

# Desarrollo Económico **Crecimiento Económico III**

Mauricio Tejada  
Departamento de Economía, Universidad Alberto Hurtado  
Primer Semestre 2022

# Convergencia

#fenuah

# Convergencia no condicional

- El modelo de crecimiento de Solow predice **convergencia no condicional**:
  - Los ingresos de los países tienden a acercarse cada vez más unos a otros.
  - Este resultado está basado fuertemente en el supuesto de rendimientos decrecientes...
  - ...así como en la igualdad de los parámetros  $s$ ,  $n$ ,  $\pi$  entre países.
- Pareciera que la idea de convergencia no condicional es demasiado pedir:
  - No obstante, curiosamente la literatura se ha hecho la pregunta y ha tratado de responderla.

# Probando empíricamente convergencia no condicional

- **Baumol (AER 1986)** estudió 16 países:
  - Los más ricos del mundo hoy en día.
  - En orden de más pobre a más rico en 1870:  
{Japón, Finlandia, Suecia, Noruega, Alemania, Italia, Austria, Francia, Canadá, Dinamarca, EE. UU., Países Bajos, Suiza, Bélgica, Reino Unido y Australia}
- ¿Por qué solo 16? Angus Maddison y el **proyecto Maddison**.

La base de datos del proyecto Maddison proporciona información sobre el crecimiento económico comparativo y los niveles de ingresos a muy largo plazo. La versión 2020 de esta base de datos cubre 169 países y el período hasta 2018.

<https://www.rug.nl/ggdc/historicaldevelopment/maddison/releases/maddison-project-database-2020?lang=en>

# Probando empíricamente convergencia no condicional

- **Idea:** realizar una regresión de la tasa de crecimiento de 1870-1979 sobre los ingresos de 1870 (periodo base).

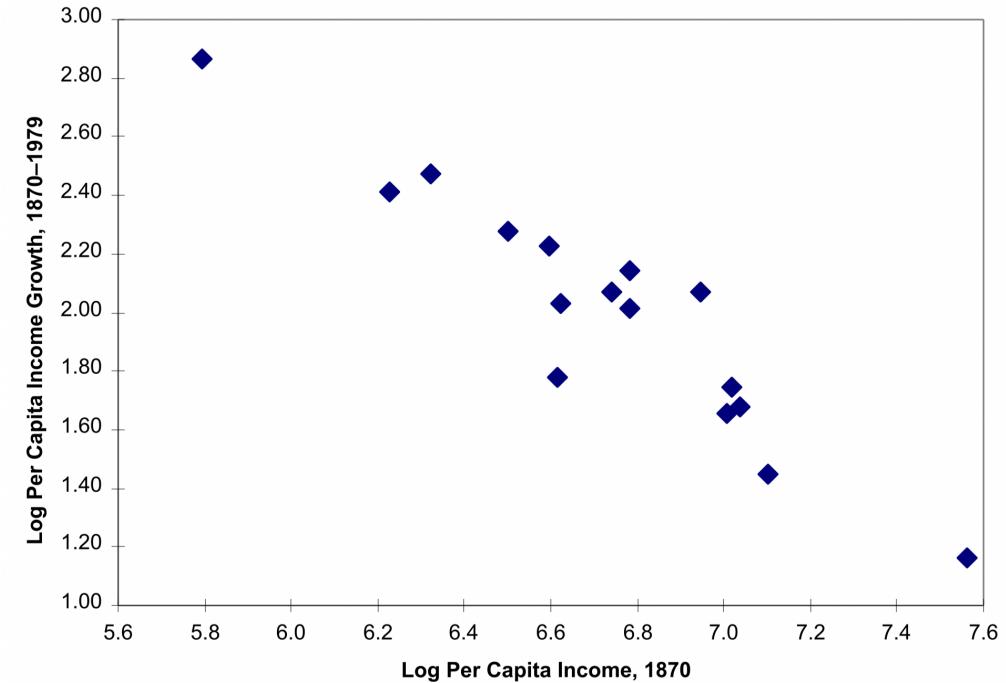
$$\ln y_i^{1979} - \ln y_i^{1870} = A + b \ln y_i^{1870} + \epsilon_i$$

- La hipótesis de convergencia no condicional se cumpliría si:

$$b \simeq -1$$

- Baumol obtiene  $\hat{b} = -0.995, R^2 = 0.88$ .

