ELSEVIER

MAURO CÉSAR NUNES e
LUIZ CLÁUDIO CABRAL

Raciocínio Lógico Passo a Passo

Teoria e 289 Questões

SÉRIE PROVAS & CONCURSOS

Inclui:
• Mais de 50 exercícios resolvidos e comentados.

CAMPUS
CONCURSOS

MAURO CÉSAR NUNES e
LUIZ CLÁUDIO CABRAL

Raciocínio Lógico Passo a Passo

Teoria e 289 Questões

SÉRIE PROVAS
& CONCURSOS

ELSEVIER

CAMPUS
CONCURSOS

Copidesque: Vânia Coutinho Santiago
Revisão Gráfica: Hugo de Lima Corrêa
Editoração Eletrônica: SBNigri Artes e Textos Ltda.
Conversão para eBook: Freitas Bastos

Coordenador da Série: Sylvio Motta

Elsevier Editora Ltda.
Conhecimento Sem Fronteiras
Rua Sete de Setembro, 111 – 16º andar
20050-006 – Centro – Rio de Janeiro – RJ – Brasil

Rua Quintana, 753 – 8º andar
04569-011 – Brooklin – São Paulo – SP – Brasil

Serviço de Atendimento ao Cliente
0800-0265340
atendimento1@elsevier.com

ISBN 978-85-352-7005-1
ISBN (versão digital): 978-85-352-7006-8

Nota: Muito zelo e técnica foram empregados na edição desta obra. No entanto, podem ocorrer erros de digitação, impressão ou dúvida conceitual. Em qualquer das hipóteses, solicitamos a comunicação ao nosso Serviço de Atendimento ao Cliente, para que possamos esclarecer ou encaminhar a questão.
Nem a editora nem o autor assumem qualquer responsabilidade por eventuais danos ou perdas a pessoas ou bens, originados do uso desta publicação.

CIP-Brasil. Catalogação-na-fonte.
Sindicato Nacional dos Editores de Livros, RJ

C119r
Cabral, Luiz Cláudio
Raciocínio lógico passo a passo / Luiz Cláudio Durão Cabral, Mauro César de Abreu Nunes. – Rio de Janeiro: Elsevier, 2013.
ISBN 978-85-352-7005-1
1. Matemática – Problemas, questões, exercícios. 2. Lógica simbólica e matemática - Problemas, questões, exercícios. 3. Serviço público – Brasil – Concursos. I. Nunes, Mauro César. II. Título. III. Série.
13-2117. CDD: 510 CDU: 51

Luiz Cláudio Durão Cabral

Dedico esse livro estritamente à minha irmã, Rita de Cássia, por me mostrar, em todos os momentos, a verdadeira definição de irmão.

Mauro César de Abreu Nunes

Dedico esse livro à minha mãe, Maria de Lourdes, à memória de meu pai, José Nunes, ao meu irmão Márcio Roberto, aos filhos e netos, e também à minha esposa, Débora, e a todos os meus parentes e amigos.

Luiz Cláudio Durão Cabral

Professor de Matemática, Física e Raciocínio Lógico, licenciado pela Universidade de Brasília – UnB. Atua há mais de 15 anos no Ensino Médio e em cursos preparatórios para Concursos Públicos em Brasília: Curso Fênix, Nota 10, Classe “A”, Apcon, Ágape, Alub Concursos, Fortium, além de GranCursos e Alto Nível.

Mauro César de Abreu Nunes

Professor de Matemática há mais de 43 anos. Atuou em diversos cursos preparatórios de Concursos Públicos, pré-vestibulares e nos Ensinos Fundamental e Médio. No Rio de Janeiro, nos cursos GPI, Gebê, Soeiro e outros, nas Universidades Gama Filho e Nuno Lisboa, nos Colégios São Fernando e Piedade, em Brasília, nos cursos Obcursos, PhD, Classe “A”, Apcon, Sarmento, Cespro, PROGRESSÃO, VIP, NDA, Nota 10, Ágape, Alub Concursos, Edital, Opção, Fortium, Alto Nível, GranCursos, entre outros, assim como nos Colégios Santo Antônio, Cor Jesu, Rosário, Rogacionista e demais.

Em **Lógica Matemática** tentamos descobrir, a partir de um raciocínio natural, se uma afirmação é verdadeira ou falsa. Na maioria dos casos, a intuição nos mostra a pura verdade, mas, em outros, ela pode nos pregar uma peça. Assim, somos levados a buscar outros mecanismos mais eficientes que nos permitam afirmar com certeza o que desejamos.

No nosso cotidiano, utilizamos expressões do tipo: “é lógico que sim”, “é lógico que não” ou “é lógico que vai dar certo” etc. Mas será que essas afirmações são realmente lógicas? Quais os conceitos pertinentes em que nos baseamos para fazer tais afirmações?

Sempre fazemos afirmações e suposições de vários tipos e naturezas, e deduzimos conclusões sobre os acontecimentos do dia a dia o tempo todo. A maior parte dessas inferências (deduções) se baseia em nossa intuição, em nossa experiência adquirida nos anos vividos ou a partir de analogias referentes a outras situações semelhantes já praticadas. Mas nem sempre isso basta. Para comprovar uma teoria, provar alguma coisa, sustentar uma opinião ou defender um ponto de vista sobre algum assunto, é preciso *argumentar*. Ou seja, é preciso apresentar justificativas convincentes e corretas que sejam suficientes para estabelecer, sem deixar nenhuma dúvida, se uma determinada afirmação é falsa ou verdadeira.

Introdução

"Ela [a Lógica] lhe dará a clareza de pensamento, a habilidade de ver seu caminho através de um quebra-cabeça, o hábito de arranjar suas ideias numa forma acessível e ordenada e, mais valioso que tudo, o poder de detectar falácias e despedaçar os argumentos ilógicos e inconsistentes que você encontrará tão facilmente nos livros, jornais, na linguagem cotidiana e mesmo nos sermões e que tão facilmente enganam aqueles que nunca tiveram o trabalho de instruir-se nesta fascinante arte" (Lewis Carroll).

Capítulo 1

Estudo das Proposições

1.1. Proposições

Definição: Chama-se **proposição** a todo conjunto de **palavras** ou **símbolos** que expressam um **pensamento** ou uma **ideia** de **sentido completo**. Assim, as **proposições** transmitem pensamentos, isto é, **afirmam fatos** ou **exprimem juízos** que formamos a respeito de determinados conceitos ou entes. Esses **fatos** ou **juízos** afirmados pela **proposição** em questão deverão sempre ter um valor **verdadeiro** ou um valor **falso**, senão a frase em si **não** constituirá uma **proposição lógica**, e sim apenas uma **frase**.

São exemplos de **proposições**:

a) A Terra é o menor planeta do nosso sistema solar.

b) Rio de Janeiro é a capital do Brasil.

c) $\pi^2 > \sqrt{81}$

d) cos $2\pi = -1$

e) Todos os poetas são românticos.

A **Lógica Matemática** adota como **regras fundamentais** do seu pensamento os seguintes **princípios** ou **axiomas**:

I. Princípio da não Contradição: uma **proposição não** pode ser **verdadeira** "e" **falsa** ao mesmo tempo.

II. Princípio do Terceiro Excluído: toda **proposição** "ou" é **verdadeira** "ou" é **falsa**, isto é, verifica-se sempre um desses casos e **nunca** um terceiro caso.

OBSERVAÇÃO:
Por virtude desses **princípios** diz-se que a **Lógica Matemática** é uma **lógica bivalente**.

Por exemplo:

a) O Brasil é o maior país da América do Sul – **proposição verdadeira (V)**.

b) A Lua é uma estrela – **proposição falsa (F)**.
c) $\log 10^2 = 2$ – **proposição verdadeira (V)**.
d) $\text{sen } 0^o = 1$ – **proposição falsa (F)**.
e) João Guimarães Rosa escreveu *Grande sertão: veredas* – **proposição verdadeira (V)**.
f) Nenhum número inteiro é racional – **proposição falsa (F)**.

Assim, as **proposições** são expressões a respeito das quais tem sentido dizer que são **verdadeiras (V)** ou **falsas (F)**.

1.2. Valor lógico das proposições

Definição: Chama-se **valor lógico** de uma **proposição** a **verdade**, se a **proposição é verdadeira (V)**, e a **falsidade**, se a **proposição é falsa (F)**.

OBSERVAÇÃO:
Os **valores lógicos verdade** e **falsidade** de uma **proposição** designam-se abreviadamente pelas letras: **"V"** e **"F"**, respectivamente. Com base nos **Princípios da não Contradição** e do **Terceiro Excluído**, podemos afirmar que:

"Toda proposição tem um, e somente um, dos valores, que são: V ou F."

Vamos considerar, por exemplo, as seguintes **proposições**:
a) A velocidade de um corpo é inversamente proporcional ao seu tempo.
b) A densidade da madeira é maior que a da água.

De acordo com os exemplos acima, o **valor lógico** da **proposição** "a" é a **verdade (V)**, e o **valor lógico** da **proposição** "b" é a **falsidade (F)**.

OBSERVAÇÃO:
A maioria das **proposições** são **proposições contingenciais**, ou seja, **dependem do contexto** para sua análise. Assim, por exemplo, se considerarmos a **proposição simples**: "Existe vida após a morte", ela poderá ser **verdadeira** (do ponto de vista da religião espírita) ou **falsa** (do ponto de vista da religião católica); mesmo assim, em ambos os casos, seu **valor lógico** é único — ou **verdadeiro** ou **falso**.

1.3. Classificação de uma proposição

Uma **proposição** pode ser classificada como **sentença aberta** quando **não** se pode atribuir um **valor lógico verdadeiro** ou **falso** para ela (ou **valorar** a **proposição!**), portanto, **não** é considerada **frase lógica** ou **sentença fechada;** quando a **proposição** admitir um **único valor lógico**, seja ele **verdadeiro** ou **falso**, nesse caso, será considerada uma **frase**, **proposição** ou **sentença lógica**.

Por exemplo, são consideradas **sentenças abertas**:

I. As frases interrogativas:
a) Quando será a prova?
b) Estudou o suficiente?
c) Ontem choveu?

II. As frases exclamativas:
a) Passei!
b) Gol!!!
c) Que lindo!

III. As frases imperativas:

a) Estude e leia com atenção.
b) Desligue seu celular.
c) Visite sua avó nesse domingo.

IV. As frases sem sentido lógico (expressões vagas, paradoxais, ambíguas, ...):

a) Proibido estacionar.
b) Acho que vai chover.
c) “esta frase é verdadeira”. (**expressão paradoxal**)
d) Ninguém é de ninguém.
e) Ele é o melhor amigo que tenho. (**expressão vaga**)
f) 2 + 5 + 7 + 4.
g) O cachorro do meu vizinho morreu. (**expressão ambígua**)

OBSERVAÇÃO:
Uma forma de identificarmos se uma **frase simples** é ou não considerada **frase lógica**, ou **sentença**, ou ainda **proposição**, é pela presença de um **sujeito simples** (exemplo: "Ana é médica"); um **sujeito composto** (exemplo: "Rui e Pedro são irmãos"); sujeito inexiste (Exemplo: "Choveu") e de um **verbo**, que representa a **ação** praticada por esse **sujeito**, e estar sujeita à apreciação de julgamento de ser **verdadeira (V)** ou falsa **(F)**, caso contrário, **não** será considerada **proposição**.

Atenção:
Orações sem sujeito não são consideradas **proposições lógicas**.

Frase	Sujeito	Verbo	Conclusão
Maria é baiana	Maria (simples)	é (ser)	**é** uma ***frase lógica***
Lia e Bia têm idades para votar	Lia e Bia (composto)	têm (ter)	**é** uma **frase lógica**
Choveu hoje	inexistente	Choveu (chover)	**é** uma **frase lógica**
Um belo livro de literatura	Um belo livro	frase sem verbo	**não é** uma **frase lógica**
Manobrar esse navio	frase sem sujeito	manobrar	**não é** uma **frase lógica**
Existe vida em Vênus	vida	existir	**é** uma **frase lógica**

V. Sentenças representadas por variáveis:

a) $x + 5 > 9$;
b) Se $x > 1$, então $x + 5 > 13$;
c) $x = 2$ se, e somente se, $x + y = 18$.

1.4. Tipos de proposições

Estudaremos **quatro** tipos de **proposições**:

1. **Proposições simples** (ou **atômicas**).
2. **Proposições compostas** (ou **moleculares**).
3. **Proposições categóricas.**
4. **Proposições quantificadas** (ou **funcionais**).

OBSERVAÇÃO:
Os termos **“atômicos”** e **“moleculares”** referem-se à **quantidade de verbos** presentes na **frase**. Tal analogia se faz da seguinte forma: considere uma frase com **apenas um verbo**, então ela será dita **atômica**, pois se refere a apenas **um**

único átomo (1 verbo = 1 átomo); considere, agora, uma frase com **mais de um verbo**, então ela será dita **molecular**, pois se refere a **mais de um átomo** (mais de um átomo = uma molécula)

1.5. Proposições simples ou proposições compostas

As **proposições simples** (ou **atômicas**) ou **compostas** (ou **moleculares**) são definidas a seguir:

Definição 1: Chama-se **proposição simples** ou **atômica** aquela que **não** contém nenhuma outra **proposição** como parte integrante de si mesma.

OBSERVAÇÃO:
Uma **proposição** é dita **simples** se, e somente se, contiver **uma única afirmação**.

As **proposições simples** são geralmente designadas pelas **letras minúsculas**: "*p*"; "*q*"; "*r*"; "*s*"; ..., chamadas **letras proposicionais**.

Por exemplo, são consideradas **proposições simples**:

p: Marcos é pintor.

q: Saulo estuda.

r: O número 7 é primo.

s: 2/3 é um número racional.

t: Choveu.

u: Rita e Rute são analistas do TSE.

Definição 2: Chama-se **proposição composta** ou **proposição molecular** aquela formada pela combinação de **duas** ou **mais proposições simples**.

OBSERVAÇÃO:
Uma **proposição** é dita **composta** quando for constituída por uma **sequência finita** de, pelo menos, **duas proposições simples** unidas sempre por **conectivos ou conectores lógicos**.

As **proposições compostas** são habitualmente designadas pelas letras **maiúsculas**: "*P* "; "*Q* "; "*R* "; "*S*"; ..., também chamadas **letras proposicionais**.

Assim, por exemplo, são consideradas **proposições compostas**:

P: Marcos é pintor **e** Saulo é compositor.

Q: Marcos é pintor **ou** Saulo é compositor.

R: **Ou** Marcos é pintor **ou** Saulo é compositor.

S: **Se** Marcos é pintor, **então** Saulo é compositor.

T: Marcos é pintor **se, e somente se,** Saulo é compositor.

Observe que cada uma delas é formada por **duas proposições simples**.

As **proposições compostas** também são chamadas de **estruturas lógicas**, **fórmulas proposicionais** ou apenas **fórmulas**.

Há casos em que podemos destacar ou explicar que uma **proposição composta** "*P* ", por exemplo, é formada pela **combinação** das **proposições simples** *p*; *q*; *r*; ..., que será representada da seguinte forma: *P(p*; *q*; *r*; **...)**. Esta última representação nos permite deduzir que a **proposição composta** "*P* " está em **função** ou é **formada** pelas **proposições simples**: *p*; *q*; *r*; ... . Assim, dizemos que os possíveis **valores lógicos** que "*P* " pode assumir depende, unicamente, dos **valores lógicos** das **proposições simples**: *p*; *q*; *r*; ..., que elas também poderão assumir.

Dica:
No **campo gramatical** verifica-se se uma **proposição** é **simples** ou **composta** pela **quantidade de verbos** existentes na frase, portanto, para uma frase que contenha apenas **um verbo**, tem-se uma **proposição simples**; para uma frase que contenha **mais de um verbo**, tem-se uma **proposição composta** se, em ambos os casos, obedecerem aos **princípios lógicos** que definem o conceito de existência de uma **proposição lógica**.

Por exemplo:

p: Ricardo não **viajou** (1 verbo = viajar; **proposição simples**)

q: Claudio **estuda** e Rita **dorme** (2 verbos = estudar e dormir; **proposição composta**)

r: Ou Marcos **canta** ou Pedro **canta** (2 verbos = cantar e cantar; **proposição composta**)

s: Silvia e Beatriz <u>são</u> médicas (1 verbo = ser; **proposição simples**)

OBSERVAÇÃO:
As demais **proposições lógicas** citadas anteriormente no tópico **1.4** (**Tipos de proposições**) que são as **proposições categóricas** e as **proposições quantificadas** ou **funcionais** serão objetos de estudos nos capítulos 7 e 8, respectivamente.

1.6. Operadores lógicos

Os **operadores lógicos** são classificados em dois tipos: os **modificadores lógicos** e os **conectivos** (ou **conectores**) **lógicos**.

Os **modificadores lógicos** têm por finalidade **modificar** (**alterar**) o **valor lógico** de uma **proposição**, seja ela **simples**, **composta**, **categórica** ou **quantificada**. Já os **conectivos lógicos** são **palavras** usadas para formar **novas proposições** a partir de outras, ou seja, unindo-se ou conectando-se duas ou mais **proposições simples**.

Então, são considerados **operadores lógicos** as seguintes palavras grifadas**:**

P: **Não** vou trabalhar nesse sábado. (**modificador lógico** = **não**)

Q: O número 3 é ímpar **e** o número 9 é um quadrado perfeito. (**conectivo lógico** = **e**)

R: π é um número irracional **ou** um número real. (**conectivo lógico** = **ou**)

S: **Ou** Carla viaja **ou** Paula trabalha. (**conectivo lógico** = **ou...ou**)

T: **Se** o Brasil jogar com seriedade, **então** a Argentina não será campeã. (**conectivo lógico** = **se..., então...**)

U: Beatriz casa **se, e somente se,** Bernardo arranjar um emprego. (**conectivo lógico** = **se, e somente se...**)

Então, são considerados **operadores lógicos** usuais, em **Lógica Matemática**, as seguintes palavras grifadas:

"**não**"; "**e**"; "**ou**"; "**ou...ou...**"; "**se..., então...**"; "**...se, e somente se...**" que são denominados, respectivamente, de: "**negação**", "**conjunção**", "**disjunção**", "**disjunção exclusiva**", "**condicional**" e "**bicondicional**".

1.7. Estudo analítico dos operadores lógicos

1.7.1. Modificadores lógicos

I. Negação

Simbologia: $\begin{cases}\text{por extenso : "}\textit{não}\text{" ; "}\textit{não é verdade que}\text{" ; "}\textit{é falso que}\text{" ; "}\textit{é mentira que}\text{".}\\ \text{simbolicamente : "}\sim\text{" ou "}\neg\text{"}\end{cases}$

Exemplos:

a) afirmação: *A*: Paulo **é** médico. (**V**)
negação: ~*A*: Paulo **não é** médico. (**F**)

b) afirmação: *B*: Bia **não é** paulista. (**V**)
negação: ¬*B*: Bia **é** paulista. (**F**)

c) afirmação: *C*: Cássio **foi** trabalhar. (**V**)
negação: ~*C*: **não é verdade que** Cássio **foi** trabalhar. (**F**)

d) afirmação: *D*: Pedro **não é** dentista. (**V**)
negação: **¬***D*: **É falso que** Pedro **não é** dentista. (**F**)

e) afirmação: *E*: Nair **está** de férias. (**V**)
negação: ~*E*: **É mentira que** Nair **está** de férias. (**F**)

OBSERVAÇÃO:
Todas as formas acima citadas nas letras **a**, **b**, **c**, **d** e **e** são **equivalentes**, pois são formas naturais de **negações** contundentes das **afirmações** feitas.

1.7.2. Conectivos ou conectores lógicos.

I. Conjunção (A ∧ B)

Simbologia: $\begin{cases}\text{por extenso : "... }\textit{e}\text{ ..." ; "..., }\textit{mas}\text{ ..." ; "..., }\textit{porém}\text{ ..." .}\\ \text{simbolicamente : "}\wedge\text{"}\end{cases}$

Observações:
Em **Língua Portuguesa**, há as **conjunções coordenativas aditivas** e **adversativas** que são definidas da seguinte forma:

a) Conjunções coordenativas aditivas: indicam uma relação de **adição** à frase. Unem palavras de mesma função sintática. São elas: "**e**", "**nem**", "**mas também**", "**como também**", "**além de (disso, disto, daquilo)**", "**quanto"** (depois de **tanto**), "**bem como**" entre outros.

b) Conjunções coordenativas adversativas: indicam uma relação de **oposição** ou de **contraste** ou, ainda, de **compensação** entre as unidades ligadas. Também podem gerar um sentido de **consequência** a algo dito anteriormente. São elas: "**mas**", "**porém**", "**todavia**", "**entretanto"**, "**no entanto**", "**senão**", "**não obstante**", "**contudo"** etc. Antes dos **nexos adversativos**, a **vírgula** é **obrigatória**.

Portanto, na **lógica das proposições**, podemos substituir a **conjunção "e"** pelos termos **equivalentes gramaticais**, visto anteriormente, obedecendo às **regras gramaticais**.

Exemplos:

a) Tiago reclama **e** Renato canta.
b) **Nem** Tiago reclama, **nem** Renato canta.
c) Tiago reclama, **mas também** Renato canta.
d) Tiago reclama, **como também** Renato canta.
e) Tiago reclama, **além disso** Renato canta.
f) **Tanto** Tiago reclama, **quanto** Renato canta.
g) Tiago reclama, **bem como** Renato canta.

h) Tiago reclama, **mas** Renato canta.
i) Tiago reclama, **porém** Renato canta.
j) Tiago reclama, **todavia** Renato canta.
k) Tiago reclama, **entretanto** Renato canta.
l) Tiago reclama, **no entanto** Renato canta.
m) Tiago reclama, **senão** Renato canta.
n) Tiago reclama, **não obstante** Renato canta.
o) Tiago reclama, **contudo** Renato canta.

OBSERVAÇÃO:
A expressão **"nem A, nem B"** pode ser representada, corretamente, por **"não A e não B"**.

Exemplo:
a) **Nem** Paula viaja, **nem** Carla trabalha = Paula **não** viaja **e** Carla **não** trabalha.

II. Disjunção ou disjunção simples ou disjunção inclusiva (A $\vee$ B)

Simbologia: $\begin{cases} \textbf{por extenso: } \text{"... } \textit{ou} \text{ ..."}. \\ \textbf{simbolicamente: } \text{"}\vee\text{"} \end{cases}$

Exemplos:
a) Paulo estuda **ou** Lia dorme.
b) Marcos corre **ou** Lucas não pula.
c) Leia não trabalha **ou** Paula não vai ao cinema.
d) Sérgio vê televisão **ou** lê um livro.

III. Disjunção exclusiva (A $\underline{\vee}$ B)

Simbologia: $\begin{cases} \textbf{por extenso: } \text{"}\textit{Ou ... ou}\text{"; "... } \textit{ou ..., mas não ambos}\text{"}. \\ \textbf{simbolicamente: } \text{"}\underline{\vee}\text{"} \end{cases}$

Exemplos:
a) **Ou** Rita lê revistas **ou** Paula lê jornais.
b) Rita lê revistas **ou** Paula lê jornais, **mas não ambas**.
c) **Ou** Jânio salta **ou** Jorge corre.
d) Jânio salta **ou** Jorge corre, **mas não ambos**.

IV. Implicação lógica ou condicional (A $\rightarrow$ B)

Simbologia: $\begin{cases} \textbf{por extenso: } \text{"}\textit{Se ..., então...}\text{". (forma universal)} \\ \textbf{simbolicamente: } \text{"}\rightarrow\text{"} \end{cases}$

Por extenso, podemos representar a forma **condicional universal**: "Se..., então...", pelas expressões nos exemplos abaixo:
a) **Se** chove, **então** faz frio.
b) **Se** chove, faz frio.
c) Faz frio, **se** Chove.
d) **Quando** chove, faz frio.
e) Chover **implica em** fazer frio.

f) Fazer frio **é consequência de** chover.
g) **Sempre que** chove, faz frio.
h) **Desde que** chova, faz frio.
i) Chove **somente se** faz frio.
j) **Toda vez que** chove, faz frio.
k) **É suficiente que** chova **para que** faça frio.
l) Chover **é condição suficiente para** fazer frio.
m) **É necessário que** faça frio **para que** chova.
n) Fazer frio **é condição necessária para** chover.

V. Dupla implicação ou bicondicional (A ↔ B)

Simbologia: $\begin{cases}\textbf{por extenso: } \text{“... } \textit{se, e somente se} \text{ ...”.} \\ \textbf{simbolicamente: } \text{“}\leftrightarrow\text{”}\end{cases}$

Por extenso, podemos representar a forma **bicondicional**: “... se, e somente se ...”, pelas expressões nos exemplos a seguir:

a) Bruno viaja **se, e somente se,** Simone sai de casa.
b) **Se** Bruno viaja, **então** Simone sai de casa, **e se** Simone sai de casa, **então** Bruno viaja.
c) Bruno viajar **é condição suficiente e necessária para** Simone sair de casa.
d) Simone sair de casa **é condição necessária e suficiente para** Bruno viajar.
e) **se**, **e somente se**, for morto um soldado, a bandeira se erguerá.

1.8. Transformação da linguagem corrente para linguagem simbólica

Sejam as seguintes **proposições simples** denotadas por “*p*”, “*q*” e “*r*” representadas por:

p: Ana estuda.
q: Beto bebe.
r: Carlos canta.

Sejam, agora, as seguintes **proposições compostas** denotadas por: “*P* ”, “*Q* ”, “*R* ”, “*S* ”, “*T* ”, “*U* ”, “*V* ” e “*X* ” representadas por:

P: **Se** Ana estuda **e** Beto bebe, **então** Carlos **não** canta.
Q: **É falso que** Beto bebe **ou** Carlos canta, **mas** Ana estuda.
R: **Ou** Ana estuda **ou** Carlos canta **se, e somente se,** Beto **não** bebe.
S: **Se** Ana **não** estuda, **então não é verdade** que Beto bebe **e** Carlos canta.
T: **É mentira que** Ana estuda**,** Beto bebe **e** Carlos canta.
U: *Não é verdade que ou* Beto *não* bebe *ou* Ana estuda, *mas* Carlos canta.
V: *Se* Ana estuda *ou* Beto não bebe, *então* Carlos *não* canta.
X: **Não é verdade que ou** Beto **não** bebe **ou** Ana **não** estuda, **mas** Carlos canta.

Representando as **proposições compostas** “*P* ”, “*Q* ”, “*R* ”, “*S* ”, “*T* ”, “*U* ”, “*V* ” e “*X* ” que se encontram na **linguagem corrente** (ou **linguagem natural** ou **linguagem extensa**) para a **linguagem simbólica**, teremos:

Representações	
Linguagem corrente (por extenso ou natural)	**Linguagem simbólica**

$P: \textbf{Se}\ \underbrace{\text{Ana estuda}}_{p}\ \underbrace{\textbf{e}}_{\wedge}\ \underbrace{\text{Beto bebe}}_{q},\ \underbrace{\textbf{então}}_{\rightarrow}\ \underbrace{\text{Carlos } \textbf{não} \text{ canta}}_{\sim r}.$	P: $(p \wedge q) \rightarrow \sim r$
$Q: \underbrace{\textbf{É falso que}}_{\sim}\ \underbrace{\text{Beto bebe}}_{q}\ \textbf{ou}\ \underbrace{\text{Carlos canta}}_{r},\ \underbrace{\textbf{mas}}_{\wedge}\ \underbrace{\text{Ana } \textbf{não} \text{ estuda}}_{\sim p}.$	Q: $\sim (q \vee r \wedge \sim r)$
$R: \textbf{Ou}\ \underbrace{\text{Ana estuda}}_{p}\ \underbrace{\textbf{ou}}_{\veebar}\ \underbrace{\text{Carlos canta}}_{r}\ \underbrace{\textbf{se, e somente se,}}_{\leftrightarrow}\ \underbrace{\text{Beto } \textbf{não} \text{ bebe}}_{\sim q}.$	R: $(p \veebar r) \leftrightarrow \sim q$
$S: \textbf{Se}\ \underbrace{\text{Ana } \textbf{não} \text{ estuda}}_{\sim p},\ \underbrace{\textbf{então}}_{\rightarrow}\ \underbrace{\textbf{não é verdade que}}_{\sim}\ \underbrace{\text{Beto bebe}}_{q}\ \underbrace{\textbf{e}}_{\wedge}\ \underbrace{\text{Carlos canta}}_{r}.$	S: $\sim p \rightarrow \sim (q \wedge r)$
$T: \underbrace{\textbf{É mentira que}}_{\sim}\ \underbrace{\text{Ana estuda}}_{p}\ \underbrace{,}_{\wedge}\ \underbrace{\text{Beto bebe}}_{q}\ \underbrace{\textbf{e}}_{\wedge}\ \underbrace{\text{Carlos canta}}_{r}.$	T: $\sim (p \wedge q \wedge r)$
$U: \underbrace{\textbf{Não é verdade que ou}}_{\sim}\ \underbrace{\text{Beto } \textbf{não} \text{ bebe}}_{\sim q}\ \underbrace{\textbf{ou}}_{\veebar}\ \underbrace{\text{Ana estuda}}_{p},\ \underbrace{\textbf{mas}}_{\wedge}\ \underbrace{\text{Carlos canta}}_{r}.$	U: $\sim (\sim q \veebar p \wedge r)$
$V: \textbf{Se}\ \underbrace{\text{Ana estuda}}_{p}\ \underbrace{\textbf{ou}}_{\vee}\ \underbrace{\text{Beto } \textbf{não} \text{ bebe}}_{\sim q},\ \underbrace{\textbf{então}}_{\rightarrow}\ \underbrace{\text{Carlos } \textbf{não} \text{ canta}}_{r}.$	V: $(p \vee \sim q) \rightarrow (\sim r)$
$X: \underbrace{\text{Ana } \textbf{não} \text{ estuda}}_{\sim p}\ \underbrace{\textbf{e}}_{\wedge}\ \underbrace{\text{Beto } \textbf{não} \text{ bebe}}_{\sim q},\ \underbrace{\textbf{mas}}_{\wedge}\ \underbrace{\text{Carlos canta}}_{r}$	X: $\sim p \wedge \sim q \wedge r$

Atenção:
Observa-se que os termos **"É falso que"**, **"Não é verdade que"**, **"É mentira que"** e **"É uma falácia que"**, quando iniciam as frases **negam**, por completo, as **frases subsequentes**.

