

Proyecto Final. "El modelo de Vicsek"

Mauricio Sandoval Cuenca

Junio 2020

1 Introducción

En el estudio de los sistemas biológicos, una de las áreas de interés es la referente al modelado del comportamiento colectivo. Los ejemplos de aplicación son amplios e incluyen el estudio de bandadas de aves, cardúmenes, manadas de animales, colonias de hormigas, enjambres y otros insectos, crecimiento de colonias de bacterias y multitudes de personas. Al respecto existen diversos modelos que pretenden simular la dinámica desde una perspectiva *basada en agentes*, *i.e.* reproduciendo el comportamiento global a partir de la interacción de los individuos.

La *materia activa* es un concepto un poco más general que se refiere a sistemas formados por 'agentes activos' que consumen energía para moverse o ejercer fuerzas mecánicas. Debido al consumo de energía, estos sistemas están intrínsecamente fuera de *equilibrio térmico*. Dentro de la materia activa se encuentra el ya mencionado comportamiento colectivo de sistemas biológicos, diseño de motores moleculares, la auto organización de bio-polímeros tales como microtúbulos y la actina, y otros ejemplos fuera de los sistemas biológicos como la autopropulsión de coloides (partículas impulsadas foréticamente), materia granular impulsadas (vibrado de monocapas), enjambres de robots y rotadores Quinke [4], [5] y [6].



Figure 1: Materia activa. Foto tomada de [6]

La materia activa es un concepto relativamente nuevo en física de la materia blanda y el modelo más ampliamente estudiado es el atribuido a Vicsek, et.al. [1] y [2]. La motivación original del modelo radica en que los sujetos biológicos tienden a moverse como otros sujetos al rededor de cierto espacio. La idea central del modelo es que *a cada momento los agentes se moverán en la dirección promedio de sus vecinos en una vecindad con cierta perturbación*, en otras palabras, los agentes seguirán a sus vecinos.

2 Planteamiento

Nos proponemos implementar el modelo comportamiento colectivo de Vicsek en el lenguaje de programación NetLogo a partir del artículo original publicado por Vicsek, et.al. [1]. Estamos interesados en explorar modificaciones en los parámetros de los agentes y las condiciones de entorno implementando variaciones sencillas en el modelo, en particular nos gustaría estudiar el comportamiento del modelo cuando no se considera una velocidad fija constante si no que se define como un atributo de los agentes, también es de nuestro interés observar el comportamiento cuando modificamos la naturaleza de la perturbación que reciben los agentes al momento de alinearse, así como su rango de visión. Finalmente nos proponemos implementar obstáculos en el entorno y ver si se genera un comportamiento natural frente a ellos.

3 Desarrollo

3.1 Modelo simple

En el modelado del movimiento colectivo, se suelen definir áreas circulares o esféricas en las que las partículas interactúan entre sí. Los distintos tipos de interacciones que se pueden definir en estas áreas dan lugar a comportamientos distintos entre los individuos, usualmente se suelen encontrar: áreas de atracción, áreas de repulsión y áreas de alineamiento (orientación). Como veremos, el modelo de Vicsek ocupa únicamente un área de alineamiento, sin embargo se pueden usar variaciones del modelo incluyendo atracción y repulsión (*e.g* el modelo también conocido modelo boids para el movimiento colectivo de aves utiliza áreas de los tres tipos).

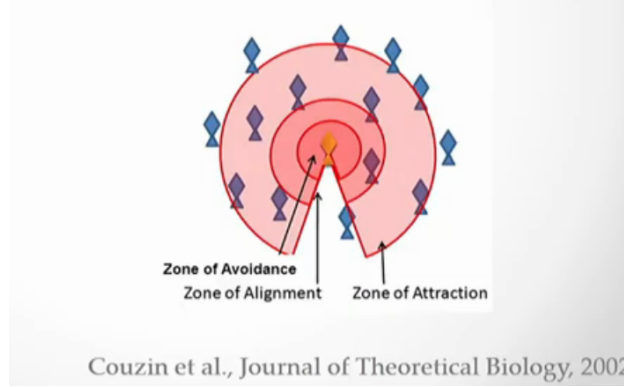


Figure 2: Muchos modelos de comportamiento colectivo utilizan áreas de atracción, repulsión y alineamiento

Definición del sistema: El espacio se compone de una retícula de $L \times L$, con condiciones de frontera periódicas. El sistema se inicia colocando N partículas aleatoriamente distribuidas en el espacio con una velocidad absoluta constante v y direcciones aleatorias θ distintas para cada agente i .

