# Sistemas de Control II Trabajo práctico Nº2



# UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA FCEFyN

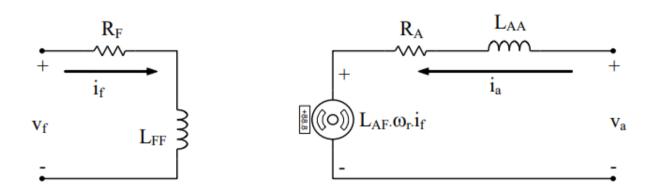
Profesor: Dr. Ing. Pucheta, Julian

Alumno: Valdez Benavidez, Mauricio L.

# DISEÑO DE CONTROLADORES EN VARIABLES DE ESTADO EN TIEMPO CONTINUO

#### CASO DE ESTUDIO 1

#### SISTEMAS DE TRES VARIABLES DE ESTADO



Se parte del esquemático del circuito que representa a un motor de CC, las ecuaciones con torque TL no nulo y parámetros definidos L<sub>AA</sub>=5 10<sup>-3</sup>; J=0.004; R<sub>A</sub>=0.2; B=0.005; K<sub>i</sub>=6,5 10<sup>-5</sup>; K<sub>m</sub>=0.055

$$\frac{di_a}{dt} = -\frac{R_A}{L_{AA}}i_a - \frac{K_m}{L_{AA}}\omega_r + \frac{1}{L_{AA}}V_a$$

$$\frac{d\omega_r}{dt} = \frac{K_i}{J}i_a - \frac{B_m}{J}\omega_r + \frac{1}{J}T_L$$

$$\frac{d\theta_t}{dt} = \omega_r$$

**Item[1]** Implementar un sistema en variables de estado que controle el ángulo del motor, para consignas de  $\pi/2$  y  $-\pi/2$  cambiando cada 2 segundos y que el TL de 1,15 10-3 aparece sólo para  $\pi/2$ , para  $-\pi/2$  es nulo. Hallar el valor de integración Euler adecuado. El objetivo es mejorar la dinámica del controlador que muestra la Fig. 1.

Para hallar el valor de integración de Euler, se planteó la matriz A de estados y se calcularon los auto-valores de la misma. Luego se buscaron los coeficientes que representan a las dinámicas más rápidas y lentas del sistema.

Para determinar el paso o tiempo de integración, se busca el polo que se corresponde con la dinámica más rápida para la cual se llega a un 95% en:

-1.2546

Por simplicidad computacional se va a tomar un tiempo de  $1*10^{-4}[s]$  el paso de integración

Para determinar el tiempo de simulación para el cual se establece el sistema, se busca el polo que se corresponde con la dinámica más lenta para la cual se llega a un 5% en:

$$t_{5\% \, lenta} = \frac{Ln(0.05)}{-1.2546} = 2.38$$

El tiempo debería ser al menos 5 veces más grande que el tiempo calculado es decir

$$tF = 2.38 * 5 = 12[s]$$

Hay que tener en cuenta que el tiempo anterior calculado es válido para una entrada que no varíe, por lo tanto como la consigna dice que cada 2[s] varíe la entrada, el sistema no llega a establecerse por completo, pero si vemos cómo reacciona al conmutar la entrada.

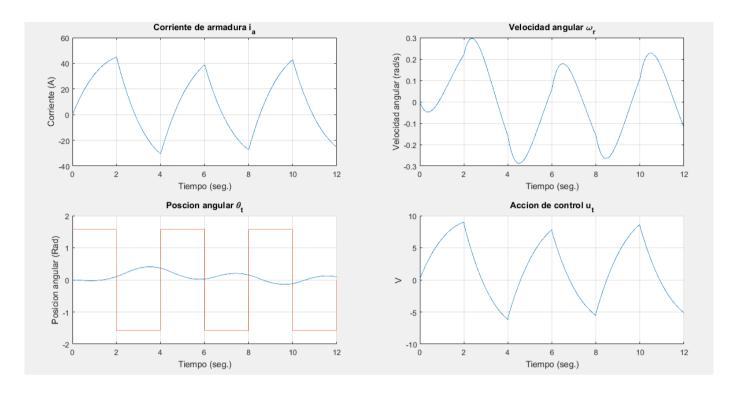
Se optó implementar un controlador LQR para poder obtener mejores resultados respecto al método de asignación de polos que en un principio se comenzó a aplicar a esta consigna. Además luego de bastantes pruebas se hicieron algunas consideraciones que se detallan a continuación:

