

Estructuras Discretas 2019-1

Boletín de Ejercicios 2

Pilar Selene Linares Arévalo

Tableaux en Lógica Proposicional.

1. Encuentra todos los modelos de las siguientes fórmulas:

- $\neg(\neg p \vee \neg q \vee s \rightarrow \neg(p \wedge r))$
- $(p \wedge r) \vee (\neg p \wedge q) \rightarrow \neg q$

2. Decide si el siguiente conjunto es satisficible:

$$\{s \wedge p, r \wedge s \rightarrow t, \neg t, t \rightarrow q\}$$

3. Decidir si las siguientes fórmulas son tautología, contradicción o contingencia:

- $(p \rightarrow \neg q \wedge r) \rightarrow (p \rightarrow q \rightarrow r)$
- $(p \rightarrow q \wedge \neg q) \rightarrow \neg p$

4. Decidir si los siguientes argumentos lógicos son correctos:

- *Si no bebo cerveza en la cena entonces como pozole. Si bebo cerveza en la cena y como pozole entonces para el postre no elijo un helado. Por lo tanto, si para el postre elijo un helado o no bebo cerveza en la cena, entonces como pozole.*
- $\{p \rightarrow q, q \rightarrow r \wedge s\} \therefore s \rightarrow (s \rightarrow p) \rightarrow r$
- $\{\neg p \leftrightarrow q, \neg(\neg q \vee r), p \vee s\} \therefore s \vee t$

Derivaciones

Utilizando derivaciones, decide si los siguientes argumentos son correctos.

- *Si fumo o bebo demasiado entonces no duermo bien, y si no duermo bien o no como bien entonces me siento agotado. Si me siento agotado, no hago ejercicio ni estudio suficiente. Fumo demasiado. Por lo tanto no estudio suficiente.*
- *Si la energía nuclear se convierte en nuestra principal fuente de energía, entonces habrá un terrible accidente o tendremos graves problemas de eliminación de desechos. Si hay graves problemas de eliminación de desechos y un aumento en los costos de uranio, entonces la población reducirá su consumo de energía. Habrá un terrible accidente sólo si las medidas de seguridad son inadecuadas. La energía nuclear se convertirá en nuestra principal fuente de energía y los costos de uranio aumentarán pero las medidas de seguridad no serán inadecuadas. Por lo tanto, la población reducirá su consumo de energía.*

Lógica de Predicados

1. De las siguientes fórmulas, decide si están bien formadas o no. Si están bien formadas señala el alcance de los cuantificadores, además para cada variable deberás indicar si se trata de una variable libre o ligada. Si no está bien formada indica por qué.

- a) $\forall x(P(x) \rightarrow A(y \vee \exists y(R(x, y) \wedge P(y))))$
- b) $\forall x \exists y(S(x) \rightarrow M(y, x)) \wedge T(y)$

c) $\forall x \exists y S(y) \rightarrow \forall z (R(x, z) \wedge R(y, z))$

d) $\exists x (P(x) \vee R(x, \exists y P(y)))$

2. Formaliza los siguientes argumentos en la lógica de primer orden.

- *Todos los que muerden son vacas o tienen rabia. Si hay alguna vaca entonces hay un perro que muerde. Los perros no son vacas. Petra es una vaca que no muerde. Luego entonces hay un perro con rabia.*
- *Si todo el que estudia aprueba, entonces todo el que estudia recibe un regalo. Hay quien estudia y no recibe algún regalo. Por lo tanto no es verdad que todo el que estudia, aprueba.*

3. Para cada inciso obtén una fórmula equivalente cuyas negaciones apliquen únicamente a predicados y no tenga símbolos de implicación ni equivalencia.

- $\neg \exists x (Px \rightarrow \forall y (Ry \leftrightarrow Qxy))$
- $\neg \forall x (\exists y \forall z Pxyz \rightarrow \exists w \forall y Pywx \rightarrow \neg \exists v \forall y \forall z Pzyv)$

4. Utilizando los predicados vistos en clase para el mundo de *Triángulos, círculos y cuadrados*, traduce a lógica de primer orden los siguientes enunciados. Decide si cada fórmula es verdadera o falsa en el mundo de la *Figura 1*.