Regla. Cada uno de los agentes es dotado de una velocidad absoluta fija y a cada momento su dirección esta dada por el promedio de las direcciones de los agentes en una vecindad de radio r con una perturbación aleatoria.

Parámetros Globales. Los parámetros globales del modelo simple son: densidad ρ , ruido (noise) η , velocidad v y radio r .

Parámetros Individuales. El único parámetro que es atributo de los agentes en el modelo simple es el ángulo y esta determinado por las ecuaciones que incluimos a continuación.

Detalles Matemáticos

Las variables L , N y ρ guardan la siguiente relación: $\rho = \frac{N}{L^2}$, con lo que otra forma útil de visualizar el modelo es usando el número de individuos N como parámetro.

La actualización de la posición de la i -ésima partícula al tiempo $t + 1$ esta dada por:

$$x_i(t + 1) = x_i(t) + v\Delta t \quad (1)$$

donde $\Delta t = 1$ es el intervalo de tiempo entre dos actualizaciones en la dirección y la posición. En pocas palabras, el agente i avanzará una distancia v en cada momento.

Por otra parte, la dirección de la i -ésima partícula al tiempo $t + 1$ esta dada por:

$$\theta(t + 1) = \langle \theta(t) \rangle_r + \Delta \theta \quad (2)$$

Donde $\langle \theta(t) \rangle_r$ representa la media de los ángulos de los agentes en la vecindad de radio r de la partícula i y esta calculado como $\langle \theta(t) \rangle_r = \arctan \frac{\langle \sin \theta(t) \rangle_r}{\langle \cos \theta(t) \rangle_r}$ (aquí $\langle \sin \theta(t) \rangle_r$ y $\langle \cos \theta(t) \rangle_r$ se calculan usando la media

aritmética). Por otra parte $\Delta\theta$ representa la perturbación y esta dada por $\Delta\theta = \eta\xi_n(t)$, donde $\xi_n(t)$ es un número aleatorio en el intervalo $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ tomado con una distribución uniforme, y η es un número positivo que representa el parámetro de ruido.

3.2 Resultados

A lo largo de las realizaciones utilizamos un espacio con $L = 50$, y los parámetros se utilizaron en los siguientes rangos (a menos que se indique lo contrario): ρ del 0% al 100%, $\eta \in [0, 2]$, $v \in [0, 1]$ y $r \in [0, 3]$.