- Se aumentó el tiempo de conmutación a uno 10 veces más grande, es decir 20[s].
- Se amplió el tiempo de simulación a 100 [s]
- Se agregó un integrador.
- Se colocó un saturador para la acción de control en +-12[V]

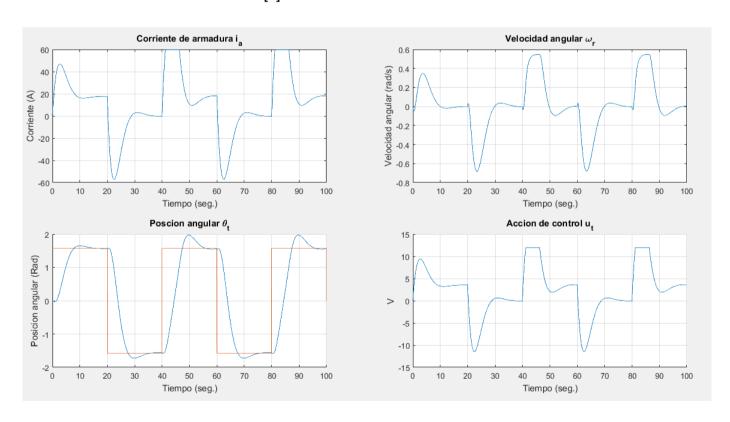
Los cambios mencionados se hicieron ya que para que el sistema pudiera seguir la referencia en los tiempos solicitados y con el TL asignado, la corriente de armadura se disparaba a valores del orden de los 1000 [A] o más. Entonces al aumentar el tiempo de conmutación, se le permitió al motor a llegar a la posición de referencia más relajado y con valores de corriente de armadura más aceptables.

El agregado del integrador permitió corregir la salida reduciendo el error que había entre la referencia y la salida misma.

# Simulación con Tconmutación=2[s]



# Simulación con Tconmutación=20[s]



Se observa en la simulación que al aumentar el tiempo de conmutación mejora el comportamiento para valores similares de corriente que en el caso de un tiempo de conmutación inferior.

