Mauricio Luque Jiménez **A3** **78004003D**

Práctica Relación 4

1. Determinar cuáles de las siguientes gramáticas son ambiguas:

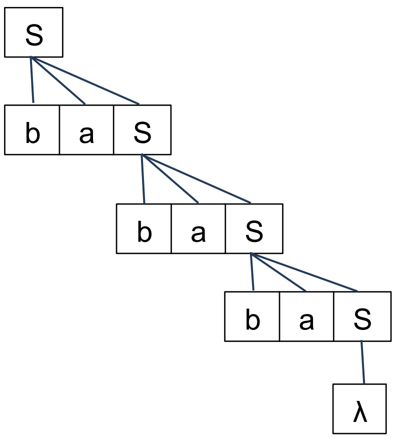
a) S → AbB, A → aA | λ, B → aB | bB | λ.

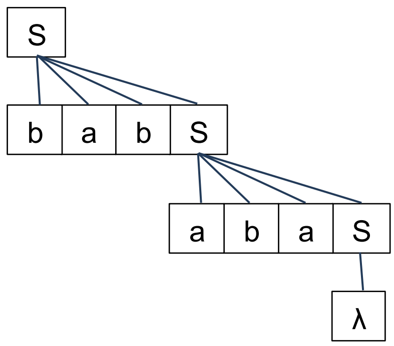
Para saber si esta gramática es ambigua, hay que encontrar una palabra que se pueda formar de dos maneras distintas (o dicho de otra manera, con dos árboles de derivación distintos). Si no se encuentra ninguna, significa que la gramática no es ambigua.

Si analizamos la estructura de esta gramática, vemos que las palabras que forma son de la forma $a^n b\{a,b\}^*$. Es decir, un número indeterminado de a (a raíz de las sustituciones de A), una b (que siempre va a aparecer independientemente de la palabra de que se genere), y una combinación cualquiera de a y b. Viendo esto, vemos que, para que dos palabras empiecen por a, ambas deben ir a la rama de derivación de A, mientras que la posterior combinación de a y b no tiene más de un camino, ya que B solo tiene dos opciones de derivación que no se pueden sustituir. Por ejemplo, para formar la subcadena “abab”, el proceso es único, por lo que la subcadena que se genere no va a ser alcanzable de dos formas distintas. De esta manera, concluimos que la gramática no es ambigua, ya que para formar una palabra concreta no hay más que un árbol de derivación posible.

b) S → abaS | babS | baS | λ.

Analizando esta gramática, vemos que hay dos posibles derivaciones muy similares entre sí (babS y baS), lo que puede ser un indicio de que esta gramática sí es ambigua. Por ejemplo, vamos a intentar la palabra “bababa” de dos formas distintas, usando dos árboles de derivación diferentes.





De esta manera, vemos que, mediante distintas sustituciones, llegamos a la misma palabra, por lo que podemos confirmar que esta gramática sí es ambigua.

3. Calcular una gramática en forma normal de Chomsky que genere el lenguaje

$L = \{a^i\, b^j\, c^k$ tales que $i, j \geq 0, k < i + j\}$.

Para obtener la gramática en forma normal de Chomsky, primero vamos a calcular una gramática abstracta y general, y después la pasaremos a la forma normal de Chomsky. Para calcular la gramática inicial, vemos que el lenguaje enunciado tiene unas características muy concretas:

– Cualquier palabra generada puede (o no) incluir a y b, siempre de forma ordenada.

– No se especifica si la palabra generada debe incluir c (suponemos que no), pero sí queda claro que el número de a+b tiene que ser mayor que c. Es decir, para que haya c, tiene que haber dos o más a ó b. De esta manera, la inclusión de c debe estar controlada según haya a o b. De esta manera, puede no haber ninguna a, haber dos b y una c, o una a, una b y ninguna c, por poner dos ejemplos distintos.

De esta manera, la gramática que permite incluir (o no) tanto a como b, así como regular la escritura de c es la siguiente:

$S \rightarrow AB$	No se puede incluir c directamente
$A \rightarrow aA\ /\ aX\ /\ \lambda$	Se pueden incluir tantas a como se quieran
$B \rightarrow bB\ /\ bY\ /\ \lambda$	Se pueden incluir tantas b como se quieran
$X \rightarrow aX\ /\ aY$	Control ordenado de a para insertar c
$Y \rightarrow bY\ /\ bZ$	Control ordenado de b para insertar c
$Z \rightarrow c\ /\ \lambda$	Una vez es seguro que i+j > 1, se inserta c, que, según se apliquen sustituciones, pueden ser cuantas se quieran

Ahora que tenemos la gramática inicial construida, es hora de pasarla a la forma normal de Chomsky, que es de la forma $A \rightarrow BC$, $A \rightarrow a$. Viendo nuestra gramática, comprobamos que es bastante sencillo, puesto que ninguna sustitución tiene más de tres variables o terminales. De hecho, solo usamos tres símbolos terminales (a, b, c), y c no está acompañado de ninguna variable, por lo que no requiere ninguna modificación. En cambio, a y b necesitan un ligero retoque, para que sus sustituciones sean de la forma $A \rightarrow BC$. De esta manera, la gramática en forma normal de Chomsky que genera el lenguaje L es la siguiente:

$S \rightarrow AB$	$M \rightarrow a$
$A \rightarrow MA\ /\ MX\ /\ \lambda$	$N \rightarrow b$
$B \rightarrow NB\ /\ NY\ /\ \lambda$	
$X \rightarrow MX\ /\ MY$	
$Y \rightarrow NY\ /\ NZ$	
$Z \rightarrow c\ /\ \lambda$	