Estructuras discretas 2019-1
Boletín de Ejercicios 01

Pilar Selene Linares Arévalo

1. Considera la siguiente gramática:

   $S ::= E$
   $E ::= \downarrow E \uparrow$
   $E ::= \bigcirc E$
   $E ::= \uparrow\uparrow E$
   $E ::= \Box\alpha$
   $E ::= \delta$

   a) Construye una derivación correspondiente a la cadena $\uparrow\uparrow\downarrow \bigcirc \uparrow\uparrow \Box\alpha \uparrow$

   b) Da el árbol que corresponde a la expresión $\bigcirc \downarrow \Box\alpha \uparrow$

   c) ¿La cadena $\uparrow\uparrow\uparrow \bigcirc\delta$ está bien formada? Justifique su respuesta.

2. Sea p, q y r las proposiciones con el siguiente significado:
   p: Se han visto osos pardos en la zona.
   q: Acampar en esta zona es seguro.
   r: La luna se ve gigante esta noche.

   Escribe los siguientes enunciados en lógica proposicional utilizando únicamente p, q, r y los conectivos lógicos.

   a) La luna se ve gigante esta noche, pero se han visto osos pardos en la zona.

   b) No se han visto osos pardos en la zona y acampar en esta zona es seguro pero la luna se ve gigante esta noche.

   c) Si la luna se ve gigante esta noche, entonces acampar en esta zona es seguro si y sólo si no se han visto osos pardos en la zona.

   d) Para que acampar en esta zona sea seguro, es necesario que la luna se vea gigante esta noche y que no se hayan visto osos pardos en la zona.

3. Utilizando tablas de verdad, decide si las siguientes expresiones son tautologías, contradicciones o contingencias:

   a) $\neg p \wedge (p \vee q) \rightarrow q \rightarrow \neg p$
   b) $(p \vee q) \wedge (p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \rightarrow r$

4. Utilizando las leyes de equivalencia de la lógica proposicional, muestra que se cumplen las siguientes equivalencias:

   a) $\neg r \rightarrow b \wedge \neg b \equiv r$
   b) $(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q) \equiv \neg p$
   c) $\neg(p \leftrightarrow q) \equiv \neg p \leftrightarrow q$
   d) $p \leftrightarrow q \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$

5. Decidir para cada caso si $\mathcal{I} \vDash \phi$.

   a) $\phi = (p \rightarrow q) \wedge \neg q \rightarrow r$ con $\mathcal{I}(p) = 1, \mathcal{I}(q) = 1, \mathcal{I}(r) = 0$
   b) $\phi = r \rightarrow (p \rightarrow q) \wedge \neg q$ con $\mathcal{I}(p) = 1, \mathcal{I}(q) = 0, \mathcal{I}(r) = 0$
   c) $\phi = (r \rightarrow \neg r) \vee \big((p \rightarrow q) \wedge \neg q\big)$ con $\mathcal{I}(p) = 0, \mathcal{I}(q) = 1, \mathcal{I}(r) = 0$

6. Utilizando interpretaciones, comprobar si se cumplen las siguientes afirmaciones:

   a) $\{p \vee q\} \vDash p \rightarrow q$
   b) $\{p \rightarrow q, \neg r \rightarrow \neg q\} \vDash p \rightarrow r$
   c) $\{p \wedge \neg p\} \vDash r \leftrightarrow r \vee q$
   d) $\{p \rightarrow q, q \rightarrow p \wedge r\} \vDash p \rightarrow (p \rightarrow q) \rightarrow r$

   Nota: En algunos casos será de utilidad emplear propiedades de la consecuencia lógica.

7. Sea $\Gamma = \{A_1, A_2, ..., A_n\}$ un conjunto satisfacible de fórmulas, demuestra que:

   - El conjunto $\Gamma \cup \{A\}$ es satisfacible, donde A es una fórmula que es una tautología.
   - El conjunto $\Gamma \cup \{A\}$ es insatisfacible, donde A es una fórmula que es una contradicción.
   - El conjunto $\Gamma \backslash \{A_i\}$ es satisfacible, donde A_i es una fórmula de Γ.

8. Decidir utilizando interpretaciones si los siguientes argumentos lógicos son correctos o no. Traduzca a lógica proposicional en caso de ser necesario indicando el significado de las variables proposicionales utilizadas.

   a) *La carretera está mojada. Lluvia ó una inundación ó el paso de una pipa con agua de limón son condiciones necesarias para que la carretera esté mojada. Si ha habido una inundación entonces el sótano está mojado. Si ha llovido entonces las tejas están mojadas. Ni el sótano ni las tejas están mojadas. Por consiguiente, ha pasado una pipa con agua de limón.*

   b) *Ni los Gansitos ni los ChocoRoles son nutritivos. Si los Gansitos no son nutritivos, entonces no es cierto que Chewbacca tiene buenos hábitos alimenticios. Si Chewbacca va al nutriólogo, entonces tiene buenos hábitos alimenticios. Por lo tanto, Chewbacca no va al nutriólogo o no es cierto que Luke y Leia son hermanos.*

   c) $p \to q \to r\ ,\ \ p \wedge s \to t\ ,\ \ r \to s \;/ \therefore\; p \wedge q \to t$

   d) $p \vee q \leftrightarrow \neg r\ ,\ \ \neg p \to s\ ,\ \ \neg t \to q\ ,\ \ s \wedge t \to u \;/ \therefore\; r \to u$