### Script utilizado para esta segunda parte

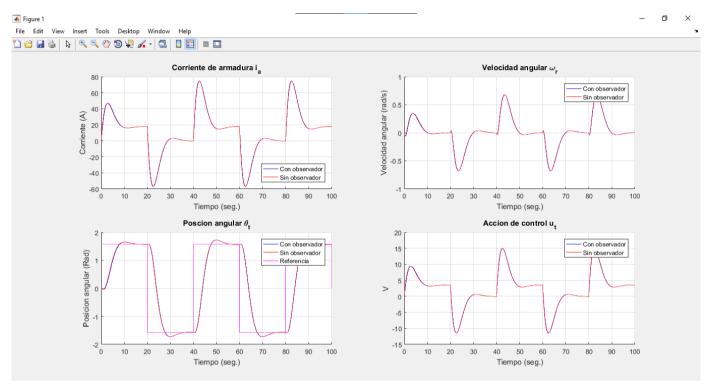
```
% Sistemas de Control II -FCEFyN-UNC
% Profesor: Dr.Ing. Pucheta, Julian
% Alumno: Valdez Benavidez, Mauricio Luciano
% Tp N° 2 - Caso de estudio 1 -
% Inciso 1
% Implementar un sistema en variables de estado que controle el ángulo
del motor,
% para consignas de pi/2 y -pi/2 cambiando cada 2 segundos y que el
% TL de 1,15 10-3 aparece sólo para pi/2, para -pi/2 es nulo.
% Hallar el valor de integración Euler adecuado.
% El objetivo es mejorar la dinámica del controlador que muestra la
Fig. 1
응응
clc; clear all; close all;
%Parametros de motor
Laa=5e-3; J=0.004;
Ra=0.2;Bm=0.005;
Ki = 6.5e - 5;
Km=0.055;
%Matrices de estado
A = [-Ra/Laa - Km/Laa 0; Ki/J - Bm/J 0; 0 1 0];
B = [1/Laa \ 0; 0 \ -1/J; 0 \ 0]; %considerando el torque
C = [0 \ 0 \ 1];
                         %salida posicion
%Matrices ampliadas
Aa = [A \ zeros(3,1); -C \ 0];
Ba=[B(:,1); 0];
Ca=[C 0];
%LQR
Q=diag([10 1/100 1/100 10000/2.5]);
                                       R=10;
%Q=diag([60 .001 20 5000]); R=10;
Kamp=lqr(Aa,Ba,Q,R);
Tf=100; h=1e-4; pasos=Tf/h; t=linspace(0, Tf, pasos);
Ref=linspace (0, 0, pasos);
TL=linspace(0,0,pasos);
Tref=pi/2;
Tl=1.15e-3;
tc=20:
ii=0;
for i=1:pasos-1
 ii=ii+h;
 if (ii>=tc)
 ii=0;
 Tref=Tref*-1;
```

```
end
 Ref(i) = Tref;
 if Tref>=0
 TL(i)=Tl;
 else
     TL(i) = 0;
 end
end
%condiciones iniciales
                         %Corriente de armadura x1
ia(1)=0;
                         %Valocidad angular x2
theta(1)=0;
                         %Posicion angular x3
omega(1)=0;
estados=[ia(1);
        omega(1);
        theta(1)];
; [[0 0 0]=qoX
x=[ia(1) omega(1) theta(1)]';
psi(1) = 0;
integracion(1) = psi(1);
for i=1:round(Tf/h)
    psi p=Ref(i)-C*estados;
    psi(i)=integracion+psi p*h;
    u(i) = -Kamp(1:3) *estados-Kamp(4) *psi(i);
     %saturador en +-12V
 if u(i) > 12
 u(i) = 12;
 end
  if u(i)<-12
 u(i) = -12;
 end
    %Variables del sistema lineal
    ia(i) = x(1);
    omega(i) = x(2);
    theta(i) = x(3);
    x1 p=-Ra*x(1)/Laa-Km*x(2)/Laa+u(i)/Laa;
    x2 p=Ki*x(1)/J-Bm*x(2)/J-TL(i)/J;
    x3 p=x(2);
    xp=[x1_p; x2_p; x3_p];
    x=x+h*xp;
    estados=[ia(i);omega(i);theta(i)];
```

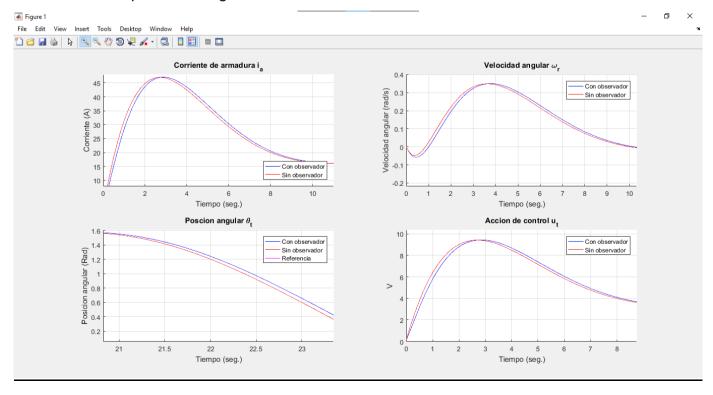
```
integracion=psi(i);
end
figure(2)
subplot(2, 2, 1);
plot(t,ia);
title('Corriente de armadura i a');
xlabel('Tiempo (seq.)');
ylabel('Corriente (A)');
grid on;
subplot(2, 2, 2);
plot(t,omega);
title('Velocidad angular \omega r');
xlabel('Tiempo (seq.)');
ylabel('Velocidad angular (rad/s)');
grid on;
subplot(2, 2, 3);
hold on
plot(t, theta);
plot(t,Ref);
hold off
title('Poscion angular \theta t');
xlabel('Tiempo (seg.)');
ylabel('Posicion angular (Rad)');
grid on;
subplot(2, 2, 4);
hold on
plot(t,u);
hold off
title('Accion de control u t');
xlabel('Tiempo (seg.)');
ylabel('V');
grid on;
```

