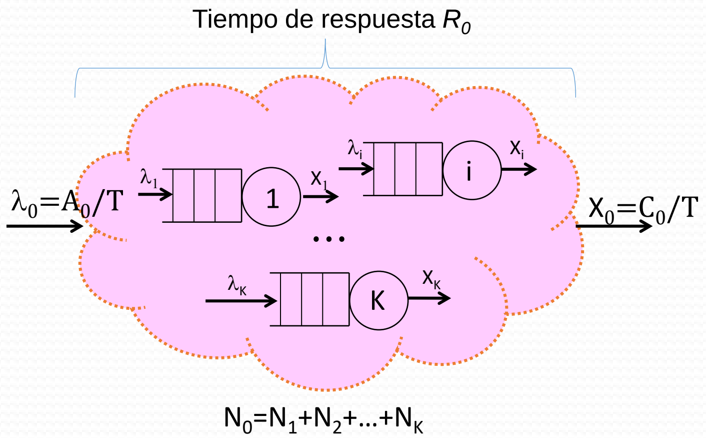
Ejercicio 5.20

- Considere un servidor web que recibe una media de 0,3 peticiones por segundo y es modelado con los siguientes parámetros (los tiempos de la tabla se expresan en segundos):

Dispositivo	S_i (s)	V_i
CPU (1)	0,2	15
DiscoA (2)	0,07	6
DiscoB (3)	0,02	8



Después de apurar su copa de vino, una informática avezada en temas de modelado y evaluación de rendimiento hace estas confesiones a sus compañeros de cena respecto del modelo anterior (suponga que $W_i=N_i \times S_i$):

a) Si se sustituye el procesador por otro dos veces y media más rápido, el tiempo medio de respuesta del servidor web mejora más del 1100% (es decir, la mejora en velocidad es mayor del 1100%).

b) Si se reestructura el contenido de los dos discos hasta conseguir igualar sus demandas de servicio (=equilibrar sus cargas), entonces el tiempo medio de respuesta del servidor web mejora menos del 1% (es decir, la mejora en velocidad es menor del 1%).

¿Ha afectado la ingesta de alcohol la mente despierta de nuestra protagonista? Justifique numéricamente la respuesta.

Calculamos R0 antes de realizar ninguna sustitución

Dispositivo	S_i (s)	V_i	D_i (s)
CPU (1)	0,2	15	3
DiscoA (2)	0,07	6	0,42
DiscoB (3)	0,02	8	0,16

La CPU es el cuello de botella (el recurso de mayor demanda de servicio). Productividad máxima del servidor:

$$X_0^{max} = {}^{1}/_{D_b} = 0{,}33\ tr/s$$

Como $\lambda_0 = 0{,}3\ {}^{tr}/_{s} < X_0^{max}$ el servidor está en equilibrio de flujo ($X_o=\lambda_0$) y no saturado. Como comprobación, calculamos $U_i = X_0 \times D_i = 0{,}3\ {}^{tr}/_{s} \times D_i$ y comprobamos que $U_b = U_{CPU} = 0{,}9 < 1$.

Como $W_i=N_i \times S_i \Rightarrow R_i = N_i \times S_i + S_i \Rightarrow R_i = \frac{S_i}{1-X_0 \times D_i}$ (ver apuntes de teoría)

$$R_{CPU} = \frac{S_{CPU}}{1 - X_0 \times D_{CPU}} = \frac{0{,}2\ s}{1 - 0{,}3 tr/s \times 3s} = 2s$$

Igualmente, $R_{DiscoA} = 0{,}08s,\ R_{DiscoB} = 0{,}021s.$

Finalmente, $R_0 = V_{CPU} \times R_{CPU} + V_{DiscoA} \times R_{DiscoA} + V_{DiscoB} \times R_{DiscoB} = 30{,}65\ s \equiv \boldsymbol{R_0^{original}}$

a) R0 tras sustituir la CPU por otra 2,5 veces más rápida

Dispositivo	S_i (s)	V_i	D_i (s)
CPU (1)	0,2 / 2,5 = 0,08	15	1,2
DiscoA (2)	0,07	6	0,42
DiscoB (3)	0,02	8	0,16