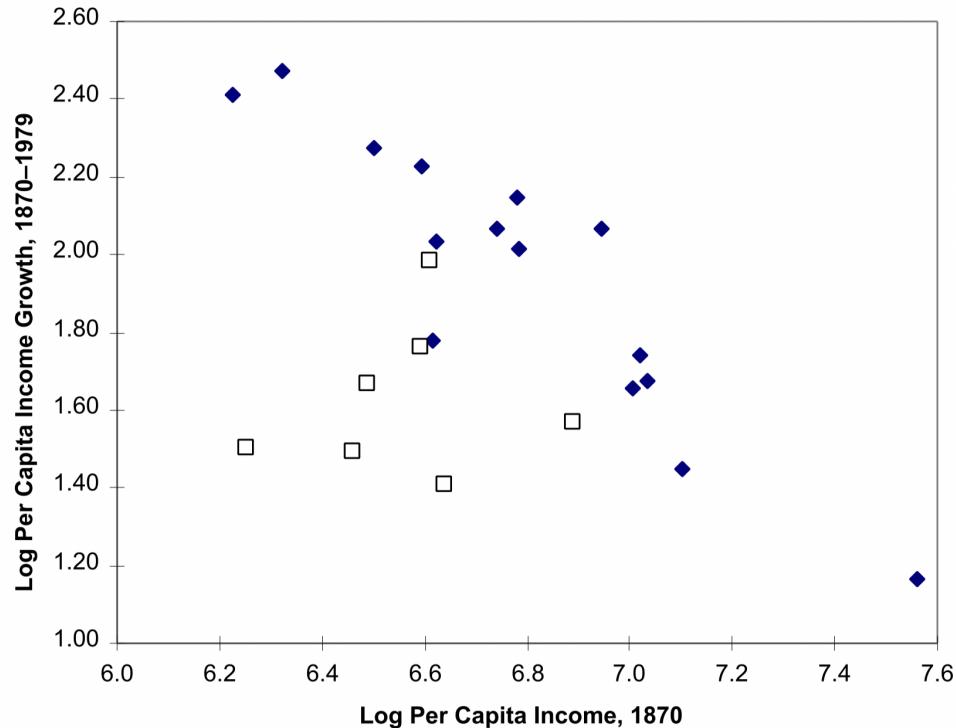
**Gráficamente:**



# Probando empíricamente convergencia no condicional

- Crítica de **De Long (AER 1988)**:
  - Agrega siete países más a los 16 de Maddison.
  - En 1870, estos países tenían tanto derecho a ser miembros del **club de la convergencia** como cualquiera de los 16 incluidos por Baumol:
    - {Argentina, Chile, Alemania Oriental, Irlanda, Nueva Zelanda, Portugal y España}
  - Hasta 1913, Nueva Zelanda, Argentina y Chile figuraban en la lista de los diez principales receptores de inversiones extranjeras británicas y francesas (en términos per cápita).
  - Todos tenían un PIB per cápita superior al de Finlandia en 1870.
  - **Estrategia**: dejar Japón (¿por qué?) y agregar los 7.