**Ítem [2]** Considerar que no puede medirse la corriente y sólo pueda medirse el ángulo, por lo que debe implementarse un observador. Obtener la simulación en las mismas condiciones que en el punto anterior, y superponer las gráficas para comparar.

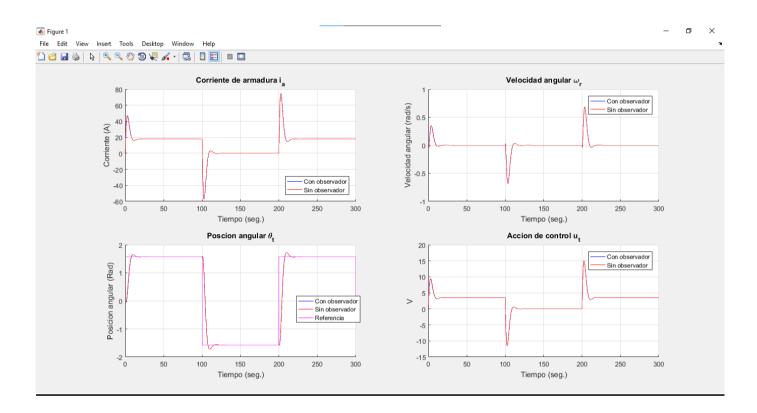
Al no poder medirse la corriente pero si el ángulo, se implementó un observador. Y se comparan las simulaciones con las obtenidas con el controlador LQR calculado anteriormente.



Prácticamente no se pueden individualizar ambas curvas, se hará zoom para ver las diferencias entre ellas en la próxima imagen.



Se probó aumentar el tiempo de conmutación para 100 [s] y un tiempo de simulación a 300[s] para observar la dinámica. Aquí se observa como el motor sigue a la referencia con ese TL indicado. Otra solución hubiese sido disminuir el TL de la consigna a uno menor y encontrar respuestas a menor tiempo y menores picos de corriente.