La CPU es el cuello de botella (el recurso de mayor demanda de servicio). Productividad máxima del servidor:

$$X_0^{max} = {}^{1}/_{D_b} = 0{,}83\ tr/s$$

Como $\lambda_0 = 0{,}3\ {}^{tr}/_{s} < X_0^{max}$ el servidor está en equilibrio de flujo ($X_o=\lambda_0$) y no saturado. Como comprobación, calculamos $U_i = X_0 \times D_i = 0{,}3\ {}^{tr}/_{s} \times D_i$ y comprobamos que $U_b = U_{CPU}$ =0,36 < 1.

Como $W_i=N_i \times S_i \Rightarrow R_i = N_i \times S_i + S_i \Rightarrow R_i = \frac{S_i}{1-X_0 \times D_i}$ (ver apuntes de teoría)

$$R_{CPU} = \frac{S_{CPU}}{1 - X_0 \times D_{CPU}} = \frac{\mathbf{0,08\ s}}{1 - 0{,}3 tr/s \times \mathbf{1,2 s}} = \mathbf{0,125 s}$$

Igualmente (**esto no cambia**), $R_{DiscoA} = 0{,}08s,\ R_{DiscoB} = 0{,}021s.$

Finalmente, $R_0 = V_{CPU} \times R_{CPU} + V_{DiscoA} \times R_{DiscoA} + V_{DiscoB} \times R_{DiscoB} = \mathbf{2,52\ s} \equiv R_0^{a)}$

$$S^{a)} = \frac{v_{mejorada}^{a)}}{v_{original}} = \frac{R_0^{original}}{R_0^{a)}} = \frac{30{,}65s}{2{,}52s} = 12{,}2 \quad \Rightarrow \%mejora\ en\ velocidad = \left(S^{a)} - 1\right) \times 100 = \mathbf{1120\%}$$

b) R0 tras igualar las demandas de los discos

Original:

Dispositivo	S_i (s)	V_i
CPU (1)	0,2	15
DiscoA (2)	0,07	**6**
DiscoB (3)	0,02	**8**

Tras igualar demandas:

Dispositivo	S_i (s)	V_i
CPU (1)	0,2	15
DiscoA (2)	0,07	V_{DiscoA}
DiscoB (3)	0,02	V_{DiscoB}

Restructuramos el contenido de los discos para intentar igualar sus demandas de servicio:

$$D_{DiscoA} = D_{DiscoB} \Rightarrow V_{DiscoA} \times S_{DiscoA} = V_{DiscoB} \times S_{DiscoB} \Rightarrow$$
$$V_{DiscoA} \times 0{,}07 = V_{DiscoB} \times 0{,}02$$

Por otro lado, el servidor sigue teniendo que hacer lo mismo que antes, por lo que cada trabajo completado por el servidor sigue necesitando acceder, de media, **6**+**8** = 14 veces a los discos (el disco concreto, en cada caso, dependerá de cómo se ha reestructurado la información entre ellos):

$$V_{DiscoA} + V_{DiscoB} = 14$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones :

$$\boldsymbol{V_{DiscoA} = 3,1}$$
$$\boldsymbol{V_{DiscoB} = 10,9}$$

b) R0 tras igualar las demandas de los discos (cont.)