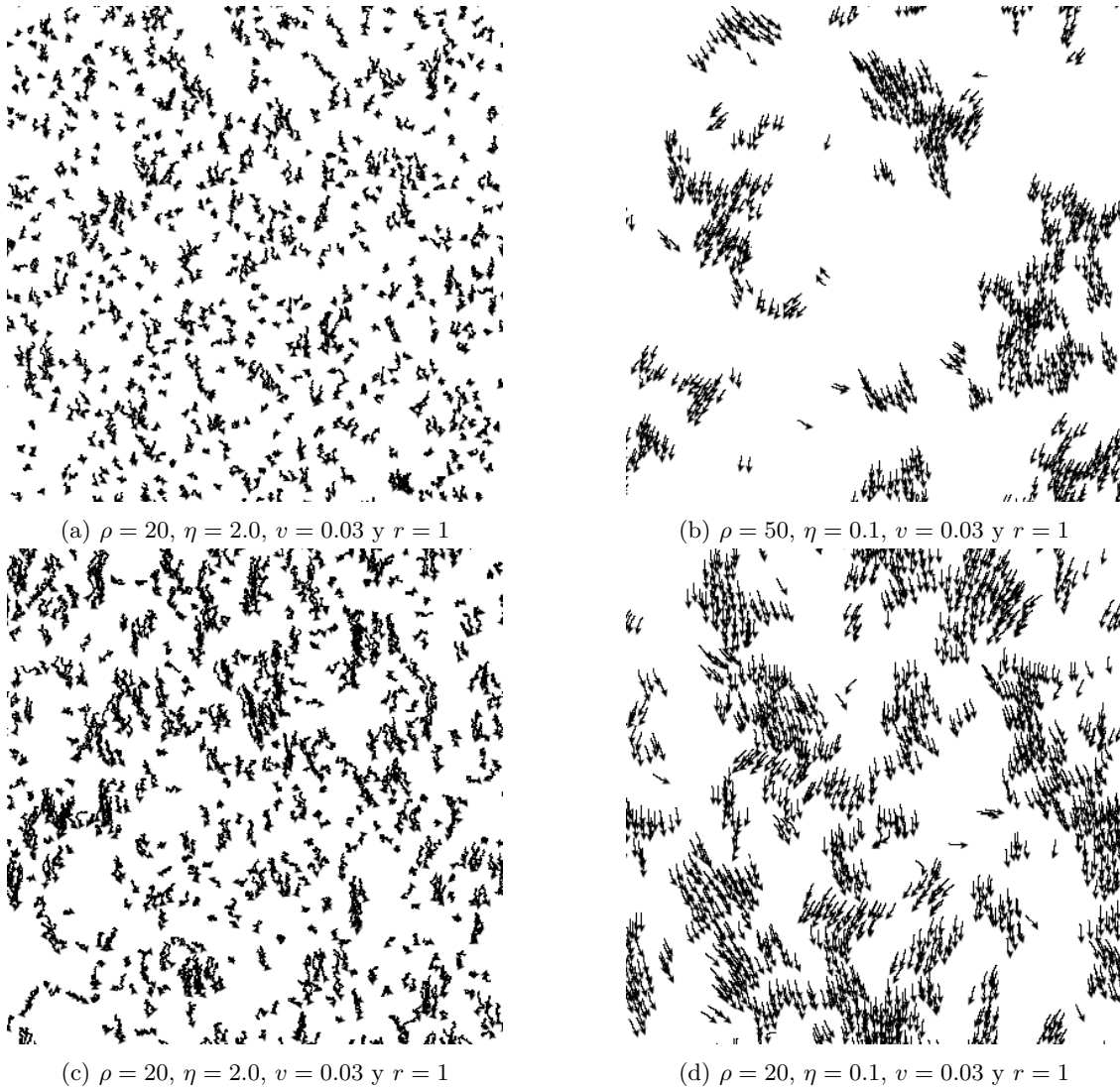


Figure 3: Evolución del modelo simple de Vicsek para distintos parámetros de ruido y densidad

En [1] los autores están interesados en estudiar la transición de fase cinética, de orden a desorden que ocurre al disminuir el ruido o incrementar la densidad, la medida utilizada para cuantificar esta transición esta definida por:

$$v_a = \frac{1}{Nv} \left| \sum_{i=1}^N v_i \right| \quad (3)$$

esta medida varía de 0 (estado de desorden) a 1 (estado de orden) según qué tan alineadas estén las direcciones de los agentes de manera global. No esta dentro del planteamiento de nuestro trabajo profundizar en

esta medida, sin embargo, en la figura 3 reproducimos el comportamiento del sistema que los autores estudian mostrando la transición de orden a desorden para distintos valores de los parámetros de ruido y densidad.

Lo primero que se debe hacer notar es que el orden del sistema esta caracterizado por la emergencia de movimiento cooperativo. Con emergencia nos referimos a que el movimiento coordinado que se observa no es una propiedad que este predefinida en las reglas de interacción de los agentes. En la figura 3a observamos las primeras iteraciones de sistema con densidad baja y ruido alto, es notoria la falta de coordinación y de trayectorias definida. Sin embargo, con el paso del tiempo, en la figura 3c observamos que aunque el movimiento sigue siendo caótico, las partículas se mueven con una ligera correlación. Por otra parte, en la figura 3b, notamos que a mayores densidades y valores bajos de ruido, las partículas se acumulan y mantienen un movimiento y trayectorias coordinadas. Finalmente en la figura 3d, a niveles bajos de densidad y de ruido, el movimiento sigue siendo coordinado pero no se forman agrupaciones densas como en 3b.

3.3 Variaciones

3.3.1 Ruido extrínseco

El modelo que trabajamos sigue la idea básica de que los agentes se moverán en la dirección promedio de sus vecinos en una vecindad con cierta perturbación, pero los 'errores' que cometen los agente al evaluar la dirección del movimiento de sus vecinos pueden ser de distintas naturalezas, estos se pueden dividir en dos grupos: [3]

1. **Ruido intrínseco.** Propio de los individuos. En este caso, a pesar de que los agentes conocen las direcciones del movimiento de sus vecinos, tienen cierto sesgo para actualizar sus direcciones o simplemente 'deciden' no seguirlas con precisión. Se dice que este tipo de ruido es intrínseco porque depende únicamente de los mecanismos internos de los agentes.
2. **Ruido extrínseco.** Propio del ambiente. Los agentes no perciben correctamente la dirección en la que sus vecinos se están moviendo. Se le llama extrínseco porque tiene que ver con errores en el mecanismo de comunicación de los individuos.

