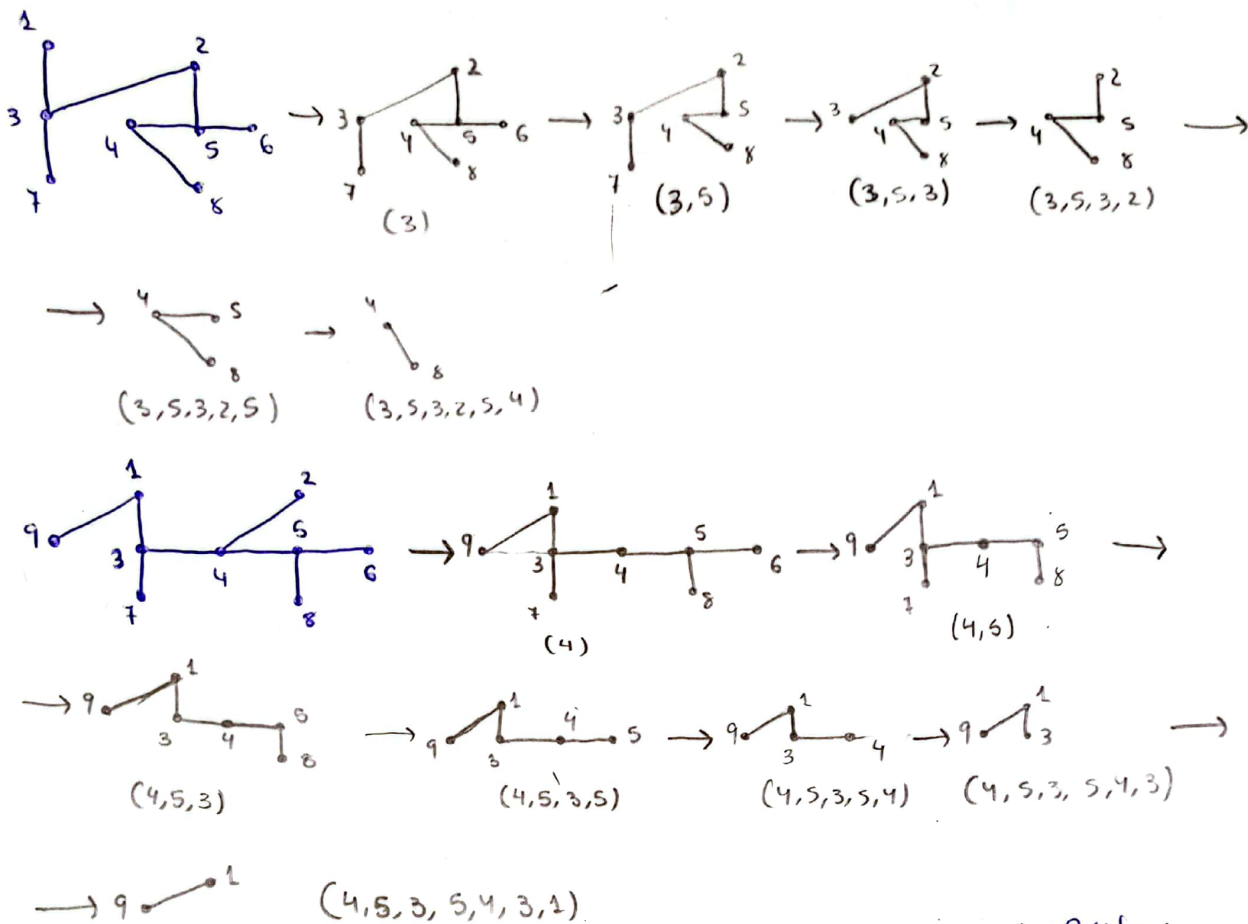
Top-down: (a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o, p, q, r)
 Bottom-up: (q, r, p, l, m, n, o, e, f, g, h, i, j, k, b, c, d, a)
 Post-orden: (l, e, f, g, b, m, q, r, p, h, i, c, o, j, k, d, a)
 Pre-orden: (a, b, e, f, g, c, h, m, n, p, q, r, i, d, j, o, k)
 In-orden: (l, e, b, a, f, g, m, h, n, q, p, r, c, i, o, j, d, k)

Ejercicio 3.39: Prueba directamente que hay 125 árboles etiquetados con 5 vértices.



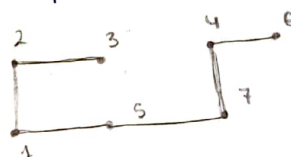
Ejercicio 3.40: Determina los códigos de Prüfer de los árboles:



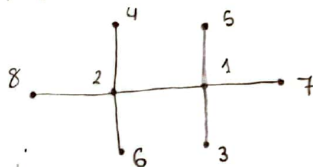


Ejercicio 3.41: Representa los árboles etiquetados con códigos de Prüfer:

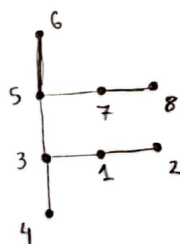
$(2/1/5/1/4)$ $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
 $\downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow$
 $3 \quad 2 \quad 1 \quad 5 \quad 6$



$(1/2/1/2/1/2)$ $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
 $\downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow$
 $3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7 \quad 1$



$(1/3/3/5/5/1)$ $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
 $\downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow$
 $2 \quad 1 \quad 4 \quad 3 \quad 6 \quad 5$



Esto no son apuntes pero **tiene un 10 asegurado** (y lo vas a disfrutar igual).

Abre la Cuenta NoCuenta con el código **WUOLAH10**, haz tu primer pago y llévate 10 €.

Me interesa

1/6

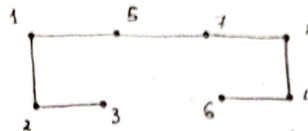
Este número es indicativo del riesgo del producto, siendo 1/6 indicativo de menor riesgo y 6/6 de mayor riesgo.

ING BANK NV se encuentra adherido al Sistema de Garantía de Depósitos Holandés con una garantía de hasta 100.000 euros por depositante. Consulta más información en [ing.es](https://www.ing.es)



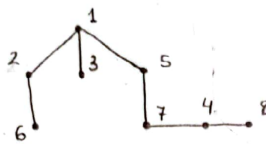
(2/1/5 / 1/4/8)
↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓
3 2 1 5 6 4

{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}



(1/2/1/5/1/4)
↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓
3 6 2 1 5 7

{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}



Consulta
condiciones aquí



do your thing