Dispositivo	S_i (s)	V_i	D_i (s)
CPU (1)	0,2	15	3
DiscoA (2)	0,07	3,1	0,22
DiscoB (3)	0,02	10,9	0,22

La CPU es el cuello de botella (el recurso de mayor demanda de servicio). Productividad máxima del servidor:

$$X_0^{max} = {}^{1}/_{D_b} = 0{,}33\ tr/s$$

Como $\lambda_0 = 0{,}3\ {}^{tr}/_{s} < X_0^{max}$ el servidor está en equilibrio de flujo ($X_o=\lambda_0$) y no saturado. Como comprobación, calculamos $U_i = X_0 \times D_i = 0{,}3\ {}^{tr}/_{s} \times D_i$ y comprobamos que $U_b = U_{CPU}$ =0,9 < 1.

Como $W_i=N_i \times S_i \Rightarrow R_i = N_i \times S_i + S_i \Rightarrow R_i = \frac{S_i}{1-X_0 \times D_i}$ (ver apuntes de teoría)

$$R_{DiscoA} = \frac{S_{DiscoA}}{1 - X_0 \times D_{DiscoA}} = \frac{0{,}07\ s}{1 - 0{,}3 tr/s \times \mathbf{0{,}22s}} = \mathbf{0{,}075s} \qquad R_{DiscoB} = \frac{S_{DiscoB}}{1 - X_0 \times \boldsymbol{D_{DiscoB}}} = \mathbf{0{,}021s}$$

Igualmente (**esto no cambia**), $R_{CPU} = 2s$.

Finalmente, $R_0 = V_{CPU} \times R_{CPU} + V_{DiscoA} \times R_{DiscoA} + V_{DiscoB} \times R_{DiscoB} = \mathbf{30{,}47s} \equiv R_0^{b)}$

$$S^{b)} = \frac{v_{mejorada}^{b)}}{v_{original}} = \frac{R_0^{original}}{R_0^{b)}} = \frac{30{,}65s}{30{,}47s} = 1{,}006 \Rightarrow \%mejora\ en\ velocidad = \left(S^{b)} - 1\right) \times 100 = \mathbf{0{,}6\%}$$