1.9. Notação para o valor lógico de uma proposição

O **valor lógico** de uma **proposição simples** "*p*" é indicado por V(*p*). Assim, exprime-se que "*p*" é **verdadeira** (**V**), escrevendo: V(*p*) = **V**. Analogamente, exprime-se que "*p*" é **falsa** (**F**), escrevendo: V(*p*) = **F**.

Dadas as **proposições simples**:

Proposição	Valor lógico
p: A Terra é um planeta.	V(*p*) = **V**
q: $\sqrt[3]{27}$ é igual a 9.	V(*q*) = **F**
r: O Flamengo é um time carioca	V(*r*) = **V**
s: O trapézio não é um quadrilátero.	V(*s*) = **F**
t: A Moreninha foi escrita por Joaquim Manoel de Macedo	V(*t*) = **V**
u: Albert Einstein foi um físico Russo	V(*u*) = **F**

As **proposições compostas**, representadas, por exemplo, pelas letras maiúsculas "*P* ", "*Q* ", "*R* ", "*S* " e "*T* ", terão seus respectivos **valores lógicos** representados por: V(*P*), V(*Q*), V(*R*), V(*S*) e V(*T*), e tais *valores lógicos* serão discutidos no **Capítulo 3**, com auxílio da **tabela-verdade**.

1.10. Exercícios resolvidos para aprendizagem de concursos anteriores

1. (Cespe/UnB) Na lista de frases apresentadas a seguir:
   - "A frase dentro destas aspas é uma mentira."
   - A expressão $x + y$ é positiva.
   - O valor de $\sqrt{4} + 3 = 7$.
   - Pelé marcou dez gols para a seleção brasileira.
   - O que é isto?

   Há exatamente:
   a) uma proposição;
   b) duas proposições;
   c) três proposições;
   d) quatro proposições;

e) todas são proposições.

Resolução:

Inicialmente, lembraremos que as **proposições lógicas** se classificam em **sentenças abertas** quando não existe uma **valoração lógica** definida, e, em **sentenças fechadas**, quando admite **uma única valoração lógica**, ou seja, será **verdadeira** ou **falsa**. As **sentenças abertas** são geralmente as **frases interrogativas**, as **frases exclamativas**, as **frases imperativas**, as **frases sem sentido lógico** e as **frases representadas por variáveis**.

Nesses casos, avaliando uma a uma, teremos:

1ª. "A frase dentro destas aspas é uma mentira": **não é** considerada uma **sentença lógica**, já que **não é** possível atribuir uma **valoração verdadeira** ou **falsa** a ela.

2ª. A expressão *x* + *y* é positiva: **não é** considerada uma **sentença lógica**, já que **não é** possível atribuir uma **valoração verdadeira** ou **falsa**, pois são desconhecidos os **valores algébricos** das duas variáveis: **"*x*"** e **"*y*"**.

3ª. O valor de $\sqrt{4}+3=7$: **é** considerada uma **sentença lógica**, já que podemos atribuir um **valor lógico** a essa **proposição**, sendo, nesse caso, uma **sentença falsa**, pois $\sqrt{4}=2$ e somado a 3 é igual a 5.

4ª. Pelé marcou dez gols para a seleção brasileira: **é** considerada uma **sentença lógica**, já que podemos atribuir um **valor lógico** a essa **proposição**, sendo, nesse caso, uma **sentença verdadeira**, pois Pelé, como é sabido, marcou, pelo menos, dez gols pela a Seleção Brasileira!

5ª. O que é isto?: **não é** considerada uma **sentença lógica**, já que **não é** possível atribuir uma **valoração verdadeira** ou **falsa** a ela, pois se trata de uma **frase interrogativa**.

Logo, são consideradas **proposições lógicas** ou simplesmente **proposições** apenas a **terceira** e a **quarta frases** a serem julgadas.

Gabarito: letra **B**.

2. (AOCP) Sendo "*p*" a proposição: "Júnior é alto", e "*q*" a proposição: "Ricardo é baixo", podemos dizer que a proposição "$p \leftrightarrow q$", traduzida para a linguagem corrente, é:

a) Júnior é alto ou Ricardo é baixo.
b) Ricardo é baixo e Júnior é alto.
c) Se Júnior é alto, então Ricardo é baixo.
d) Se Júnior é alto, então Ricardo não é baixo.
e) Júnior é alto se, e somente se, Ricardo é baixo.

Resolução:

A **bicondicional** "$p \leftrightarrow q$" pode ser escrita de várias formas, a saber:

$p \leftrightarrow q$: *p* se, e somente se, *q*.

$p \leftrightarrow q$: *p* é condição suficiente e necessária para *q*.

$p \leftrightarrow q$: Se *p*, então *q* e se *q*, então *p*.

Traduzindo para a forma **corrente**, teremos:

$p \leftrightarrow q$: Júnior é alto *se***,** *e somente se***,** Ricardo é baixo.

$p \leftrightarrow q$: Júnior ser alto *é condição suficiente e necessária para* Ricardo ser baixo.

$p \leftrightarrow q$: *Se* Júnior é alto, *então* Ricardo é baixo **e se** Ricardo é baixo, *então* Júnior é alto.

Gabarito: letra **E**.

3. (AOCP) Sendo "*p*" a proposição: "Juliana gosta de Matemática", e "*q*" a proposição: "Nayara gosta de Física", assinale a alternativa que corresponde à seguinte proposição em linguagem simbólica: "Se Nayara gosta de Física, então Juliana gosta de Matemática".

a) $p \wedge q$.
b) $(\sim p) \vee q$.
c) $q \rightarrow p$.
d) $(\sim p) \wedge (\sim q)$.
e) $q \leftrightarrow q$.

Resolução:

Transformando a **linguagem corrente** ou **natural** ou **por extenso** da forma: "Se Nayara gosta de Física, então Juliana gosta de Matemática" em **linguagem simbólica**, teremos:

$$\text{“Se } \underbrace{\text{Nayara gosta de Física}}_{q}, \underbrace{\text{então}}_{\rightarrow} \underbrace{\text{Juliana gosta de Matemática}}_{p}\text{”}: \qquad \underbrace{q \rightarrow p}_{\substack{\text{representação} \\ \text{simbólica}}}$$

Gabarito: letra **C**.

4. (FCC) Considere as seguintes proposições simples:

p: andar;
q: beber;
r: cair;
s: dormir.

Transformando a proposição corrente: "Se ando e bebo, então caio, mas não durmo ou não bebo" em linguagem simbólica, teremos a seguinte estrutura lógica:

a) $(p \wedge q) \rightarrow (r \wedge \sim s \vee \sim q)$;
b) $(p \vee q) \rightarrow (r \vee \sim s) \wedge \sim q$;
c) $(p \wedge \sim q) \rightarrow r \wedge (\sim s \vee q)$;
d) $(p \wedge q) \rightarrow (r \wedge \sim s) \vee q$;
e) $(p \wedge \sim q) \rightarrow (r \wedge \sim s \vee q)$.

Resolução:

Substituindo-se as **proposições simples** pelas **letras minúsculas** que as representam e os respectivos **conectivos lógicos**, teremos:

$$\text{“Se } \underbrace{\text{ando}}_{p}\ \underbrace{\text{e}}_{\wedge}\ \underbrace{\text{bebo}}_{q},\ \underbrace{\text{então}}_{\rightarrow}\ \underbrace{\text{caio}}_{r},\ \underbrace{\text{mas}}_{\wedge}\ \underbrace{\text{não durmo}}_{\sim s}\ \underbrace{\text{ou}}_{\vee}\ \underbrace{\text{não bebo}}_{\sim q}\text{”}$$

Simbolicamente, tem-se que:

$$(p \wedge q) \rightarrow (r \wedge \sim s \vee \sim q)$$

Gabarito: letra **A**.

5. (FCC) Das cinco frases abaixo, quatro delas têm uma característica lógica em comum, enquanto uma delas não tem essa característica.

I. Que belo dia!
II. Um excelente livro de raciocínio lógico.
III. O jogo terminou empatado?
IV. Existe vida em outros planetas do universo.
V. Escreva uma poesia.

A frase que não possui essa característica comum é a:

a) I;
b) II;

c) III;
d) IV;
e) V.

Resolução:

A **característica lógica** em questão está associada aos conceitos de **sentenças abertas** ou **fechadas**. Avaliando cada item anteriormente, obteremos as seguintes definições:

I. Que belo dia!

É uma **sentença aberta**, pois **não** podemos atribuir uma **valoração lógica verdadeira** ou **falsa** a esta **frase** (**frases exclamativas**).

II. Um excelente livro de raciocínio lógico.

É uma **sentença aberta**, já que não é possível afirmar se tal livro, podendo ser qualquer livro de lógica, é excelente ou não.

III. O jogo terminou empatado?

É uma **sentença aberta**, pois **não** podemos atribuir uma **valoração lógica verdadeira** ou **falsa** a esta **frase** (**frases interrogativas**).

IV. Existe vida em outros planetas do universo.

É uma **sentença fechada**, pois podemos atribuir uma **valoração lógica** a esta **frase**, sendo, nesse caso, **falsa**, utilizando-se dos conhecimentos de nossa Ciência Moderna (**senso comum**).

V. Escreva uma poesia.

É uma **sentença aberta**, pois **não** podemos atribuir uma **valoração lógica verdadeira** ou **falsa** a esta **frase** (**frases imperativas**).

Logo, a **única frase** que **não** possui a **mesma característica lógica** é a do item **IV**.

Gabarito: letra **D**.

(Cespe/UnB) Considere as seguintes proposições lógicas representadas pelas letras “*P*”, “*Q*”, “*R*” e “*S*”:
P: Nesse país o direito é respeitado.
Q: O país é próspero.
R: O cidadão se sente seguro.
S: Todos os trabalhadores têm emprego.
Considere também que os símbolos “∨”, “∧”, “→” e “¬” representem os conectivos lógicos “ou”, “e”, “se ... então” e “não”, respectivamente.
Com base nessas informações, julgue as questões seguintes.

6. A proposição “Nesse país o direito é respeitado, mas o cidadão não se sente seguro” pode ser representada simbolicamente por: $P \wedge (\neg R)$.

Resolução do item:

$$\underbrace{\text{“Nesse país o direito é respeitado,}}_{P}\ \underbrace{\textit{mas}}_{\wedge}\ \underbrace{\text{o cidadão \textit{não} se sente seguro”}}_{\neg R} : P \wedge \neg R$$

Logo, essa questão está **CERTA**.

7. A proposição “Se o país é próspero, então todos os trabalhadores têm emprego” pode ser representada simbolicamente por: $Q \rightarrow S$.

Resolução do item:

$$\text{“Se } \underbrace{\text{o país é próspero}}_{Q}, \textit{ então } \underbrace{\text{todos os trabalhadores têm emprego}}_{S}\text{”} : Q \rightarrow S$$

Logo, essa questão está **CERTA**.

8. A proposição “O país ser próspero e todos os trabalhadores terem emprego é uma consequência de, nesse país, o direito ser respeitado” pode ser representada simbolicamente por: $(Q \wedge R) \rightarrow P$.

Resolução do item:

A **proposição composta** “O país ser próspero e todos os trabalhadores terem emprego é uma consequência de, nesse país, o direito ser respeitado” pode ser também escrita na forma:

“Se nesse país o direito é respeitado, então o país é próspero e todos os trabalhadores têm emprego.”

OBSERVAÇÃO:
Lembramos que uma **proposição** do tipo “B é **consequência de** A” pode ser também representada pela **condicional** “***Se*** A, ***então*** B”.

Então, representando a **condicional** anterior que se encontra na **linguagem corrente**, simbolicamente (ou na **linguagem formal** dos símbolos), teremos:

$$\text{“}\textit{Se } \underbrace{\text{nesse pais o direito é respeitado}}_{P}, \underbrace{\textit{então}}_{\rightarrow} \underbrace{\text{o país é próspero}}_{Q} \underbrace{\textit{e}}_{\wedge}$$
$$\underbrace{\text{todos os trabalhadores têm emprego}}_{S}\text{”} : P \rightarrow (Q \wedge S)$$

Portanto, essa questão está **ERRADA**.

1.11. Exercícios propostos de concursos anteriores

1. (Cesgranrio) Marque a alternativa que corresponda a uma FRASE LÓGICA.
   a) “Quem descobriu a cura?”
   b) “Vejo.”
   c) “Venha logo!”
   d) “Alternativa errada.”
   e) “$x + y > 13$.”

2. (Cespe/UnB) Observe a lista de afirmações abaixo:
   A: João é o aluno mais alto da sala de aula.
   B: Nas férias, durma bastante.
   C: Qual o motivo de sua tristeza?
   D: Fenomenal!
   E: Ela é a aluna mais dedicada dessa classe.
   Neste caso, é correto afirmar que o número de SENTENÇAS LÓGICAS é igual a:
   a) 1;
   b) 2;
   c) 3;
   d) 4;
   e) 5.

3. (Cespe/UnB) Considere as seguintes sentenças:
   • O Acre é um estado da Região Nordeste.

• Você viu o cometa Halley?
• Há vida no planeta Marte.
• Se $x < 2$, então $x + 3 > 1$.

Nesse caso, entre essas quatro sentenças, apenas:
a) uma é proposição;
b) duas são proposições;
c) três são proposições;
d) todas são proposições;
e) nenhuma é proposição.

4. (FCC) Qual das alternativas a seguir corresponde a uma proposição?
a) "2 + 3 + 4 + 5."
b) "Se $x > 1$, então $x + 5 < 10$."
c) "Ontem choveu."
d) "leia e depois responda com atenção."
e) "Já acabou?"

5. (Cesgranrio) É considerada uma SENTENÇA LÓGICA:
a) "Esta frase está errada."
b) "Descanse após a prova."
c) "Você sabe que horas são?"
d) "Fui trabalhar."
e) "Proibido nadar."

6. (Cespe/UnB) Nas sentenças abaixo
p: 12 é menor que 6.
q: Para qual time você torce?
r: $x + 3 > 10$.
s: Existe vida após a morte.
há exatamente:
a) uma proposição;
b) duas proposições;
c) três proposições;
d) quatro proposições;
e) todas são proposições.

7. (FCC) Considere as seguintes frases:
I. Amar o próximo.
II. $2x - 5 \neq 0$, para qualquer "x" inteiro.
III. Lula foi eleito em 1989.
IV. 3 + 4 + 7 + 2
É verdade que APENAS:
a) I e II são sentenças abertas;
b) I e III são sentenças abertas;
c) II e III são sentenças abertas;
d) I e IV são sentenças abertas;
e) II e IV são sentenças abertas.

8. (FCC) Das cinco frases abaixo, quatro delas têm uma característica lógica em comum, enquanto uma delas não tem essa característica.
I. 2012 não é um ano bissexto.
II. A quinta parte de 6 dezenas é igual a 12.
III. Leia o próximo item.
IV. Existe um número inteiro e não racional.
V. Todos os escritores são poetas.
A frase que não possui essa característica comum é a:
a) I;

b) II;
c) III;
d) IV;
e) V.

9. (Funiversa) Assinale a alternativa que é uma PROPOSIÇÃO.
a) 2 + 3 + 8.
b) O Rei “Z” é nordestino.
c) A mula sem cabeça foi domesticada.
d) *x* não é um número.
e) Vá em paz!

10. (FCC) Considere as seguintes frases:
I. Ele foi o melhor jogador do mundo em 2005.
II. $\frac{x + y}{5}$ é um número inteiro.
III. João da Silva foi o secretário da Fazenda do Estado de São Paulo em 2000.
É verdade que APENAS:
a) I e II são sentenças abertas;
b) I e III são sentenças abertas;
c) II e III são sentenças abertas;
d) I é uma sentença aberta;
e) II é uma sentença aberta.

11. (FCC) O Manual de Garantia da Qualidade de uma empresa diz que, “*se* um cliente faz uma reclamação formal, *então* é aberto um processo interno e o departamento de qualidade é acionado”. De acordo com essa afirmação, é correto concluir que:
a) a existência de uma reclamação formal de um cliente é uma condição necessária para que o departamento de qualidade seja acionado;
b) a existência de uma reclamação formal de um cliente é uma condição suficiente para que o departamento de qualidade seja acionado;
c) a abertura de um processo interno é uma condição necessária e suficiente para que o departamento de qualidade seja acionado;
d) se um processo interno foi aberto, então um cliente fez uma reclamação formal;
e) não existindo qualquer reclamação formal feita por um cliente, nenhum processo interno poderá ser aberto.

12. (Funiversa) Dadas as proposições:
p: Quantos anos tem Brasília?
q: Estude e faça suas obrigações.
r: Viajo.
s: Que coisa maravilhosa!
t: se $x < 2$, então 12 é ímpar.
u: Ou estudo, ou durmo.
v: Esse atleta é brasileiro.
Marque a alternativa CORRETA.
a) apenas três proposições são consideradas sentenças válidas;
b) existe, apenas, uma sentença que é dita aberta;
c) duas sentenças são compostas;
d) duas sentenças são simples;
e) existe uma sentença simples e uma sentença composta.

13. (FCC) Considere a proposição: “Paula estuda, MAS não passa no concurso”. Nessa proposição, o CONECTIVO LÓGICO é:
a) disjunção inclusiva;
b) conjunção;
c) disjunção exclusiva;
d) condicional;
e) bicondicional.

14. (Cespe/UnB) Considere as seguintes proposições:

p: Pedro é rico;

q: Pedro é forte;

r: É falso que Pedro é pobre ou forte.

Nesse caso, a proposição "*r*" pode ser escrita na FORMA SIMBÓLICA como:

a) $\sim(\sim p \vee q)$;

b) $\sim p \vee q$;

c) $\sim(p \vee \sim q)$;

d) $p \wedge \sim q$;

e) $\sim(p \wedge q)$.

15. (Cespe/UnB) Ao empregar os símbolos: "p", "q" e "r" para as proposições primitivas: "Paulo lê revistas científicas", "Paulo lê jornais" e "Paulo lê gibis", respectivamente, é CORRETO simbolizar a proposição composta: "Paulo lê gibis ou não lê jornais e não lê revistas científicas" por:

a) $\sim((r \vee q) \wedge \sim p)$;

b) $\sim(r \vee q \wedge p)$;

c) $r \vee \sim q \wedge \sim p$;

d) $\sim r \vee \sim q \wedge p$;

e) $r \vee q \wedge p$.

16. (Cesgranrio) Sejam as proposições:

p: Ana estuda;

q: Beto briga;

r: Carlos canta.

A linguagem corrente "Se Carlos não canta, então não é verdade que Ana estuda e Beto não briga" pode ser representada, na FORMA SIMBÓLICA, por:

a) $\sim r \rightarrow \sim p \wedge q$;

b) $r \rightarrow \sim p \wedge \sim q$;

c) $r \rightarrow \sim(p \vee q)$;

d) $\sim r \rightarrow \sim(p \wedge \sim q)$;

e) $\sim r \rightarrow \sim(p \vee q)$.

17. (FCC) Sejam as proposições:

p: atuação compradora de dólares por parte do Banco Central;

q: fazer frente ao fluxo positivo.

Se *p* implica em *q*, então:

a) a atuação compradora de dólares por parte do Banco Central é condição necessária para fazer frente ao fluxo positivo.

b) fazer frente ao fluxo positivo é condição suficiente para a atuação compradora de dólares por parte do Banco Central.

c) a atuação compradora de dólares por parte do Banco Central é condição suficiente para fazer frente ao fluxo positivo.

d) fazer frente ao fluxo positivo é condição necessária e suficiente para a atuação compradora de dólares por parte do Banco Central.

e) a atuação compradora de dólares por parte do Banco Central não é condição suficiente e nem necessária para fazer frente ao fluxo positivo.

18. (FCC) Leia atentamente as proposições simples "*P*" e "*Q*":

P: João foi aprovado no concurso do Tribunal.

Q: João foi aprovado em um concurso.

Do ponto de vista lógico, uma proposição condicional CORRETA em relação a "*P*" e "*Q*" é:

a) Se não *Q*, então *P*;

b) Se não *P*, então não *Q*;

c) Se *P*, então *Q*;

d) Se *Q*, então *P*;

e) Se *P*, então não *Q*.

19. (Consulplan) A sentença: "Se Rodrigo viajou ontem, então Rogério não foi trabalhar e Romário e Regina não estudaram para a prova" apresenta, como conectivos lógicos:

a) uma bicondicional e uma disjunção;

b) uma condicional e uma conjunção;
c) uma condicional e uma disjunção;
d) duas conjunções;
e) uma conjunção e uma disjunção.

20. (ICMS) Se você se esforçar, então irá vencer. Assim,
a) seu esforço é condição suficiente para vencer;
b) seu esforço é condição necessária para vencer;
c) se você não se esforçar, então não irá vencer;
d) você vencerá só se esforçar;
e) mesmo que se esforce, você não vencerá.

21. (AOCP) Sendo p a proposição: "Joana trabalha nos feriados" e q a proposição: "Jaqueline tira férias", assinale a alternativa que corresponde à seguinte proposição em LINGUAGEM SIMBÓLICA: "Se Jaqueline tira férias, então Joana trabalha nos feriados".
a) $p \wedge q$;
b) $(\sim p) \vee q$;
c) $q \rightarrow p$;
d) $(\sim p) \wedge (\sim q)$;
e) $q \leftrightarrow q$.

22. (Cespe/UnB) Na análise de um argumento, pode-se evitar considerações subjetivas, por meio da reescrita das proposições envolvidas na linguagem da lógica formal. Considere que "*P*", "*Q*", "*R*" e "*S*" sejam proposições e que "$\wedge$", "$\vee$", "$\neg$" e "$\rightarrow$" sejam os conectores lógicos que representam, respectivamente, "e", "ou", "negação" e o "conector condicional". Considere também a proposição a seguir:
"Quando Paulo vai ao trabalho de ônibus ou de metrô, ele sempre leva um guarda-chuva e também dinheiro trocado."
Assinale a opção que expressa corretamente a proposição acima em LINGUAGEM DA LÓGICA FORMAL, assumindo que:
P = "Quando Paulo vai ao trabalho de ônibus."
Q = "Quando Paulo vai ao trabalho de metrô."
R = "Ele sempre leva um guarda-chuva."
S = "Ele sempre leva dinheiro trocado."
a) $P \rightarrow (Q \vee R)$;
b) $(P \rightarrow Q) \vee R$;
c) $(P \vee Q) \rightarrow (R \wedge S)$;
d) $P \vee (Q \rightarrow (R \wedge S))$.

23. (Cespe/UnB) Considerando as letras proposicionais adequadas e a proposição: "Nem Antônio é desembargador nem Jonas é juiz", assinale a opção correspondente à SIMBOLIZAÇÃO correta dessa proposição:
a) $(\neg A) \rightarrow B$;
b) $\neg[A \vee (\neg B)]$;
c) $\neg(A \wedge B)$;
d) $(\neg A) \vee (\neg B)$;
e) $(\neg A) \wedge (\neg B)$.

24. (UFRJ) Para escrever uma proposição numa linguagem simbólica, são utilizados os seguintes símbolos cujos significados estão ao lado de cada um deles: ~(não); $\vee$ (ou); $\wedge$ (e); $\rightarrow$ (implicação); $\leftrightarrow$ (dupla implicação). Assim, seja a proposição *p*: "João é alto" e a proposição *q*: "João é elegante", então a proposição: "Não é verdade que João é baixo ou que ele não é elegante", em LINGUAGEM SIMBÓLICA é:
a) $\sim(\sim p \vee q)$;
b) $p \vee (\sim p \vee q)$;
c) $\sim(\sim p \vee \sim q)$;
d) $\sim(p \vee q)$;
e) $p \vee \sim q$.

25. (FCC) Seja a proposição *p*: "Carla é rica" e a proposição *q*: "Carla é feliz". Traduzindo para a LINGUAGEM SIMBÓLICA a proposição: "Carla é pobre ou é infeliz", tem-se que:
a) $\sim p \vee \sim q$;

b) $\sim(\sim p \wedge \sim q)$;
c) $\sim p \vee (p \wedge \sim q)$;
d) $\sim p \wedge (\sim p \wedge \sim q)$;
e) $\sim p \wedge \sim q$.

26. (FCC) Sejam as *proposições*:
p: Tales é honesto.
q: Tales é trabalhador.
Na LINGUAGEM SIMBÓLICA, a expressão que representa a proposição "Não é verdade que Tales é desonesto ou trabalhador" é:
a) $\sim p \vee \sim q$;
b) $\sim(\sim p \vee \sim q)$;
c) $\sim(\sim p \vee q)$;
d) $\sim p \wedge \sim q$;
e) $\sim p \wedge q$.

27. (Funiversa) Assinale a alternativa que não é uma proposição.
a) O sol é vermelho.
b) Quem dera ser aprovado!
c) Gatos voam.
d) O 14 bis voou em Hong Kong.
e) 2 é maior que 5.

Julgue as questões de 28 a 43 como CERTAS (C) ou ERRADAS (E).

28. (Cespe/UnB – Seguer-ES – 2007) Na lista de afirmações abaixo, há exatamente três proposições.
• Mariana mora em Piúma.
• Em Vila Velha, visite o Convento da Penha.
• A expressão algébrica $x + y$ é positiva.
• Se Joana é economista, então ela não entende de políticas públicas.
• A Seger oferece 220 vagas em concurso público.

29. (Cespe/UnB) Considere as seguintes afirmações a seguir:
I. "Ser ou não ser."
II. "$x > 2$ se, e somente se, $x + y > 7$"
III. "$\{6 - 9 + [4 + (3 - 2)]\} + 5$"
IV. "Ele ganhou o maior prêmio jornalístico dessa década."
V. "Chove."
Nesse caso, há exatamente três proposições.

30. (Cespe/UnB – BB2 – 2007) Há duas proposições no seguinte conjunto de sentenças:
• O BB foi criado em 1980.
• Faça seu trabalho corretamente.
• Manuela tem mais de 40 anos de idade.

(Cespe/UnB) Considere que as letras "P", "Q", "R" e "T" representem proposições e que os símbolos $\neg$, $\wedge$, $\vee$ e $\rightarrow$ sejam operadores lógicos que constroem novas proposições e significam não, e, ou e então, respectivamente. Na lógica proposicional, cada proposição assume um único valor (valor-verdade), que pode ser verdadeiro (V) ou falso (F), mas nunca ambos.
Com base nas informações apresentadas no texto anterior, julgue as questões a seguir. Considere as sentenças:
I. Fumar deve ser proibido, mas muitos europeus fumam.
II. Fumar não deve ser proibido e fumar faz bem à saúde.
III. Se fumar não faz bem à saúde, deve ser proibido.
IV. Se fumar não faz bem à saúde e não é verdade que muitos europeus fumam, então fumar deve ser proibido.
V. Tanto é falso que fumar não faz bem à saúde como é falso que fumar deve ser proibido; consequentemente, muitos europeus fumam.
Considere também que "P", "Q", "R" e "T" representem as sentenças listadas na tabela a seguir:

P	**Fumar deve ser proibido.**

Q	**Fumar deve ser encorajado.**
R	**Fumar não faz bem à saúde.**
T	**Muitos europeus fumam.**

Com base nas informações acima e considerando a notação introduzida no texto, julgue as questões seguintes:

31. A sentença I pode ser corretamente representada por: $P \wedge (\neg T)$.

32. A sentença II pode ser corretamente representada por: $(\neg P) \wedge (\neg R)$.

33. A sentença III pode ser corretamente representada por: $R \rightarrow P$.

34. A sentença IV pode ser corretamente representada por: $(R \wedge (\neg T)) \rightarrow P$.

35. A sentença V pode ser corretamente representada por: $T \rightarrow ((\neg R) \wedge (\neg P))$.

36. (Cespe/UnB) Considere que "A" e "B" sejam as seguintes proposições:

A: Júlia gosta de peixe.

B: Júlia não gosta de carne vermelha.

Nesse caso, a proposição "Júlia não gosta de peixe, mas gosta de carne vermelha" está corretamente simbolizada por $\neg(A \wedge B)$.

(Cespe/UnB) Considere que as letras P, Q e R representam proposições e os símbolos $\neg$, $\wedge$ e $\rightarrow$ são operadores lógicos que constroem novas proposições e significam não, e e então, respectivamente. Na lógica proposicional que trata da expressão do raciocínio por meio de proposições que são avaliadas (valoradas) como verdadeiras (V) ou falsas (F), mas nunca ambas, esses operadores estão definidos para cada valoração atribuída às letras proposicionais na tabela abaixo:

P	**Q**	**¬P**	**$P \wedge Q$**	**$P \rightarrow Q$**
V	**V**	**F**	**V**	**V**
V	**F**		**F**	**F**
F	**V**	**V**	**F**	**V**
F	**F**		**F**	**V**

37. A sentença "Hoje não choveu então Maria não foi ao comércio e José não foi à praia" pode ser corretamente representada por $\neg P \rightarrow R \wedge (\neg Q)$.

38. A sentença "Hoje choveu e José não foi à praia" pode ser corretamente representada por $P \wedge \neg Q$.

(Cespe/UnB) Uma proposição pode ter valoração verdadeira (V) ou falsa (F). Os caracteres $\neg$, $\vee$ e $\wedge$ que simbolizam "não", "ou" e "e", respectivamente, são usados para formar novas proposições. Exemplo, se "P" e "Q" são proposições, então $P \wedge Q$, $P \vee Q$ e $\neg P$ também são proposições. Considere as proposições a seguir:

A: As despesas foram previstas no orçamento.

B: Os gastos públicos aumentaram.

C: Os funcionários públicos são sujeitos ao Regime Jurídico Único.

D: A lei é igual para todos.

A partir dessas informações, julgue as questões subsequentes.

39. A proposição "Ou os gastos públicos aumentaram ou as despesas não foram previstas no orçamento" está corretamente simbolizada por: $B \vee (\neg A)$.