#### Script utilizado para esta segunda parte

```
% Sistemas de Control II -FCEFyN-UNC
% Profesor: Dr.Ing. Pucheta, Julian
% Alumno: Valdez Benavidez, Mauricio Luciano
% Tp N° 2 - Caso de estudio 1 -
    Inciso 2
% Considerar que no puede medirse la corriente y sólo pueda medirse el
ángulo,
% por lo que debe implementarse un observador. Obtener la simulación
en las mismas
% condiciones que en el punto anterior, y superponer las gráficas para
comparar.
응응
clc; clear all; close all;
%Parametros de motor
Laa=5e-3; J=0.004;
Ra=0.2; Bm=0.005;
Ki = 6.5e - 5;
Km=0.055;
```

```
%Matrices de estado
A=[-Ra/Laa - Km/Laa 0; Ki/J - Bm/J 0; 0 1 0];
B=[1/Laa; 0; 0];
C=[0 0 1]; %salida solo el angulo
D=[0];
%Matrices ampliadas
Aa=[A zeros(3,1); -C 0];
Ba=[B(:,1); 0];
Ca=[C 0];
%LQR
Q=diag([10 1/100 1/100 10000/2.5]); R=10;
Kamp=lqr(Aa,Ba,Q,R);
%Observador----
Ao=A';
Bo=C';
Co=B';
% Qo=diag([.0001 .1 .01]); Ro=1000;
Qo=1e2*diag([40000 0 0]); Ro=.01;
Ko=lqr(Ao,Bo,Qo,Ro);
Tf=100; h=1e-4; pasos=Tf/h; t=linspace(0, Tf, pasos); %Con Tf=300 y tc=100
Ref=linspace(0,0,pasos);
                                             % se logra una mejora
                                             % en la respuesta
TL=linspace(0,0,pasos);
Tref=pi/2;
T1=1.15e-3;
tc=20;
ii=0;
for i=1:pasos-1
ii=ii+h;
if (ii>=tc)
ii=0;
Tref=Tref*-1;
 end
Ref(i) = Tref;
if Tref>=0
 TL(i)=Tl;
 else
     TL(i) = 0;
 end
end
%condiciones iniciales
                         %Corriente de armadura x1
ia(1) = 0;
                         %Valocidad angular x2
theta(1)=0;
omega(1)=0;
                         %Posicion angular x3
```

```
estados=[ia(1); omega(1); theta(1)];
estados obs=[ia(1);omega(1);theta(1)];
x=[ia(1) \text{ omega}(1) \text{ theta}(1)]';
xobs=[0 0 0]'; %inicializacion para el observador
psi(1) = 0;
integracion(1) = psi(1);
for i=1:round(Tf/h)
    psi p=Ref(i)-Ca(1:3)*estados-Ca(4)*integracion;
    psi(i)=integracion+psi p*h;
    u(i) = -Kamp(1:3) *estados obs-Kamp(4) *psi(i);
    %Variables del sistema lineal
    ia(i) = x(1);
    omega(i) = x(2);
    theta(i) = x(3);
    x1 p=-Ra*x(1)/Laa-Km*x(2)/Laa+u(i)/Laa;
    x2 p=Ki*x(1)/J-Bm*x(2)/J-TL(i)/J;
    x3 p=x(2);
    xp=[x1 p; x2_p; x3_p];
    x=x+h*xp;
    %----con Observador----
    ia 0(i) = xobs(1);
    omega 0(i) = xobs(2);
    theta 0(i) = xobs(3);
    y sal o(i) = C * estados obs;
    y \text{ sal(i)} = Ca(1:3) * estados + Ca(4)*integracion;
    x hat p
              = A*xobs+B*u(i)+Ko*(y sal(:,i)-y sal o(:,i));
               = xobs + x hat p*h;
    xobs
    estados=[ia(i);omega(i);theta(i)];
    integracion=psi(i);
    estados obs=[ia 0(i); omega 0(i); theta 0(i)];
end
%-----Sistema sin observador-----
%condiciones iniciales
                           %Corriente de armadura x1
ia so(1) = 0;
                           %Valocidad angular x2
theta so(1)=0;
omega so(1)=0;
                           %Posicion angular x3
estados so=[ia so(1); omega so(1); theta so(1)];
x so=[ia so(1) omega so(1) theta so(1)]';
```

```
psi so(1)=0;
integracion so(1) = psi_so(1);
for i=1:round(Tf/h)
    psi p so=Ref(i)-C*estados so;
    psi so(i)=integracion so+psi p so*h;
    u so(i) = -Kamp(1:3) *estados so-Kamp(4) *psi so(i);
    %Variables del sistema lineal
    ia so(i) = x so(1);
    omega so(i) = x so(2);
    theta so(i) = x so(3);
    x1 p=-Ra*x so(1)/Laa-Km*x so(2)/Laa+u so(i)/Laa;
    x2 p=Ki*x so(1)/J-Bm*x so(2)/J-TL(i)/J;
    x3 p=x so(2);
    xp so=[x1 p; x2 p; x3 p];
    x so=x so+h*xp_so;
    estados so=[ia so(i);omega so(i);theta so(i)];
    integracion so=psi so(i);
end
subplot(2, 2, 1);
hold on
plot(t, ia, 'b');
plot(t,ia so,'r');
hold off
legend({'Con observador','Sin observador'},'Location','southeast')
title('Corriente de armadura i a');
xlabel('Tiempo (seg.)');
ylabel('Corriente (A)');
grid on;
subplot(2, 2, 2);
hold on
plot(t,omega, 'b');
plot(t,omega so,'r');
hold off
legend({'Con observador','Sin observador'})
title('Velocidad angular \omega r');
xlabel('Tiempo (seg.)');
ylabel('Velocidad angular (rad/s)');
grid on;
subplot(2, 2, 3);
hold on
plot(t,theta,'b');
plot(t,theta so,'r');
plot(t,Ref,'m');
```

```
hold off
legend({'Con observador','Sin observador','Referencia'})
title('Poscion angular \theta t');
xlabel('Tiempo (seq.)');
ylabel('Posicion angular (Rad)');
grid on;
subplot(2, 2, 4);
hold on
plot(t,u, 'b');
plot(t,u so,'r');
hold off
legend({'Con observador', 'Sin observador'})
title('Accion de control u t');
xlabel('Tiempo (seq.)');
ylabel('V');
arid on;
```