# Probando empíricamente convergencia no condicional



- Pendiente sigue siendo negativa, aunque pierde significancia estadística.
- Controlando por error de medida: **desaparece toda relación**. Suponga que el verdadero valor  $\ln y_i^{*1870}$  no es observado:

$$e_i = \ln y_i^{*1870} - \ln y_i^{1870}, \quad Cov(\ln y_i^{1870}, e_i) = 0$$

Verdadera relación:

$$\ln y_i^{1979} - \ln y_i^{*1870} = A + b \ln y_i^{*1870} + \epsilon_i$$

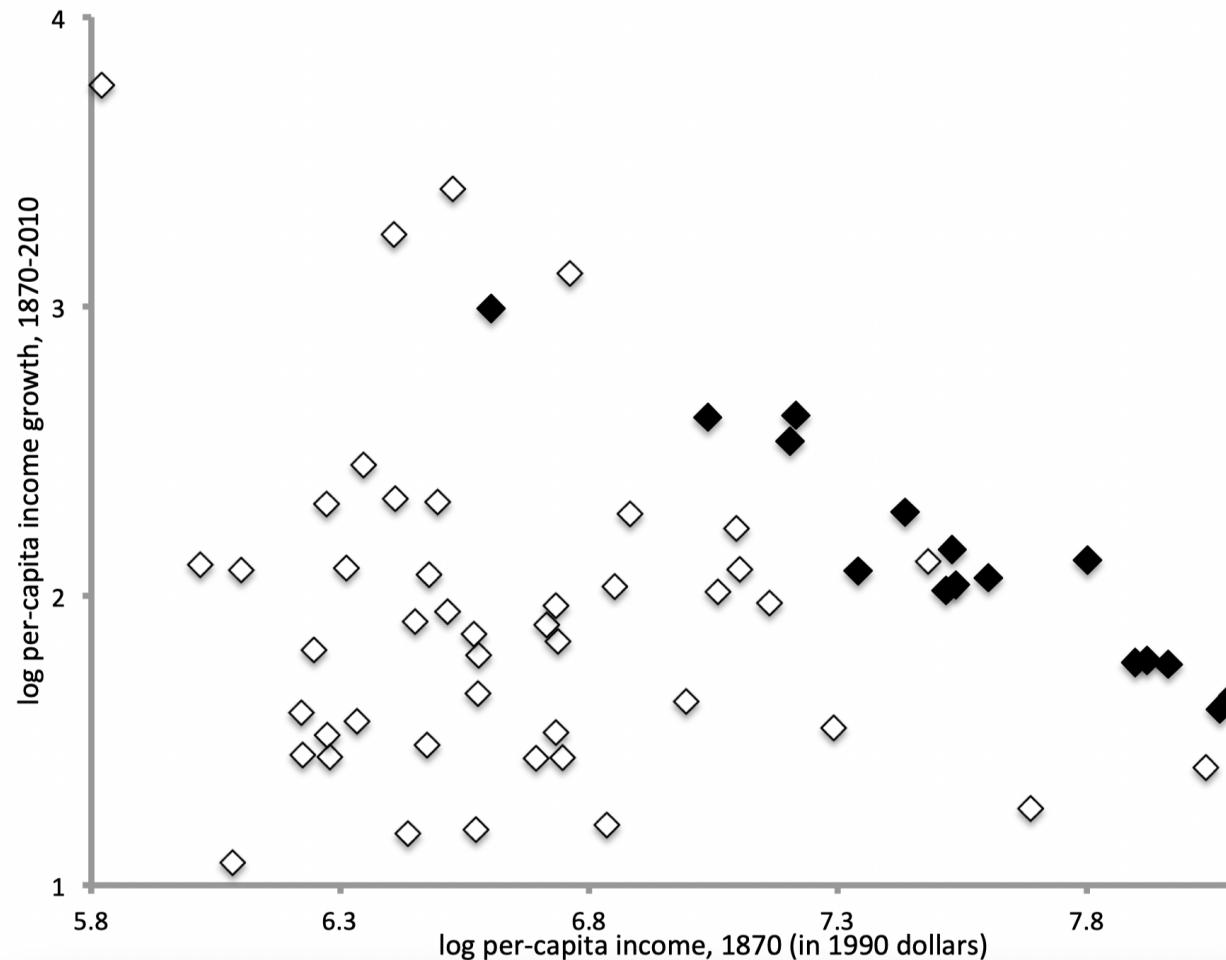
Pero estimamos:

$$\ln y_i^{1979} - \ln y_i^{1870} = A + b \ln y_i^{1870} + (1 + b)e_i + \epsilon_i$$