40. $A \wedge (C \vee (\neg B))$ simboliza corretamente a proposição "As despesas foram previstas no orçamento e, ou os funcionários públicos são sujeitos ao Regime Jurídico Único ou os gastos públicos não aumentaram".

41. A proposição "Não é verdade que os funcionários públicos são sujeitos ao Regime Jurídico Único nem que os gastos públicos aumentaram" está corretamente simbolizada pela forma $(\neg C) \wedge (\neg B)$.

(Cespe/UnB) Tendo como referência as quatro frases a seguir, julgue as questões seguintes:
• Filho meu, ouve minhas palavras e atenta para meu conselho.
• A resposta branda acalma o coração irado.
• O orgulho e a vaidade são as portas de entrada da ruína do homem.
• Se o filho é honesto, então o pai é exemplo de integridade.

42. A primeira frase é composta por duas proposições lógicas simples unidas pelo conectivo de conjunção.

43. A segunda frase é uma proposição lógica simples.

44. A terceira frase é uma proposição lógica composta.

45. A quarta frase é uma proposição lógica em que aparecem dois conectivos lógicos.

(Cespe/UnB) Uma proposição é uma afirmação que pode ser julgada como verdadeira – V –, ou falsa – F –, mas não como ambas. Uma proposição é denominada simples quando não contém nenhuma outra proposição como parte de si mesma, e é denominada composta quando for formada pela combinação de duas ou mais proposições simples.
De acordo com as informações contidas no texto, julgue o item a seguir:

46. A frase “Você sabe que horas são?” é uma proposição.

(Cespe/UnB – Sebrae – 2008) Com relação à lógica formal, julgue as questões subsequentes:

47. A frase “Pedro e Paulo são analistas do Sebrae” é uma proposição simples.

48. Toda proposição lógica pode assumir no mínimo dois valores lógicos.

(Cespe/UnB – MCT – 2008) Uma proposição é uma sentença que pode ser julgada como verdadeira (V) ou falsa (F). De acordo com essa definição, julgue as questões a seguir:

49. A sentença “O feijão é um alimento rico em proteínas” é uma proposição.

50. A frase “Por que Maria não come carne vermelha?” não é uma proposição.

(Cespe/UnB – Sebrae-BA – 2008) Uma proposição é uma sentença afirmativa ou negativa que pode ser julgada como verdadeira (V) ou falsa (F), mas não como ambas. Nesse sentido, considere o seguinte diálogo:
(1) Você sabe dividir? — perguntou Ana.
(2) Claro que sei! — respondeu Mauro.
(3) Então, qual é o resto da divisão de onze milhares, onze centenas e onze por três? — perguntou Ana.
(4) O resto é dois. — respondeu Mauro, após fazer a conta.
(5) Está errado! Você não sabe dividir. — respondeu Ana.
A partir das informações e do diálogo acima, julgue as questões que se seguem:

51. A frase indicada por (3) não é uma proposição.

52. A sentença (5) é F.

53. A frase (2) é uma proposição.

54. (Cespe/UnB) Na lista de afirmações abaixo, há exatamente cinco proposições lógicas.

- Clodoaldo é atleta capixaba.
- Leia, corrija e escreva.
- $x + 7 = 2$.
- Bia é brasileira ou Beto é brasileiro, mas não ambos.
- O professor sorteou livros em sala de aula.
- Se $x > 1$, então $x + 3 > 6$.
- Se $y = 2$, então $x + y = 5$.
- $x = 3$ se, e somente se, $x + 11 = 13$
- Este carro é o mais caro da loja.

- Qual o rio mais extenso do mundo?
- Se $\sqrt{9} = 2$, então $3 + 2 = 7$.
- Corra! Corra! Corra!

55. (Cespe/UnB – TRT-17ª-ES – 2009) Na sequência de frases abaixo, há três proposições.
- Quantos tribunais regionais do trabalho há na região Sudeste do Brasil?
- O TRT/ES lançou edital para preenchimento de 200 vagas.
- Se o candidato estudar muito, então ele será aprovado no concurso do TRT-ES.
- Indivíduo com 50 anos de idade ou mais não poderá se inscrever no concurso do TRT-ES.

Capítulo 2

Estudo da tabela-verdade

2.1. Tabela-verdade

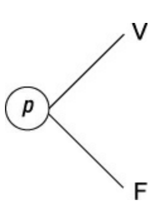
É toda tabela que atribui, previamente, os **possíveis valores lógicos** que as **proposições simples** podem assumir, como sendo **verdadeiras** (**V**) ou **falsas** (**F**), e, por consequência, permite definir a **solução** de uma determinada **fórmula**.

OBSERVAÇÃO:
O termo **fórmula** se refere a uma **proposição composta**.

2.2. Tabela-verdade de uma proposição simples

De acordo com o **Princípio do Terceiro Excluído**, toda **proposição simples** "*p*" é **verdadeira** ou **falsa**, ou seja, possui o **valor lógico V** (*verdade*) ou o **valor lógico F** (*falsidade*).

p
V
F



2.3. Tabela-verdade de uma proposição composta

Em se tratando de uma **proposição composta**, a determinação de seu **valor lógico**, conhecidos os **valores lógicos** das **proposições simples componentes**, se faz com base no seguinte **princípio**:

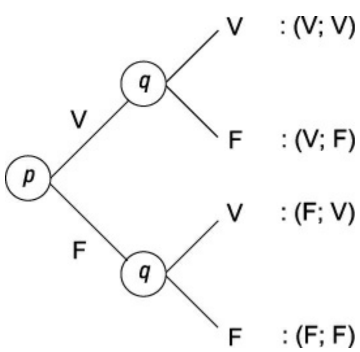
"O valor lógico de qualquer proposição composta depende unicamente dos valores lógicos das proposições simples componentes, ficando por eles univocamente determinado."

De acordo com o **princípio anterior**, para aplicá-lo na prática à determinação do **valor lógico** de uma **proposição composta** dada, recorre-se quase sempre ao **dispositivo prático** conhecido como **tabela-verdade**, em que figuram todos os **possíveis valores lógicos** da **proposição composta** (sua **solução**) correspondente a todas as **possíveis atribuições** de **valores lógicos** às **proposições simples componentes**.

2.3.1. Tabela-verdade de uma proposição composta formada por duas proposições simples

Assim, por exemplo, no caso de uma **proposição composta** "*P* ", cujas **proposições simples** componentes são "*p*" e "*q*", as únicas **possíveis** atribuições de **valores lógicos** a "*p*" e a "*q*" são:

	p	***q***
1ª linha	**V**	**V**
2ª linha	**V**	**F**
3ª linha	**F**	**V**
4ª linha	**F**	**F**



OBSERVAÇÃO:
Os **valores lógicos** "**V**" e "**F**" se **alteram** de **dois em dois** para a **primeira proposição "*p*"** e de **um em um** para a **segunda proposição "*q*"**, em suas respectivas colunas, e, além disso, **VV**, **VF**, **FV** e **FF**, em cada linha, são todos os **arranjos binários com repetição** dos dois elementos "**V**" e "**F**".

Cálculo dos **arranjos binários com repetição**:

Lembrando-se que, para uma **proposição composta** formada por **duas proposições simples**, cada uma delas poderá assumir **dois valores lógicos**, sendo **verdadeiro** (**V**) ou **falso** (**F**).

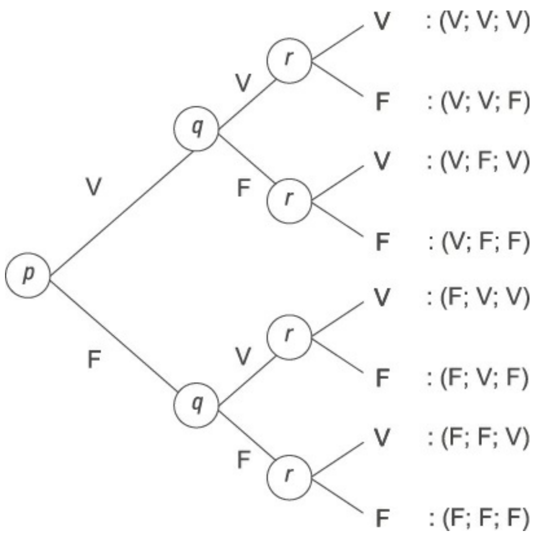
p	***q***
2	**2**

$= 2 \times 2 = 2^2 =$ **4 *linhas*** ou **4 *arranjos binários***

2.3.2. Tabela-verdade de uma proposição composta formada por três proposições simples

No caso de uma **proposição composta** formada por **três proposições simples**, "*p*", "*q*" e "*r*" teremos:

	p	*q*	*r*
1ª linha	**V**	**V**	**V**
2ª linha	**V**	**V**	**F**
3ª linha	**V**	**F**	**V**
4ª linha	**V**	**F**	**F**
5ª linha	**F**	**V**	**V**
6ª linha	**F**	**V**	**F**
7ª linha	**F**	**F**	**V**
8ª linha	**F**	**F**	**F**



OBSERVAÇÃO:
Analogamente, observa-se que os **valores lógicos** "**V**" e "**F**" se **alternam** de **quatro em quatro** para a **primeira proposição "*p*"**, de **dois em dois** para **segunda proposição "*q*"** e de **um em um** para a **terceira proposição "*r*"**, em suas respectivas colunas, e que, além disso, **VVV**, **VVF**, **VFV**, **VFF**, **FVV**, **FVF**, **FFV** e **FFF** são os **arranjos ternários com repetição** dos dois elementos "**V**" e "**F**" em suas respectivas linhas.

Cálculo dos **arranjos ternários com repetição**:

Lembrando-se que, para uma **proposição composta** formada por **três proposições simples**, cada uma delas poderá assumir **dois valores lógicos**, sendo **verdadeiro** (**V**) ou **falso** (**F**).

p	*q*	*r*
2	**2**	**2**

$= 2 \times 2 \times 2 = 2^3 =$ **8 *linhas*** ou **8 *arranjos ternários***

2.3.3. Número de linhas de uma tabela-verdade

Assim, podemos determinar o **número de linhas** de uma **tabela-verdade** ou o **número de arranjos binários**, **ternários**, **quaternários**, ..., utilizando uma **fórmula prática** dada por:

Número de linhas $= 2^n$

onde **"*n*"** representa o **número de proposições simples** e **distintas** que compõem uma determinada **proposição composta**. A **base 2** que se encontra nessa **fórmula exponencial** representa os possíveis **valores lógicos "V"** ou **"F"** que uma **proposição simples** pode assumir.

Demonstração: Com efeito, toda **proposição simples** tem dois **valores lógicos**: **V** ou **F**, que se excluem mutualmente entre si. Portanto, para uma **proposição composta** “P” formada pelas **proposições simples** “p_1”, “p_2”, “p_3”, ..., “p_n” ou, simplesmente, P(p_1, p_2, p_3, ..., p_n), com **“*n*” proposições simples** e **distintos** componentes, “p_1”, “p_2”, “p_3”, ..., “p_n”, há tantas possibilidades de atribuição dos **valores lógicos** “**V**” e “**F**” a tais componentes quantos são os **arranjos com repetição “*n*”** a **“*n*”** dos dois elementos “**V**” e “**F**”, isto é:

Número de linhas = $(AR)_2^n$ = 2^n

2.4. Exercícios resolvidos para aprendizagem de concursos anteriores

9. (Cespe/UnB) O número de combinações de valorações das proposições simples “A”, “B” e “C” para as quais a proposição composta (A ∨ B) ∨ (¬C) pode ser avaliada, assumindo valoração “V” ou “F”, será igual a:
   a) 2;
   b) 4;
   c) 8;
   d) 16;
   e) 32.

Resolução:

Sendo as **proposições** “A”, “B” e “C” **simples e distintas**, então a **fórmula**: (A ∨ B) ∨ (¬C) possuirá um **número de linhas** igual a:

Pela **fórmula resolvente** que define o **número de linhas** de uma **estrutura lógica** (ou **fórmula proposicional**) em função da quantidade **“*n*”** de **proposições simples** e **distintas**, definida por:

№ de linhas = 2^n, teremos, para *n* = 3:

№ de linhas = 2^n ⇒ № de linhas = 2^3 ⇒ № de linhas = 8 *linhas* ou 8 *combinações possíveis*

Gabarito: letra **C**.

10. (FCC) Com relação à proposição: “Se ando e bebo, então caio, mas não durmo ou não bebo”. O número de linhas da tabela-verdade da proposição composta anterior é igual a:
   a) 2;
   b) 4;
   c) 8;
   d) 16;
   e) 32.

Resolução:

Uma **“dica”** inicial é **“contar”** o **número de verbos distintos**, pois esses indicarão a quantidade de **proposições simples e distintas** que essa **proposição composta** vai possuir.

Portanto, teremos os seguintes **verbos distintos**: **“*andar*”**, **“*beber*”**, **“*cair*”** e **“*dormir*”.** Assim, podemos concluir que essa **proposição composta** possui **quatro proposições simples e distintas** (*n* = 4) Logo:

№ de linhas = 2^n ⇒ № de linhas = 2^4 ⇒ № de linhas = 16 *linhas* ou 16 *combinações possíveis*

Gabarito: letra **D**.

11. (Cespe/UnB) Sejam as proposições simples “A”, “B”, “C”, “D”, “E” não necessariamente distintas. Se “P” representa a proposição composta dada por:

P: $(\sim A \rightarrow C) \wedge (B \leftrightarrow \sim E) \vee D$.

Então, o número máximo de linhas "N" que a proposição composta "P" poderá ter será de:

a) $N < 10$;
b) $10 < N < 20$;
c) $20 < N < 30$;
d) $30 < N < 40$;
e) $40 < N < 50$.

Resolução:

Como não foram confirmadas **quantas** ou **quais** são as **proposições simples** e **distintas**, então podemos inferir que:

a) se considerarmos que **todas sejam iguais**, então obteremos um **número mínimo de linhas** para a sua **tabela-verdade**:

$$A = B = C = D = E \ (n = 1)$$

№ de linhas = 2^n $\Rightarrow$ № de linhas = 2^1 $\Rightarrow$ № de linhas = 2 *linhas* ou 2 *combinações possíveis*

b) se considerarmos que **todas sejam distintas (diferentes** ou **desiguais)**, então obteremos um **número máximo de linhas** para a sua **tabela-verdade**:

$$A \neq B \neq C \neq D \neq E \ (n = 5)$$

№ de linhas = 2^n $\Rightarrow$ № de linhas = 2^5 $\Rightarrow$ № de linhas = 32 *linhas* ou 32 *combinações possíveis*

Sendo N = 32 *linhas*, então esse valor estará compreendido entre 30 e 40 ($30 < 32 < 40$) e, de acordo com as alternativas, teremos como resposta:

Gabarito: letra **D**.

2.5. Exercícios propostos de concursos anteriores

56. (Cesgranrio) O número de linhas da tabela-verdade da proposição "Se estudo ou não compreendo, então é falso que ou trabalho ou não durmo", é de:

a) 2;
b) 4;
c) 8;
d) 16;
e) 32.

57. (Cespe/UnB) Se "A", "B", "C" e "D" forem proposições simples e distintas, então o número de linhas da tabela-verdade da proposição $(A \rightarrow B) \leftrightarrow (C \rightarrow D)$ será igual a:

a) 2;
b) 4;
c) 8;
d) 16;
e) 32,

58. (Cespe/UnB) Considerando que, além de "A" e "B", "C", "D", "E" e "F" também sejam proposições, não necessariamente todas distintas, e que "N" seja o número de linhas da tabela-verdade da proposição composta $[A \rightarrow (B \vee C)] \leftrightarrow [(D \wedge E) \rightarrow F]$, então:

a) $2 \leq N \leq 128$;
b) $2 \leq N \leq 64$;
c) $2 < N < 32$;
d) $2 \leq N < 16$;
e) $2 \leq N < 8$.

59. (Cespe/UnB) Considerando os símbolos lógicos $\neg$ (negação), $\wedge$ (conjunção), $\vee$ (disjunção), $\rightarrow$ (condicional) e as

proposições compostas:

S: $(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge r) \rightarrow q \vee r$; e

T: $((p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge r)) \wedge (\neg q \wedge \neg r)$,

as tabelas-verdade das proposições compostas “S” e “T” possuem, cada uma:

a) 32 linhas;
b) 16 linhas;
c) 8 linhas;
d) 4 linhas;
e) 2 linhas.

60. (Cespe/UnB) O número de linhas da tabela-verdade da proposição composta $(P \wedge Q \rightarrow R)$ é um número:

a) inferior a 5;
b) superior a 5 e inferior a 8;
c) igual a 8;
d) superior a 9 e inferior a 15;
e) igual a 16.

61. (Consulplan) O número de linhas de uma tabela-verdade é representado por:

a) qualquer número natural;
b) qualquer número que resulte de uma potência de base 2;
c) qualquer número maior ou igual a 2;
d) qualquer número múltiplo de 2;
e) qualquer número múltiplo de 4.

62. (FJPF) A sentença “Se ando, ando e ando, então tropeço” possui em sua tabela-verdade um número de linhas igual a:

a) 2;
b) 4;
c) 8;
d) 16;
e) 32.

Capítulo 3

Operações Lógicas sobre Proposições

3.1. Prolegômenos

Quando pensamos, efetuamos diversas vezes certas **operações sobre proposições**, chamadas **operações lógicas**. Estas se sujeitam a regras de um cálculo denominado **cálculo proposicional**, que são análogas aos cálculos da **Aritmética** sobre números. Estudaremos a seguir as **operações lógicas fundamentais**.

OBSERVAÇÃO:
O cálculo proposicional também é conhecido como Álgebra Booleana.

3.2. Negação

Definição: Chama-se **negação de uma proposição "***p***"** a *proposição* representada por **"não** *p***"**, cujo **valor lógico** é a **verdade** (**V**), quando **"***p***"** é **falsa**, e há **falsidade**, quando **"***p***"** é **verdadeira**. Assim, **"não** *p***"** tem o **valor lógico oposto** daquele inicial de **"***p***"**.

Como visto anteriormente, simbolicamente, a **negação** de **"***p***"** indica-se com a **notação "~***p***"** ou por **"¬***p***"**, que se lê: **"não** *p***"**.

O **valor lógico** da **negação** de uma **proposição** é, portanto, definido pela seguinte **tabela-verdade** muito simples:

p	**~*p***
V	**F**
F	**V**

ou seja, pelas igualdades:

~V = F ou ~F = V

e

$V(\sim p) = \sim V(p)$

Exemplos:

a) *p*: Londres **é** a capital da Alemanha.
~*p*: Londres **não é** a capital da Alemanha.

b) *q*: 2 + 7 **=** 13
~*q*: $2 + 7 \neq 13$

c) *r*: a expressão: "$x + 1$" *é maior que* 9.
~*r*: a expressão: "$x + 1$" *é menor que ou igual a* 9.

d) *s*: Rio de Janeiro **não é** conhecido como Cidade maravilhosa.
~*s*: Rio de Janeiro **é** conhecido como Cidade maravilhosa.

Na linguagem comum a **negação** efetua-se, nos casos mais simples, **antepondo** a partícula (o advérbio) **"não"** ao **verbo** da **proposição** dada. Assim, por exemplo, a **negação** da **proposição**:

p: A Terra **é** um planeta.

é

~*p*: A Terra **não é** um planeta.

Como vimos anteriormente, outra maneira de efetuarmos a **negação** consiste em **antepor** à **proposição** dada expressões tais como: **"não é verdade que"**, **"é falso que"**, **"é mentira que"**. Assim, por exemplo, a **negação** da **proposição**:

p: Paula é engenheira.

é

~*p*: *Não é verdade que* Paula é engenheira.

ou

~*p*: *É falso que* Paula é engenheira.

ou

~*p*: *É mentira que* Paula é engenheira.

ou

~*p*: *É uma falácia que* Paula é engenheira.

3.2.1. Dupla negação (Teoria da Involução)

Considere a seguinte **proposição primitiva** *p*: "Mercúrio **é** o planeta mais próximo do Sol", sendo seu **valor lógico verdadeiro**. Ao negarmos "*p*", obteremos a seguinte *proposição* ~*p*: "Mercúrio **não é** o planeta mais próximo do Sol" e, consequentemente, com **valor lógico falso**. Se negarmos a **proposição** "~*p*", teremos a seguinte representação ~(~*p*): "**não é verdade** que Mercúrio **não é** o planeta mais próximo do Sol", sendo seu **valor lógico**, por definição, necessariamente **verdadeiro**.

Uma conclusão decorrente dessas **duas negações sucessivas**, nesse exemplo, será dada por:

p: Mercúrio *é* o planeta mais próximo do Sol.

~(~*p*): *não é verdade* que Mercúrio *não é* o planeta mais próximo do Sol, logo

~(~*p*): Mercúrio **é** o planeta mais próximo do Sol.

Assim, pode-se concluir que a **dupla negação equivale**, em termos de **valores lógicos**, a sua **proposição primitiva**.

$$p \equiv \sim(\sim p)$$

OBSERVAÇÃO:
O termo **"equivalente"** está associado aos **"valores lógicos"** de duas **fórmulas lógicas**, sendo iguais **pela natureza** de seus **valores lógicos**.
Por exemplo:
a. A Terra é um planeta do sistema solar.
b. 8 é um número inteiro maior que 5.

Sabendo-se da **realidade** dos **valores lógicos** das **proposições** "A Terra é um planeta do sistema solar" e "8 é um número inteiro maior que 5", que são ambos **verdadeiros (V)**, conclui-se que essas **proposições** são **equivalentes**, em termos de **valores lógicos**, entre si.

3.3. Conjunção (Produto lógico)

Definição: Chama-se **conjunção de duas proposições "***p***"** e **"***q***"** a **proposição** representada por **"***p* **e** *q***"**, cujo **valor lógico** é a **verdade** (**V**) quando as **proposições "***p***"** e **"***q***"** são ambas **verdadeiras** e há **falsidade** (F) nos **demais casos**.

Simbolicamente, a **conjunção** de duas **proposições "***p***"** e **"***q***"** é indicada com a notação **"**$p \wedge q$**"**, que se lê **"***p* **e** *q***".**

O **valor lógico** da **conjunção** ("**e**"; "$\wedge$") de duas **proposições "***p***"** e **"***q***"** é, portanto, definido pela seguinte **tabela-verdade**:

p	***q***	$p \wedge q$
V	**V**	**V**
V	**F**	**F**
F	**V**	**F**
F	**F**	**F**

ou

p	$\wedge$	***q***
V	**V**	**V**
V	**F**	**F**
F	**F**	**V**
F	**F**	**F**

ou seja, pelas igualdades:

$$\mathbf{V \wedge V = V;\ V \wedge F = F;\ F \wedge V = F;\ F \wedge F = F}$$

e

$$V(p \wedge q) = V(p) \wedge V(q)$$

Exemplos:

a) p: Brasília é a capital do Brasil. **(V)**
q: $3 < 7$. **(V)**

$p \wedge q$: Brasília é a capital do Brasil **e** $3 < 7$. **(V)**

$$V(p \wedge q) = V(p) \wedge V(q) = \mathbf{V} \wedge \mathbf{V} = \mathbf{V}$$

b) p: O enxofre é amarelo. **(V)**
q: 3 não é um número primo. **(F)**

$p \wedge q$: O enxofre é vermelho **e** 3 não é um número primo. **(F)**

$$V(p \wedge q) = V(p) \wedge V(q) = \mathbf{V} \wedge \mathbf{F} = \mathbf{F}$$

c) p: BERNOULLI nasceu na Inglaterra. **(F)**
q: 25 é um quadrado perfeito. **(V)**

$p \wedge q$: BERNOULLI nasceu na Inglaterra **e** 25 é um quadrado perfeito. **(F)**

$$V(p \wedge q) = V(p) \wedge V(q) = \mathbf{F} \wedge \mathbf{V} = \mathbf{F}$$

d) p: $\sqrt{16} > 5$. **(F)**
q: sen 180º = cos 0º. **(F)**

$p \wedge q$: $\sqrt{16} > 5$ **e** sen 180º = cos 0º. **(F)**

$$V(p \wedge q) = V(p) \wedge V(q) = \mathbf{F} \wedge \mathbf{F} = \mathbf{F}$$

3.4. Disjunção inclusiva (soma lógica)

Definição: Chama-se **disjunção inclusiva** ou, simplesmente, **disjunção de duas proposições "*p*"** e **"*q*"** a **proposição** representada por **"*p* ou *q*"**, cujo **valor lógico** é a **verdade** (**V**) quando **pelo menos uma** das **proposições "*p*"** e **"*q*"** for **verdadeira**, e há **falsidade** (**F**) quando as **proposições "*p*"** e **"*q*"** são ambas **falsas**.

Simbolicamente, a **disjunção de duas proposições "*p*"** e **"*q*"** é indicada com a **notação** "$p \vee q$", que se lê **"*p* ou *q*"**.

O **valor lógico** da **disjunção inclusiva de duas proposições** é, portanto, definido pela seguinte **tabela-verdade**:

p	**q**	**$p \vee q$**
V	**V**	**V**
V	**F**	**V**
F	**V**	**V**
F	**F**	**F**

ou

p	**$\vee$**	**Q**
V	**V**	**V**
V	**V**	**F**
F	**V**	**V**
F	**F**	**F**

ou seja, pelas igualdades:

$$\mathbf{V} \vee \mathbf{V} = \mathbf{V};\ \mathbf{V} \vee \mathbf{F} = \mathbf{V};\ \mathbf{F} \vee \mathbf{V} = \mathbf{V};\ \mathbf{F} \vee \mathbf{F} = \mathbf{F}$$

e

$$V(p \vee q) = V(p) \vee V(q)$$

Exemplos:

a) p: A região sudeste possui 4 estados. **(V)**
q: $32 > \sqrt{25}$. **(V)**

$p \vee q$: A região Sudeste possui 4 estados **ou** $32 > \sqrt{25}$. **(V)**

$$V(p \vee q) = V(p) \vee V(q) = \mathbf{V} \vee \mathbf{V} = \mathbf{V}$$

b) p: A Argentina faz parte do Mercosul. **(V)**
q: $\text{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = -1$. **(F)**

$p \vee q$: A Argentina faz parte do Mercosul **ou** $\text{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = -1$. **(V)**

$$V(p \vee q) = V(p) \vee V(q) = \mathbf{V} \vee \mathbf{F} = \mathbf{V}$$

c) p: EÇA DE QUEIRÓS pertenceu à 1a geração do Modernismo. **(F)**
q: ALMEIDA GARRETT foi romancista. **(V)**

$p \vee q$: EÇA DE QUEIRÓS pertenceu ao Modernismo **ou** ALMEIDA GARRET foi um romancista. (**V**)

$$V(p \vee q) = V(p) \vee V(q) = \mathbf{F} \vee \mathbf{V} = \mathbf{V}$$

d) p: CARLOS GOMES nasceu na Argentina. **(F)**
q: GAUSS foi um poeta português. **(F)**

$p \vee q$: CARLOS GOMES nasceu na Argentina **ou** GAUSS foi um poeta português. **(F)**

$$V(p \vee q) = V(p) \vee V(q) = \mathbf{F} \vee \mathbf{F} = \mathbf{F}$$

OBSERVAÇÃO:
A **disjunção inclusiva** (**soma lógica**) também é denominada **disjunção simples** ou, simplesmente, **disjunção**.

3.5. Disjunção exclusiva

Na linguagem comum, a palavra **"ou"** tem **dois sentidos**. Assim, por exemplo, considerando as duas seguintes **proposições compostas**:

P: Pedro é engenheiro **ou** biólogo.
Q: Fernando é mineiro **ou** carioca.

Na **proposição** “P” verifica-se que pelo menos uma das **proposições** “Pedro é engenheiro”, “Pedro é biólogo” é **verdadeira**, podendo ser **ambas verdadeiras**: “Pedro é engenheiro e biólogo”. Mas na **proposição** “Q”, verifica-se que **somente uma** das **proposições** “Fernando é mineiro”, “Fernando é carioca” é **verdadeira**, pois não é possível ocorrer de “Fernando ser mineiro e carioca ao mesmo tempo”.

Na **proposição** “P” diz-se que o **“ou”** é **inclusivo**, enquanto que na **proposição** “Q” diz-se que o **“ou”** é **exclusivo**.

E m **Lógica Matemática** usa-se habitualmente o símbolo “$\vee$” para **“ou”** *inclusivo* e o símbolo “$\veebar$” para **“ou”** *exclusivo*.

Assim, a **proposição** “P” é a *disjunção inclusiva* (“$\vee$”) ou, simplesmente, *disjunção* (“$\vee$”) das **proposições simples** “Pedro é engenheiro”, “Pedro é biólogo”, isto é:

P: Pedro é engenheiro **ou** Pedro é biólogo.

ao passo que a **proposição** “Q” é a *disjunção exclusiva* (“$\veebar$”) das **proposições simples** “Fernando é mineiro”, “Fernando é carioca”, isto é:

Q: **Ou** Fernando é mineiro, **ou** Fernando é carioca.

ou, ainda:

Q: Fernando é mineiro, **ou** Fernando é carioca, **mas não ambos**.

Definição: De modo geral, chama-se *disjunção exclusiva* **de duas proposições “*p*”** e **“*q*”** a **proposição** representada simbolicamente por **“*p* $\veebar$ *q*”**, que se lê **“ou *p* ou *q*”** ou **“*p* ou *q*, mas não ambos”**, cujo **valor** *lógico* é a **verdade** (**V**) somente quando **“*p*”** e **“*q*”** possuírem **valorações diferentes**, ou seja, quando **“*p*”** for **verdade** (**V**) e **“*q*”** for **falsidade** (**F**) ou quando **“*p*”** for **falsidade** (**F**) e **“*q*”** for **verdade** (**V**), e há **falsidade** (**F**) quando **ambas** forem **verdadeiras** ou **ambas** forem **falsas**.

OBSERVAÇÃO:
Para um entendimento mais simples, dizemos que uma **disjunção** é **exclusiva** quando **apenas uma** de suas **proposições componentes** for **verdadeira**, ou seja, torna-se ***exclusivo*** o **valor lógico verdade (V)** apenas para uma delas, daí o termo usado: “**exclusivo**”.