#### Lecciones aprendidas y problemas que se presentaron

#### Identificadores de logros:

- ID 1.1.1.1: Se analizó la factibilidad de controlar un proceso a partir de su modelo matemático.
- ID 1.1.1.2: Expresar el modelo lineal multivariable de un proceso real en un punto de operación
- ID 1.1.1.4: Seleccionar las variables de estado de un proceso lineal para generar una expresión matricial lineal.
- ID 1.1.1.5: Inferir en la evolución temporal de procesos reales representados en variables de estado.
- ID 1.1.1.6: Diseñar observadores de procesos linealizados para controladores cuando no es posible medir sus variables.
- ID 1.1.1.7: Diseñar controladores para obtener una dinámica estable del proceso linealizado.

#### Problemas:

Me encontré con varias dificultades para poder encarar el diseño de los controladores, sobre todo porque es la primera vez que lo intento. Algunas dudas fueron salvadas en clases consultas de años anteriores y con compañeros de este año.

#### CASO DE ESTUDIO 2

#### SISTEMAS NO LINEAL DE CUATRO VARIABLES DE ESTADO

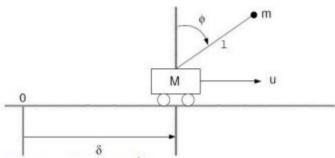


Fig. 2. Sistemas para modelar, extraído de 1.

Para el caso del esquema del péndulo invertido de la Fig. 2 donde el modelo es,

$$\begin{split} \left\{ (M+m)\ddot{\delta} + ml\ddot{\phi}\cos\varphi - ml\dot{\phi}^2sen\varphi + F\dot{\delta} &= u \\ l\ddot{\phi} - gsen\varphi + \ddot{\delta}\cos\varphi &= 0 \end{split} \right. \tag{4}$$
 Con las variables de estado  $x = \begin{bmatrix} \delta & \dot{\delta} & \varphi & \dot{\varphi} \end{bmatrix}^T$ , y los valores de los coeficientes de m=0,1; F=0,1;

1=1,6; g=9,8; M=1,5. Determinar Δt y el tiempo de simulación adecuados.

Ítem [3] Calcular un controlador que haga evolucionar al péndulo en el equilibrio inestable, partiendo de una condición inicial nula en el desplazamiento y termine en -10 metros manteniendo la vertical. Determinar el ángulo máximo que puede alejarse de la vertical en t=0 para que el sistema cumpla el objetivo de control.

Para hallar el valor de integración de Euler, se planteó la matriz A de estados y se calcularon los auto-valores de la misma. Luego se buscaron los coeficientes que representan a las dinámicas más rápidas y lentas del sistema.

Para determinar el paso o tiempo de integración, se busca el polo que se corresponde con la dinámica más rápida para la cual se llega a un 95% en:

$$t_{95\% \ dinamica} = \frac{Ln(0.95)}{-2.5582} = 0.0201$$

El paso de integración h debe ser al menos 10 veces más chico que el tiempo calculado es decir

$$h = \frac{0.0201}{10} = 2 \cdot 10^{-3} [s]$$

Por simplicidad computacional se va a tomar un tiempo de 1 \* 10<sup>-3</sup>[s] el paso de integración