El tipo de ruido que se utiliza en el modelo simple es intrínseco, sin embargo, implementar la modificación para que el ruido sea extrínseco no es una complicación mayor y brinda resultados distintos. Únicamente tenemos que realizar una variación en la ecuación (2) para reflejar el cambio en el tipo de ruido

$$\theta(t+1) = \langle \theta(t) + \Delta\theta \rangle_r \quad (4)$$

El la figura 4 podemos observar que el cambio radica en la cantidad de partículas dispersas. Mientras que el ruido intrínseco muestra un mayor grado de dispersión, el ruido extrínseco muestra una agrupación más homogénea de las partículas en movimiento, lo que no lleva a la conclusión del que las perturbaciones propias de los agentes tienen mayor impacto sobre las perturbaciones que pertenecen al medio. Lo anterior no hace reflexionar sobre la naturaleza de la comunicación y sus limitaciones. También es importante recalcar que esta variación solo es perceptible cuando el radio r es cercano a 1, pues si incrementamos la longitud del radio, la dinámica es muy similar.

3.3.2 Velocidad variable como atributo del agente

Otra variación sugerida en el artículo original de Vicsek et.al. [1] es la de modificar el hecho de que los individuos se muevan con una velocidad absoluta constante, la modificación sugerida es de volver la velocidad una cantidad variable que sea atributo de los agentes. Para controlar el parámetro establecimos que a cada tiempo cada agente tenga una velocidad aleatoria distinta acotada por una velocidad máxima que llamaremos v_{max} . A continuación en la figura 5 vemos los cambios al variar el tipo de velocidad.

En el modelo simple la diferencia radica esencialmente en que el movimiento luce más orgánico, sin embargo, el comportamiento global del sistema no parece cambiar mucho. Notamos una diferencia más significativa combinándolo con ruido extrínseco, que es lo que mostramos en la figura 5. Podemos observar una diferencia en la forma de las agrupaciones de partículas, en la modificación se puede apreciar como las partículas guardan más espacio entre ellas, formando agrupaciones menos densas, lo cual nos parece una modificación bastante apreciable al momento de hacer la analogía con el movimiento colectivo de animales.

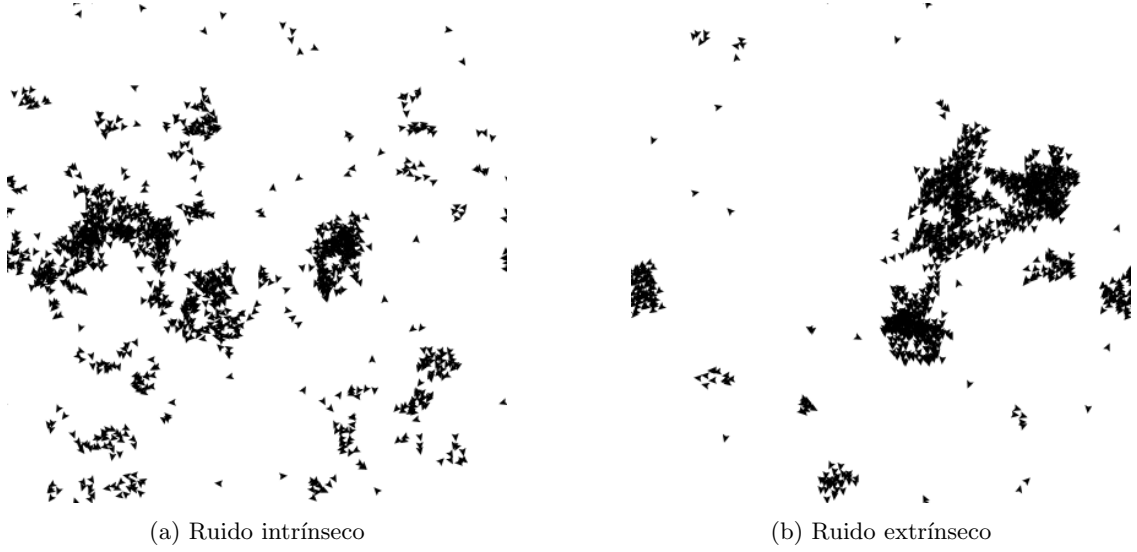


Figure 4: Distintos tipos de ruido en un modelo con $\rho = 40$, $\eta = 0.5$, $v = 0.3$ y $r = 1$