Logo, o **valor lógico** da *disjunção exclusiva* **de duas proposições** é definido pela seguinte **tabela-verdade**:

p	*q*	*p* $\veebar$ *q*
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

ou

p	$\veebar$	*Q*
V	F	V
V	V	F
F	V	V
F	F	F

ou seja, pelas igualdades:

$$\mathbf{V \veebar V = F;\ V \veebar F = V;\ F \veebar V = V;\ F \veebar F = F}$$

e

$$V(p \veebar q) = V(p) \veebar V(q)$$

Exemplos:

a) p: CAMÕES escreveu os Lusíadas. **(V)**
q: $5 \times 7 > 33$. **(V)**

$p \veebar q$: **Ou** CAMÕES escreveu os Lusíadas **ou** $5 \times 7 > 33$. **(F)**

$$V(p \veebar q) = V(p) \veebar V(q) = \mathbf{V} \veebar \mathbf{V} = \mathbf{F}$$

b) p: Pelé jogou pela seleção brasileira. **(V)**
q: Salvador é um estado. **(F)**

$p \veebar q$: **Ou** Pelé jogou pela Seleção Brasileira **ou** Salvador é um estado. **(V)**

$$V(p \veebar q) = V(p) \veebar V(q) = \mathbf{V} \veebar \mathbf{F} = \mathbf{V}$$

c) p: Flamengo é um time mineiro. **(F)**
q: Recife é a capital de Pernambuco. **(V)**

$p \veebar q$: **Ou** Flamengo é um time mineiro **ou** Recife é a capital de Pernambuco. (**V**)

$$V(p \veebar q) = V(p) \veebar V(q) = \mathbf{F} \veebar \mathbf{V} = \mathbf{V}$$

d) p: ALBERT EINSTEIN é um filósofo italiano. **(F)**
q: Minas Gerais é banhada pelo mar. **(F)**

$p \veebar q$: **Ou** ALBERT EINSTEIN é um filósofo italiano **ou** Minas Gerais é banhada pelo mar. **(F)**

$$V(p \veebar q) = V(p) \veebar V(q) = \mathbf{F} \veebar \mathbf{F} = \mathbf{F}$$

3.6. Implicação lógica ou condicional

Definição: Chama-se **proposição condicional** ou apenas **condicional**, ou simplesmente **implicação lógica**, uma **proposição** representada por "**se** p, **então** q", cujo **valor lógico** é a **falsidade (F)** no caso em que "p" é **verdadeira** e "q" é **falsa**, e há **verdade (V)** nos demais casos.

Simbolicamente, a **condicional** de duas proposições **"**p**"** e **"**q**"** é indicada com a **notação** "$p \rightarrow q$".

Na **condicional** "$p \rightarrow q$", diz-se que "p" é o **antecedente** e "q" o **consequente**. O símbolo "$\rightarrow$" é chamado **símbolo de implicação**.

Atenção:
Uma **condicional** pode ser mais bem-compreendida se nomearmos as suas devidas partes ou as **proposições simples** que as integram como: "**CAUSA**" e "**CONSEQUÊNCIA**" **(ou** "**EFEITO**" gerado por essa "**CAUSA**"). Assim, analisaremos as seguintes situações para um melhor entendimento futuro da análise dos **valores lógicos** definidos pela **tabela-**

verdade:

Exemplo:

a) **Se** chove, **então** faz frio.

Observe que: $\textbf{Se } \underbrace{\text{chove}}_{\text{CAUSA}}\textbf{, então } \underbrace{\text{faz frio}}_{\text{CONSEQUÊNCIA}}\text{,}$ assim, podemos obter **4 possibilidades** de ocorrências:

1ª possibilidade: há causa e esta **gerou** uma **consequência** (ou **efeito**).
Assim, "havendo chuva" (a **CAUSA**) **ocorrerá**, necessariamente, "o frio" (a **CONSEQUÊNCIA** ou o **EFEITO**).

2ª possibilidade: há causa e esta **não gerou** uma **consequência** (ou **efeito**).
Portanto, o **Princípio da Implicação** será ferido, pois "houve chuva" (**CAUSA**) e "não houve frio", ou seja, essa **CAUSA** não implicou uma **CONSEQUÊNCIA** (ou **EFEITO**), o que torna essa possibilidade uma avaliação **falsa (F)** quanto ao seu **valor lógico**.

3ª possibilidade: não ocorreu uma causa e **houve** uma **consequência** (ou **efeito**).
Logo, "não havendo chuva" (a **CAUSA**), poderá, independentemente desse fenômeno ocorrer, ***fazer*** "frio" (a **CONSEQUÊNCIA** ou o **EFEITO**).

4ª possibilidade: não ocorreu uma causa e **não houve** uma **consequência** (ou **efeito**).
Logo, "não havendo chuva" (a **CAUSA**), poderá, independentemente desse fenômeno ocorrer, **não fazer** "frio" (a **CONSEQUÊNCIA** ou o **EFEITO**).

Conclusão: Logo, podemos deduzir que "havendo chuva" (a **CAUSA**) **ocorrerá**, necessariamente, "o frio" (a **CONSEQUÊNCIA** ou o **EFEITO**), e, caso contrário, "não havendo chuva", então, poderá **ocorrer** ou **não** "o frio". Por isso, dizemos que "chover" é uma **condição suficiente** para que "faça frio", porém "chover" **não é condição necessária** para que "faça frio", pois essa **CONSEQUÊNCIA** ou **EFEITO** poderá **ocorrer** sem que "chova". Este fato ser possível explica **as duas últimas linhas** da **tabela-verdade** como sendo **verdadeiras (V)**.

A s **quatro possibilidades** citadas anteriormente geram as **quatro linhas** da **tabela-verdade** a seguir.

O **valor lógico** da **condicional** de **duas proposições** é, portanto, definido pela seguinte **tabela-verdade**:

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

ou

p	$\rightarrow$	q
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F

ou

p	$\rightarrow$	q
há causa	V	***há consequência***
há causa	F	***não há consequência***
não há causa	V	***há consequência***
não há causa	V	***não há consequência***

ou seja, pelas igualdades:

$$\mathbf{V \rightarrow V = V;\ V \rightarrow F = F;\ F \rightarrow V = V;\ F \rightarrow F = V}$$

e

$$V(p \rightarrow q) = V(p) \rightarrow V(q)$$

OBSERVAÇÃO:
Uma **condicional** é **verdadeira** todas as vezes que o seu **antecedente** é uma proposição **falsa**.

Exemplos:

a) p: o ano tem 12 meses. **(V)**
q: o mês de março tem 31 dias. **(V)**

$p \rightarrow q$: **Se** o ano tem 12 meses, **então** o mês de março tem 31 dias. **(V)**

$$V(p \rightarrow q) = V(p) \rightarrow V(q) = \mathbf{V} \rightarrow \mathbf{V} = \mathbf{V}$$

b) *p*: ZICO foi ídolo do Flamengo. **(V)**
q: MARADONA é paraguaio. **(F)**

$p \rightarrow q$: **Se** ZICO é ídolo do Flamengo, **então** MARADONA é paraguaio. **(F)**

$$V(p \rightarrow q) = V(p) \rightarrow V(q) = \mathbf{V} \rightarrow \mathbf{F} = \mathbf{F}$$

c) *p*: π é um número racional. **(F)**
q: GALOIS morreu num duelo. **(V)**

$p \rightarrow q$: **Se** π é um número racional, **então** GALOIS morreu num duelo. (**V**)

$$V(p \rightarrow q) = V(p) \rightarrow V(q) = \mathbf{F} \rightarrow \mathbf{V} = \mathbf{V}$$

d) *p*: a Terra é plana. **(F)**
q: o Sol é o centro do universo. **(F)**

$p \rightarrow q$: **Se** a Terra é plana**, então** o Sol é o centro do universo. **(V)**

$$V(p \rightarrow q) = V(p) \rightarrow V(q) = \mathbf{F} \rightarrow \mathbf{F} = \mathbf{V}$$

Atenção:
Uma condicional do "$\boldsymbol{p \rightarrow q}$" **não afirma** que o consequente **"*q*"** se **deduz** ou é **consequência obrigatória** do antecedente **"*p*"**, quando esse acontece.

3.7. Dupla Implicação lógica ou bicondicional

Definição: Chama-se *proposição bicondicional* ou, simplesmente, *bicondicional* ou, ainda, *dupla implicação* uma *proposição* representada por **"***p* **se, e somente se,** *q***"**, cujo *valor lógico* é a *verdade* (**V**) quando **"***p***"** e **"***q***"** possuem a mesma *valoração lógica*, ou seja, quando *ambas* as *proposições* forem *verdadeiras* ou *falsas*, e a *falsidade* (**F**) nos demais casos.

OBSERVAÇÃO:
A **bicondicional** preza pelo sentido da **reciprocidade** dos seus fatos presentes em suas **proposições componentes**. Assim, tornar-se-á **verdadeira (V)**, se os dois fatos **ocorrerem** simultaneamente ou **não**.

Por exemplo:

"Paula fará o concurso se, e somente se, Ana pagar sua taxa de inscrição."

Daí concluímos que, se "Paula fez o concurso", é porque "Ana fez o pagamento de taxa de sua inscrição", e, porém, contrariamente a isso, se "Paula não fez o concurso", é porque "Ana não efetuou o pagamento da sua taxa de inscrição". Observe que não seria possível "Paula fazer o concurso" sem que "Ana não tivesse pago a sua taxa de inscrição".

Simbolicamente, a **bicondicional de duas proposições "***p***"** e **"***q***"** é indicada com a **notação**: "$p \leftrightarrow q$".

O **valor lógico** de uma **bicondicional de duas proposições** é, portanto, **definido** pela seguinte **tabela-verdade**:

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	**V**	**V**
V	**F**	**F**
F	**V**	**F**
F	**F**	**V**

ou

p	$\leftrightarrow$	q
V	**V**	**V**
V	**F**	**F**
F	**F**	**V**
F	**V**	**F**

ou seja, pelas igualdades:

$$\mathbf{V \leftrightarrow V = V;\ V \leftrightarrow F = F;\ F \leftrightarrow V = F;\ F \leftrightarrow F = V}$$

e

$$V(p \leftrightarrow q) = V(p) \leftrightarrow V(q) = [V(p) \to V(q)] \wedge [V(q) \to V(p)]$$

Lembramos que uma **bicondicional** pode ser representada também pela seguinte **fórmula**:

$$p \leftrightarrow q = [(p \to q) \wedge (q \to p)]$$

Portanto, uma **bicondicional** ou **dupla implicação** é **verdadeira (V)** somente quando também o são as duas **condicionais** "$p \to q$" e "$q \to p$".

$$\underbrace{p \leftrightarrow q}_{\mathbf{V}} = [\underbrace{(p \to q)}_{\mathbf{V}} \wedge \underbrace{(q \to p)}_{\mathbf{V}}]$$

Exemplos:

a) p: Toronto fica no Canadá. **(V)**
q: A neve é branca. **(V)**

$p \leftrightarrow q$: Toronto fica no Canadá **se, e somente se,** a neve é branca. **(V)**

$$V(p \leftrightarrow q) = V(p) \leftrightarrow V(q) = \mathbf{V \leftrightarrow V = V}$$

b) p: Lisboa é a capital de Portugal. **(V)**
q: VASCO DA GAMA descobriu o Brasil. **(F)**

$p \leftrightarrow q$: Lisboa é a capital de Portugal **se, e somente se,** VASCO DA GAMA descobriu o Brasil. **(F)**

$$V(p \leftrightarrow q) = V(p) \leftrightarrow V(q) = \mathbf{V \leftrightarrow F = F}$$

c) p: $\sqrt{2}$ é um número natural. **(F)**
q: TIRADENTES morreu enforcado. **(V)**

$p \leftrightarrow q$: $\sqrt{2}$ é um número natural **se, e somente se,** TIRADENTES morreu enforcado. (**F**)

$$V(p \leftrightarrow q) = V(p) \leftrightarrow V(q) = \mathbf{F \leftrightarrow V = F}$$

d) p: Japão fica na Europa. **(F)**

q: ISAAC NEWTON é alemão. **(F)**

$p \leftrightarrow q$: Japão fica na Europa **se, e somente se,** ISAAC NEWTON é alemão. (**V**)

$$V(p \leftrightarrow q) = V(p) \leftrightarrow V(q) = \mathbf{F} \leftrightarrow \mathbf{F} = \mathbf{V}$$

3.8. Exercícios resolvidos para aprendizagem de concursos anteriores

12. (Cespe/UnB) Considere as seguintes proposições:

A: $6 - 1 = 7$ ou $6 + 1 > 2$

B: $6 + 3 > 8$ e $6 - 3 = 4$

C: $9 \times 3 > 25$ ou $6 \times 7 < 45$

D: 5 + 2 é um número primo e todo número primo é ímpar.

Nesse caso, entre essas 4 proposições:

a) apenas uma F;

b) duas F;

c) três F;

d) quatro F;

e) todas são F.

Resolução:

Atribuindo os devidos **valores lógicos** às **proposições simples** que compõem cada **proposição composta** "A", "B", "C" e "D", teremos:

$$A: \underbrace{6 - 1 = 7}_{\mathbf{F}} \ \textbf{ou} \ \underbrace{6 + 1 > 2}_{\mathbf{V}}$$

$$B: \underbrace{6 + 3 > 8}_{\mathbf{V}} \ \textbf{e} \ \underbrace{6 - 3 = 4}_{\mathbf{F}}$$

$$C: \underbrace{9 \times 3 > 25}_{\mathbf{V}} \ \textbf{ou} \ \underbrace{6 \times 7 < 45}_{\mathbf{V}}$$

$$D: \underbrace{5 + 2 \text{ é um número primo}}_{\mathbf{V}} \ \textbf{e} \ \underbrace{\text{todo número primo é ímpar.}}_{\mathbf{F}}$$

Destacando-se os **conectivos lógicos** de cada **proposição composta** anterior, e avaliando os seus respectivos **valores lógicos**, obtêm-se:

A: $\mathbf{F} \vee \mathbf{V} = \mathbf{V}$

B: $\mathbf{V} \wedge \mathbf{F} = \mathbf{F}$

C: $\mathbf{V} \vee \mathbf{V} = \mathbf{V}$

D: $\mathbf{V} \wedge \mathbf{F} = \mathbf{F}$

Logo, **duas proposições** são **falsas** ("B" e "D") e duas são **verdadeiras** ("A" e "C").

Gabarito: letra **B**.

13. Considere as seguintes proposições:

p: O restaurante está fechado.

q: O computador está ligado.

A sentença: "O restaurante não está fechado e o computador não está ligado" assume valor lógico verdadeiro quando:

a) p é verdadeira e q é verdadeira;

b) p é falsa e $\sim q$ é falsa;

c) p é verdadeira e $\sim p$ é verdadeira;

d) p é falsa e q é falsa;

e) $\sim p$ é falsa e $\sim q$ é falsa.

Resolução:

Lembramos, inicialmente, que uma *conjunção* ("**e**") será **verdadeira** se **ambas as partes** que a compõem forem **verdadeiras**, nesse caso, teremos:

$$\text{“}\underbrace{\text{O restaurante } \textbf{não está} \text{ fechado}}_{\mathbf{V}} \textbf{ e } \underbrace{\text{o computador } \textbf{não está} \text{ ligado}}_{\mathbf{V}}\text{”}$$

Portanto, se a **proposição simples** "O restaurante *não está* fechado" tem que ser considerada **verdadeira**, então a **proposição simples** "O restaurante *está* fechado" será considerada **falsa**; e, se a **proposição simples** "o computador **não está** ligado" tem que ser considerada, também, como uma **proposição verdadeira**, então, a **proposição simples** "o computador *está* ligado" também deverá ser considerada **falsa**. Logo:

p: O restaurante **está** fechado: **(F)**
q: O computador **está** ligado: **(F)**

Gabarito: letra**: D**.

14. (Esaf) Entre as opções abaixo, a única com valor lógico verdadeiro é:
    a) Se Roma é a capital da Itália, Londres é a capital da França.
    b) Se Londres é a capital da Inglaterra, Paris não é a capital da França.
    c) Roma é a capital da Itália e Londres é a capital da França ou Paris é a capital da França.
    d) Roma é a capital da Itália e Londres é a capital da França ou Paris é a capital da Inglaterra.
    e) Roma é a capital da Itália e Londres não é a capital da Inglaterra.

Resolução:

Avaliaremos, inicialmente, cada **valor lógico** das **proposições simples** que compõem cada uma das **proposições compostas** de cada item.

Premissa simples	Valor lógico
Roma **é** a capital da Itália	V
Londres **é** a capital da França	F
Londres **é** a capital da Inglaterra	V
Paris **não é** a capital da França	F
Paris **é** a capital da França	V
Paris **é** a capital da Inglaterra	F
Londres **não é** a capital da Inglaterra	F

Analisando o **valor lógico** de cada **proposição composta**, em função dos **valores lógicos** de suas **proposições componentes**:

a) $\underbrace{\text{Roma é a capital da Itália}}_{\mathbf{V}} \rightarrow \underbrace{\text{Londres é a capital da França}}_{\mathbf{F}}. \therefore\ \mathbf{V \rightarrow F = F}$

b) $\underbrace{\text{Londres é a capital da Inglaterra}}_{\mathbf{V}} \rightarrow \underbrace{\text{Paris não é a capital da França}}_{\mathbf{F}}.$

$\therefore\ \mathbf{V \rightarrow F = F}$

c) $\underbrace{(\underbrace{\text{Roma é a cap. da Itália}}_{\mathbf{V}} \wedge \underbrace{\text{Londres é a cap. da França}}_{\mathbf{F}})}_{\mathbf{V \wedge F = F}} \vee (\underbrace{\text{Paris é a cap. da França}}_{\mathbf{V}}).$

$\therefore\ \mathbf{F \vee V = V}$

d) $\underbrace{(\underbrace{\text{Roma é a cap. da Itália}}_{\mathbf{V}} \wedge \underbrace{\text{Londres é a cap. da França}}_{\mathbf{F}})}_{\mathbf{V \wedge F = F}} \vee \underbrace{\text{Paris é a cap. da Inglaterra}}_{\mathbf{F}}.$

$\therefore\ \mathbf{F \vee F = F}$

e) $\underbrace{\text{Roma é a capital da Itália}}_{\mathbf{V}} \wedge \underbrace{\text{Londres não é a capital da Inglaterra}}_{\mathbf{F}}. \therefore \mathbf{V} \wedge \mathbf{F} = \mathbf{F}$

Entre as opções analisadas, a única com **valor lógico verdadeiro** é alternativa **c**.

Gabarito: letra **C**.

15. (FCC) Considere as seguintes proposições:

p: Alcebíades é usuário do metrô.

q: Plínio não é usuário do metrô.

r: Menelau é usuário do metrô.

Para que a *sentença*: "Se Alcebíades não é usuário do metrô, então Plínio ou Menelau o são" seja FALSA, as proposições *p*, *q* e *r* devem ser, respectivamente,

a) falsa, verdadeira e falsa;
b) falsa, falsa e verdadeira;
c) falsa, falsa e falsa;
d) verdadeira, falsa e falsa;
e) verdadeira, verdadeira e falsa.

Resolução:

Inicialmente, lembraremos que uma **condicional** possui **valoração falsa** somente quando sua **1ª parte** for **verdadeira** e a **2ª parte** for **falsa**. Assim, pela **condicional** anterior, teremos que:

$$\text{"}\mathbf{Se}\ \underbrace{\text{Alcebíades } \mathbf{não\ é} \text{ usuário do Metrô}}_{\mathbf{V}},\ \mathbf{então}\ \underbrace{\text{Plínio } \mathbf{ou} \text{ Menelau o } \mathbf{são}}_{\mathbf{F}}.\text{"}$$

Observe que a **2ª parte** da **condicional** está representada por uma **disjunção simples** e, como sabido, uma **disjunção simples** é **falsa** apenas quando **suas partes** forem **falsas**, logo:

$$\text{"}\mathbf{Se}\ \underbrace{\text{Alcebíades } \mathbf{não\ é} \text{ usuário do Metrô}}_{\mathbf{V}},\ \mathbf{então}\ \underbrace{\underbrace{\text{Plínio}}_{\mathbf{F}}\ \mathbf{ou}\ \underbrace{\text{Menelau o } \mathbf{são}}_{\mathbf{F}}}_{\mathbf{F}}.\text{"}$$

De acordo com os **valores lógicos** mencionados anteriormente, teremos que:

$$p : \underbrace{\text{Alcebíades } \mathbf{é} \text{ usuário do Metrô}}_{\mathbf{F}}.$$

$$q : \underbrace{\text{Plínio } \mathbf{não\ é} \text{ usuário do Metrô}}_{\mathbf{V}}.$$

$$r : \underbrace{\text{Menelau } \mathbf{é} \text{ usuário do Metrô}}_{\mathbf{F}}.$$

Gabarito: letra **A**.

16. (AOCP) Considere as assertivas a seguir, sendo *p* e *q* proposições, e assinale a alternativa que aponta a(s) CORRETA(S).

I. $p \vee {\sim}p$ assume o valor lógico verdadeiro, quaisquer que sejam os valores lógicos das variáveis sentenciais.

II. $q \wedge {\sim}q$ assume o valor lógico falso, quaisquer que sejam os valores lógicos das variáveis sentenciais.

III. $p \to p \vee q$ assume o valor lógico verdadeiro, quaisquer que sejam as variáveis sentenciais.

a) apenas I;
b) apenas II;
c) apenas III;
d) apenas I e II;
e) I, II e III.

Resolução:

Atribuindo-se todos os possíveis **valores lógicos** às **proposições simples** "*p*" e "*q*", obteremos as **tabelas-verdade** das três **proposições compostas** apresentadas nos itens I, II e III.

p	q
V	V
V	F
F	V
F	F

....

p	$\vee$	$\sim p$
V	**V**	F
F	**V**	V
1º	2º	1º

Item I

....

q	$\wedge$	$\sim q$
V	**F**	F
F	**F**	V
1º	2º	1º

Item II

....

p	$\rightarrow$	$(p$	$\vee$	$q)$
V	**V**	V	V	V
V	**V**	V	V	F
F	**V**	F	V	V
F	**V**	F	F	F
1º	3º	1º	2º	1º

Item III

I. $p \vee \sim p$: assume o valor lógico **verdadeiro**, quaisquer que sejam os valores lógicos das variáveis sentenciais.

Item CERTO.

II. $q \wedge \sim q$: assume o **valor lógico falso**, quaisquer que sejam os valores lógicos das variáveis sentenciais.

Item CERTO.

III. $p \rightarrow p \vee q$: assume o **valor lógico verdadeiro**, **quaisquer que sejam as variáveis sentenciais** (faltou atribuir os possíveis valores lógicos às proposições simples p e q).

Item CERTO.

Gabarito: letra **E**.

17. (FCC) Dadas as proposições compostas:

I. $3 + 4 = 7 \leftrightarrow 5^3 = 125$.
II. $3 + 2 = 6 \rightarrow 4 + 4 = 9$.
III. $\sqrt{3} > 1 \vee \pi$ não é um número real.
IV. $\sqrt{2} > 1 \rightarrow 2^0 = 2$.
V. $-2 > 0 \leftrightarrow \pi^2 < 2$.

A que tem valor lógico FALSO é a:

a) I;
b) II;
c) III;
d) IV;
e) V.

Resolução:

Atribuindo os devidos **valores lógicos** às **proposições simples** que compõem cada **proposição composta** "I", "II", "III", "IV" e "V", teremos:

$$\text{I) } \underbrace{3 + 4 = 7}_{\mathbf{V}} \leftrightarrow \underbrace{5^3 = 125}_{\mathbf{V}}.$$

$$\text{II) } \underbrace{3 + 2 = 6}_{\mathbf{F}} \rightarrow \underbrace{4 + 4 = 9}_{\mathbf{F}}.$$

$$\text{III) } \underbrace{\sqrt{3} > 1}_{\mathbf{V}} \vee \underbrace{\pi \text{ não é um número real}}_{\mathbf{F}}.$$

$$\text{IV) } \underbrace{\sqrt{2} > 1}_{\mathbf{V}} \rightarrow \underbrace{2^0 = 2}_{\mathbf{F}}.$$

$$\text{V) } \underbrace{-2 > 0}_{\mathbf{F}} \leftrightarrow \underbrace{\pi^2 < 2}_{\mathbf{F}}.$$

Destacando-se os **conectivos lógicos** de cada **proposição composta** anterior e avaliando os seus respectivos **valores lógicos**, obtêm-se:

I: **V** $\leftrightarrow$ **V = V**
II: **F** $\rightarrow$ **F = V**
III: **V** $\vee$ **F = V**
IV: **V** $\rightarrow$ **F = F**
V: **F** $\leftrightarrow$ **F = V**

Logo, apenas o item IV possui **valoração falsa (F)**.
Gabarito: letra **D**.

18. (FCC) Dadas as proposições:
I. $\sim(1 + 1 = 2 \leftrightarrow 3 + 4 = 5)$.
II. $\sim(2 + 2 \neq 4 \wedge 3 + 5 = 8)$.
III. $4^3 \neq 64 \leftrightarrow (3 + 3 = 7 \leftrightarrow 1 + 1 = 2)$.
IV. $2^3 \neq 8 \vee 4^2 \neq 4^3$.
V. $3^4 = 81 \leftrightarrow \sim(2 + 1 = 3 \wedge 5 \times 0 = 0)$.
A que tem valor lógico FALSO é a:
a) IV;
b) V;
c) III;
d) II;
e) I.

Resolução:
Atribuindo os devidos **valores lógicos** às **proposições simples** que compõem cada **proposição composta** "I", "II", "III", "IV" e "V", teremos:

$$\text{I) } \sim(\underbrace{1+1=2}_{\mathbf{V}} \leftrightarrow \underbrace{3+4=5}_{\mathbf{F}}).$$
$$\text{II) } \sim(\underbrace{2+2 \neq 4}_{\mathbf{F}} \wedge \underbrace{3+5=8}_{\mathbf{V}}).$$
$$\text{III) } \underbrace{4^3 \neq 64}_{\mathbf{F}} \leftrightarrow (\underbrace{3+3=7}_{\mathbf{F}} \leftrightarrow \underbrace{1+1=2}_{\mathbf{V}}).$$
$$\text{IV) } \underbrace{2^3 \neq 8}_{\mathbf{F}} \vee \underbrace{4^2 \neq 4^3}_{\mathbf{V}}.$$
$$\text{V) } \underbrace{3^4 = 81}_{\mathbf{V}} \leftrightarrow \sim(\underbrace{2+1=3}_{\mathbf{V}} \wedge \underbrace{5\times 0=0}_{\mathbf{V}}).$$

Destacando-se os **conectivos lógicos** de cada **proposição composta** anterior e avaliando os seus respectivos **valores lógicos**, obtêm-se:

I) **~(V** $\leftrightarrow$ **F)** $\Rightarrow$ **~(F) = V**
II) **~(F** $\wedge$ **V)** $\Rightarrow$ **~(F) = V**
III) **F** $\leftrightarrow$ **(F** $\leftrightarrow$ **V)** $\Rightarrow$ **F** $\leftrightarrow$ **F = V**
IV) **F** $\vee$ **V = V**
V) **V** $\leftrightarrow$ **~(V** $\wedge$ **V)** $\Rightarrow$ **V** $\leftrightarrow$ **~(V)** $\Rightarrow$ **V** $\leftrightarrow$ **F = F**

Logo, apenas o item V possui **valoração falsa (F)**.
Gabarito: letra **B**.

19. (Esaf) Considere a afirmação P:

P: "A ou B"

Onde A e B, por sua vez, são as seguintes afirmações:

A: "Carlos é dentista."

B: "Se Ênio é economista, então Juca é arquiteto."

Ora, sabe-se que a afirmação "P" é FALSA. Logo:

a) Carlos não é dentista; Ênio não é economista; Juca não é arquiteto.
b) Carlos não é dentista; Ênio é economista; Juca não é arquiteto.
c) Carlos não é dentista; Ênio é economista; Juca é arquiteto.
d) Carlos é dentista; Ênio não é economista; Juca não é arquiteto.
e) Carlos é dentista; Ênio é economista; Juca não é arquiteto.

Resolução:

Transformando para a **linguagem corrente** a **proposição composta** P: "A ou B", sabendo-se que A: "Carlos é dentista" e B: "Se Ênio é economista, então Juca é arquiteto", teremos:

$$\text{P: } \underbrace{\text{Carlos é dentista}}_{\textbf{A}} \textbf{ ou } (\underbrace{\text{se Ênio é economista, então Juca é arquiteto}}_{\textbf{B}})$$

Para que essa **disjunção** seja **falsa**, será necessário que a **proposição simples** "A" e a **proposição composta** (**condicional**) "B" sejam, ambas, **falsas**. Sabendo-se que uma **condicional** será **falsa**, apenas quando sua **1ª parte** for **verdadeira** e sua **2ª parte** for **falsa**, nesse caso, então, teremos a seguinte configuração que determina seus **valores lógicos**:

$$\text{P: } \underbrace{\text{Carlos é dentista}}_{\textbf{F}} \textbf{ ou } (\underbrace{\text{se } \underbrace{\text{Ênio é economista}}_{\textbf{V}}\text{, então } \underbrace{\text{Juca é arquiteto}}_{\textbf{F}}}_{\textbf{F}})$$

Pelos **valores lógicos** atribuídos às **proposições simples**, podemos afirmar que:

Carlos **não é** dentista, Ênio **é** economista e Juca **não é** arquiteto.

Gabarito: letra **B**.

3.9. Exercícios propostos de concursos anteriores

63. (Cespe/UnB) Considere as seguintes proposições:

- $(7 + 3 = 10) \wedge (5 - 12 = 7)$
- A palavra "crime" é dissílaba.
- Se "lâmpada" é uma palavra trissílaba, então "lâmpada" tem acentuação gráfica.
- $(8 - 4 = 4) \wedge (10 + 3 = 13)$
- Se $x = 4$ então $x + 3 < 6$.

Entre essas proposições, há exatamente:

a) apenas uma F;
b) duas F;
c) três F;
d) quatro F;
e) todas são F.