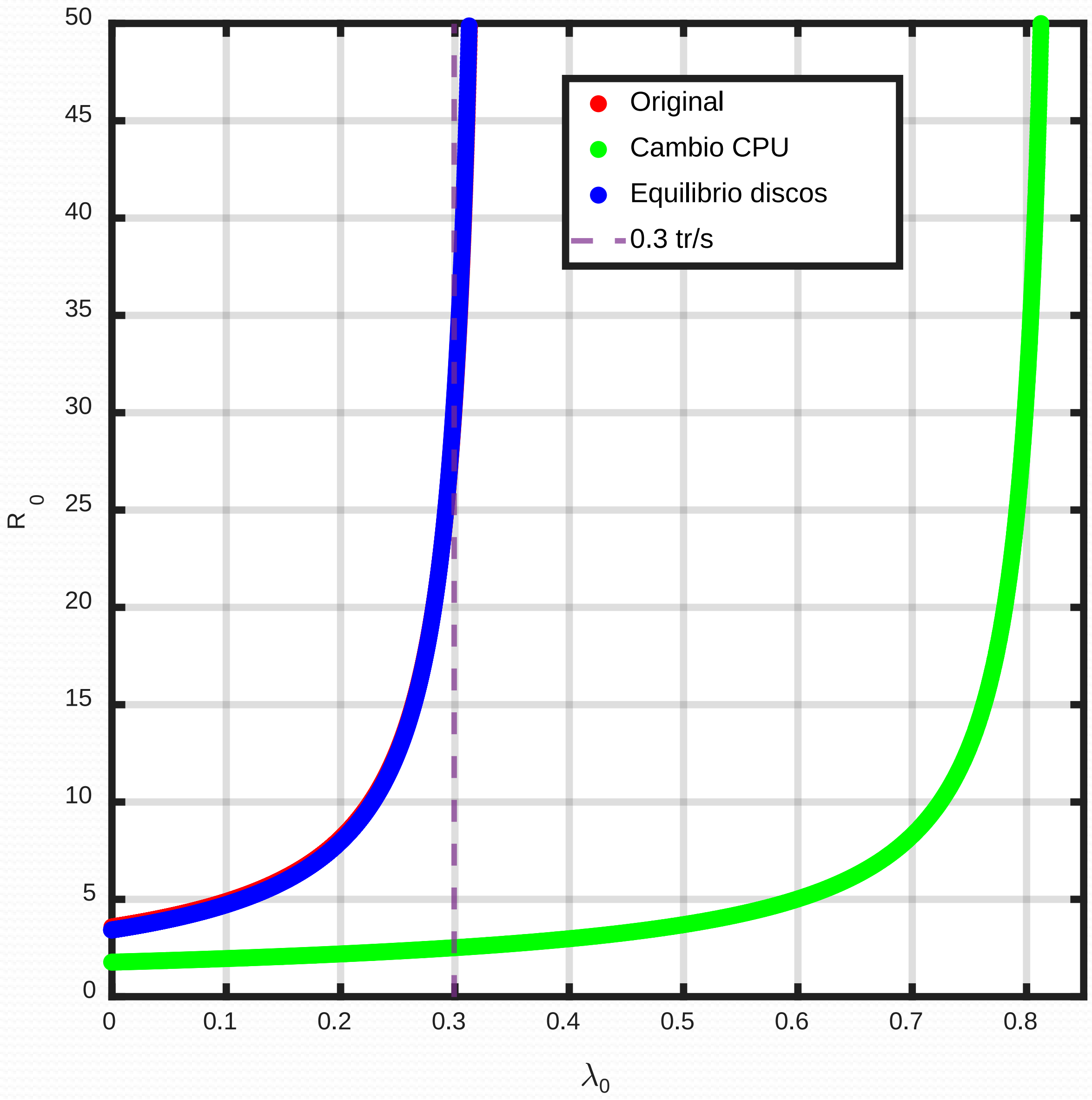
Resumen

Dispositivo	S_i (s)	V_i	D_i (s)
CPU (1)	0,2 / 2,5 = 0,08	15	1,2
DiscoA (2)	0,07	6	0,42
DiscoB (3)	0,02	8	0,16

$$S^{a)} = \frac{v^{a)}_{mejorada}}{v_{original}} = \frac{R_0^{original}}{R_0^{a)}} = \frac{30{,}65s}{2{,}52s} = 12{,}2$$

Dispositivo	S_i (s)	V_i	D_i (s)
CPU (1)	0,2	15	3
DiscoA (2)	0,07	3,1	0,22
DiscoB (3)	0,02	10,9	0,22

$$S^{b)} = \frac{v^{b)}_{mejorada}}{v_{original}} = \frac{R_0^{original}}{R_0^{b)}} = \frac{30{,}65s}{30{,}47s} = 1{,}006$$



Ejercicio 5.15

El equipo de informáticos de una gran empresa tiene dos alternativas para implementar el subsistema de discos de la base de datos a la que se accede a través de una página web:

1. un único disco con tiempo de servicio de 0,03 segundos, o
2. tres discos idénticos con tiempo de servicio de 0,09 segundos.

Cada petición recibida en el servidor web genera, de media, 36 solicitudes al subsistema de discos:

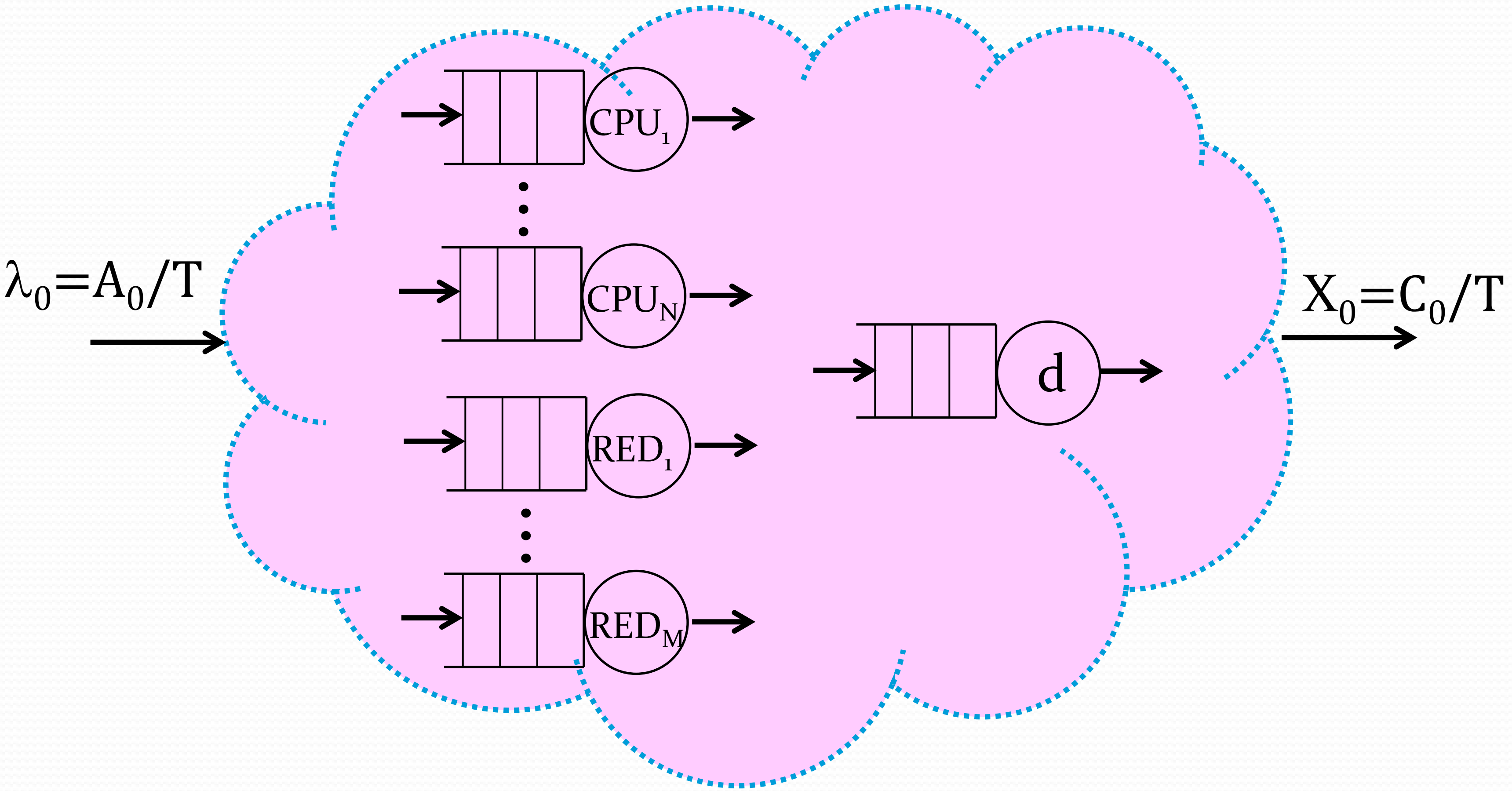
a) Demuestre numéricamente qué alternativa de las dos anteriores podrá conseguir una mayor productividad media del servidor suponiendo que:
   - *Suposición 1: Las visitas se reparten equitativamente entre los tres discos en la segunda configuración.*
   - *Suposición 2: El disco es el dispositivo cuello de botella en el caso de la primera configuración.*

b) ¿A qué conclusión podríamos llegar si no se cumpliera la segunda de las suposiciones?