- Existe un cuadrado grande al norte de todos los triángulos medianos y de algún círculo pequeño.
- Si hay un círculo pequeño al sur de todos los cuadrados, entonces todos los triángulos que están en la misma columna que éste círculo pequeño, son pequeños.
- Ningún círculo grande se encuentra en la misma columna que un triángulo pequeño.
- Existe un cuadrado que se encuentra en un renglón donde no hay un círculo ni un triángulo.

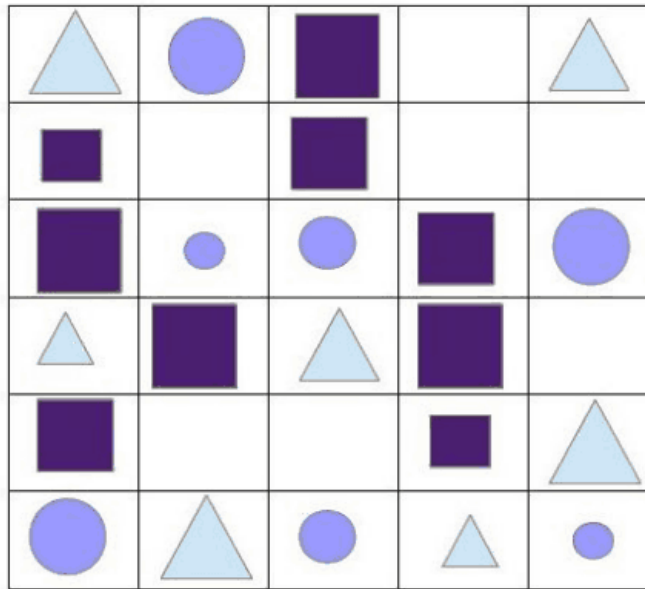


Figura 1:

Álgebra Booleana

1. Transforma las siguientes funciones a una expresión equivalente en la que el complemento aplique únicamente a variables.

a) $x + z(\overline{x}y) + \overline{y} + x\overline{z}$

b) $\overline{x + (z\overline{y} + \overline{y}w)}$

2. Encuentra la expansión de suma de productos para las siguientes funciones booleanas.

a) $F(x, y, z) = x + z(y + \overline{x})$

b) $F(x, y, z, w) = x\overline{y} + z\overline{w}$

3. (1.1 pts.) Utilizando mapas de Karnaugh minimiza las siguientes funciones:

a) $F(x, y, z) = xy\overline{z} + \overline{x}yz + \overline{x}\overline{y}z + x\overline{y}z$

b) $F(w, x, y, z) = wxyz + wxy\overline{z} + wx\overline{y}z + w\overline{x}\overline{y}\overline{z} + w\overline{x}\overline{y}z + \overline{w}x\overline{y}z + \overline{w}\overline{x}y\overline{z} + \overline{w}\overline{x}\overline{y}z$

c) Una función $F(x_1, x_2, x_3, x_4)$ que toma el valor de 1, únicamente cuando 2 o más de las variables x_1, x_2, x_3 y x_4 tienen el valor de 1.

d) Una función que recibe un número binario de 4 dígitos y regresa 1 si el número recibido no es divisible entre 3.

4. Construir en THE LOGIC LAB¹ los circuitos que producen las siguientes salidas:

a) $\overline{(x + y)}x$

b) $\overline{(\overline{x} + z)(y + \overline{z})}$

5. El siguiente circuito es un circuito no combinatorio. Justifica por qué.

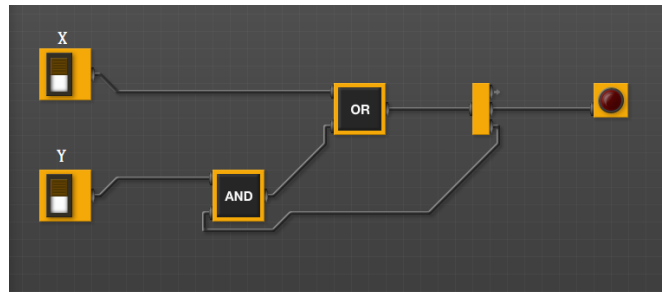


Figura 2:

Pista: Llena una tabla de verdad para el circuito, coloca cada estado de las variables en el circuito primero en el orden usual (descendente) y luego en orden ascendente (iniciando en $x=1, y=1$).

¹www.neuroproductions.be/logic-lab/