64. (Cespe/UnB) Observe as seguintes proposições compostas:

- $2 + 7 = 11$ ou 3 não é um número primo.
- Se 2 é divisor de 15, então 3 não é divisor de 21.
- Se $3 > 5$, então $7 < 5$.
- π é racional ou -8 é um número inteiro.
- 2,333... é uma dízima periódica e 1/3 não é.

Neste caso, é CORRETO afirmar que:

a) existem 2 proposições falsas e 3 verdadeiras;
b) existem 3 proposições falsas e 2 verdadeiras;

c) existem 4 verdadeiras e 1 falsa;
d) todas são verdadeiras;
e) todas são falsas.

65. (Consulplan) Qual das proposições abaixo é VERDADEIRA?
a) O ar é necessário à vida e a água do mar é doce.
b) O avião é um meio de transporte ou o aço é mole.
c) 6 é ímpar ou $2 + 3 \neq 5$.
d) O Brasil é um país e Sergipe é uma cidade.
e) O papagaio fala e o porco voa.

66. (Cespe/UnB) Considere as afirmações abaixo:
I. Uma proposição pode admitir, no máximo, duas valorações lógicas (V ou F).
II. A proposição "$(7 < 6) \vee (8 - 3 > 6)$" é falsa.
III. A proposição "Se 91 é divisível por 7 $\rightarrow$ 65 não é múltiplo de 13" é verdadeira.
É verdade o que se afirma APENAS em:
a) I;
b) II;
c) III;
d) I e II;
e) I e III.

67. (Esaf) Assinale a opção VERDADEIRA.
a) $3 = 4$ ou $3 + 4 = 9$;
b) Se $3 = 3$, então $3 + 4 = 9$;
c) $3 = 4$ e $3 + 4 = 9$;
d) Se $3 = 4$, então $3 + 4 = 9$;
e) $3 = 3$ se e somente se $3 + 4 = 9$.

68. (FCC) Dadas as proposições simples "p" e "q", tais que "p" é verdadeira e "q" é falsa, considere as seguintes proposições compostas:
(1) $p \wedge q$; (2) $\sim p \rightarrow q$; (3) $\sim(p \vee \sim q)$; (4) $\sim(p \leftrightarrow q)$
Quantas dessas proposições compostas são VERDADEIRAS?
a) Nenhuma.
b) Apenas uma.
c) Apenas duas.
d) Apenas três.
e) Quatro.

69. (FCC) São dadas as seguintes proposições simples:
p: Beatriz é morena.
q: Beatriz é inteligente.
r: Pessoas inteligentes estudam.
Se a implicação $(p \wedge \sim r) \rightarrow \sim q$ é FALSA, então é VERDADE que:
a) Beatriz é uma morena inteligente e pessoas inteligentes estudam.
b) Pessoas inteligentes não estudam e Beatriz é uma morena não inteligente.
c) Beatriz é uma morena inteligente e pessoas inteligentes não estudam.
d) Pessoas inteligentes não estudam mas Beatriz é inteligente e não morena.
e) Beatriz não é morena e nem inteligente, mas estuda.

70. (Cetro) Considere a proposição composta r: $p \rightarrow q$ onde "p" e "q" são as seguintes proposições:
p: "Adriano é fotógrafo."
q: "André é policial ou Luís é professor."
Ora, sabe-se que a proposição "r" é FALSA. Logo,
a) Adriano é fotógrafo, André não é policial, Luís não é professor.
b) Adriano não é fotógrafo, André não é policial, Luís não é professor.
c) Adriano é fotógrafo, André é policial, Luís não é professor.

d) Adriano não é fotógrafo, André é policial, Luís não é professor.
e) Adriano não é fotógrafo, André não é policial, Luís é professor.

71. (UFBA) A proposição $(\sim p \vee q) \rightarrow (q \wedge r)$ é VERDADEIRA, se:
a) p e q são verdadeiras e r, falsa;
b) p e q são falsas e r, verdadeira;
c) p e r são falsas e q, verdadeira;
d) p, q e r são verdadeiras;
e) p, q e r são falsas.

72. (FCC) Em um trecho da letra da música "Sampa", Caetano Veloso se refere à cidade de São Paulo dizendo que ela é o avesso do avesso, do avesso, do avesso. Admitindo que uma cidade represente algo bom e que o seu avesso represente algo ruim, do ponto de vista lógico, o trecho da música de Caetano Veloso afirma que São Paulo é uma cidade:
a) equivalente a seu avesso;
b) similar a seu avesso;
c) ruim e boa;
d) ruim;
e) boa.

73. (Funiversa) Os valores lógicos – verdadeiro e falso – podem constituir uma álgebra própria, conhecida como álgebra booleana. As operações com esses valores podem ser representadas em tabelas-verdade, como exemplificado abaixo:

A	B	A e B
falso	falso	falso
falso	verdadeiro	falso
verdadeiro	falso	falso
verdadeiro	verdadeiro	verdadeiro

As operações podem ter diversos níveis de complexidade e também diversas tabelas-verdade.
Analise as afirmativas abaixo e assinale a alternativa CORRETA.
I. Se os valores lógicos de A, B e C na expressão (A e B e C) são, respectivamente, falso, falso e verdadeiro, então o valor lógico dessa expressão é falso.
II. Se os valores lógicos de A, B e C na expressão (A ou B ou C) são, respectivamente, falso, verdadeiro e falso, então o valor lógico dessa expressão é verdadeiro.
III. Se os valores lógicos de A, B e C na expressão [A e (B ou C)] são, respectivamente, falso, verdadeiro e verdadeiro, então o valor lógico dessa expressão é verdadeiro.
IV. Se os valores lógicos de A, B e C na expressão [A ou (B e C)] são, respectivamente, verdadeiro, falso e falso, então o valor lógico dessa expressão é falso.
a) todas as afirmativas estão erradas;
b) há apenas uma afirmativa certa;
c) há apenas duas afirmativas certas;
d) há apenas três afirmativas certas;
e) todas as afirmativas estão certas.

74. (Cetro) Considere a proposição composta r: $p \rightarrow q$ onde p e q são as seguintes proposições:
p: "Adriano é fotógrafo."
q: "André é policial ou Luís é professor."
Ora, sabe-se que a proposição "*r*" é falsa. Logo,
a) Adriano é fotógrafo, André não é policial, Luís não é professor.
b) Adriano não é fotógrafo, André não é policial, Luís não é professor.
c) Adriano é fotógrafo, André é policial, Luís não é professor.
d) Adriano não é fotógrafo, André é policial, Luís não é professor.
e) Adriano não é fotógrafo, André não é policial, Luís é professor.

Julgue a questão a seguir como sendo CERTA (C) ou ERRADA (E)
(Cespe/UnB) Os símbolos que conectam duas proposições são denominados conectivos. Considere a proposição definida

simbolicamente por $A \veebar B$, que é F quando A e B são ambos “V” ou ambos “F”, caso contrário é “V”. O conectivo “$\veebar$” é denominado “ou exclusivo” porque é “V” se, e somente se, A e B possuírem valorações distintas.
Com base nessas informações julgue a questão que se segue.

75. A proposição “João nasceu durante o dia ou João nasceu durante a noite” não tem valor lógico V.

Capítulo 4

Construções de Tabelas-Verdade

4.1. Tabela-verdade de uma proposição composta

Dadas várias **proposições simples**: “p”, “q”, “r”, ... podemos combiná-las pelos **operadores lógicos**:

$$“\sim”, “\wedge”, “\vee”, “\veebar”, “\rightarrow”, “\leftrightarrow”$$

e construir **proposições compostas**, tais como:

a) $P(p, q) = \sim p \wedge (p \leftrightarrow \sim q)$

b) $Q(p, q) = [(p \rightarrow q) \vee q] \rightarrow \sim p$

c) $R(p, q, r) = \{ [(p \vee q) \rightarrow \sim r] \rightarrow (r \leftrightarrow \sim q)\}$

d) $S(p, q, r, s) = p \wedge \{[(s \vee r) \rightarrow q] \wedge (p \rightarrow \sim q)\}$

Então, com o emprego das **tabelas-verdade** das **operações lógicas fundamentais** (Capítulo 3),

p	q	...	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \vee q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$
V	V	...	V	V	F	V	V
V	F	...	F	V	V	F	F
F	V	...	F	V	V	V	F
F	F	...	F	F	F	V	V

é possível **construir** a **tabela-verdade** correspondente a qualquer **proposição composta** dada; **tabela-verdade** esta que mostrará exatamente os casos em que a **proposição composta** será **verdadeira** (**V**) ou **falsa** (**F**), admitindo-se, como é sabido, que o seu **valor lógico** só **depende**, exclusivamente, dos **valores lógicos das proposições simples componentes**.

4.2. Número de linhas da tabela-verdade

O **número de linhas** da **tabela-verdade** de uma **proposição composta** depende do **número de proposições simples** (**distintas**) que a integram (vide Capítulo 2), dado pelo seguinte **Teorema**:

> " A **tabela-verdade** de uma **proposição composta** com **"n" proposições simples** e **distintas componentes** contém **2^n linhas** ou **combinações** entre os **valores lógicos** atribuídos às **proposições simples**."

Seguem alguns exemplos:

a) Para **duas proposições simples**: teremos **2^2 = 4 linhas** ou **4 combinações** entre os **valores lógicos** atribuídos às **proposições simples**.

p	***q***
V	V
V	F
F	V
F	F

b) Para **três proposições simples**: teremos **2^3 = 8 linhas** ou **8 combinações** entre os **valores lógicos** atribuídos às **proposições simples**.

p	***q***	***r***
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

c) Para **quatro proposições simples**: teremos **2^4 = 16 linhas** ou **4 combinações** entre os **valores lógicos** atribuídos às **proposições simples**.

p	***q***	***r***	***s***
V	V	V	V
V	V	V	F
V	V	F	V
V	V	F	F
V	F	V	V
V	F	V	F
V	F	F	V
V	F	F	F
F	V	V	V

F	V	V	F
F	V	F	V
F	V	F	F
F	F	V	V
F	F	V	F
F	F	F	V
F	F	F	F

4.3. Construção da tabela-verdade de uma proposição composta

4.3.1. Método dos parênteses, dos colchetes, das chaves, nessa ordem, por partes

1ª Resolução:

Forma-se, em primeiro lugar, as **colunas** correspondentes às **proposições simples componentes:** "*p*", "*q*", "*r*", "*s*", ... Em seguida, à **direita**, traça-se uma coluna para **cada uma** das **operações lógicas** que se encontram, sucessivamente, dentro dos **parênteses**, depois dentro dos **colchetes** e, por último, dentro das **chaves**. Caso haja um **operador lógico** que se encontre **fora das chaves**, esse deverá ser resolvido por último.

Montagem passo a passo:

1º passo: Começa-se por contar o número de **proposições simples** que a integram, pois essa quantidade determinará o **número de linhas** da **tabela-verdade**.

2º passo: Determina-se o **número de linhas** a partir do **número de proposições simples** pela **fórmula**: nº (L) = 2^n, onde **"n"** é o **número de proposições simples** e **distintas**.

3º passo: Montar a **tabela-verdade** por **partes**, sendo, **cada parte (**cada **coluna)**, uma **operação lógica** determinada por **parênteses**, **colchetes** e **chaves**, nessa ordem.

4º passo: Preencher as **colunas** que representam cada **operação lógica** – de acordo com a exigência do **conectivo lógico** em questão – entre as **proposições simples**, observando-se os respectivos **valores lógicos V** ou **F**.

Exemplos:

a) Construir a **tabela-verdade** da **proposição composta**: $P(p, q) = p \wedge (p \rightarrow \sim q)$:

1º passo: Começa-se por contar o **número de proposições simples** que a integram.

São **duas** as *proposições simples*: "*p*" e "*q*".

2º passo: Determina-se o **número de linhas** a partir do **número de proposições simples**.

Número de linhas = 2^n = 2^2 = **4 linhas** ou **4 combinações** de **valores lógicos** entre as **proposições simples** "*p*" e "*q*".

p	***q***
V	V
V	F
F	V

F	F

3º passo: Montar a **tabela-verdade** por **partes**, sendo, **cada parte**, uma **operação lógica** determinada por **parênteses**, **colchetes** e **chaves**, nessa ordem.

p	***q***	***~q***	***p → ~q***	***p ∧ (p → ~q)***	***solução***
V	V	F	**F**		
V	F	V	**V**		
F	V	F	**V**		
F	F	V	**V**		

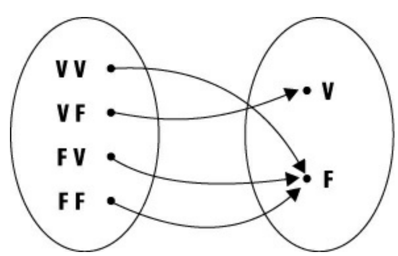
p	***q***	***~q***	***p → ~q***	***p ∧ (p → ~q)***	***solução***
V	V	F	F	**V ∧ F**	
V	F	V	V	**V ∧ V**	
F	V	F	V	**F ∧ V**	
F	F	V	V	**F ∧ V**	

p	***q***	***~q***	***p → ~q***	***p ∧ (p → ~q)***	***solução***
V	V	F	F	V ∧ F	**F**
V	F	V	V	V ∧ V	**V**
F	V	F	V	F ∧ V	**F**
F	F	V	V	F ∧ V	**F**

Portanto, os **valores lógicos** da **proposição composta** dada, correspondentes a todas as **possíveis atribuições** dos **valores lógicos V** e **F** às **proposições simples componentes** *"p" e "q"* (**VV**, **VF**, **FV**, **FF**), são, respectivamente, **F**, **V**, **F**, **F**, isto é, simbolicamente:

P(**VV**) = **F**; P(**VF**) = **V**; P(**FV**) = **F**; P(**FF**) = **F**

cuja representação gráfica por um **diagrama sagital** é a seguinte:



b) Construir a **tabela-verdade** da **proposição composta**: P(p, q) = ~(p ∨ q) → (~p ↔ ~q):

1º passo: Começa-se por contar o **número de proposições simples** que a integram.

São **duas** as **proposições simples**: "*p*" e "*q*".

2º passo: Determina-se o **número de linhas** a partir do **número de proposições simples**.

Número de linhas = 2^n = 2^2 = **4 linhas** ou **4 combinações** de **valores lógicos** entre as **proposições simples** "*p*" e "*q*".

p	***q***
V	V

V	F
F	V
F	F

3º passo: Montar a **tabela-verdade** por **partes**, sendo, **cada parte**, uma **operação lógica** determinada por **parênteses**, **colchetes** e **chaves**, nessa ordem.

p	*q*	*~p*	*~q*	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$	$\sim p \leftrightarrow \sim q$	$\sim(p \vee q) \rightarrow (\sim p \leftrightarrow \sim q)$	*solução*
V	V	F	F					
V	F	F	V					
F	V	V	F					
F	F	V	V					

p	*q*	*~p*	*~q*	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$	$\sim p \leftrightarrow \sim q$	$\sim(p \vee q) \rightarrow (\sim p \leftrightarrow \sim q)$	*solução*
V	V	F	F	**V**				
V	F	F	V	**V**				
F	V	V	F	**V**				
F	F	V	V	**F**				

p	*q*	*~p*	*~q*	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$	$\sim p \leftrightarrow \sim q$	$\sim(p \vee q) \rightarrow (\sim p \leftrightarrow \sim q)$	*solução*
V	V	F	F	V	**F**			
V	F	F	V	V	**F**			
F	V	V	F	V	**F**			
F	F	V	V	F	**V**			

p	*q*	*~p*	*~q*	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$	$\sim p \leftrightarrow \sim q$	$\sim(p \vee q) \rightarrow (\sim p \leftrightarrow \sim q)$	*solução*
V	V	F	F	V	F	**V**		
V	F	F	V	V	F	**F**		
F	V	V	F	V	F	**F**		
F	F	V	V	F	V	**V**		

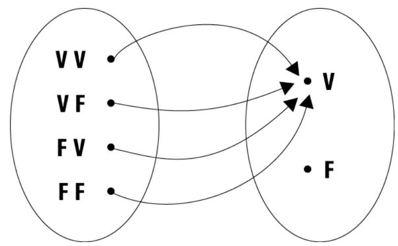
p	*q*	*~p*	*~q*	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$	$\sim p \leftrightarrow \sim q$	$\sim(p \vee q) \rightarrow (\sim p \leftrightarrow \sim q)$	*solução*
V	V	F	F	V	F	V	**F** $\rightarrow$ **V**	
V	F	F	V	V	F	F	**F** $\rightarrow$ **F**	
F	V	V	F	V	F	F	**F** $\rightarrow$ **F**	
F	F	V	V	F	V	V	**V** $\rightarrow$ **V**	

p	*q*	*~p*	*~q*	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$	$\sim p \leftrightarrow \sim q$	$\sim(p \vee q) \rightarrow (\sim p \leftrightarrow \sim q)$	*solução*
V	V	F	F	V	F	V	F $\rightarrow$ V	**V**
V	F	F	V	V	F	F	F $\rightarrow$ F	**V**
F	V	V	F	V	F	F	F $\rightarrow$ F	**V**
F	F	V	V	F	V	V	V $\rightarrow$ V	**V**

Portanto, os **valores lógicos** da **proposição composta** dada, correspondentes a todas as possíveis atribuições dos **valores lógicos V** e **F** às **proposições simples componentes** “*p*” e “*q*” (**VV**, **VF**, **FV**, **FF**), são, respectivamente, **V**, **V**, **V**, **V**, isto é, simbolicamente:

P(**VV**) = **V**; P(**VF**) = **V**; P(**FV**) = **V**; P(**FF**) = **V**

cuja representação gráfica por um **diagrama sagital** é a seguinte:



c) Construir a **tabela-verdade** da **proposição composta**: P(*p*, *q*) = $\{[(p \vee q) \rightarrow r] \rightarrow (\sim p \underline{\vee} \sim q)\} \wedge \sim r$:

1º passo: Começa-se por contar o **número de proposições simples** que a integram.

São **três** as **proposições simples**: “*p*”, “*q*” e “*r*”.

2º passo: Determina-se o **número de linhas** a partir do **número de proposições simples**.

Número de linhas = 2^n = 2^3 = **8 linhas** ou **8 combinações** de **valores lógicos** entre as **proposições simples** “*p*”, “*q*” e “*r*”.

p	***q***	***r***
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

3º passo: Montar a **tabela-verdade** por **partes**, sendo, **cada parte**, uma **operação lógica** determinada por **parênteses**, **colchetes** e **chaves**, nessa ordem.

p	q	r	$\sim p$	$\sim q$	$\sim r$	$(p \vee q)$	$(\sim p \underline{\vee} \sim q)$	$[(p \vee q) \rightarrow r]$	$\{[(p \vee q) \rightarrow r] \rightarrow (\sim p \underline{\vee} \sim q)\}$	$\{[(p \vee q) \rightarrow r] \rightarrow (\sim p \underline{\vee} \sim q)\} \wedge \sim r$
V	V	V	**F**	**F**	**F**					
V	V	F	**F**	**F**	**V**					
V	F	V	**F**	**V**	**F**					
V	F	F	**F**	**V**	**V**					
F	V	V	**V**	**F**	**F**					
F	V	F	**V**	**F**	**V**					
F	F	V	**V**	**V**	**F**					
F	F	F	**V**	**V**	**V**					

p	q	r	$\sim p$	$\sim q$	$\sim r$	$(p \vee q)$	$(\sim p \underline{\vee} \sim q)$	$[(p \vee q) \rightarrow r]$	$\{[(p \vee q) \rightarrow r] \rightarrow (\sim p \underline{\vee} \sim q)\}$	$\{[(p \vee q) \rightarrow r] \rightarrow (\sim p \underline{\vee} \sim q)\} \wedge \sim r$

V	V	V	F	F	F	**V**				
V	V	F	F	F	V	**V**				
V	F	V	F	V	F	**V**				
V	F	F	F	V	V	**V**				
F	V	V	V	F	F	**V**				
F	V	F	V	F	V	**V**				
F	F	V	V	V	F	**F**				
F	F	F	V	V	V	**F**				

p	q	r	$\sim p$	$\sim q$	$\sim r$	$(p \vee q)$	$(\sim p \underline{\vee} \sim q)$	$[(p \vee q) \rightarrow r]$	$\{[(p \vee q) \rightarrow r] \rightarrow (\sim p \underline{\vee} \sim q)\}$	$\{[(p \vee q) \rightarrow r] \rightarrow (\sim p \underline{\vee} \sim q)\} \wedge \sim r$
V	V	V	F	F	F	V	**F**			
V	V	F	F	F	V	V	**F**			
V	F	V	F	V	F	V	**V**			
V	F	F	F	V	V	V	**V**			
F	V	V	V	F	F	V	**V**			
F	V	F	V	F	V	V	**V**			
F	F	V	V	V	F	F	**F**			
F	F	F	V	V	V	F	**F**			

p	q	r	$\sim p$	$\sim q$	$\sim r$	$(p \vee q)$	$(\sim p \underline{\vee} \sim q)$	$[(p \vee q) \rightarrow r]$	$\{[(p \vee q) \rightarrow r] \rightarrow (\sim p \underline{\vee} \sim q)\}$	$\{[(p \vee q) \rightarrow r] \rightarrow (\sim p \underline{\vee} \sim q)\} \wedge \sim r$
V	V	V	F	F	F	V	F	**V**		
V	V	F	F	F	V	V	F	**F**		
V	F	V	F	V	F	V	V	**V**		
V	F	F	F	V	V	V	V	**F**		
F	V	V	V	F	F	V	V	**V**		
F	V	F	V	F	V	V	V	**F**		
F	F	V	V	V	F	F	F	**V**		
F	F	F	V	V	V	F	F	**V**		

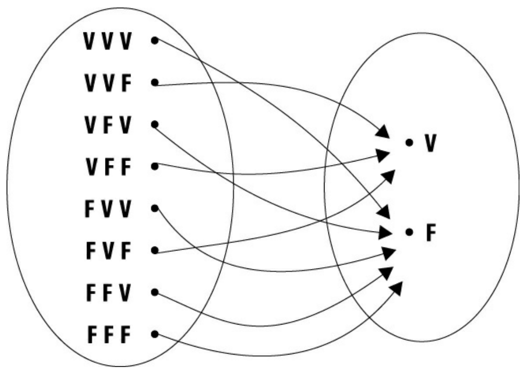
p	q	r	$\sim p$	$\sim q$	$\sim r$	$(p \vee q)$	$(\sim p \underline{\vee} \sim q)$	$[(p \vee q) \rightarrow r]$	$\{[(p \vee q) \rightarrow r] \rightarrow (\sim p \underline{\vee} \sim q)\}$	$\{[(p \vee q) \rightarrow r] \rightarrow (\sim p \underline{\vee} \sim q)\} \wedge \sim r$
V	V	V	F	F	F	V	F	V	**F**	
V	V	F	F	F	V	V	F	F	**V**	
V	F	V	F	V	F	V	V	V	**V**	
V	F	F	F	V	V	V	V	F	**V**	
F	V	V	V	F	F	V	V	V	**V**	
F	V	F	V	F	V	V	V	F	**V**	
F	F	V	V	V	F	F	F	V	**F**	
F	F	F	V	V	V	F	F	V	**F**	

p	q	r	$\sim p$	$\sim q$	$\sim r$	$(p \vee q)$	$(\sim p \underline{\vee} \sim q)$	$[(p \vee q) \rightarrow r]$	$\{[(p \vee q) \rightarrow r] \rightarrow (\sim p \underline{\vee} \sim q)\}$	$\{[(p \vee q) \rightarrow r] \rightarrow (\sim p \underline{\vee} \sim q)\} \wedge \sim r$
V	V	V	F	F	F	V	F	V	F	**F**
V	V	F	F	F	V	V	F	F	V	**V**

V	F	V	F	V	F	V	V	V	V	**F**
V	F	F	F	V	V	V	V	F	V	**V**
F	V	V	V	F	F	V	V	V	V	**F**
F	V	F	V	F	V	V	V	F	V	**V**
F	F	V	V	V	F	F	F	V	F	**F**
F	F	F	V	V	V	F	F	V	F	**F**

Portanto, os **valores lógicos** da **proposição composta** dada, correspondentes a todas as possíveis atribuições dos **valores lógicos V** e **F** às **proposições simples componentes** "*p*", "*q*" e "*r*" (**VVV**, **VVF**, **VFV**, **VFF**, **FVV**, **FVF**, **FFV**, **FFF**), são, respectivamente, **F**, **V**, **F**, **V**, **F**, **V**, **F**, **F**, isto é, simbolicamente:

P(**VVV**) = **F**; P(**VVF**) = **V**; P(**VFV**) = **F**; P(**VFF**) = **V;** P(**FVV**) = **F;** **P(FVF) = V;** P(**FFV**) **= F;** P(**FFF**) = **F**



4.3.2. Método dos conectivos

1ª Resolução:

Forma-se, em primeiro lugar, as colunas correspondentes às **proposições simples componentes** "*p*", "*q*", "*r*", "*s*", ... Em seguida, à **direita**, traça-se uma coluna para cada uma dessas **proposições** e para cada um dos **operadores lógicos** que figuram na **proposição composta dada**.

Depois, numa **certa ordem,** completam-se essas colunas escrevendo em cada uma delas os **valores lógicos convenientes**, de acordo com a **regra prática** a seguir:

Passos iniciais:

1º passo: Começa-se por contar o **número de proposições simples** que a integram, pois serão identificados o **número de linhas** da **tabela-verdade**.

2º passo: Determina-se o **número de linhas** a partir do **número de proposições simples** pela **fórmula**: nº (L) = 2^n, onde **"n"** é o número de **proposições simples** e **distintas**.

3º passo: Preencher as colunas das **proposições simples** com as possíveis atribuições dos **valores lógicos V** ou **F**, de acordo com o tópico (4.2).

Após os **passos iniciais**, para a construção de fato da **tabela-verdade** de uma **proposição composta** devem-se seguir os seguintes **passos finais** (a **certa ordem** mencionada):

1º passo: Resolver o **operador lógico** que se encontra **dentro dos parênteses** e, a seguir, caso exista, sua **negação**, que se encontra "**fora**" e à esquerda desses **parênteses**.

2º passo: Resolver o **operador lógico** que se encontra **dentro dos colchetes** e, a seguir, caso exista, sua **negação**, que se encontra "**fora**" e à esquerda desses **colchetes**.

3º passo: Resolver o **operador lógico** que se encontra **dentro das chaves** e, a seguir, caso exista, sua **negação**, que se encontra "**fora**" e à esquerda dessas **chaves**.

4º passo: Resolver o **operador lógico** que sobrar "**fora**" das **chaves**, ou dos **colchetes**, caso não exista **chaves**, ou dos **parênteses**, caso não existam nem **colchetes**, nem **chaves**.

5º passo: Determinar a **solução**, que representa o **último operador lógico** resolvido.

OBSERVAÇÃO:
Resolve-se uma **tabela-verdade** como se fosse uma **expressão aritmética**, ou seja, determina-se em **primeiro lugar** a **operação lógica** que se encontra dentro dos **parênteses**, a seguir a **operação lógica** que se encontra dentro dos **colchetes** e, por último, a **operação lógica** que se encontra dentro das **chaves**. Caso exista um **operador lógico fora** das **chaves**, esse deverá ser resolvido de forma subsequente.

4.4. Exemplificação

a) Construir a **tabela-verdade** da **proposição composta**: $P(p, q) = p \wedge (p \rightarrow \sim q)$:

1º passo: Começa-se por contar o **número de proposições simples** que a integram.

São **duas** as **proposições simples**: "*p*" e "*q*".

2º passo: Determina-se o **número de linhas** a partir do **número de proposições simples**.

Número de linhas = 2^n ⇒ Número de linhas = 2^2 ⇒ Número de linhas = **4 linhas** ou **4 combinações** de **valores lógicos** entre as **proposições simples** "*p*" e "*q*"

p	*q*
V	V
V	F
F	V
F	F

3º passo: Preencher as colunas das **proposições simples** com as possíveis atribuições dos **valores lógicos V** ou **F**, de acordo com o tópico (4.2).

p	*q*
V	V
V	F
F	V
F	F

p	∧	(*p*	→	~*q*)
V		**V**		**F**
V		**V**		**V**
F		**F**		**F**
F		**F**		**V**
1º		**1º**		**1º**

4º passo: Resolver o **operador lógico** que se encontra **dentro dos parênteses** e, a seguir, **caso exista**, sua **negação**, que se encontra "fora" desses **parênteses**.

p	*q*
V	V

p	∧	(*p*	→	~*q*)
V		V	**F**	F

V	F
F	V
F	F

V		V	**V**	V
F		F	**V**	F
F		F	**V**	V
1º	3º	1º	**2º**	1º

5º passo: Resolver o **operador lógico** que se encontra "fora" dos **parênteses**, pois, nesse caso, a **proposição composta não** apresenta **nem colchetes nem chaves**.

p	***q***
V	V
V	F
F	V
F	F

p	$\wedge$	***(p***	$\rightarrow$	***~q)***
V	F	V	**F**	F
V	V	V	**V**	V
F	F	F	**V**	F
F	F	F	**V**	V
1º	3º	1º	**2º**	1º
↑	↑		↑	

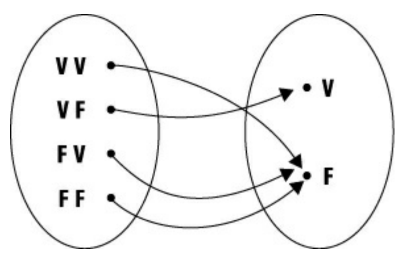
OBSERVAÇÃO:
O último **operador lógico resolvido** "$\wedge$" foi o resultado obtido entre a **coluna da esquerda** "*p*" e a última coluna resolvida, da **direita**, "$\rightarrow$".

Os **valores lógicos** da **proposição composta** dada encontram-se na **coluna completada** em **último lugar (3º)**.