Planteamiento del problema: Alternativa 1

- Un único disco con tiempo de servicio de 0,03 segundos. Todas las peticiones al subsistema de discos del servidor van a parar a ese único disco:

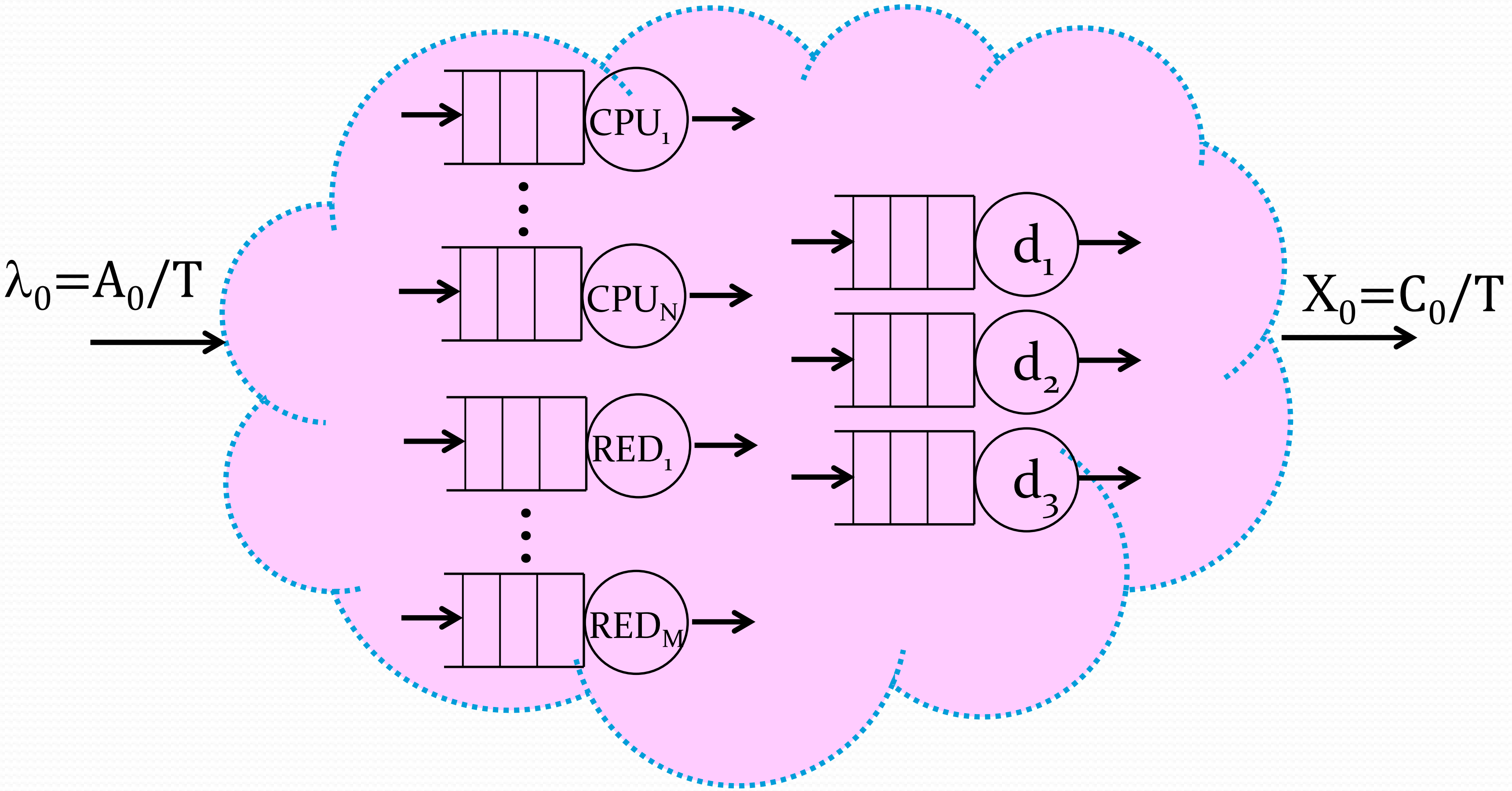
$$S_d = 0{,}03s \qquad V_d = 36$$



Planteamiento del problema: Alternativa 2

- Tres discos idénticos con tiempo de servicio de 0,09 segundos. Todas las peticiones al subsistema de discos del servidor se reparten entre esos tres discos:

$$S_{d1} = S_{d2} = S_{d3} = 0{,}09s \qquad V_{d1} + V_{d2} + V_{d3} = 36$$



a) ¿Qué opción podrá conseguir una mayor X_0?