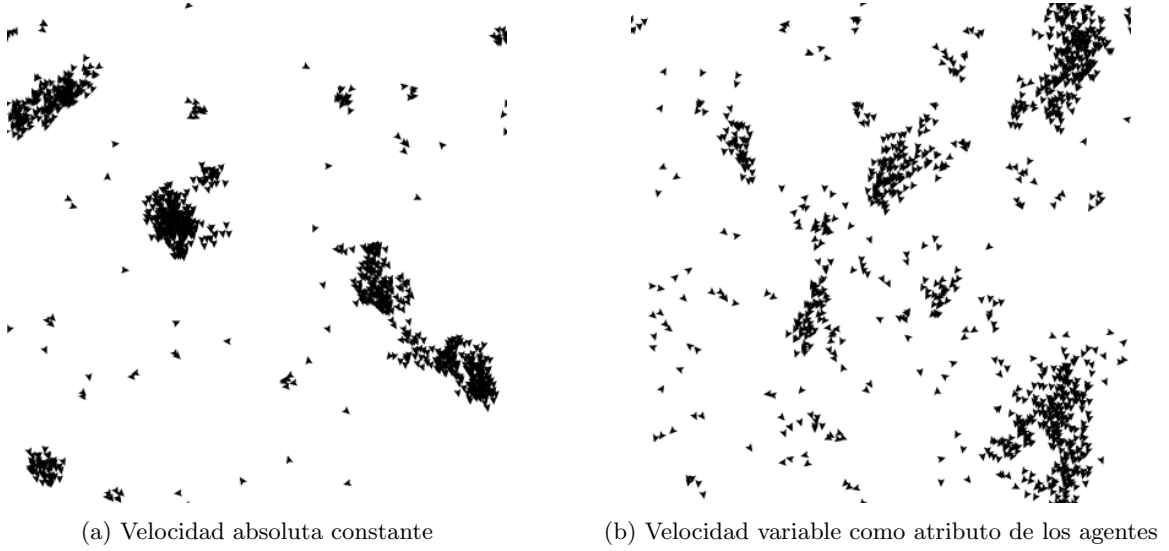


Figure 5: Distintos tipos de velocidad en un modelo con $\rho = 40$, $\eta = 0.4$, $v = 0.3$ ($v_{max} = 0.3$ resp.), $r = 1$ y ruido extrínseco

3.3.3 Rango de visión

La última variación que realizamos en las características del modelo fue el limitar el rango de visión de los agentes. Establecimos el ángulo de visión como un parámetro adicional al modelo y el principal interés fue variar este junto con el radio r y combinar los resultados con el tipo de ruido intrínseco y extrínseco. Al hacer la combinación con velocidades variables, no encontramos un comportamiento significativamente distinto, lo que de alguna manera puede resultar positivo en el sentido de que no es necesario agregar grandes modificaciones para afinar ciertos comportamientos, si no que basta con ligeras modificaciones en los parámetros.

Añadimos un ejemplo de un fenómeno que llamó nuestra atención y que no habíamos notado en los anteriores modelos y que se obtiene al limitar el rango de visión, con ruido extrínseco y es que el movimiento se coordina con una correlación bastante alta y un distanciamiento razonable entre las partículas.



Figure 6: Correlación y distanciamiento en un modelo con limitación en el rango de visión, ruido extrínseco y $\rho = 40$, $\eta = 0.5$, $v = 0.3$, $r = 3$

3.3.4 Obstáculos

Una de las maneras que nos propusimos evaluar el dinamismo y universalidad del modelo con tan pocas reglas es por medio de obstáculos. Con un par de circuitos, probamos si los agentes podían coordinar su movimiento a fin de evitar los obstáculos y no presentar comportamientos anómalos. A continuación mostramos capturas que muestran el comportamiento general del modelo en tres distintos tipos de obstáculos.

