

# Ordinaria-Logica-2024.pdf



**diego\_romera**



**Lógica y Métodos Discretos**



**1º Grado en Ingeniería Informática**



**Escuela Técnica Superior de Ingenierías Informática y de Telecomunicación**  
**Universidad de Granada**



MÁSTER EN

## Inteligencia Artificial & Data Management

MADRID

Formamos  
**talento** para un futuro  
**Sostenible**

saber más





### LÓGICA Y MÉTODOS DISCRETOS

14 de Junio de 2024

Apellidos y nombre: \_\_\_\_\_

D.N.I.: \_\_\_\_\_

Todas las respuestas han de estar debidamente justificadas.

#### Ejercicio 1

Sea  $f: \mathbb{B}^4 \rightarrow \mathbb{B}$  la función booleana siguiente:

$$f(x, y, z, t) = \begin{cases} \overline{x}y + x\overline{y} + yz & \text{si } t = 0 \\ \overline{x} \uparrow z & \text{si } t = 1 \end{cases}$$

1. Calcule la forma normal canónica conjuntiva y la forma normal canónica disyuntiva de  $f$ .
2. Encuentre una expresión reducida o minimal de  $f$  como suma de productos de literales.
3. ¿Es la función  $f$  autodual? Razone la respuesta.

#### Ejercicio 2

Estudie si la siguiente fórmula de un lenguaje proposicional es o no tautología. Caso de no serlo, dé una interpretación que lo muestre:

$$\alpha = (P \rightarrow Q \vee R) \rightarrow [(Q \wedge R \rightarrow S) \rightarrow ((S \rightarrow P) \rightarrow [(P \wedge Q \rightarrow R) \rightarrow (P \vee R \vee S \rightarrow P \wedge R)])].$$

No se admiten soluciones basadas en tablas.

#### Ejercicio 3

Razone si cada una de las siguientes afirmaciones (en un lenguaje proposicional) es necesariamente cierta:

1. Si una fórmula  $\alpha$  no es satisfacible, entonces  $\neg\alpha$  sí lo es.
2. Si un conjunto de fórmulas  $\Omega$  contiene una tautología, entonces  $\Omega$  es satisfacible.
3. Si  $\Omega$  es un conjunto de fórmulas,  $\Omega \models \alpha$  y  $\Omega' \subseteq \Omega$ , entonces  $\Omega' \models \alpha$ .

#### Ejercicio 4

Consideramos el lenguaje de primer orden con un símbolo de función  $p^2$  y dos símbolos de predicado  $Q^1, M^2$ .

Sea  $\mathcal{E}$  la estructura siguiente:

- Dominio:  $U^{\mathcal{E}} = \mathbb{R}$ .
- Funciones:  $p^{\mathcal{E}}(x, y) = x \cdot y$ .
- Predicados:  $Q^{\mathcal{E}}(x) \equiv x \in \mathbb{Q}$ ,  $M^{\mathcal{E}}(x, y) \equiv x < y$ .

Expresé con este lenguaje los siguientes enunciados:

1. Entre dos números reales distintos hay siempre comprendido un número racional.
2. El cuadrado de todo número racional es racional, pero el cuadrado de un número irracional no tiene porqué ser irracional.

#### Ejercicio 5

Considere las siguientes fórmulas:

- $\alpha_1 = \forall x (U(a, x) \vee T(f(x), x))$ .
- $\alpha_2 = \forall x (U(x, a) \rightarrow Q(f(x)))$ .
- $\alpha_3 = \exists x \exists y (T(x, y) \rightarrow \neg \exists y U(y, y))$ .
- $\alpha_4 = \forall x (Q(x) \rightarrow \exists y T(x, y))$ .
- $\beta = \exists x \exists y (T(f(y), x) \wedge \neg U(y, x))$ .

Estudie mediante la técnica de refutación por resolución, si  $\beta$  es consecuencia lógica del conjunto  $\Omega = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4\}$ .



### Ejercicio 6

Sea  $t_n$  la sucesión definida como:

$$\begin{aligned} t_0 &= 0 \\ t_1 &= 3 \\ t_n &= t_{n-1} + 2t_{n-2} + 2 + 3 \cdot (-1)^n \text{ para } n \geq 2. \end{aligned}$$

Calcule una fórmula cerrada para  $t_n$ .

### Ejercicio 7

Definimos las sucesiones siguientes para todo número natural  $n \geq 1$ :

$$\begin{aligned} g_1 &= 0 \\ g_n &= n \cdot g_{n-1} + (-1)^n \text{ para } n \geq 2. \end{aligned} \quad ; \quad f_n = n! \left( 1 - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \dots + (-1)^n \frac{1}{n!} \right).$$

Demuestre que para todo  $n \geq 1$  se verifica que  $g_n = f_n$ .

### Ejercicio 8

Conteste de forma razonada a las siguientes cuestiones<sup>1</sup>:

- $v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8, v_9, v_{10}, v_{11}, v_{12}, v_{13}$
1. ¿Existe algún grafo con 13 vértices, cuyos grados sean 2, 2, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 6, 6, 6, 8, 10? En caso afirmativo, ¿podría ser ese grafo no conexo?
  2. ¿Puede haber un grafo plano con 15 vértices y 30 lados? ¿Puede haber un grafo plano bipartido con 15 vértices y 30 lados?
  3. ¿Cuál es el menor número de vértices que puede tener un grafo con 2024 lados?