MCO de  $b$  no cambia, pero  
 $V((1 + b)e_i + \epsilon_i) > V(\epsilon_i)$

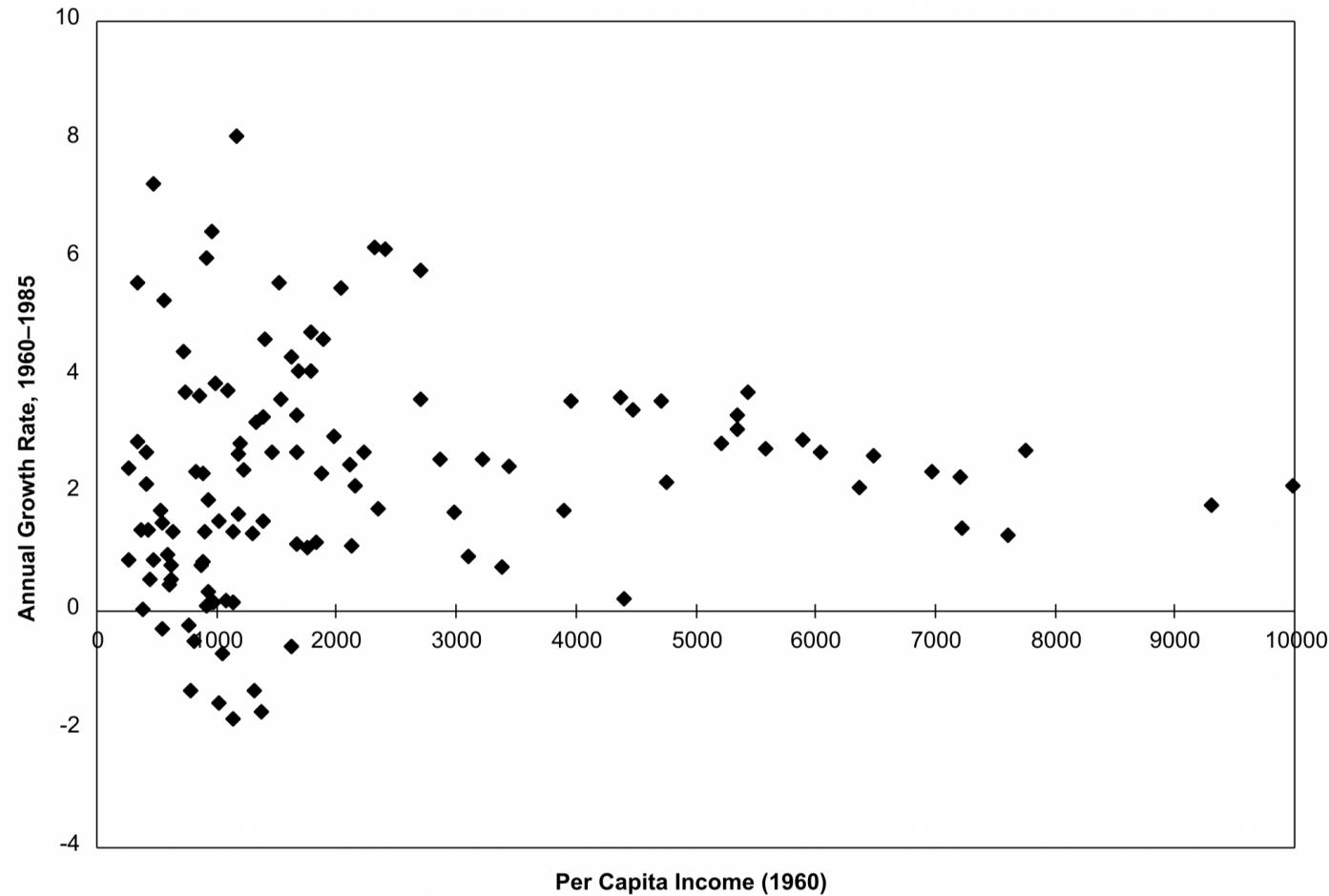
# Probando empíricamente convergencia no condicional

Más países: Conjunto de datos de Maddison actualizado 2013, 60 países.