El resultado fue que a grandes rasgos los agentes siguen mostrando las características del modelo sin obstáculos, sin embargo, podemos observar en en ciertas situaciones, los agentes no terminan de presentar un comportamiento deseado. En el circuito circular, los agentes no terminan de coordinar un movimiento circular satisfactorio, si no que es resultado de los constantes choques contra las fronteras. Por otra parte en el tercer obstáculo, se aprecia como, al momento de cruzar por regiones muy acotadas, la aglomeración es excesiva y los agentes no guardan espacio entre sí.

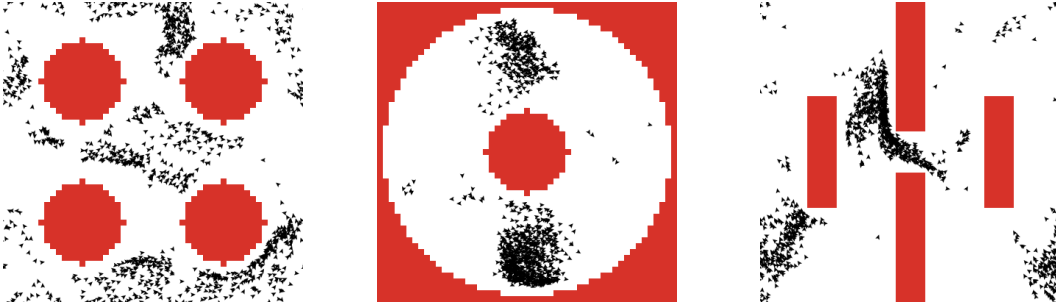


Figure 7: Dinámica de los agentes cuando les son impuestos obstáculos un modelo con $\rho = 40$, $\eta = 0.5$, $v = 0.3$, $r = 2$ y ruido intrínseco

4 Conclusiones

El modelo de Vicsek ha sido uno de los preferidos al momento de describir la materia activa debido a que es un modelo muy sencillo y flexible que puede adaptarse muy bien a describir una variedad inmensa de fenómenos de la naturaleza. Como vimos, el modelo se basa únicamente en definir la interacción de los agentes en un área de alineamiento, y no necesita definir áreas de atracción y repulsión para reproducir el

comportamiento de otros modelos que prescinden de ambos *v.g.* boids.

A pesar de que en este trabajo exploramos variaciones muy simples del modelo, otros trabajos demuestran que variaciones más profundas pueden ampliar el rango de aplicabilidad del modelo, por ejemplo, en [2] se exploran los patrones de crecimiento en colonias de bacterias *Bacillus subtilis*. Otros trabajos sugieren una ampliación del modelo, limitando el área de visión de los individuos y definiendo una velocidad angular para modelar el fenómeno conocido como *milling*, movimiento colectivo circular muy común en cardúmenes y colonias de hormigas *cfr.* círculo de la muerte, que no se presenta en el modelo de Vicsek simple.

A nuestro parecer, la variación que incluye explorar la posibilidad de explorar el tipo de ruido intrínseco y extrínseco, junto con la limitación del rango de visión de los agentes, es la más adecuada para afinar ciertos comportamientos y ampliar, de manera sencilla, el rango de aplicabilidad. De la experimentación con los obstáculos, concluimos que a pesar de tratarse de un modelo bastante flexible y dinámico, no es suficiente para modelar ciertos fenómenos como el pánico en caminadores aleatorios *cfr. pedestrians*, sin embargo, ligeras extensiones como incluir áreas de repulsión podrían ser añadidas con la finalidad de precisar estos comportamientos.

Bibliografía

- [1] Vicsek, T., Czirók, A., Ben-Jacob, E., Cohen, I. and Shochet, O. (1995) Novel Type of phase Transition in a System of Self-Driven Particles. *Physical Review Letters* 75 (6): 1226-1229
- [2] Ben-Jacob, E., Schochet, O., Tenenbaum, A., Cohen, I., Czirók, A., Vicsek, T. (1994). Generic modelling of cooperative growth patterns in bacterial colonies. *Nature*, 368(6466), 46–49
- [3] http://web.mit.edu/8.334/www/grades/projects/projects10/Hernandez-Lopez-Rogelio/dynamics_2.html
- [4] Ramaswamy, S. (2010). The Mechanics and Statistics of Active Matter. *Annu. Rev. Condens. Matter Phys.* 2010. 1:323–45
- [5] https://www.nature.com/collections/hvczfmjfl?utm_source=twitter&utm_medium=social&utm_content=boosted&utm_campaign=NCOM_1_SZ_ActiveMatter-GRC-social
- [6] https://es.wikipedia.org/wiki/Materia_activa