Portanto, os **valores lógicos** da **proposição composta** dada, correspondentes a todas as possíveis atribuições dos **valores lógicos V** e **F** às **proposições simples componentes** "p" e "q" (**VV**, **VF**, **FV**, **FF**), são, respectivamente, **F**, **V**, **F**, **F**, isto é, simbolicamente:

P(VV) = F; P(VF) = V; P(FV) = F; P(FF) = F

cuja representação gráfica por um **diagrama sagital** é a seguinte:



b) Construir a **tabela-verdade** da **proposição composta**: $\sim(p \vee q) \rightarrow (\sim p \leftrightarrow \sim q)$:

1º passo: Começa-se por contar o **número de proposições simples** que a integram.

São **duas** as **proposições simples**: "*p*" e "*q*".

2º passo: Determina-se o **número de linhas** a partir do **número de proposições simples**.

Número de linhas = 2^n $\Rightarrow$ Número de linhas = 2^2 $\Rightarrow$ Número de linhas = **4 linhas** ou **4 combinações** de **valores lógicos** entre as **proposições simples** "*p*" e "*q*"

p	***q***
V	V
V	F

F	V
F	F

3º passo: preencher as colunas das **proposições simples** com as possíveis atribuições dos **valores lógicos V** ou **F**, de acordo com o tópico (4.2).

p	*q*
V	V
V	F
F	V
F	F

~	*(p*	∨	*q)*	→	*(~p*	↔	*~q)*
	V		**V**		**F**		**F**
	V		**F**		**F**		**V**
	F		**V**		**V**		**F**
	F		**F**		**V**		**V**
	1º		**1º**		**1º**		**1º**

4º passo: Resolver o **operador lógico** que se encontra **dentro dos parênteses (2º)** e, a seguir, **caso exista**, sua **negação (3º)**, que se encontra "**fora**" desses **parênteses**.

p	*q*
V	V
V	F
F	V
F	F

~	*(p*	∨	*q)*	→	*(~p*	↔	*~q)*
F	V	**V**	V		F	**V**	F
F	V	**V**	F		F	**F**	V
F	F	**V**	V		V	**F**	F
V	F	**F**	F		V	**V**	V
3º	1º	**2º**	1º		1º	**2º**	1º

5º passo: Resolver o **operador lógico** que se encontra "**fora**" dos **parênteses (4º)**, pois, nesse caso, a **proposição composta não** apresenta **nem colchetes nem chaves**.

p	*q*
V	V
V	F
F	V
F	F

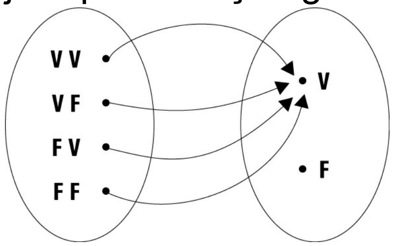
~	*(p*	∨	*q)*	→	*(~p*	↔	*~q)*
F	V	V	V	**V**	F	V	F
F	V	V	F	**V**	F	F	V
F	F	V	V	**V**	V	F	F
V	F	F	F	**V**	V	V	V
3º	1º	**2º**	1º	4º	1º	**2º**	1º
↑				↑		↑	

OBSERVAÇÃO:
Último **operador lógico resolvido,** "→" **(4º)**, foi resultado da última **coluna da esquerda** "~" **(3º)**, com a última **coluna resolvida** da **direita**, "↔" **(2º)**.

Os **valores lógicos** da **proposição composta** dada encontram-se na **coluna completada** em **último lugar (4º)**.

Portanto, os **valores lógicos** da **proposição composta dada**, correspondentes a todas as possíveis atribuições dos **valores lógicos V** e **F** às **proposições simples componentes** "*p*" e "*q*" (**VV**, **VF**, **FV**, **FF**), são, respectivamente, **V**, **V**, **V**, **V**, isto é, simbolicamente:

P(**VV**) = **V**; P(**VF**) = **V**; P(**FV**) = **V**; P(**FF**) = **V** cuja representação gráfica por um **diagrama sagital** é a seguinte:



c) Construir a **tabela-verdade** da **proposição composta**: $P(p,\ q) = \{[(p \lor q) \rightarrow r] \rightarrow (\sim p \veebar \sim q)\} \land \sim r$:

1º passo: Começa-se por contar **o número de proposições simples** que a integram.

São **três** as **proposições simples**: "*p*", "*q*" e "*r*".

2º passo: Determina-se o **número de linhas** a partir do **número de proposições simples**.

Número de linhas = 2^n ⇒ Número de linhas = 2^3 ⇒ Número de linhas = **8 linhas** ou **8 combinações** de **valores lógicos** entre as **proposições simples**: "*p*", "*q*" e "*r*".

p	***q***	***r***
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

3º passo: Preencher as colunas das **proposições simples** com as possíveis atribuições dos **valores lógicos V** ou **F**, de acordo com o tópico (4.2.).

p	***q***	***r***
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

{[(p	$\lor$	***q)***	$\rightarrow$	***r]***	$\rightarrow$	***(~p***	$\veebar$	***~q)}***	$\land$	***~r***
V		**V**		**V**		**F**		**F**		**F**
V		**V**		**F**		**F**		**F**		**V**
V		**F**		**V**		**F**		**V**		**F**
V		**F**		**F**		**F**		**V**		**V**
F		**V**		**V**		**V**		**F**		**F**
F		**V**		**F**		**V**		**F**		**V**
F		**F**		**V**		**V**		**V**		**F**
F		**F**		**F**		**V**		**V**		**V**
1º		**1º**		**1º**		**1º**		**1º**		**1º**

4º passo: Resolver o **operador lógico** que se encontra dentro dos **parênteses (2º)** e, a seguir, **caso exista**, sua **negação**, que se encontra "**fora**" desses **parênteses**.

p	***q***	***r***

{[(p	$\lor$	***q)***	$\rightarrow$	***r]***	$\rightarrow$	***(~p***	$\veebar$	***~q)}***	$\land$	***~r***

V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

V	**V**	V		V		F	**F**	F		F
V	**V**	V		F		F	**F**	F		V
V	**V**	F		V		F	**V**	V		F
V	**V**	F		F		F	**V**	V		V
F	**V**	V		V		V	**V**	F		F
F	**V**	V		F		V	**V**	F		V
F	**F**	F		V		V	**F**	V		F
F	**F**	F		F		V	**F**	V		V
1º	**2º**	1º		1º		1º	**2º**	1º		1º

5º passo: Resolver o **operador lógico** que se encontra **dentro dos colchetes (3º)** e, a seguir, **caso exista**, sua **negação**, que se encontra "**fora**" desses **colchetes**.

p	***q***	***r***
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

{[(p	∨	***q)***	→	***r]***	→	***(~p***	⊻	***~q)}***	∧	***~r***
V	V	V	**V**	V		F	F	F		F
V	V	V	**F**	F		F	F	F		V
V	V	F	**V**	V		F	V	V		F
V	V	F	**F**	F		F	V	V		V
F	V	V	**V**	V		V	V	F		F
F	V	V	**F**	F		V	V	F		V
F	F	F	**V**	V		V	F	V		F
F	F	F	**V**	F		V	F	V		V
1º	2º	1º	**3º**	1º		1º	2º	1º		1º

6º passo: Resolver o **operador lógico** que se encontra **dentro das chaves (4º)** e, a seguir, **caso exista**, sua **negação**, que se encontra "**fora**" desses **colchetes**.

p	***q***	***r***
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

{[(p	∨	***q)***	→	***r]***	→	***(~p***	⊻	***~q)}***	∧	***~r***
V	V	V	V	V	**F**	F	F	F		F
V	V	V	F	F	**V**	F	F	F		V
V	V	F	V	V	**V**	F	V	V		F
V	V	F	F	F	**V**	F	V	V		V
F	V	V	V	V	**V**	V	V	F		F
F	V	V	F	F	**V**	V	V	F		V
F	F	F	V	V	**F**	V	F	V		F
F	F	F	V	F	**F**	V	F	V		V
1º	2º	1º	3º	1º	**4º**	1º	2º	1º		1º

7º passo: Resolver o **operador lógico** que sobrar "**fora**" das **chaves**, ou dos **colchetes**, **caso não exista chaves**, ou dos **parênteses**, caso não existam **nem colchetes nem chaves**.

p	***q***	***r***
V	V	V
V	V	F

{[(p	∨	***q)***	→	***r]***	→	***(~p***	⊻	***~q)}***	∧	***~r***
V	V	V	V	V	F	F	F	F	**F**	F
V	V	V	F	F	V	F	F	F	**V**	V

V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

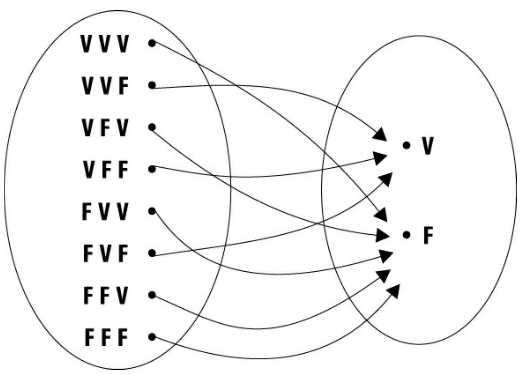
V	V	F	V	V	V	F	V	V	**F**	F
V	V	F	F	F	V	F	V	V	**V**	V
F	V	V	V	V	V	V	V	F	**F**	F
F	V	V	F	F	V	V	V	F	**V**	V
F	F	F	V	V	F	V	F	V	**F**	F
F	F	F	V	F	F	V	F	V	**F**	V
1º	2º	1º	3º	1º	4º	1º	2º	1º	**5º**	1º

OBSERVAÇÃO:
Último **operador lógico resolvido** "$\wedge$" **(5º)** foi resultado da **última coluna da esquerda** "$\rightarrow$" **(4º),** com a **última coluna resolvida** da **direita** *"~r"* **(1º)**.

Os **valores lógicos** da **proposição composta** dada encontram-se na **coluna completada** em **último lugar (5º)**.

Portanto, os **valores lógicos** da **proposição composta dada**, correspondentes a todas as possíveis atribuições dos **valores lógicos V** e **F** às **proposições simples componentes** "p", "q" e "r" (**VVV**, **VVF**, **VFV**, **VFF**, **FVV**, **FVF**, **FFV**, **FFF**), são, respectivamente, **F**, **V**, **F**, **V**, **F**, **V**, **F**, **F**, isto é, simbolicamente:

P(**VVV**) = **F**; P(**VVF**) = **V**; P(**VFV**) = **F**; P(**VFF**) = **V**; P(**FVV**) = **F**; **P(FVF) = V**; P(**FFV**) **= F**; P(**FFF**) = **F**



OBSERVAÇÃO:
Quando houver vários **símbolos sem parênteses**, se convenciona que a **ordem** de sua aplicação é a seguinte: "~" antes de "$\wedge$" ou "$\vee$", e estes antes de "$\rightarrow$" ou "$\leftrightarrow$". Por exemplo, "$\sim p \vee q \rightarrow r$" é o mesmo que "$[(\sim p) \vee q] \rightarrow r$"; mas "$(p \wedge q) \vee r$" e "$p \rightarrow (q \leftrightarrow r)$" não dispensam os **parênteses** para indicar qual o símbolo a considerar em primeiro lugar.

4.5. Exercícios resolvidos para aprendizagem de concursos anteriores

20. (FCC) Na tabela-verdade abaixo, "*p*" e "*q*" são proposições.

p	*q*	*?*
V	V	F
V	F	V
F	V	F
F	F	F

A proposição composta que substitui corretamente o ponto de interrogação é:
a) $p \wedge q$;
b) $p \rightarrow q$;
c) $\sim(p \rightarrow q)$;

d) ¬($p \wedge q$);
e) ¬[(¬p) ∧ (¬q)].

Resolução:

Fazendo-se a **tabela-verdade** de cada **proposição composta** das alternativas, teremos:

p	*q*
V	V
V	F
F	V
F	F

p	∧	*q*
V	**V**	V
V	**F**	F
F	**F**	V
F	**F**	F
1º	**2º**	1º

a)

p	→	*q*
V	**V**	V
V	**F**	F
F	**V**	V
F	**V**	F
1º	**2º**	1º

b)

~	*(p*	→	*q)*
F	V	**V**	V
V	V	**F**	F
F	F	**V**	V
F	F	**V**	F
3º	1º	**2º**	1º

c)

~	*(p*	∧	*q)*
F	V	**V**	V
V	V	**F**	F
V	F	**F**	V
V	F	**F**	F
3º	1º	2º	1º

d)

~	*[(~p)*	∧	*(~q)]*
V	F	**F**	F
V	F	**F**	V
V	V	**F**	F
F	V	**V**	V
3º	1º	2º	1º

e)

Das **soluções** obtidas, a da letra **c** é que corresponde à **tabela-verdade** do enunciado.
Gabarito: letra **C**.

Julgue as questões de 21 a 23 como CERTAS (C) ou ERRADAS (E).
21. (Cespe/UnB) Há exatamente duas possibilidades para que a proposição: ¬(P ∧ Q) ∧ (P ∨ Q) tenha valoração F.

Resolução da questão:

Construindo-se a **tabela-verdade**, **passo a passo**, da **proposição composta**: ¬(P ∧ Q) ∧ (P ∨ Q):

P	Q
V	V
V	F
F	V
F	F

~	(P	∧	Q)	∧	(P	∨	Q)
	V		**V**		**V**		**V**
	V		**F**		**V**		**F**
	F		**V**		**F**		**V**
	F		**F**		**F**		**F**
	1º		**1º**		**1º**		**1º**

P	Q
V	V
V	F
F	V
F	F

~	(P	∧	Q)	∧	(P	∨	Q)
	V	**V**	V		V	**V**	V
	V	**F**	F		V	**V**	F
	F	**F**	V		F	**V**	V
	F	**F**	F		F	**F**	F
	1º	**2º**	1º		1º	**2º**	1º

P	Q
V	V
V	F
F	V
F	F

~	(P	∧	Q)	∧	(P	∨	Q)
F	V	V	V		V	V	V
V	V	F	F		V	V	F
V	F	F	V		F	V	V
V	F	F	F		F	F	F
3º	1º	2º	1º		1º	2º	2º

P	Q
V	V
V	F
F	V
F	F

~	(P	∧	Q)	∧	(P	∨	Q)
F	V	V	V	**F**	V	V	V
V	V	F	F	**V**	V	V	F
V	F	F	V	**V**	F	V	V
V	F	F	F	**F**	F	F	F
3º	1º	2º	1º	**4º**	1º	2º	1º

Portanto, a **solução** obtida possui **duas valorações falsas** e **duas verdadeiras**. Logo, esse item está **CERTO.**

22. (Cespe/UnB) A proposição composta: A ↔ (B ∧ ~C) possui a mesma quantidade de valoração de V e de F.

Resolução da questão:

A	B	C
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

A	↔	(B	∧	~C)
V		**V**		**F**
V		**V**		**V**
V		**F**		**F**
V		**F**		**V**
F		**V**		**F**
F		**V**		**V**
F		**F**		**F**
F		**F**		**V**
1º		**1º**		**1º**

A	B	C
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

A	↔	(B	∧	~C)
V		V	**F**	F
V		V	**V**	V
V		F	**F**	F
V		F	**F**	V
F		V	**F**	F
F		V	**V**	V
F		F	**F**	F
F		F	**F**	V
1º		1º	**2º**	1º

A	B	C

A	↔	(B	∧	~C)

V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

V	**F**	V	F	F
V	**V**	V	V	V
V	**F**	F	F	F
V	**F**	F	F	V
F	**V**	V	F	F
F	**F**	V	V	V
F	**V**	F	F	F
F	**V**	F	F	V
1º	**3º**	1º	2º	1º

Pela **solução** obtida, encontramos **quatro valores lógicos verdadeiros** e **quatro valores lógicos falsos**. Portanto, a **mesma quantidade** de **valorações verdadeiras** e **falsas**. Logo, essa **questão** está **CERTA**.

23. (Cespe/UnB) Se “A”, “B” e “C” são *proposições* em que “A” e “C” são V e “B” é F, então $(\neg A) \vee \neg[(\neg B) \wedge C]$ é V.

Resolução da questão:

Substituindo-se os **valores lógicos** de A: V, B: F e C: V na **fórmula**: $(\neg A) \vee \neg[(\neg B) \wedge C]$, teremos:

$$(\neg A) \vee \neg[(\neg B) \wedge C] \Rightarrow (\neg V) \vee \neg[(\neg F) \wedge V] \Rightarrow F \vee \neg[V \wedge V] \Rightarrow F \vee \neg[V]$$

$$\Rightarrow F \vee F = F$$

Logo, o item está **ERRADO**, pois nele afirmou-se que a **proposição composta** é **verdadeira**.

4.6. Exercícios propostos de concursos anteriores

Julgue as questões de 76 a 85 como CERTAS (C) ou ERRADAS (E).

76. (Cespe/UnB) A proposição $(\neg P) \vee (\neg Q)$ tem mais de uma possibilidade de ter valoração F.

77. (Cespe/UnB) As fórmulas $P \wedge (Q \to P)$ e $(P \wedge \neg Q) \vee (P \wedge Q)$ têm exatamente as mesmas valorações V e F que a fórmula P, quaisquer que sejam as proposições “P” e “Q”.

78. (Cespe/UnB) Se $P \to Q$ é F, então $\neg P \vee Q$ é V.

79. (Cespe/UnB) Se “A” é V, “B” é F e “C” é V, então $[(\neg A) \vee (\neg B)] \to C$ será necessariamente V.

80. (Cespe/UnB) As proposições compostas $A \to (\neg B)$ e $A \wedge B$ têm exatamente os mesmos valores lógicos, independentemente das atribuições V ou F dadas às proposições simples “A” e “B”.

81. (Cespe/UnB) A proposição simbolizada por $(\neg A) \to (\neg B)$ terá três valores lógicos V e um valor lógico F para todos os possíveis valores lógicos V e F atribuídos a “A” e a “B”.

82. (Cespe/UnB) Uma proposição simbolizada por $P \to P \vee Q$ possui um único valor lógico F para todos os possíveis valores lógicos atribuídos às proposições “P” e “Q”.

83. (Cespe/UnB) As proposições $(\neg A) \vee (\neg B)$ e $A \to B$ têm os mesmos valores lógicos para todas as possíveis valorações lógicas das proposições “A” e “B”.

84. (Cespe/UnB) As proposições compostas $(\sim A) \vee (\neg B)$ e $A \wedge B$ têm exatamente valores distintos, independentemente das atribuições V ou F dadas às proposições simples “A” e “B”.

85. (Cespe/UnB) Se a *proposição* “P” for *falsa*, então a *proposição* $P \rightarrow (Q \vee R)$ será uma *proposição verdadeira*.

86. (Cespe/UnB) A negação da proposição “A”, simbolizada por “$\neg A$”, será F, se “A” for V, e será V, se “A” for F. Então, para todas as possíveis valorações V ou F atribuídas às proposições “A” e “B”, é correto concluir que a proposição $[\neg A \rightarrow \neg B] \rightarrow [B \rightarrow A]$ possui exatamente:

a) 4 valores F;
b) 4 valores V;
c) 1 valor V e 3 valores F;
d) 1 valor F e 3 valores V;
e) 2 valores V e 2 valores F.

87. (Cespe/UnB) Um dos instrumentos mais importantes na avaliação da validade ou não de um argumento é a tabela-verdade. Considere que “P” e “Q” sejam proposições e que “$\wedge$”, “$\vee$” e “$\rightarrow$” sejam os conectores lógicos que representam, respectivamente, “*e*”, “*ou*” e o “*conector condicional*”. Então, o preenchimento correto da última coluna da tabela-verdade abaixo é:

P	**Q**	… …	**$(P \rightarrow Q) \wedge (P \vee Q)$**
V	V	… …	
V	F	… …	
F	V	… …	
F	F	… …	

a)	b)	c)	d)
V	V	V	F
V	F	F	V
F	F	V	F
F	V	F	V

88. (Cespe/UnB) Assinale a opção correspondente à proposição composta que tem exatamente dois valores lógicos F e dois valores lógicos V, para todas as possíveis atribuições de valores lógicos V ou F para as proposições “A” e “B”.

a) $[(\neg A) \vee (\neg B)] \wedge (A \wedge B)$;
b) $[(\neg A) \vee B] \wedge [(\neg B) \vee A]$;
c) $B \vee (\neg A)$;
d) $\neg(A \wedge B)$;
e) $\neg[(\neg A) \wedge (\neg B)]$.

89. (FCC) Se: $P(p, q, r) = p \wedge (q \vee r)$, então P(VVV, VVF, VFV, VFF, FVV, FVF, FFV, FFF) é igual, respectivamente, a:

a) VVVFFFFF;
b) VFVVVVFV;
c) VFVFVFVF;
d) VVFFVVFF;
e) FFFFVVFF.

Capítulo 5

Classificação de uma Proposição Composta pela Solução Obtida

5.1. Tautologia

Uma **proposição composta** é uma **tautologia** se tem **valor lógico V** quaisquer que sejam os **valores lógicos** das **proposições componentes**, ou seja, uma **tautologia** conterá apenas **V** na **última coluna** (ou **coluna solução**) de sua **tabela-verdade**.

Exemplo: A **proposição** "$(p \wedge \sim p) \rightarrow (q \vee p)$" é uma *tautologia*.

De fato, a **tabela-verdade** de $(p \wedge \sim p) \rightarrow (q \vee p)$ é:

p	q	$\sim p$	$p \wedge \sim p$	$q \vee p$	$(p \wedge \sim q) \rightarrow (q \vee p)$
V	V	F	F	V	**V**
V	F	F	F	V	**V**
F	V	V	F	V	**V**
F	F	V	F	F	**V**
					última coluna

OBSERVAÇÃO:
As **tautologias** também são denominadas **proposições tautológicas** ou **proposições logicamente verdadeiras**.

5.1.1. Princípio de substituição para as tautologias

Seja $P(p;\ q;\ r;\ ...)$ uma **proposição composta tautológica** e sejam $Q(p;\ q;\ r;\ ...)$, $R(p;\ q;\ r;\ ...)$, $S(p;\ q;\ r;\ ...)$, ..., **proposições**, também **compostas**, e **componentes** de $P(p;\ q;\ r;\ ...)$. Como o valor de $P(p;\ q;\ r;\ ...)$ é sempre **verdade** (**V**), quaisquer que sejam os **valores lógicos** das **proposições simples componentes** "p", "q", "r", ..., é óbvio que, substituindo-se as **proposições** "Q", "R", "S", ..., por "Q_0", "R_0", "S_0", ..., na **tautologia** $P(p;\ q;\ r;\ ...)$, a nova

proposição $P(Q_0; R_0; S_0; ...)$ que assim se obtém também será uma **tautologia**.

Exemplo: Se "*p*", "*q*", "*r*" e "*s*" são **proposições simples**, então a **proposição** expressa por: $\{[(p \rightarrow q) \leftrightarrow (r \wedge s)] \wedge (r \wedge s)\} \rightarrow (p \rightarrow q)$ é uma **tautologia**, então, veja:

p	*q*	*r*	*s*	$p \rightarrow q$	$r \wedge s$	$\{[(p \rightarrow q) \leftrightarrow (r \wedge s)] \wedge (r \wedge s)\} \rightarrow (p \rightarrow q)$	*solução*
V	V	V	V	V	V	$[(V \leftrightarrow V) \wedge (V)] \rightarrow V$	**V**
V	V	V	F	V	F	$[(V \leftrightarrow F) \wedge (F)] \rightarrow V$	**V**
V	V	F	V	V	F	$[(V \leftrightarrow F) \wedge (F)] \rightarrow V$	**V**
V	V	F	F	V	F	$[(V \leftrightarrow F) \wedge (F)] \rightarrow V$	**V**
V	F	V	V	F	V	$[(F \leftrightarrow V) \wedge (V)] \rightarrow F$	**V**
V	F	V	F	F	F	$[(F \leftrightarrow F) \wedge (F)] \rightarrow F$	**V**
V	F	F	V	F	F	$[(F \leftrightarrow F) \wedge (F)] \rightarrow F$	**V**
V	F	F	F	F	F	$[(F \leftrightarrow F) \wedge (F)] \rightarrow F$	**V**
F	V	V	V	V	V	$[(V \leftrightarrow V) \wedge (V)] \rightarrow V$	**V**
F	V	V	F	V	F	$[(V \leftrightarrow F) \wedge (F)] \rightarrow V$	**V**
F	V	F	V	V	F	$[(V \leftrightarrow F) \wedge (F)] \rightarrow V$	**V**
F	V	F	F	V	F	$[(V \leftrightarrow F) \wedge (F)] \rightarrow V$	**V**
F	F	V	V	V	V	$[(V \leftrightarrow V) \wedge (V)] \rightarrow V$	**V**
F	F	V	F	V	F	$[(V \leftrightarrow F) \wedge (F)] \rightarrow V$	**V**
F	F	F	V	V	F	$[(V \leftrightarrow F) \wedge (F)] \rightarrow V$	**V**
F	F	F	F	V	F	$[(V \leftrightarrow F) \wedge (F)] \rightarrow V$	**V**

Substituindo as **proposições compostas** "$p \rightarrow q$" e "$r \wedge s$" pelas **proposições simples** "*a*" e "*b*", respectivamente, então obteremos a seguinte **proposição composta**: $\{[a \leftrightarrow b] \wedge b\} \rightarrow a$. Pelo **Princípio da Substituição**, tem-se que a nova **proposição composta** também será **tautológica**, então, veja:

a	*b*	$a \leftrightarrow b$	$[a \leftrightarrow b] \wedge b$	$\{[a \leftrightarrow b] \wedge b\} \rightarrow (a)$	*solução*
V	V	V	$V \wedge V = V$	$V \rightarrow V$	**V**
V	F	F	$F \wedge F = F$	$F \rightarrow V$	**V**
F	V	F	$F \wedge V = F$	$F \rightarrow F$	**V**
F	F	V	$F \wedge F = F$	$F \rightarrow F$	**V**

5.2. Contradição

Uma **proposição composta** é uma **contradição** se tem **valor lógico F** quaisquer que sejam os **valores lógicos** das **proposições componentes**, ou seja, uma **contradição** conterá apenas **F** na **última coluna** (ou **coluna solução**) de sua **tabela-verdade**.

Exemplo: A **proposição** "$(p \wedge \sim q) \leftrightarrow (\sim p \vee q)$" é uma **contradição**.

De fato, a **tabela-verdade** de $(p \wedge \sim q) \leftrightarrow (\sim p \vee q)$ é:

p	*q*	$\sim p$	$\sim q$	$p \vee \sim q$	$\sim p \wedge q$	$(p \wedge \sim q) \leftrightarrow (\sim p \vee q)$

V	V	F	F	V	F	**F**
V	F	F	V	V	F	**F**
F	V	V	F	F	V	**F**
F	F	V	V	V	F	**F**
						última coluna

OBSERVAÇÃO:
As **contradições** são também denominadas **proposições contraválidas** ou **proposições logicamente falsas**.

5.3. Contingência ou indeterminação lógica

Uma **proposição composta** será dita uma **contingência** sempre que não for uma **tautologia** nem uma **contradição**.

Se ao construir uma **tabela-verdade** de uma **proposição composta** for verificado que ela **não é** uma **tautologia** (apenas resultados **V**) nem uma **contradição** (apenas resultados **F**), então, pela via de exceção, será dita uma **contingência** ou **indeterminação lógica**.

Exemplo: A **proposição** "$p \leftrightarrow (p \wedge q)$" é uma **contingência**.

De fato, pois o seu **valor lógico** depende dos **valores lógicos** de "p" e "q", como se pode observar na **tabela-verdade** a seguir:

p	q	$p \wedge q$	$p \leftrightarrow (p \wedge q)$
V	V	V	**V**
V	F	F	**F**
F	V	F	**V**
F	F	F	**V**
			última coluna

Observe que no **conjunto solução**, na **última coluna**, aparecem **V** e **F**, portanto **não é** uma **tautologia nem** uma **contradição**, logo, será uma **contingência** ou **indeterminação**.

OBSERVAÇÃO:
As **contingências** são também chamadas de **proposições contingentes** ou **proposições indeterminadas**.

Cuidado: Uma **proposição simples**, por definição, ou será uma **tautologia** – **valor lógico verdade (V)** – ou uma **contradição** – **valor lógico falsidade (F)** –, e nunca uma **contingência** – **valor lógico verdade (V)** e **falsidade (F)**, simultaneamente.

5.4. Exercícios resolvidos para aprendizagem de concursos anteriores

24. (FCC) Seja a sentença $\sim\{[(p \rightarrow q) \vee r] \leftrightarrow [q \rightarrow (\sim p \vee r)]\}$. Se considerarmos que "$p$" é falsa, então é verdade que:
    a) essa sentença é uma tautologia;
    b) o valor lógico dessa sentença é sempre F;
    c) nas linhas da tabela-verdade em que p é F, a sentença é V;
    d) nas linhas da tabela-verdade em que p é F, a sentença é F;
    e) faltou informar o valor lógico de q e de r.

