Problema del Agente Viajero

Octubre 2021

1 El problema del agente viajero

Es un modelo de optimización combinatoria en el cual una persona quiere visitar cada una de las ciudades de un terriotorio, de manera que visite cada ciudad sólo una vez, regresando a su punto de origen, minimizando el costo del viaje.

Un circuito se compone de un conjunto de nodos, dentro de un grafo, de forma que sea posible conectar los nodos a través de arcos adyacentes regresando al nodo de partida, sin recorrer el mismo arco dos veces. Si un circuito contiene todos los nodos de un grafo se denomina ciclo hamiltoniano. De ahí que el problema del agente viajero consista en encontrar el ciclo hamiltoniano con la menor longitud.

El planteamiento matemático es el siguiente:

Sean I el conjunto de nodos a visitar por el agente $I = \{1, 2, ..., n\}$, c_{ij} el costo de ir desde el nodo i hasta el nodo j, x_{ij} una variable binaria con valor de 1, si el agente viaja desde el nodo i hasta el nodo j y con valor de 0, de otro modo; y $S \subset I = \{1, 2, ..., n\}$, manifestando la cardinalidad como $|\cdot|$.

$$min \sum_{i\in I} \sum_{j\in I} c_{ij} x_{ij} \tag{1}$$

$$s.a: \sum_{i\in I} x_{ij} = 1 \qquad \forall j \in I \tag{2}$$

$$\sum_{j\in i} x_{ij} = 1 \qquad \forall i \in I \tag{3}$$

$$\sum_{i\in S} \sum_{j\in S} x_{ij} \leq |S| - 1 \qquad \forall S \subset I \tag{4}$$

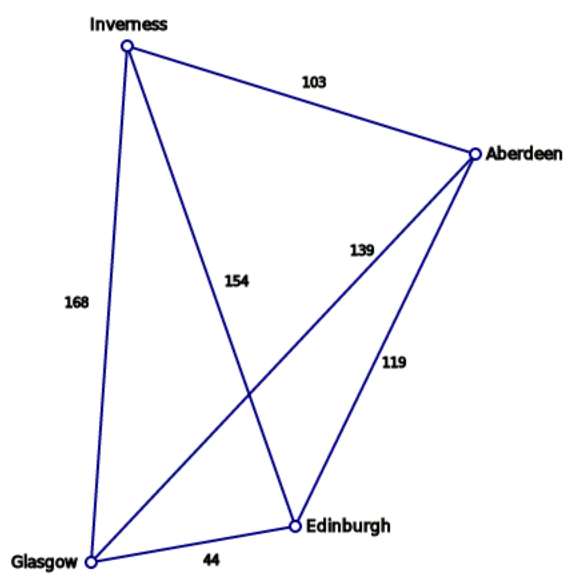
$$x_{ij} \in \{0, 1\} \qquad \forall i, j \in I, i \neq j \tag{5}$$

donde la distancia total del circuito que se busca minimizar por (2.7), las restricciones (2.8) y (2.9) aseguran que el agente salga y llegue una sola vez a cada nodo, respectivamente. La restricción (2.10) descarta la posibilidad de que la solución esté compuesta por más de un circuito.

Por lo dicho anteriormente, para representar las ciudades y los caminos entre estas dentro del territorio podemos representarlas mediante un grafo, donde los nodos representaran las ciudades y las aristas los caminos. Entonces el esquema de codificación es el siguiente:

Sea un grafo G como la pareja ordenada $(N.A)$, entonces $G = (N.A)$, entonces $G = (N.A)$ donde N se compone de subconjuntos de dos elementos de A. Los elementos que componen N serán los nodos (o puntos) sobre el grafo y los elementos de A son sus arcos (o lineas) que conectan algunos (o todos los) nodos con el costo que tiene estas.