# Probando empíricamente convergencia no condicional

Aún más países: Barro (QJE 1991), más de 100 países durante 1960-1985.



# Convergencia condicional

- El concepto de convergencia no condicional supone que todos los parámetros que determinan el nivel de ingreso de largo plazo son iguales.

## Convergencia condicional:

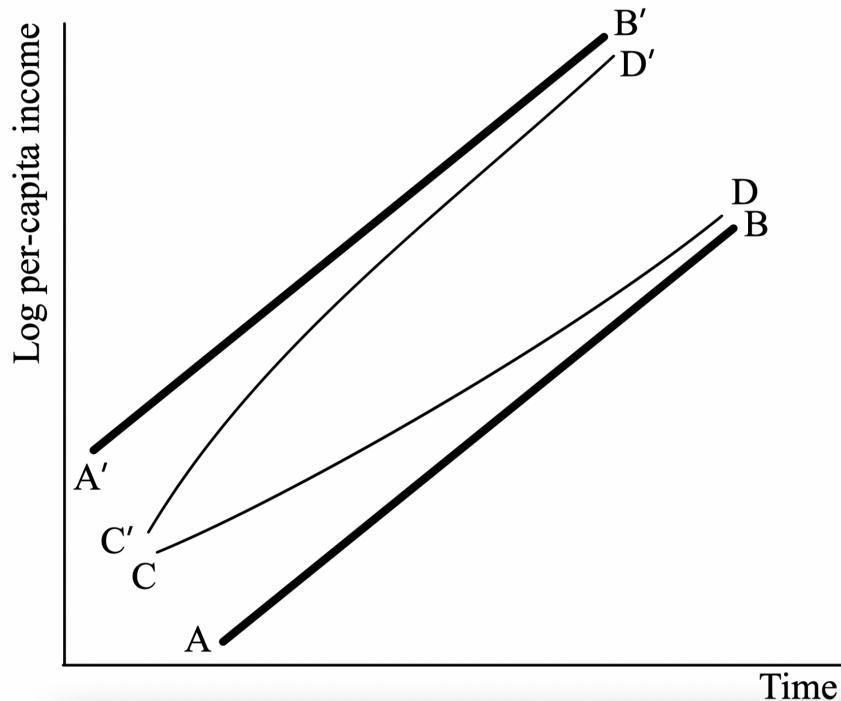
El concepto de convergencia tiene sentido solo después de "controlar por"  $s$  y  $n$  o cualquier parámetro que varíe sistemáticamente entre países

- Dos enfoques para analizar empíricamente el concepto de convergencia condicional.
  - **Calibración:** Vamos a ver si el modelo de Solow es "suficiente" para explicar cuantitativamente las diferencias de ingreso (metodología propuesta por Kydland y Prescott, 1982).
  - **Regresión:** Vamos a ver si los datos soportan las predicciones del modelo de Solow respecto de los determinantes del estández de vida de los países (Mankiew, Romer y Weil, 1992).