Resolução:

Sabendo-se que a **proposição** "p" é sempre **falsa (F)**, então, qualquer **valor lógico** que as **proposições simples** podem assumir será mostrado na **tabela-verdade** a seguir:

p	q	r
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

~	{[(p	→	q)	∨	r]	↔	[q	→	(~p	∨	r)]}
	F		**V**		**V**		**V**		**V**		**V**
	F		**V**		**F**		**V**		**V**		**F**
	F		**F**		**V**		**F**		**V**		**V**
	F		**F**		**F**		**F**		**V**		**F**
	1º		**1º**		**1º**		**1º**		**1º**		**1º**

p	q	r
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

~	{[(p	→	q)	∨	r]	↔	[q	→	(~p	∨	r)]}
	F	**V**	V		V		V		V	V	V
	F	**V**	V		F		V		V	V	F
	F	**V**	F		V		F		V	V	V
	F	**V**	F		F		F		V	V	F
	1º	**2º**	1º		1º		1º		1º	**2º**	1º

p	q	r
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

~	{[(p	→	q)	∨	r]	↔	[q	→	(~p	∨	r)]}
	F	V	V	**V**	V		V	V	V	V	V
	F	V	V	**V**	F		V	V	V	V	F
	F	V	F	**V**	V		F	V	V	V	V
	F	V	F	**V**	F		F	V	V	V	F
	1º	**2º**	1º	**3º**	1º		1º	**3º**	1º	**2º**	1º

p	q	r
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

~	{[(p	→	q)	∨	r]	↔	[q	→	(~p	∨	r)]}
	F	V	V	**V**	V	**V**	V	V	V	V	V
	F	V	V	**V**	F	**V**	V	V	V	V	F
	F	V	F	**V**	V	**V**	F	V	V	V	V
	F	V	F	**V**	F	**V**	F	V	V	V	F
	1º	**2º**	1º	**3º**	1º	**4º**	1º	**3º**	1º	**2º**	1º

p	q	r
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

~	{[(p	→	q)	∨	r]	↔	[q	→	(~p	∨	r)]}
F	F	V	V	**V**	V	**V**	V	V	V	V	V
F	F	V	V	**V**	F	**V**	V	V	V	V	F
F	F	V	F	**V**	V	**V**	F	V	V	V	V
F	F	V	F	**V**	F	**V**	F	V	V	V	F
5º	1º	**2º**	1º	**3º**	1º	**4º**	1º	**3º**	1º	**2º**	1º

Portanto, independentemente dos **valores lógicos** atribuídos a “*q*” e “*r*”, a **sentença** será sempre **falsa (F)**.

Gabarito: letra **B**.

Julgue as questões 25 e 26 como CERTAS (C) ou ERRADAS (E).

25. (Cespe/UnB) Todas as interpretações possíveis para a proposição P ∨ ¬(P ∧ Q) são V.

Resolução:

Construindo-se a **tabela-verdade** da **proposição composta** P ∨ ¬(P ∧ Q), teremos, como **solução**:

P	Q
V	V
V	F
F	V
F	F

P	∨	¬	(P	∧	Q)
V			**V**		**V**
V			**V**		**F**
F			**F**		**V**
F			**F**		**F**
1º			**1º**		**1º**

P	Q
V	V
V	F
F	V
F	F

P	∨	¬	(P	∧	Q)
V			V	**V**	V
V			V	**F**	F
F			F	**F**	V
F			F	**F**	F
1º			1º	**2º**	1º

P	Q
V	V
V	F
F	V
F	F

P	∨	¬	(P	∧	Q)
V		**F**	V	V	V
V		**V**	V	F	F
F		**V**	F	F	V
F		**V**	F	F	F
1º		**3º**	1º	2º	1º

P	Q
V	V
V	F
F	V
F	F

P	∨	¬	(P	∧	Q)
V	**V**	F	V	V	V
V	**V**	V	V	F	F
F	**V**	V	F	F	V
F	**V**	V	F	F	F
1º	**4º**	3º	1º	2º	1º

Portanto, todas as interpretações possíveis para a **proposição** P ∨ ¬(P ∧ Q) são **verdadeiras**, ou seja, trata-se de uma **tautologia**, o que torna essa questão **CERTA**.

26. (Cespe/UnB) Não é possível interpretar como V a proposição (P → Q) ∧ (P ∧ ¬Q).

Resolução:

Construindo-se a **tabela-verdade** da **proposição composta** (P → Q) ∧ (P ∧ ~Q), teremos, como **solução**:

P	Q
V	V
V	F
F	V
F	F

(P	→	Q)	∧	(P	∧	~Q)
V		**V**		**V**		**F**
V		**F**		**V**		**V**
F		**V**		**F**		**F**
F		**F**		**F**		**V**

1º		1º		1º		1º	1º

P	Q
V	V
V	F
F	V
F	F

(P	→	Q)	∧	(P	∧	~Q)
V	**V**	V		V	**F**	F
V	**F**	F		V	**V**	V
F	**V**	V		F	**F**	F
F	**V**	F		F	**F**	V
1º	**2º**	1º		1º	**2º**	1º

P	Q
V	V
V	F
F	V
F	F

(P	→	Q)	∧	(P	∧	~Q)
V	V	V	**F**	V	F	F
V	F	F	**F**	V	V	V
F	V	V	**F**	F	F	F
F	V	F	**F**	F	F	V
1º	2º	1º	**3º**	1º	2º	1º

Portanto, todas as interpretações possíveis para a **proposição** (P → Q) ∧ (P ∧ ~Q) são **falsas (F)**, ou seja, trata-se de uma **contradição**, o que torna essa questão **CERTA**.

5.5. Exercícios propostos de concursos anteriores

Julgue as questões de 90 a 111 como CERTAS (C) ou ERRADAS (E).

90. (Cespe/UnB) Na tabela abaixo, a proposição [A → B] ↔ [(¬B) → (¬A)] é uma tautologia.

91. (Cespe/UnB) Toda proposição da forma (P → Q) ∧ (¬Q → ¬P) é uma tautologia, isto é, tem somente a valoração V.

92. (Cespe/UnB) A proposição ¬(A ∨ B) → (¬A) ∨ B é uma tautologia.

93. (Cespe/UnB) A proposição A ∧ (¬B) → ¬(A ∧ B) é uma tautologia.

94. (Cespe/UnB) A proposição [A → B] ↔ [(¬B) → (¬A)] é uma tautologia.

95. (Cespe/UnB) Se “A” e “B” são proposições, então a proposição A ∨ B ↔ (¬A) ∧ (¬B) é uma tautologia.

96. (Cespe/UnB) A proposição (A → B) → (¬A ∨ B) é uma tautologia.

97. (Cespe/UnB) Em relação às proposições A: $\sqrt{16} = \pm 4$ e B: 9 é par, a proposição composta A → B é uma contradição.

98. (Cespe/UnB) A coluna da tabela-verdade da proposição composta (A → B) → ((¬B) → (¬A)) conterá somente valores lógicos V, independentemente dos valores lógicos de “A” e “B”.

99. (Cespe/UnB) Independentemente da valoração V ou F atribuída às proposições “A” e “B”, é correto concluir que a proposição ¬(A ∨ B) ∨ (A ∨ B) é sempre V.

100. (Cespe/UnB) A proposição [(P → Q) ∧ (Q → R)] → (P → R) é uma tautologia.

101. (Cespe/UnB) Se “A”, “B”, “C” e “D” são proposições, em que “B” é falsa e “D” é verdadeira, então, independentemente das valorações falsa ou verdadeira de “A” e “C”, a proposição A ∨ B → C ∧ D será sempre verdadeira.

102. (Cespe/UnB) Toda proposição da forma (P → Q) ∨ (¬Q) tem somente valores lógicos V.

103. (Cespe/UnB) A proposição (A ∨ B) ∧ [(¬A) ∧ (¬B)] é sempre falsa.

104. (Cespe/UnB) Uma proposição composta é uma tautologia quando todos os seus valores lógicos são V, independentemente dos valores lógicos das proposições simples que a compõem. Então, a proposição $[A \wedge (A \rightarrow B)] \rightarrow B$ é uma tautologia.

105. (Cespe/UnB) Uma proposição simbolizada por $P \rightarrow P \vee Q$ possui um único valor lógico F para todos os possíveis valores lógicos atribuídos às proposições "P" e "Q".

106. (Cespe/UnB) A proposição na forma $\neg (A \wedge B)$ é uma contingência e tem exatamente três valores lógicos V, para todos os possíveis valores lógicos de "A" e "B".

107. (Cespe/UnB) A proposição simbólica $(A \wedge B) \rightarrow (\neg(A \rightarrow (\neg B)))$ é sempre julgada como V, independentemente de "A" e "B" serem V ou F.

108. (Cespe/UnB) A proposição "Se Luís é economista, então Nestor é médico e Luís é economista" é uma tautologia.

(Cespe/UnB) Considere que "P", "Q" e "R" sejam proposições simples que possam ser julgadas como verdadeiras (V) ou falsas (F). Com relação às operações lógicas de negação (~), conjunção ($\wedge$), disjunção ($\vee$) e implicação ($\rightarrow$), julgue a questão subsequente:

109. A proposição $(P \vee Q) \rightarrow (Q \wedge P)$ é uma tautologia.

110. (Cespe/UnB) A expressão $\{(P \rightarrow Q) \wedge [(\neg P) \rightarrow (\neg R)]\} \rightarrow (R \rightarrow Q)$, em que "P", "Q" e "R" são proposições simples, é uma tautologia.

111. (Cespe/UnB) Se "P", "Q", "R" e "S" são proposições simples, então a proposição expressa por $\{[(P \rightarrow Q) \leftrightarrow (R \wedge S)] \wedge (R \wedge S)\} \rightarrow (P \rightarrow Q)$ é uma tautologia.

112. (Cespe/UnB) Com base nos conceitos da lógica proposicional, assinale a opção que simboliza uma tautologia, isto é, uma proposição que é sempre verdadeira.

a) $\neg A \vee (A \wedge B)$;
b) $(A \vee \neg B) \wedge \neg A$;
c) $A \wedge (B \vee \neg B)$;
d) $(\neg A \wedge \neg B) \vee (A \vee B)$.

113. (Cesgranrio) Considere as fórmulas:

I. $(p \wedge q) \rightarrow p$
II. $(p \vee q) \rightarrow p$
III. $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$

É(São) tautologia(s) a(s) fórmula(s):

a) I, somente;
b) II, somente;
c) III, somente;
d) I e III, somente;
e) I, II e III.

114. (Cesgranrio) Observe as colunas a seguir:

(1) $(p \vee q) \wedge [(\sim p) \wedge (\sim q)]$ (A) contingência
(2) $(\sim q) \vee [(\sim q) \rightarrow p]$ (B) contradição
(3) $(p \rightarrow q) \vee [(\sim p) \wedge q]$ (C) tautologia

A melhor relação entre a coluna da esquerda e a coluna da direita é dada por:

a) (1)–(B); (2)–(A); (3)–(C);
b) (1)–(A); (2)–(B); (3)–(C);
c) (1)–(C); (2)–(A); (3)–(B);
d) (1)–(B); (2)–(C); (3)–(A);
e) (1)–(A); (2)–(C); (3)–(B).

115. (Esaf) Considere a seguinte proposição: "Na eleição para a prefeitura, o candidato A será eleito ou não será eleito." Do ponto de vista lógico, a afirmação da proposição caracteriza:

a) um silogismo;

b) uma tautologia;
c) uma equivalência;
d) uma contingência;
e) uma contradição.

116. (Cesgranrio) Chama-se tautologia à proposição composta que possui valor lógico verdadeiro, quaisquer que sejam os valores lógicos das proposições que a compõem. Sejam “*p*” e “*q*” proposições simples e “~*p*” e “~*q*” as suas respectivas negações. Em cada uma das alternativas abaixo, há uma proposição composta formada por “*p*” e “*q*”. Qual corresponde a uma tautologia?

a) $p \vee q$;
b) $p \wedge \sim q$;
c) $(p \vee q) \rightarrow (\sim p \wedge q)$;
d) $(p \vee q) \rightarrow (p \wedge q)$;
e) $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$.

117. (Esaf/MTB) Chama-se tautologia toda proposição que é sempre verdadeira, independentemente da verdade dos termos que a compõem. Um exemplo de tautologia é:

a) se João é alto, então João é alto ou Guilherme é gordo;
b) se João é alto, então João é alto e Guilherme é gordo;
c) se João é alto ou Guilherme é gordo, então Guilherme é gordo;
d) se João é alto ou Guilherme é gordo, então João é alto e Guilherme é gordo;
e) se João é alto ou não é alto, então Guilherme é gordo.

118. (Cespe/UnB) Considerando todos os possíveis valores lógicos V ou F atribuídos às proposições “A” e “B”, assinale a opção correspondente à proposição composta que tem sempre valor lógico F.

a) $[A \wedge (\neg B)] \vee A$;
b) $A \wedge [(\neg B) \vee A]$;
c) $[A \wedge (\neg B)] \wedge [(\neg A) \vee B]$;
d) $(A \vee B) \vee [(\neg A) \wedge (\neg B)]$;
e) $[A \wedge (\neg B)] \vee (A \wedge B)$.

119. (Funiversa) Sejam as seguintes proposições:

r: se Pelé é judoca, então Zico é atleta.
s: $x > 5$ ou $y < 9$.
v: $3 = 4$ se e somente se $7 < 5$.
u: $x + y$ é ímpar se x e y forem inteiros.

Assinale a alternativa CORRETA.

a) Existem duas sentenças verdadeiras e duas falsas.
b) Das quatro sentenças, uma é dita aberta.
c) “*r*” é tautologia e “*v*” é uma contradição.
d) Para $x = 3$ e $y = 8$, as sentenças “*s*” e “*u*” são verdadeiras.
e) Existem duas sentenças simples e duas compostas.

Capítulo 6

Equivalências Lógicas

Definição: Duas ou mais **proposições compostas** são **equivalentes**, mesmo possuindo **fórmulas** (ou **estruturas lógicas**) **diferentes**, quando apresentarem a **mesma solução** em suas respectivas **tabelas-verdade**.

Exemplo: As **proposições compostas** "$\sim p \rightarrow q$" e "$p \vee q$" são **equivalentes**?

Verificação:

p	***q***
V	V
V	F
F	V
F	F

~*p*	**→**	***q***		***p***	**∨**	***q***
F	**V**	V		V	**V**	V
F	**V**	F		V	**V**	F
V	**V**	V		F	**V**	V
V	**F**	F		F	**F**	F
1º	**2º**	1º		1º	**2º**	1º

Confrontando-se os **valores lógicos** obtidos nas **soluções** das **tabelas-verdade** anteriores:

$$V(\sim p \rightarrow q) = \textbf{VVVF} \text{ e } V(p \vee q) = \textbf{VVVF}$$

Portanto, as **proposições compostas** "$\sim p \rightarrow q$" e "$p \vee q$" são **equivalentes**.

$$\sim p \rightarrow q \equiv p \vee q; \sim p \rightarrow q \Leftrightarrow p \vee q$$

onde "≡" e "⇔" são os **símbolos** que representam a **equivalência** entre **proposições**.

6.1. Equivalências fundamentais

Com efeito, valem as seguintes **propriedades**:

6.1.1. Simétrica (equivalência por simetria)

a) $p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$

p	***q***
V	V
V	F
F	V
F	F

p	$\wedge$	***q***		***q***	$\wedge$	***p***
V	**V**	V		V	**V**	V
V	**F**	F		F	**F**	V
F	**F**	V		V	**F**	F
F	**F**	F		F	**F**	F
1º	**2º**	1º		1º	**2º**	1º

$V(p \wedge q)$ = **VFFF** $\Leftrightarrow$ $V(q \wedge p)$ = **VFFF**

b) $p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$

p	***q***
V	V
V	F
F	V
F	F

p	$\vee$	***q***
V	**V**	V
V	**V**	F
F	**V**	V
F	**F**	F
1º	**2º**	1º

q	$\vee$	***p***
V	**V**	V
F	**V**	V
V	**V**	F
F	**F**	F
1º	**2º**	1º

$V(p \vee q)$ = **VVVF** $\Leftrightarrow$ $V(q \vee p)$ = **VVVF**

c) $p \veebar q \Leftrightarrow q \veebar p$

p	***q***
V	V
V	F
F	V
F	F

p	$\veebar$	***q***
V	**F**	V
V	**V**	F
F	**V**	V
F	**F**	F
1º	**2º**	1º

q	$\veebar$	***p***
V	**F**	V
F	**V**	V
V	**V**	F
F	**F**	F
1º	**2º**	1º

$V(p \veebar q)$ = **FVVF** $\Leftrightarrow$ $V(q \veebar p)$ = **FVVF**

d) $p \leftrightarrow q \Leftrightarrow q \leftrightarrow p$

p	***q***
V	V
V	F
F	V
F	F

p	$\leftrightarrow$	***q***
V	**V**	V
V	**F**	F
F	**F**	V
F	**V**	F
1º	**2º**	1º

q	$\leftrightarrow$	***p***
V	**V**	V
F	**F**	V
V	**F**	F
F	**V**	F
1º	**2º**	1º

$V(p \leftrightarrow q)$ = **VFFV** $\Leftrightarrow$ $V(q \leftrightarrow p)$ = **VFFV**

OBSERVAÇÃO:
Não há equivalência por simetria para uma **condicional** (**implicação lógica**), ou seja, *"$p \to q$"* **não é equivalente** a *"$q \to p$"*.

p	***q***
V	V

p	$\to$	***q***		***q***	$\to$	***p***
V	**V**	V		V	**V**	V

V	F
F	V
F	F

V	**F**	F
F	**V**	V
F	**V**	F
1º	**2º**	1º

F	**V**	V
V	**F**	F
F	**V**	F
1º	**2º**	1º

$$V(p \to q) = \mathbf{VFVV} \neq V(q \to p) = \mathbf{VVFV}$$

6.1.2. Reflexiva (equivalência por reflexão)

p	p
V	V
F	F

p	$\to$	p
V	**V**	V
F	**V**	F
1º	**2º**	1º

p	$\to$	p
V	**V**	V
F	**V**	F
1º	**2º**	1º

6.2. Equivalências notáveis

Com efeito, valem as seguintes **equivalências**:

6.2.1. Distribuição (equivalência pela distributiva)

a) $p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

p	q	r
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

p	$\wedge$	$(q$	$\vee$	$r)$
V	**V**	V	V	V
V	**V**	V	V	F
V	**V**	F	V	V
V	**F**	F	F	F
F	**F**	V	V	V
F	**F**	V	V	F
F	**F**	F	V	V
F	**F**	F	F	F
1º	**3º**	1º	2º	1º

$(p$	$\wedge$	$q)$	$\vee$	$(p$	$\wedge$	$r)$
V	V	V	**V**	V	V	V
V	V	V	**V**	V	F	F
V	F	F	**V**	V	V	V
V	F	F	**F**	V	F	F
F	F	V	**F**	F	F	V
F	F	V	**F**	F	F	F
F	F	F	**F**	F	F	V
F	F	F	**F**	F	F	F
1º	2º	1º	**4º**	1º	3º	1º

$$V[p \wedge (q \vee r)] = \mathbf{VVVFFFFF} \Leftrightarrow V[(p \wedge q) \vee (p \wedge r)] = \mathbf{VVVFFFFF}$$

b) $p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

p	q	r
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

p	$\vee$	$(q$	$\wedge$	$r)$
V	**V**	V	V	V
V	**V**	V	F	F
V	**V**	F	F	V
V	**V**	F	F	F
F	**V**	V	V	V
F	**F**	V	F	F
F	**F**	F	F	V
F	**F**	F	F	F
1º	**3º**	1º	2º	1º

$(p$	$\vee$	$q)$	$\wedge$	$(p$	$\vee$	$r)$
V	V	V	**V**	V	V	V
V	V	V	**V**	V	V	F
V	V	F	**V**	V	V	V
V	V	F	**V**	V	V	F
F	V	V	**V**	F	V	V
F	V	V	**F**	F	F	F
F	F	F	**F**	F	V	V
F	F	F	**F**	F	F	F
1º	2º	1º	**4º**	1º	3º	1º

$$V[p \lor (q \land r)] = \textbf{VVVVVFFF} \Leftrightarrow V[(p \lor q) \land (p \lor r)] = \textbf{VVVVVFFF}$$

6.2.2. Associação (equivalência pela associativa)

a) $p \land (q \land r) \Leftrightarrow (p \land q) \land (p \land r)$

p	***q***	***r***
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

p	$\land$	***(q***	$\land$	***r)***
V	**V**	V	V	V
V	**F**	V	F	F
V	**F**	F	F	V
V	**F**	F	F	F
F	**F**	V	V	V
F	**F**	V	F	F
F	**F**	F	F	V
F	**F**	F	F	F
1º	**3º**	1º	2º	1º

(p	$\land$	***q)***	$\land$	***(p***	$\land$	***r)***
V	V	V	**V**	V	V	V
V	V	V	**F**	V	F	F
V	F	F	**F**	V	V	V
V	F	F	**F**	V	F	F
F	F	V	**F**	F	F	V
F	F	V	**F**	F	F	F
F	F	F	**F**	F	F	V
F	F	F	**F**	F	F	F
1º	2º	1º	**4º**	1º	3º	1º

$$V[p \land (q \land r)] = \textbf{VFFFFFFF} \Leftrightarrow V[(p \land q) \land (p \land r)] = \textbf{VFFFFFFF}$$

b) $p \lor (q \lor r) \Leftrightarrow (p \lor q) \lor (p \lor r)$

p	***q***	***r***
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

p	$\lor$	***(q***	$\lor$	***r)***
V	**V**	V	V	V
V	**V**	V	V	F
V	**V**	F	V	V
V	**V**	F	F	F
F	**V**	V	V	V
F	**V**	V	V	F
F	**V**	F	V	V
F	**F**	F	F	F
1º	**3º**	1º	2º	1º

(p	$\lor$	***q)***	$\lor$	***(p***	$\lor$	***r)***
V	V	V	**V**	V	V	V
V	V	V	**V**	V	V	F
V	V	F	**V**	V	V	V
V	V	F	**V**	V	V	F
F	V	V	**V**	F	V	V
F	V	V	**V**	F	F	F
F	F	F	**V**	F	V	V
F	F	F	**F**	F	F	F
1º	2º	1º	**4º**	1º	3º	1º

$$V[p \lor (q \lor r)] = \textbf{VVVVVVVF} \Leftrightarrow V[(p \lor q) \lor (p \lor r)] = \textbf{VVVVVVVF}$$

6.2.3. Idempotência

a) $p \Leftrightarrow (p \land p)$

p
V
F
1º

p	$\land$	***p***
V	**V**	V
F	**F**	F
1º	**2º**	1º

$$V(p) = \textbf{VF} \Leftrightarrow V(q \land p) = \textbf{VF}$$

b) $p \Leftrightarrow (p \lor p)$

p

p	$\lor$	***p***

V	
F	
1º	

V	**V**	V
F	**F**	F
1º	**2º**	1º

V(*p*) = **VF** ⇔ V(*q* ∨ *p*) = **VF**

6.2.4. Pela contraposição

De uma **condicional** gera-se outra **condicional equivalente** à **primeira**, apenas invertendo-se e negando-se as **proposições simples** que as compõem.

1º caso: (*p* → *q*) ⇔ (~*q* → ~*p*)

p	***q***
V	V
V	F
F	V
F	F

p	→	***q***
V	**V**	V
V	**F**	F
F	**V**	V
F	**V**	F
1º	**2º**	1º

~*q*	→	**~*p***
F	**V**	F
V	**F**	F
F	**V**	V
V	**V**	V
1º	**2º**	1º

V(*p* → *q*) = **VFVV** ⇔ V(~*q* → ~*p*) = **VFVV**

2º caso: (~*p* → *q*) ⇔ (~*q* → *p*)

p	***q***
V	V
V	F
F	V
F	F

~*p*	→	***q***
F	**V**	V
F	**V**	F
V	**V**	V
V	**F**	F
1º	**2º**	**1º**

~*q*	→	***p***
F	**V**	V
F	**V**	F
V	**V**	V
V	**F**	F
1º	**2º**	**1º**

V(~*p* → *q*) = **VVVF** ⇔ V(~*q* → *p*) = **VVVF**

3º caso: (*p* → ~*q*) ⇔ (*q* → **~***p*)

p	***q***
V	V
V	F
F	V
F	F

p	→	**~*q***
V	**F**	F
V	**V**	F
F	**V**	V
F	**V**	V
1º	**2º**	**1º**

q	→	**~*p***
V	**F**	F
F	**V**	F
V	**V**	V
F	**V**	V
1º	**2º**	**1º**

V(*p* → ~*q*) = **FVVV** ⇔ V(*q* → **~***p*) = **FVVV**

4º caso: (~*p* → ~*q*) ⇔ (*q* → *p*)

p	***q***
V	V
V	F

~*p*	→	**~*q***
F	**V**	F
F	**V**	V

q	→	***p***
V	**V**	V
F	**V**	V

F	V
F	F

V	**F**	F
V	**V**	V
1º	**2º**	1º

V	**F**	F
F	**V**	F
1º	**2º**	1º

V(~p → ~q) = **VVFV** ⇔ V(q → p) = **VVFV**

6.2.5. Pela bicondicional

a) (p ↔ q) ⇔ (p → q) ∧ (q → p), por definição

p	***q***
V	V
V	F
F	V
F	F

p	↔	***q***
V	**V**	V
V	**F**	F
F	**F**	V
F	**V**	F
1º	**2º**	1º

(p	→	***q)***	∧	***(q***	→	***p)***
V	V	V	**V**	V	V	V
V	F	F	**F**	F	V	V
F	V	V	**F**	V	F	F
F	V	F	**V**	F	V	F
1º	2º	1º	**4º**	1º	3º	1º

V(p ↔ q) = **VFFV** ⇔ V[(p → q) ∧ (q → p)] = **VFFV**

b) (p ↔ q) ⇔ (~q → ~p) ∧ (~p → ~q), aplicando-se a **contrapositiva** às partes

p	***q***
V	V
V	F
F	V
F	F

p	↔	***q***
V	**V**	V
V	**F**	F
F	**F**	V
F	**V**	F
1º	**2º**	1º

(~q	→	***~p)***	∧	***(~p***	→	***~q)***
F	V	F	**V**	F	V	F
V	F	F	**F**	F	V	V
F	V	V	**F**	V	F	F
V	V	V	**V**	V	V	V
1º	2º	1º	**4º**	1º	3º	1º

V(p ↔ q) = **VFFV** ⇔ V[(~q → ~p) ∧ (~p → ~q)] = **VFFV**

c) (p ↔ q) ⇔ (p ∧ q) ∨ (~p ∧ ~q)

p	***q***
V	V
V	F
F	V
F	F

p	↔	***q***
V	**V**	V
V	**F**	F
F	**F**	V
F	**V**	F
1º	**2º**	1º

(p	∧	***q)***	∨	***(~p***	∧	***~q)***
V	V	V	**V**	F	F	F
V	F	F	**F**	F	F	V
F	F	V	**F**	V	F	F
F	F	F	**V**	V	V	V
1º	2º	1º	**4º**	1º	3º	1º

V(p ↔ q) = **VFFV** ⇔ V[(p ∧ q) ∨ (~p ∧ ~q)] = **VFFV**

6.2.6. Pela exportação-importação

[(p ∧ q) → r] ⇔ [p → (q → r)]

p	***q***	***r***
V	V	V
V	V	F
V	F	V

(p	∧	***q)***	→	***r)***
V	V	V	**V**	V
V	V	V	**F**	F
V	F	F	**V**	V

(p	→	***(q***	→	***r)***
V	**V**	V	V	V
V	**F**	V	F	F
V	**V**	F	V	V

V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

V	F	F	**V**	F
F	F	V	**V**	V
F	F	V	**V**	F
F	F	F	**V**	V
F	F	F	**V**	F
1º	2º	1º	**3º**	1º

V	**V**	F	V	F
F	**V**	V	V	V
F	**V**	V	F	F
F	**V**	F	V	V
F	**V**	F	V	F
1º	**3º**	1º	2º	1º

$$V[p \wedge (q \wedge r)] = \textbf{VFVVVVVV} \Leftrightarrow V[(p \wedge q) \wedge (p \wedge r)] = \textbf{VFVVVVVV}$$

6.3. Negação de uma proposição composta

Definição: Quando se nega uma **proposição composta primitiva**, gera-se outra **proposição** também **composta** e **equivalente** à **negação de sua primitiva**.

De modo geral, tem-se a seguinte **estrutura** de **equivalência**:

$\sim(p \heartsuit q) \Leftrightarrow (p \clubsuit q)$, onde "**♥**" e "**♣**" representam *conectivos lógicos* quaisquer.

Tem-se que "$p \clubsuit q$" é **equivalente** à **negação** de "$p \heartsuit q$" e, ainda, "$p \clubsuit q$" é uma **proposição oposta** à "$p \heartsuit q$".

Sejam as seguintes **negações** das principais **proposições compostas**:

6.3.1. Negação de uma conjunção (Lei de Morgan)

Para negar uma **conjunção**, basta negar as partes e trocar o **conectivo-conjunção** pelo **conectivo-disjunção**.

$\sim(p \wedge q) \Leftrightarrow (\sim p \vee \sim q)$

p	***q***
V	V
V	F
F	V
F	F

~	**(*p***	$\wedge$	***q*)**
F	V	V	V
V	V	F	F
V	F	F	V
V	F	F	F
3º	1º	2º	1º

~*p*	$\vee$	**~*q***
F	**F**	F
F	**V**	V
V	**V**	F
V	**V**	V
1º	**2º**	1º

$$V[\sim(p \wedge q)] = \textbf{FVVV} \Leftrightarrow V(\sim p \vee \sim q) = \textbf{FVVV}$$

6.3.2. Negação de uma disjunção (Lei de Morgan)

Para negar uma **disjunção**, basta negar as partes e trocar o **conectivo-disjunção** pelo **conectivo-conjunção**.

$\sim(p \vee q) \Leftrightarrow (\sim p \wedge \sim q)$

p	***q***
V	V
V	F
F	V
F	F

~	**(*p***	$\vee$	***q*)**
F	V	V	V
F	V	V	F
F	F	V	V
V	F	F	F

~*p*	$\wedge$	**~*q***
F	**F**	F
F	**F**	V
V	**F**	F
V	**V**	V

3º	1º	2º	1º		1º	**2º**	1º

$$V[\sim(p \vee q)] = \mathbf{FFFV} \Leftrightarrow V(\sim p \wedge \sim q) = \mathbf{FFFV}$$

OBSERVAÇÃO:
As **negações** de uma **conjunção** “**e**” e de uma **disjunção** “**ou**” são conhecidas como as “**Leis de Morgan**”.

6.3.3. Negação de uma disjunção exclusiva

Por definição, ao negar-se uma **disjunção exclusiva,** gera-se uma **bicondicional**.