Para determinar el tiempo de simulación para el cual se establece el sistema, se busca el polo que se corresponde con la dinámica más lenta para la cual se llega a un 5% en:

$$t_{5\% \ lenta} = \frac{Ln(0.05)}{-0.0625} = 47.93$$

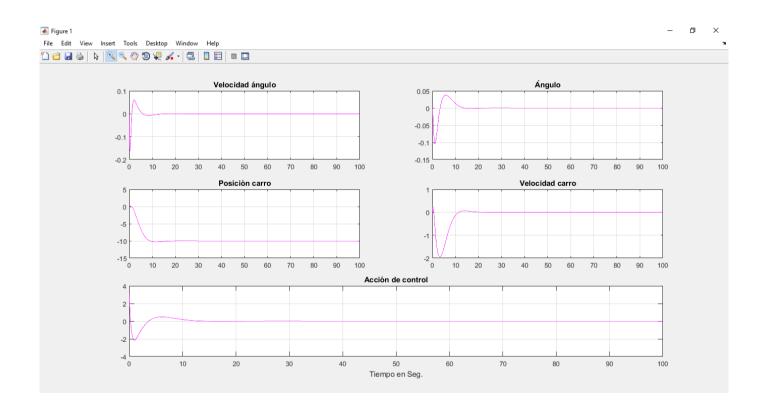
El tiempo debería ser al menos 5 veces más grande que el tiempo calculado es decir

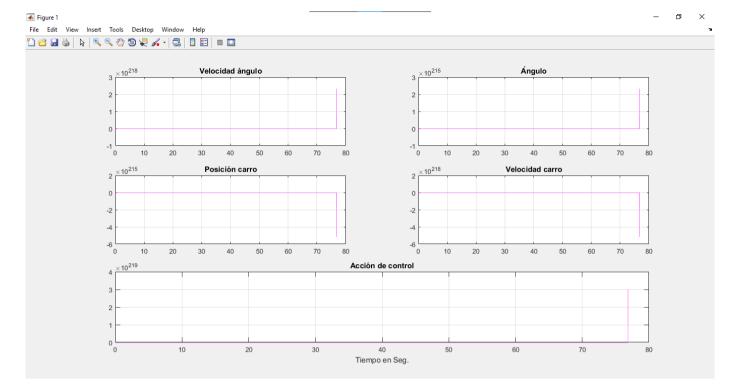
$$tF = 47.93 * 5 = 240[s]$$

Se va a probar con un tiempo de simulación de 100[s] para agilizar el cálculo computacional.

Para la determinación del ángulo máximo que puede alejarse de la vertical para t=0 se fueron probando diferentes valores, hasta que se llegó al valor de 1.17 [rad], en ese valor ya la acción de control no puede estabilizar al sistema.

Se detallan graficas del funcionamiento para un valor pequeño de ángulo alejado de la vertical y el caso extremo.





En este último se observa como la acción de control no puede estabilizar al sistema.