- Suposición 1: Las visitas se reparten equitativamente entre los tres discos en la segunda configuración:

$$V_{d1} = V_{d2} = V_{d3} = \frac{36}{3} = 12$$

- Suposición 2: El disco es el dispositivo cuello de botella en el caso de la primera configuración.

Alt. 1:

Disp.	Si(s)	Vi	Di(s) = Vi×Si
disco	0,03	36	1,08
CPU_1	?	?	$D_{CPU\_1} < 1{,}08$
⋮	⋮	⋮	⋮
CPU_N	?	?	$D_{CPU\_N} < 1{,}08$
RED_1	?	?	$D_{RED\_1} < 1{,}08$
⋮	⋮	⋮	⋮
RED_M	?	?	$D_{RED\_M} < 1{,}08$

$$(X_o^{max})_{Alt.1} = \frac{1}{D_{disco}} = \frac{1}{1{,}08} = 0{,}93 tr/s$$

El resto de los componentes es idéntico en ambos servidores

Alt. 2:

Disp.	Si(s)	Vi	Di(s) = Vi×Si
disco1	0,09	12	1,08
disco2	0,09	12	1,08
disco3	0,09	12	1,08
CPU_1	?	?	$D_{CPU\_1} < 1{,}08$
⋮	⋮	⋮	⋮
CPU_N	?	?	$D_{CPU\_N} < 1{,}08$
RED_1	?	?	$D_{RED\_1} < 1{,}08$
⋮	⋮	⋮	⋮
RED_M	?	?	$D_{RED\_M} < 1{,}08$

Los tres discos son cuello de botella: Db_Alt.2 = $D_{disco1} = D_{disco2} = D_{disco3}$ = 1,08s.

$$(X_o^{max})_{Alt.2} = \frac{1}{D_b} = \frac{1}{1{,}08} = 0{,}93 tr/s$$

b) ¿A qué conclusión podríamos llegar si no se cumpliera la segunda de las suposiciones?

- Si el disco duro no fuera el cuello de botella en el servidor de la alternativa 1, existiría otro dispositivo, al que llamaremos "**b_alt1**" (*bottelneck alternativa 1*) tal que:

$$\begin{array}{l} D_{b\_alt1} > D_{disco} = 1{,}08s \\ D_{b\_alt1} > \{D_{CPU\_1}, \dots, D_{CPU\_N}, D_{RED\_1}, \dots, D_{RED\_M}\} \end{array} \Rightarrow (X_o^{max})_{Alt.1} = \frac{1}{D_{b\_alt1}}$$

- Y ahora comprobamos que ese mismo dispositivo "**b_alt1**", que también se encuentra en el servidor de la alternativa 2, es también el cuello de botella en dicho servidor, ya que su demanda de servicio cumplirá que:

$$\begin{array}{l} D_{b\_alt1} > 1{,}08s = D_{disco1} = D_{disco2} = D_{disco3} \\ D_{b\_alt1} > \{D_{CPU\_1}, \dots, D_{CPU\_N}, D_{RED\_1}, \dots, D_{RED\_M}\} \end{array} \Rightarrow (X_o^{max})_{Alt.2} = \frac{1}{D_{b\_alt1}}$$

- Por tanto, no es necesaria la segunda de las suposiciones para concluir que la productividad máxima sería la misma en ambas alternativas.