Demos un ejemplo de codificación, sea el siguiente terreno (Correspondiente al archivo prueba01.txt):



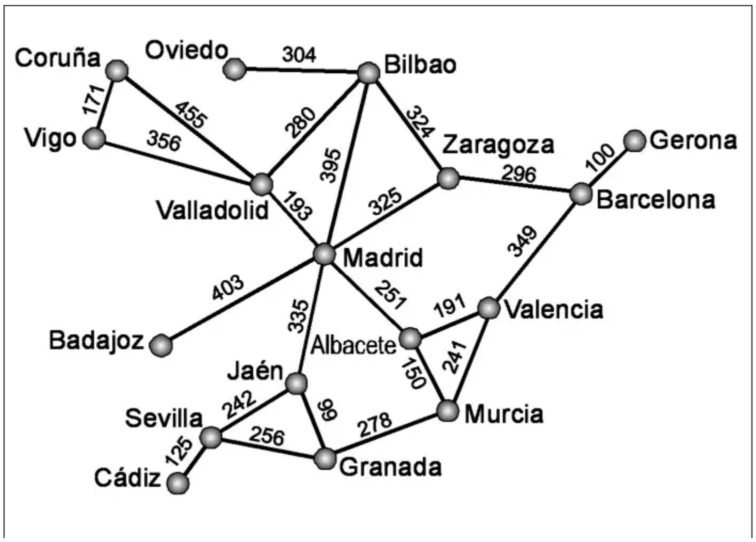
Asociando un numero a cada ciudad tenemos:

Ciudad	Número
1	Inverness
2	Aberdeeen
3	Endinburgh
4	Glashow

Tendremos que la lista de nodos resultante es:
$[1, 2, 3, 4]$

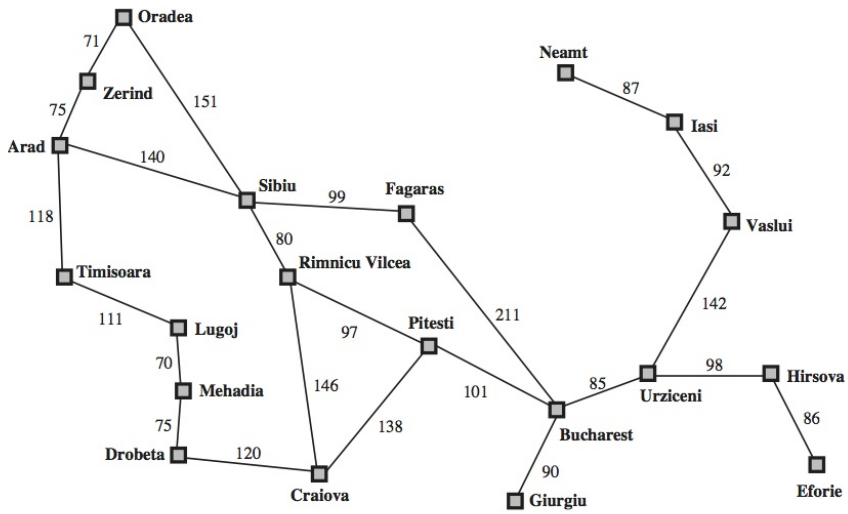
Y la lista de aristas con costo resultante es:
[[1, 2, 103] [1, 3, 154] [1, 4, 168] [2, 3, 119] [2, 4, 139] [3, 4, 44]]

El ejemplar codificado para el archivo prueba02.txt es:



Ciudad	Número
1	Oviedo
2	Bilbao
3	Valladolid
4	Madird
5	Zaragoza
6	Coruña
7	Vigo
8	Bandajoz
9	Jaén
10	Albacete
11	Barcelona
12	Gerona
13	Valencia
14	Murcia
15	Granada
16	Sevilla
17	Cádiz

El ejemplar codificado para el archivo prueba03.txt es:



Ciudad	Número
1	Oradea
2	Zerind
3	Arad
4	Sibiu
5	Timisoara
6	Lugoj
7	Mehadia
8	Drobeta
9	Craiova
10	Rimnicu Vilcea
11	Pitesti
12	Fagaras
13	Buchares
14	Giurgiu
15	Urzieceni
16	Hirosva
17	Vaslui
18	Vaslui
19	Isai
20	Neamt