#### Script utilizado para esta primera parte

```
% Sistemas de Control II -FCEFyN-UNC
% Profesor: Dr.Ing. Pucheta, Julian
% Alumno: Valdez Benavidez, Mauricio Luciano
% Tp N° 2 - Caso de estudio 2 -
  Inciso 1
% Calcular un controlador que haga evolucionar al péndulo en el
equilibrio inestable,
% partiendo de una condición inicial nula en el desplazamiento y
termine en -10 metros manteniendo
% la vertical. Determinar el ángulo máximo que puede alejarse de la
vertical en t=0 para que el sistema
% cumpla el objetivo de control.
응응
clc; clear all;
%EQUILIBRIO INESTABLE
%PARAMETROS
m = 0.1; Fricc = 0.1; long = 1.6; g = 9.8; M = 1.5;
%MATRICES
Mat A = [0 1 0 0;
                                                 %X1 = delta
         0 - Fricc/M - m*g/M 0;
                                                 %X2 = delta p
         0 0 0 1;
                                                 %X3 = phi
         0 Fricc/(long*M) g*(m+M)/(long*M) 0]; %X4 = phi p
Mat B = [0; 1/M; 0; -1/(long*M)];
Mat C = [1 0 0 0];
```

```
tiempo de integracion y tiempo de simulacion-> 1e-3 y 100
% polos=eig(Mat A)
% tR=log(0.95)/polos(3); %dinámica mas rápida
% tL=log(0.05)/polos(2); %dinámica mas lenta
%CONDICIONES INICIALES
alpha(1) = 1.17;
                       %El maximo and inicial
% alpha(1) = 0.1;
ref = -10;
flag = 0;
Tf=100; h=1e-3; pasos=Tf/h;
p pp = 0;
tita pp = 0;
omega(1) = 0;
p p(1) = 0;
u(1) = 0;
p(1) = 0;
i = 1;
%METODO LOR
D = [1e2 100 1e4 20]; %Velocidad angular, Posicion angular, Posi-
cion Carrito, Velocidad Carrito
O = diag(D);
R = 1000;
Klqr = lqr(Mat A, Mat B, Q, R);
while(i<(pasos+1))</pre>
    X = [p(i); p p(i); alpha(i); omega(i)];
        %Ley de control
    u(i) = -Klqr*X+Klqr(1)*ref; color = 'm';
    %Sitema No Lineal
    p pp = (1/(M+m))*(u(i)-
m*long*tita pp*cos(alpha(i))+m*long*omega(i)^2*sin(alpha(i))-
Fricc*p p(i));
    tita pp = (1/long)*(g*sin(alpha(i))-p pp*cos(alpha(i)));
    %Integracion por Euler
    p_p(i+1) = p_p(i) + h*p_p;
    p(i+1) = p(i) + h*p p(i);
    omega(i+1) = omega(i) + h*tita pp;
    alpha(i+1) = alpha(i) + h*omega(i);
    i = i+1;
end
u(i) = u(i-1);
t = 0:pasos;
t = t*h;
```

```
%Graficas
figure(1);hold on;
subplot(3,2,1); plot(t,omega,color); grid on; title('Velocidad án-
gulo'); hold on;
subplot(3,2,2); plot(t,alpha,color); grid on; title('Ángulo'); hold
on;
subplot(3,2,3); plot(t,p,color); grid on; title('Posición carro');
hold on;
subplot(3,2,4); plot(t,p_p,color); grid on; title('Velocidad ca-
rro'); hold on;
subplot(3,1,3); plot(t,u,color); grid on; title('Acción de con-
trol'); xlabel('Tiempo en Seg.'); hold on;
```

**Ítem [4]** Incorporar un observador para el caso en que sólo puedan medirse el desplazamiento  $\delta$  y el ángulo $\phi$ , repetir las simulaciones para las condiciones anteriores y graficar los resultados en gráficas superpuestas.

**İtem [5]** Calcular un controlador que haga evolucionar al péndulo en el equilibrio estable, partiendo de una condición inicial nula en el desplazamiento y el ángulo en  $\pi$  que termine en 2 metros evitando las oscilaciones de la masa m, considerando que es una grúa. Una vez que  $\delta$ =2 modificar a m a un valor 10 veces mayor y volver al origen evitando oscilaciones.

**İtem [6]** Incorporar un observador para el caso en que sólo puedan medirse el desplazamiento  $\delta$  y el ángulo  $\phi$ , repetir las simulaciones para las condiciones anteriores y graficar los resultados en gráficas superpuestas para el equilibrio estable.

### <u>Bibliografía</u>

- Apuntes de las clases teóricas de Sistemas de Control 2 Dr Ing Pucheta, Julian
- Ingeniería de control moderna, quinta edición Ogata
- Links de internet :

https://la.mathworks.com/help/index.html
https://controlautomaticoeducacion.com/analisis-de-sistemas/modelo-de-motor-dc/

https://www.eng.newcastle.edu.au/~jhb519/teaching/caut2/etc/InvPen/invSS.html

http://bionanouni.wdfiles.com/local--files/teaching-mt221c-d-horario-2013i/MT221-

ControlModerno.pdf

- Repositorio de GitHub donde están los códigos a disposición del docente ya que fue designado como colaborador.

https://github.com/mauriciovaldez19/Sistemas-de-Control-II---FCEFyN-UNC