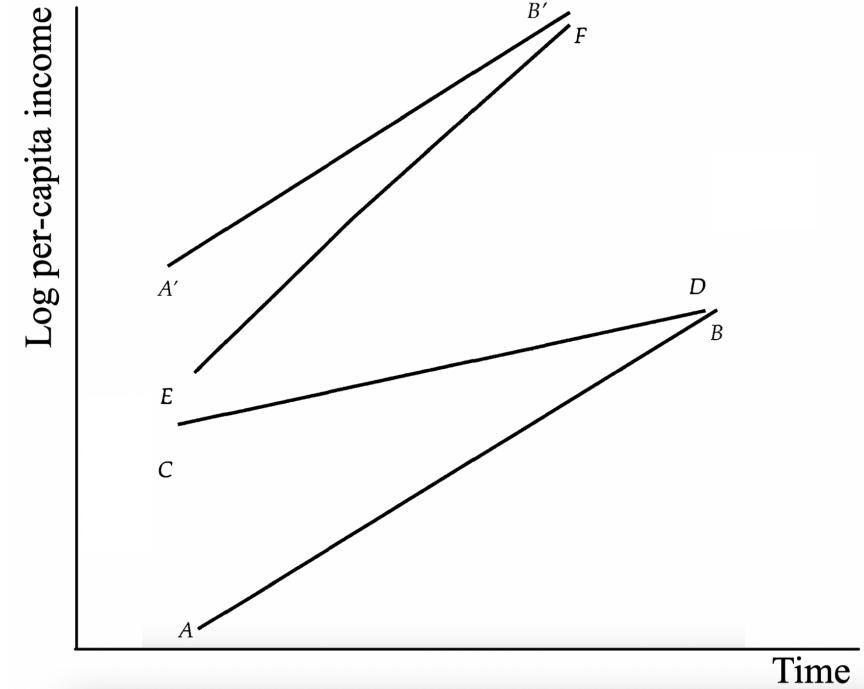
# Convergencia condicional

Los países se diferencian en uno o más de los siguientes: nivel de conocimientos técnicos (y su evolución), la tasa de ahorro, la tasa de crecimiento demográfico y la tasa de depreciación. Distingamos:

Convergencia en tasas de crecimiento:



Divergencia:



# Enfoque de calibración

- Recuerde la ecuación que determinaba el stock de capital en unidades efectiva de trabajo en estado estacionario era:

$$\frac{f(\hat{k}^*)}{\hat{k}^*} \simeq \frac{n + \delta + \pi}{s}$$

- Usando la función de producción Cobb-Douglas:

$$Y = AK^\alpha(eL)^{1-\alpha}$$

con  $e(t) = (1 + \pi)^t$ .

- En unidades laborales efectivas:

$$\hat{y} = \frac{Y}{eL} = \frac{AK^\alpha(eL)^{1-\alpha}}{eL} = A\left(\frac{K}{eL}\right)^\alpha = A\hat{k}^\alpha (= f(\hat{k}))$$

# Enfoque de calibración

- Combinando ambas ecuaciones tenemos:

$$\frac{n + \delta + \pi}{s} \simeq \frac{f(\hat{k}^*)}{\hat{k}^*} = A\hat{k}^{*\alpha-1}$$

- Finalmente, resolvemos para  $\hat{k}^*$ :

$$\hat{k}^* = \left( \frac{sA}{n + \delta + \pi} \right)^{1/(1-\alpha)}$$

y para  $\hat{y}^*$  usando la función de producción:

$$\hat{y}^* = A \left( \frac{sA}{n + \delta + \pi} \right)^{\alpha/(1-\alpha)} = A^{1/(1-\alpha)} \left( \frac{s}{n + \delta + \pi} \right)^{\alpha/(1-\alpha)}$$

# Enfoque de calibración

- Ahora suponga que dos países tienen  $\pi$ ,  $n$  y  $\delta$  similares. El ratio de productos per cápita sería:

$$\frac{y_1}{y_2} = \left( \frac{A_1}{A_2} \right)^{1/(1-\alpha)} \left( \frac{s_1}{s_2} \right)^{\alpha/(1-\alpha)}$$

- $\alpha$  es la participación del ingreso del capital (¿recuerdan?).
  - Posibles valores: 0.25 (Parente-Prescott) – 0.40 (Lucas), entonces  $\alpha/(1 - \alpha) \leq 2/3$
- Suponga que el **país uno tiene el doble de tasa de ahorro  $s$** .
  - Entonces el ratio de ingresos es aprox.  $2^{2/3} = 1.587$ , alrededor de 60%.
  - **¿Es suficiente?, la respuesta es no.** Entre 1990-2020, el ingreso per cápita promedio (PPA) del 10% más rico fue alrededor de 30+ veces el del 10% más pobre.

# Enfoque de calibración

- Los diferenciales tecnológicos pueden darnos una mejor resultado en explicar diferencia en ingreso.  
Recuerde que:

$$\frac{y_1}{y_2} = \left( \frac{A_1}{A_2} \right)^{1/(1-\alpha)} \left( \frac{s_1}{s_2} \right)^{\alpha/(1-\alpha)}$$

- Es decir, las diferencias  $A$  están más amplificadas que las diferencias  $s$ :

$$\frac{y_1}{y_2} = \left( \frac{A_1}{A_2} \right)^{1/(1-\alpha)}$$

- Mismo ejercicio, suponga que el **país uno tiene el doble de nivel tecnológico**.
  - Entonces el ratio de ingresos es aprox.  $2^{5/3} = 3.174$ , alrededor de 3+ veces.
  - Mejor, pero aún lejos. Se requerirían diferencias enormes en  $A$  para capturar diferencias observadas en  $y$ .
  - **Variación en los ingresos demasiado alta en relación con la teoría básica.**

# ¿Qué significa $\alpha$ ?

- Recordemos que  $\alpha$  representa la participación del ingreso del capital en el ingreso total.

$$\alpha = \frac{PMK \times k}{y} = \frac{q \times k}{y} \in (0, 1)$$

- Cuanto más grande es, mayor es la propagación que podemos calibrar o predecir.
- Pero  $\alpha$  mide la participación del capital físico, que no se acerca a 1.
- Es el corazón de la dificultad con el modelo de Solow.
- También se pueden acumular otros insumos, como el capital humano.
  - Se debe considerar la participación de estos otros insumos en los ingresos totales.

# El modelo de Solow con tres insumos

- Suponga ahora que la función de producción es (usemos una Cobb-Douglas):

$$Y = AK^\alpha U^\beta H^\gamma$$

donde  $U$  es mano de obra no calificada y  $H$  es mano de obra educada.

- Mantenemos los supuestos de RCE en los 3 insumos y rendimientos marginales decrecientes en cada insumo.
- Note que existe sustitución imperfecta entre  $U$ ,  $H$  y  $K$ . Para producir se requieren los tres tipos de insumos.
- Ahora dividamos entre  $U$  para expresar la producción por trabajador no calificado:

$$y = Ak^\alpha h^\gamma$$

con  $h = H/U$  y  $k = K/U$ .

# El modelo de Solow con tres insumos

- Ahora tenemos dos ecuaciones de acumulación:

$$Ahorros : \quad K(t+1) = (1 - \delta_k) K(t) + s_k Y(t)$$

$$Educación : \quad H(t+1) = (1 - \delta_h) H(t) + s_h Y(t)$$

- Supongamos por simplicidad que no existe progreso tecnológico. De nuevo, dividiendo por  $U$  tenemos:

$$(1 + n)k(t+1) = (1 - \delta_k) k(t) + s_k y(t)$$

$$(1 + n)h(t+1) = (1 - \delta_h) h(t) + s_h y(t)$$

- En estado estacionario se cumple  $k(t) = k(t+1) = k^*$ ,  $h(t) = h(t+1) = h^*$ ,  $y(t) = y^*$ , luego:

$$k^* = \frac{s_k y^*}{n + \delta_k}$$

$$h^* = \frac{s_h y^*}{n + \delta_h}$$

# El modelo de Solow con tres insumos

- Recuerda  $y = Ak^\alpha h^\gamma$ . Combinando:

$$y^* = Ak^{*\alpha}h^{*\gamma} = A\left(\frac{s_k y^*}{n + \delta_k}\right)^\alpha \left(\frac{s_h y^*}{n + \delta_h}\right)^\gamma,$$

$$y^* = A^{1/(1-\alpha-\gamma)} \left(\frac{s_k}{n + \delta_k}\right)^{\alpha/(1-\alpha-\gamma)} \left(\frac{s_h}{n + \delta_h}\right)^{\gamma/(1-\alpha-\gamma)}$$

# Enfoque de calibración (nuevamente)

- Ahora suponga que dos países tienen  $n$ ,  $\delta_k$  y  $\delta_h$  similares. El ratio de productos per cápita sería:

$$\frac{y_1}{y_2} = \left( \frac{A_1}{A_2} \right)^{1/(1-\alpha-\gamma)} \left( \frac{s_{1,k}}{s_{2,k}} \right)^{\alpha/(1-\alpha-\gamma)} \left( \frac{s_{1,h}}{s_{1,h}} \right)^{\gamma/(1-\alpha-\gamma)}$$

- $\alpha$  y  $\gamma$  son la participación del ingreso del capital y del capital humano (trabajo calificado) sobre el ingreso total, respectivamente.
  - Posibles valores:  $\alpha = [0.25, 0.40]$  y  $\gamma = [0.10, 0.20]$ , entonces  $(\alpha + \gamma)/(1 - \alpha - \gamma) \leq 3/2$
- Suponga que el **país uno tiene el doble de tasa de ahorro  $s$  en ambos capitales.**
  - Entonces el ratio de ingresos es aprox.  $2^{3/2} = 2.828$ , aproximadamente  $\times 3$ .
- Mismo ejercicio, suponga que el **país uno tiene el doble de nivel tecnológico.**
  - Entonces el ratio de ingresos es aprox.  $2^{5/2} = 5.656$ , alrededor de  $\times 5$ .
- Mucho mejor!! **Se requieren más componente para que la teoría logre capturar diferencias en ingreso.**

# Crecimiento endógeno

#fenuah

# Capital físico y capital humano (nuevamente)

- ¿Qué sucede si  $\alpha + \gamma = 1$  en el modelo visto antes? En este caso:

$$y = Ak^\alpha h^{1-\alpha}$$

- Implicancias (por simplicidad ignoremos el crecimiento de la población y la depreciación, la escencia no cambia):

- Definimos  $r = h/k$ , entonces:

$$y/k = Ar^{1-\alpha} \quad y/h = Ar^{-\alpha}$$

- Usando las ecuaciones de acumulación tenemos:

$$g_k(t) = \frac{k(t+1) - k(t)}{k(t)} = s_k Ar(t)^{1-\alpha}$$

$$g_h(t) = \frac{h(t+1) - h(t)}{h(t)} = s_h Ar(t)^{-\alpha}$$

# Capital físico y capital humano (nuevamente)

- Implicancias (continuación):
  - Si  $g_k(t) \geq g_h(t)$ , entonces  $r = h/k \geq s_h/s_k$ , pero como  $r = h/k \downarrow$ , tenemos que  $r \rightarrow s_h/s_k$ .
  - Si  $g_k(t) \leq g_h(t)$ , entonces  $r = h/k \leq s_h/s_k$ , pero como  $r = h/k \uparrow$ , tenemos que  $r \rightarrow s_h/s_k$ .
  - Usando lo anterior:
$$r = \frac{s_h}{s_k} \Rightarrow g_k(t) = g_h(t)$$
- Usando la función de producción:
$$y = Ak^\alpha h^{1-\alpha} = y = \frac{A}{r^\alpha} h \frac{h+k}{h+k} = A \frac{r^{1-\alpha}}{1+r} \kappa = \tilde{A} \kappa$$
con  $\kappa = h+k$ .
- Si bien, la función de producción tiene retornos marginales decrecientes para  $k$  y  $y$ , presenta retornos marginales constantes para una definición amplia de capital  $\kappa$ . **Este modelo presenta crecimiento sostenido como el AK.**

# ¿Qué logramos con este ejercicio?

La convergencia contradice los hechos. Pero ...

- La variación observada en el ingreso per cápita se ajusta a las variaciones en el ahorro.
- Usando un modelo que tiene tanto capital físico como humano tenemos las siguientes predicciones
  - **La convergencia condicional (una vez se controla por el capital humano):** Condicionando por el nivel de capital humano, los países pobres tienden a crecer más deprisa.
  - **La divergencia condicional (una vez controlado por el nivel inicial de ingreso per cápita):** Condicionando por el nivel de renta per cápita, los países que tienen más capital humano crecen más deprisa.

A seguir: teorías de la divergencia.