$\sim(p \veebar q) \Leftrightarrow (p \leftrightarrow q)$

p	***q***
V	V
V	F
F	V
F	F

~	***(p***	$\veebar$	***q)***
V	V	F	V
F	V	V	F
F	F	V	V
V	F	F	F
3º	1º	2º	1º

~p	$\leftrightarrow$	***~q***
F	**V**	F
F	**F**	V
V	**F**	F
V	**V**	V
1º	**2º**	1º

$$V[\sim(p \veebar q)] = \mathbf{VFFV} \Leftrightarrow V(p \leftrightarrow q) = \mathbf{VFFV}$$

6.3.4. Negação de uma condicional

Por definição, ao negar-se uma **condicional**, conserva-se o **valor lógico** de sua **1ª parte**, troca-se o **conectivo-condicional** pelo **conectivo-conjunção** e nega-se sua **2ª parte**.

$\sim(p \rightarrow q) \Leftrightarrow (p \wedge \sim q)$

p	***q***
V	V
V	F
F	V
F	F

~	***(p***	$\rightarrow$	***q)***
F	V	V	V
V	V	F	F
F	F	V	V
F	F	V	F
3º	1º	2º	1º

p	$\wedge$	***~q***
V	**F**	F
V	**V**	V
F	**F**	F
F	**F**	V
1º	**2º**	1º

$$V[\sim(p \rightarrow q)] = \mathbf{FVFF} \Leftrightarrow V(p \wedge \sim q) = \mathbf{FVFF}$$

6.3.5. Negação de uma bicondicional

Por definição, *ao negarmos uma bicondicional* do tipo “$p \leftrightarrow q$” estaremos por negar a **fórmula equivalente** a essa **bicondicional** dada por “$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$”, assim, de fato, negaremos uma **conjunção** cujas **partes** são **duas condicionais**: “$(p \rightarrow q)$” e “$(q \rightarrow p)$”. Aplicando-se a **negação** de uma **conjunção** a essa **bicondicional**, teremos:

$\sim(p \leftrightarrow q) = \sim[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)] \Leftrightarrow [(p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)]$

p	***q***
V	V
V	F
F	V

~	***[(p***	$\leftrightarrow$	***q)***
F	V	V	V
V	V	F	F
V	F	F	V

[(p	$\wedge$	***~q)***	$\vee$	***(q***	$\wedge$	***~p)]***
V	F	F	**F**	V	F	F
V	V	V	**V**	F	F	F
F	F	F	**V**	V	V	V

F	F

F	F	V	F
3º	1º	2º	1º

F	F	V	**F**	F	F	V
1º	2º	1º	**4º**	2º	3º	1º

$$V[\sim(p \leftrightarrow q)] = \textbf{FVVF} \Leftrightarrow V[(p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)] = \textbf{FVVF}$$

6.4. Dupla negação (Teoria da Involução)

a) De uma **proposição simples**: $p \Leftrightarrow \sim(\sim p)$

p
V
F
1º

~	**(~**	***p*** **)**
V	F	V
F	V	F
3º	2º	1º

$$V(p) = \textbf{VF} \Leftrightarrow V[\sim(\sim p)] = \textbf{VF}$$

b) De uma **condicional**:

Definição: A **dupla negação** de uma **condicional** dá-se da seguinte forma: nega-se a **1ª parte** da **condicional**, troca-se o **conectivo-condicional** pela **disjunção** e mantém-se a **2ª parte**.

Demonstração:

Seja a proposição primitiva: $p \rightarrow q$

nega-se pela 1ª vez: $\sim(p \rightarrow q) \Leftrightarrow p \wedge \sim q$

nega-se pela 2ª vez: $\sim(p \wedge \sim q) \Leftrightarrow \sim p \vee q$

Conclusão: Ao negarmos uma **proposição primitiva** duas vezes consecutivas, a **proposição resultante** será **equivalente** à sua **proposição primitiva.** Logo,

$$p \rightarrow q \Leftrightarrow \sim p \vee q$$

De acordo com o exposto anteriormente, teremos **4** (**quatro**) **possibilidades distintas** de obtermos, a partir de uma **condicional**, uma **disjunção simples** utilizando-se da **Teoria da Involução**.

1º caso: $(p \rightarrow q) \Leftrightarrow (\sim p \vee q)$

p	***q***
V	V
V	F
F	V
F	F

p	$\rightarrow$	***q***
V	**V**	V
V	**F**	F
F	**V**	V
F	**V**	F
1º	**2º**	1º

~p	$\vee$	***q***
F	**V**	V
F	**F**	F
V	**V**	V
V	**V**	F
1º	**2º**	1º

$$V(p \rightarrow q) = \textbf{VFVV} \Leftrightarrow V(\sim p \vee q) = \textbf{VFVV}$$

2º caso: $(\sim p \rightarrow q) \Leftrightarrow (p \vee q)$

p	***q***
V	V

~p	$\rightarrow$	***q***
F	**V**	V

p	$\vee$	***q***
V	**V**	V

V	F
F	V
F	F

F	**V**	F
V	**V**	V
V	**F**	F
1º	**2º**	1º

V	**V**	F
F	**V**	V
F	**F**	F
1º	**2º**	1º

$$V(\sim p \to q) = \textbf{VVVF} \Leftrightarrow V(p \vee q) = \textbf{VVVF}$$

3º caso: $(p \to \sim q) \Leftrightarrow (\sim p \vee \sim q)$

p	***q***
V	V
V	F
F	V
F	F

p	$\to$	***~q***
V	**F**	F
V	**V**	V
F	**V**	F
F	**V**	V
1º	**2º**	1º

1º

~p	$\vee$	***~q***
F	**F**	F
F	**V**	V
V	**V**	F
V	**V**	V
1º	**2º**	1º

$$V(p \to \sim q) = \textbf{FVVV} \Leftrightarrow V(\sim p \vee \sim q) = \textbf{FVVV}$$

4º caso: $(\sim p \to \sim q) \Leftrightarrow (p \vee \sim q)$

p	***q***
V	V
V	F
F	V
F	F

~p	$\to$	***~q***
F	**V**	F
F	**V**	V
V	**F**	F
V	**V**	V
1º	**2º**	1º

p	$\vee$	***~q***
V	**V**	F
V	**V**	V
F	**F**	F
F	**V**	V
1º	**2º**	1º

$$V(\sim p \to \sim q) = \textbf{VVFV} \Leftrightarrow V(p \vee \sim q) = \textbf{VVFV}$$

6.5. Negações de proposições matemáticas

Considere os seguintes **símbolos matemáticos**: **igual** (“=”); **diferente** (“≠”); **maior que** (“>”); **menor que** (“<”); **maior ou igual a** (“≥”) e **menor ou igual** (“≤”). Estes **símbolos**, associados a **números** ou **variáveis**, formam as chamadas **expressões aritméticas** ou **algébricas**, por exemplo:

a) $3 + 4 = 7$
b) $8 - 6 \neq 3$
c) $12 > 9$
d) $3 + 11 < 16$
e) $7 + 3 \geq 10$
f) $4 + 8 \leq 13$
g) $x + 5 = 9$
h) $y - 5 \neq 18$
i) $x > 13$
j) $y - 1 < 6$
k) $x + 4 \geq 7$

l) $y \leq -2$

Para negarmos uma **proposição matemática**, devemos negar, apenas, o **símbolo matemático inicial** presente na **sentença dada (expressões aritméticas** ou **algébricas)**, assim, estaremos, consequentemente, negando toda a sentença inicial dada. Seguem os exemplos abaixo:

Sentenças matemáticas	Forma negada	Sentença obtida
$3 + 4 = 7$	$\sim(3 + 4 = 7)$	$3 + 4 \neq 7$
$8 - 6 \neq 3$	$\sim(8 - 6 \neq 3)$	$8 - 6 = 3$
$12 > 9$	$\sim(12 > 9)$	$12 \leq 9$
$3 + 11 < 16$	$\sim(3 + 11 < 16)$	$3 + 11 \geq 16$
$7 + 3 \geq 10$	$\sim(7 + 3 \geq 10)$	$7 + 3 < 10$
$4 + 8 \leq 13$	$\sim(4 + 8 \leq 13)$	$4 + 8 > 13$
$x + 5 = 9$	$\sim(x + 5 = 9)$	$x + 5 \neq 9$
$y - 5 \neq 18$	$\sim(y - 5 \neq 18)$	$y - 5 = 18$
$x > 13$	$\sim(x > 13)$	$x \leq 13$
$y - 1 < 6$	$\sim(y - 1 < 6)$	$y - 1 \geq 6$
$x + 4 \geq 7$	$\sim(x + 4 \geq 7)$	$x + 4 < 7$
$y \leq -2$	$\sim(y \leq -2)$	$y > -2$

Para melhor compreensão, representaremos, no **quadro sinótico** a seguir, as **principais negações** envolvendo os **símbolos matemáticos**:

Afirmação	Negação
$x = y$	$x \neq y$
$x < y$	$x \geq y$
$x \leq y$	$x > y$
$x > y$	$x \leq y$
$x \geq y$	$x < y$

Cuidado: Nos diversos certames é comum a banca elaboradora, através de uma **assertiva**, "induzir" os candidatos a cometerem **um erro muito comum**, que é a **negação dessa assertiva** pelo **resultado aferido**, utilizando-se da **operação matemática** em questão para a obtenção **desse resultado**, e não, como deve ser, pela **negação** dos **símbolos matemáticos**, como mostra a tabela anterior. Por exemplo, a **negação** da expressão "$4 + 8 = 15$" não é dada pela expressão "$4 + 8 = 12$", e sim por "$4 + 8 \neq 15$", já que, para **Lógica Matemática**, o que "**não é igual**" é considerado "**diferente**", bem como o que não for "**maior ou igual**" será, apenas, "**menor que**", e finalmente, o que não for "**menor ou igual a**" será interpretado como "**maior que**". Portanto, prestem muita atenção nesses tipos de **negação**!

6.6. Equivalência pela transitividade

Quaisquer que sejam as *fórmulas* "p", "q" e "r", se "p" é *equivalente* a "q" ($p \Leftrightarrow q$) e "q" é *equivalente* a "r" ($q \Leftrightarrow r$), logo, tem-se que "p" será, também, *equivalente* a "r" ($p \Leftrightarrow r$).

Exemplo:

$(p \rightarrow q) \Leftrightarrow (\sim p \vee q)$: **equivalência** pela **Teoria da Involução**

$(p \rightarrow q) \Leftrightarrow (\sim q \rightarrow \sim p)$: **equivalência** pela **contrapositiva** ou **contraposição**

Logo:

$(\sim p \vee q) \Leftrightarrow (\sim q \rightarrow \sim p)$: **equivalência** pela **transitividade**

Verificação pela **tabela-verdade**:

$(p \rightarrow q) \Leftrightarrow (\sim p \vee q)$: **equivalência** pela **Teoria da Involução**

p	***q***
V	V
V	F
F	V
F	F

p	$\rightarrow$	***q***
V	**V**	V
V	**F**	F
F	**V**	V
F	**V**	F
1º	**2º**	1º

~p	$\vee$	***q***
F	**V**	V
F	**F**	F
V	**V**	V
V	**V**	F
1º	**2º**	1º

$V(p \rightarrow q) =$ **VFVV** $\Leftrightarrow V(\sim p \vee q) =$ **VFVV**

$(p \rightarrow q) \Leftrightarrow (\sim q \rightarrow \sim p)$: **equivalência** pela **contrapositiva** ou **contraposição**

p	***q***
V	V
V	F
F	V
F	F

p	$\rightarrow$	***q***
V	**V**	V
V	**F**	F
F	**V**	V
F	**V**	F
1º	**2º**	1º

~q	$\rightarrow$	***~p***
F	**V**	F
V	**F**	F
F	**V**	V
V	**V**	V
1º	**2º**	1º

$V(p \rightarrow q) =$ **VFVV** $\Leftrightarrow V(\sim q \rightarrow \sim p) =$ **VFVV**

Logo: $(\sim p \vee q) \Leftrightarrow (\sim q \rightarrow \sim p)$: **equivalência** pela **transitividade**

p	***q***
V	V
V	F
F	V
F	F

~p	$\vee$	***q***
F	**V**	V
F	**F**	F
V	**V**	V
V	**V**	F
1º	**2º**	**1º**

~q	$\rightarrow$	***~p***
F	**V**	F
V	**F**	F
F	**V**	V
V	**V**	V
1º	**2º**	**1º**

$V(\sim p \vee q) =$ **VFVV** $\Leftrightarrow V(\sim q \rightarrow \sim p) =$ **VFVV**

6.7. Proposições associadas a uma condicional e suas equivalências

Definição: Dada a **condicional** "$p \rightarrow q$", chamam-se **proposições associadas** a "$p \rightarrow q$" as três seguintes **proposições condicionais** que contêm "p" e "q":

a) **Proposição recíproca** de "$p \rightarrow q$": "$q \rightarrow p$"

b) **Proposição contrária** de "$p \rightarrow q$": "$\sim p \rightarrow \sim q$"

c) **Proposição contrapositiva** de “$p \rightarrow q$”: “$\sim q \rightarrow \sim p$”

As **tabelas-verdade** destas quatro **proposições condicionais** são:

p	***q***
V	V
V	F
F	V
F	F

p	$\rightarrow$	***q***
V	**V**	V
V	**F**	F
F	**V**	V
F	**V**	F
1º	**2º**	1º

condicional

q	$\rightarrow$	***p***
V	**V**	V
F	**V**	V
V	**F**	F
F	**V**	F
1º	**2º**	1º

recíproca

~p	$\rightarrow$	***~q***
F	**V**	F
F	**V**	V
V	**F**	F
V	**V**	V
1º	**2º**	1º

contrária

~q	$\rightarrow$	***~p***
F	**V**	F
V	**F**	F
F	**V**	V
V	**V**	V
1º	**2º**	1º

contrapositiva

Pelas **tabelas-verdade** anteriores podemos concluir que a **proposição condicional** “$p \rightarrow q$” é **equivalente** a sua **contrapositiva** “$\sim q \rightarrow \sim p$”, e a **recíproca** dessa **proposição condicional** “$q \rightarrow p$” é **equivalente** à **contrária** dessa mesma **proposição condicional** “$\sim p \rightarrow \sim q$”:

$$V(p \rightarrow q) = \mathbf{VFVV} \Leftrightarrow V(\sim q \rightarrow \sim p) = \mathbf{VFVV}$$

$$V(q \rightarrow p) = \mathbf{VVFV} \Leftrightarrow V(\sim p \rightarrow \sim q) = \mathbf{VVFV}$$

Assim, podemos **resumir**, no quadro a seguir, todas as **possibilidades** de se obter, de uma **proposição condicional**, sua **recíproca**, sua **contrária** e sua **contrapositiva**:

	Condicional	**Recíproca da condicional**	**Contrária à condicional**	**Contrapositiva da condicional**
(a)	$a \rightarrow b$	$b \rightarrow a$	$\sim a \rightarrow \sim b$	$\sim b \rightarrow \sim a$
(b)	$\sim a \rightarrow b$	$b \rightarrow \sim a$	$a \rightarrow \sim b$	$\sim b \rightarrow a$
(c)	$a \rightarrow \sim b$	$\sim b \rightarrow a$	$\sim a \rightarrow b$	$b \rightarrow \sim a$
(d)	$\sim a \rightarrow \sim b$	$\sim b \rightarrow \sim a$	$a \rightarrow b$	$b \rightarrow a$

Quadro-resumo das **equivalências** geradas pelas **proposições condicionais** do quadro anterior:

condicional		***contrapositiva***	***recíproca***		***contrária***
$a \rightarrow b$	$\Leftrightarrow$	$\sim b \rightarrow \sim a$	$b \rightarrow a$	$\Leftrightarrow$	$\sim a \rightarrow \sim b$
$\sim a \rightarrow b$	$\Leftrightarrow$	$\sim b \rightarrow a$	$b \rightarrow \sim a$	$\Leftrightarrow$	$a \rightarrow \sim b$
$a \rightarrow \sim b$	$\Leftrightarrow$	$b \rightarrow \sim a$	$\sim b \rightarrow a$	$\Leftrightarrow$	$\sim a \rightarrow b$
$\sim a \rightarrow \sim b$	$\Leftrightarrow$	$b \rightarrow a$	$\sim b \rightarrow \sim a$	$\Leftrightarrow$	$a \rightarrow b$

6.8. Exercícios resolvidos para aprendizagem de concursos anteriores

27. (Funiversa) Considere as proposições a seguir:

p: Alfa é o primeiro;
q: Beta é o segundo;
r: Gama é o terceiro.

A melhor tradução para a linguagem corrente da proposição $(q \vee \sim r) \leftrightarrow \sim(p \wedge \sim q)$ é:

a) Beta é o segundo e Gama não é o terceiro se, e somente se, Alfa não é o primeiro e Beta não é o segundo.
b) Beta é o segundo ou Gama não é o terceiro se, e somente se, Alfa não é o primeiro e Beta não é o segundo.
c) Beta é o segundo e Gama não é o terceiro se, e somente se, Alfa não é o primeiro ou Beta não é o segundo.
d) Beta não é o segundo e Gama não é o terceiro se, e somente se, Alfa não é o primeiro ou Beta é o segundo.
e) Beta é o segundo ou Gama não é o terceiro se, e somente se, Alfa não é o primeiro ou Beta é o segundo.

Resolução:

Inicialmente, traduziremos a **proposição composta**, na **forma simbólica** $(q \vee \sim r) \leftrightarrow \sim(p \wedge \sim q)$, sem modificar sua **estrutura lógica**:

$(q \vee \sim r) \leftrightarrow \sim(p \wedge \sim q)$: Beta é o segundo **ou** Gama **não** é o terceiro **se, e somente se, não é verdade** que Alfa é o primeiro **e** Beta **não** é o segundo.

Como essa representação na **linguagem corrente não consta nas alternativas**, então modificaremos sua **estrutura lógica** da **proposição composta** dada, mantendo o resultado obtido **equivalente** à **proposição** anterior. Negaremos, portanto, a segunda parte da **bicondicional**, utilizando a relação de **equivalência** da **negação** de uma **disjunção**:

$$(q \vee \sim r) \leftrightarrow \sim(p \wedge \sim q) \equiv (q \vee \sim r) \leftrightarrow (\sim p \vee q)$$

Traduzindo a **nova estrutura lógica**, teremos:

$(q \vee \sim r) \leftrightarrow (\sim p \vee q)$: Beta é o segundo **ou** Gama **não** é o terceiro **se, e somente se**, Alfa **não** é o primeiro **ou** Beta é o segundo.

Gabarito: letra **E**.

28. A proposição $p \wedge (p \to q)$ é logicamente equivalente à proposição:

a) $p \vee q$;
b) $\sim p$;
c) p;
d) $\sim q$;
e) $p \wedge q$.

Resolução:

Inicialmente, construiremos a **tabela-verdade** da **proposição** $p \wedge (p \to q)$ e, a seguir, confrontaremos com as **tabelas-verdade** das **proposições** de cada alternativa:

p	**q**
V	V
V	F
F	V
F	F

p	$\wedge$	**(p**	$\to$	**q)**
V	**V**	V	V	V
V	**F**	V	F	F
F	**F**	F	V	V
F	**F**	F	V	F
1º	**3º**	1º	2º	1º

Podemos observar pela **solução** obtida anteriormente (**VFFF**), que essa se assemelha à **solução** da **tabela-verdade** de uma **conjunção**:

p	**q**
V	V
V	F
F	V

p	$\wedge$	**q**
V	**V**	V
V	**F**	F
F	**F**	V

F	F

F	**F**	F
1º	**2º**	1º

Gabarito: letra **E**.

29. Considere a sentença "Se João é vendedor de roupas, então Maurício é vendedor de joias." Considere, também, as informações a seguir:

I. Se Maurício não é vendedor de joias, então João não é vendedor de roupas.
II. João não é vendedor de roupas ou Maurício é vendedor de joias.
III. Se Maurício é vendedor de joias, então João é vendedor de roupas.
A(s) afirmação(ões) equivalente(s) à sentença inicial é(são):
a) apenas I;
b) apenas II;
c) apenas I e II;
d) apenas I e III;
e) apenas II e III.

Resolução:

Seja a **sentença** representada pela **condicional** "Se João é vendedor de roupas, então Maurício é vendedor de joias".

Dada uma **condicional** do tipo "$p \rightarrow q$", podemos obter **duas proposições equivalentes** a essa **condicional** utilizando dois conceitos: **contrapositiva** ou **contraposição** e pela **Teoria da Involução** ou **Dupla Negação**, a se ver:

- **Equivalência** pela **contrapositiva** ou **contraposição**: $(p \rightarrow q) \Leftrightarrow (\sim q \rightarrow \sim p)$.
- **Equivalência** pela **Teoria da Involução** ou **dupla negação**: $(p \rightarrow q) \Leftrightarrow (\sim p \vee q)$.

Obtendo tais **equivalências**, pela **linguagem corrente**, teremos:

Pela **contrapositiva** ou **contraposição**: "Se João **é** vendedor de roupas, então Maurício **é** vendedor de joias" **é equivalente a** "Se Maurício **não é** vendedor de joias, então João não é vendedor de roupas". **(I)**

Pela **Teoria da Involução** ou **dupla negação**: "Se João **é** vendedor de roupas, então Maurício **é** vendedor de joias" **é equivalente a** "João **não é** vendedor de roupas **ou** Maurício é vendedor de joias". **(II)**

A expressão do **item III** "Se Maurício é vendedor de joias, então João é vendedor de roupas" representa a **recíproca** da condicional "Se João **é** vendedor de roupas, então Maurício **é** vendedor de joias" e, como sabido, **não são equivalentes**.

Gabarito: letra **C**.

30. (Cetro) Dizer que "X é azul ou Y não é vermelho" é logicamente equivalente a dizer que:

a) se X é azul, então Y não é vermelho;
b) X é azul se, e somente se, Y não é vermelho;
c) se X não é azul, então Y é vermelho;
d) se Y é vermelho, então X é azul;
e) X não é azul e Y é vermelho.

Resolução:

A **disjunção simples** ou **disjunção inclusiva** pode ser **equivalente** às seguintes **proposições condicionais**, utilizando-se o **Princípio da Involução** ou, simplesmente, pela **Dupla Negação**:

Demonstração:

Seja a proposição primitiva: $p \rightarrow q$

nega-se pela 1ª vez: $\sim(p \rightarrow q) \Leftrightarrow p \wedge \sim q$

nega-se pela 2ª vez: $\sim(p \wedge \sim q) \Leftrightarrow \sim p \vee q$

Conclusão: Ao **negarmos** uma **proposição primitiva** duas vezes consecutivas, a **proposição resultante** será **equivalente** à sua **proposição primitiva.** Logo:

$$p \rightarrow q \Leftrightarrow \sim p \vee q$$

ou, **simetricamente**,

$$\sim p \vee q \Leftrightarrow p \rightarrow q$$

Portanto, para transformar uma **disjunção simples** em uma **condicional**, façamos os seguintes passos:

1º passo: Nega-se a 1ª parte da disjunção simples.

2º passo: Troca-se o conectivo "$\vee$" por "$\rightarrow$".

3º passo: Conserva-se a 2ª parte da disjunção simples.

Demonstração pela tabela-verdade:

p	*q*
V	V
V	F
F	V
F	F

....

p	$\rightarrow$	*q*
V	**V**	V
V	**F**	F
F	**V**	V
F	**V**	F
1º	**2º**	1º

....

~p	$\vee$	*q*
F	**V**	V
F	**F**	F
V	**V**	V
V	**V**	F
1º	**2º**	1º

Portanto, teremos a seguinte **equivalência lógica** a partir de uma **disjunção simples** dada:

"X é azul **ou** Y **não é** vermelho" $\Leftrightarrow$ "**Se** X **não é** azul, **então** Y **não é** vermelho"

Não havendo alternativa para essa **equivalência**, buscaremos, a partir desse raciocínio, outra **equivalência** daquela adquirida anteriormente.

Lembramos que, de uma **condicional**, podemos obter outra **condicional equivalente** à primeira, pela **contraposição** ou **contrapositiva**, da seguinte forma:

$$p \rightarrow q \Leftrightarrow \sim q \rightarrow \sim p$$

Partindo da **condicional** obtida pela **Dupla Negação**, podemos aplicar a essa **condicional** a **contrapositiva** (**contraposição**), então veja:

"X é azul **ou** Y **não é** vermelho" $\Leftrightarrow$ "**Se** X **não é** azul, **então** Y **não é** vermelho"

(Dupla Negação ou Teoria da Involução)

"**Se** X **não é** azul, **então** Y **não é** vermelho" $\Leftrightarrow$ "**Se** Y é vermelho, **então** X é azul"

(contrapositiva ou contraposição)

Logo, teremos pela **transitividade**:

"X é azul **ou** Y **não é** vermelho" $\Leftrightarrow$ "**Se** Y é vermelho, **então** X é azul"

Gabarito: letra **D**.

Outra **forma direta** é dada pela aplicação da **tabela-verdade**. Denotaremos inicialmente as seguintes **proposições simples**:

p: X é azul;

q: Y é vermelho.

Simbolizando a **disjunção simples** dada: “X é azul **ou** Y **não é** vermelho”, teremos: $p \vee \sim q$, que possui a seguinte **tabela-verdade**:

p	***q***
V	V
V	F
F	V
F	F

p	$\vee$	***~q***
V	**V**	F
V	**V**	V
F	**F**	F
F	**V**	V
1º	**2º**	1º

Analisando as **tabelas-verdade** de cada alternativa, teremos:

a) Se X é azul, então Y não é vermelho. : $p \to \sim q$

b) X é azul se, e somente se, Y não é vermelho. : $p \leftrightarrow \sim q$

c) Se X não é azul, então Y é vermelho. : $\sim p \to q$

d) Se Y é vermelho, então X é azul. : $q \to p$

e) X não é azul e Y é vermelho. : $\sim p \wedge q$

p	***q***
V	V
V	F
F	V
F	F

p	$\to$	***~q***
V	**F**	F
V	**V**	V
F	**V**	F
F	**V**	V
1º	**2º**	1º

a)

p	$\leftrightarrow$	***~q***
V	**F**	F
V	**V**	V
F	**V**	F
F	**F**	V
1º	**2º**	1º

b)

~p	$\to$	***q***
F	**V**	V
F	**V**	F
V	**V**	V
V	**F**	F
1º	**2º**	1º

c)

q	$\to$	***p***
V	**V**	V
F	**V**	V
V	**F**	F
F	**V**	F
1º	**2º**	1º

d)

~p	$\wedge$	***q***
F	**F**	V
F	**F**	F
V	**V**	V
V	**F**	F
1º	**2º**	1º

e)

De todas as alternativas, apenas a **letra d** corresponde à **equivalência** dada por: $p \vee \sim q$. Comparando-se, temos:

p	***q***
V	V
V	F
F	V
F	F

p	$\vee$	***~q***		***q***	$\to$	***p***
V	**V**	F		V	**V**	V
V	**V**	V		F	**V**	V
F	**F**	F		V	**F**	F
F	**V**	V		F	**V**	F
1º	**2º**	1º		1º	**2º**	1º

Disjunção dada **d)**

Gabarito: letra **D**.

31. (Esaf) Dizer que NÃO É VERDADE que “Pedro é pobre e Alberto é alto”, é logicamente equivalente a dizer que é verdade

que:

a) Pedro não é pobre ou Alberto não é alto.
b) Pedro não é pobre e Alberto não é alto.
c) Pedro é pobre ou Alberto não é alto.
d) se Pedro não é pobre, então Alberto é alto.
e) se Pedro não é pobre, então Alberto não é alto.

Resolução:

Para **negarmos** uma **conjunção**, basta **negarmos suas partes** e **trocarmos** o **conectivo de conjunção** (“e”) pela **disjunção** (“ou”):

$$\sim(p \wedge q) \Leftrightarrow (\sim p \vee \sim q)$$

Assim, teremos:

~(Pedro é pobre **e** Alberto é alto) ⇔ Pedro **não** é pobre **ou** Alberto **não** é alto

Gabarito: letra **A**.

32. (Esaf) X e Y são números tais que: “Se $X \leq 4$, então $Y > 7$”. Sendo assim:

a) se $Y \leq 7$, então $X > 4$;
b) se $Y > 7$, então $X \geq 4$;
c) se $X \geq 4$, então $Y < 7$;
d) se $Y < 7$, então $X \geq 4$;
e) se $X < 4$, então $Y \geq 7$.

Resolução:

Para obtermos uma **proposição condicional equivalente** de outra **proposição condicional**, basta aplicar o conceito da **contraposição** ou **contrapositiva**, da seguinte forma:

$$(p \rightarrow q) \Leftrightarrow (\sim q \rightarrow \sim p)$$

Dessa forma, teremos:

Se $X \leq 4$, então $Y \mathbf{>} 7$ ⇔ Se $Y \leq 7$, então $X \mathbf{>} 4$

Gabarito: letra **A**.

33. (Valec) Se não é verdade que Paulo gosta de futebol ou de cinema, avalie as afirmativas a seguir:

I. Paulo não gosta de futebol.
II. Paulo não gosta de cinema.
III. Paulo não gosta de futebol nem de cinema.
IV. Pode ser que Paulo goste de futebol e de cinema.

Estão corretas:

a) I e II, apenas;
b) II e IV, apenas;
c) II, III e IV;
d) I e III, apenas;
e) I, II e III.

Resolução:

Nesse caso, tem-se a **negação** de uma **disjunção simples**, do tipo **“~(A ou B)”**. Para negarmos uma **disjunção simples**, aplicaremos a seguinte **Lei de Morgan**:

~(A **ou** B) ⇔ (~A) **e** (~B)

Ou seja, nega-se a **1ª parte**, troca-se o **conectivo-disjunção** (“*ou*”) pelo **conectivo-**

conjunção ("*e*") e, por último, **nega-se** a **2ª parte**.

Assim, teremos:

~(Paulo **gosta** de futebol **ou** de cinema) ⇔ Paulo **não gosta** de futebol **e não gosta** de cinema.

ou, ainda:

~(Paulo **gosta** de futebol **ou** de cinema) ⇔ Paulo **não gosta** de futebol, **nem** de cinema.

Avaliando as alternativas:
I. Paulo não gosta de futebol. **(VERDADE)**
II. Paulo não gosta de cinema. **(VERDADE)**
III. Paulo não gosta de futebol nem de cinema. **(VERDADE)**
IV. Pode ser que Paulo goste de futebol e de cinema. **(FALSO)**

Gabarito: letra **E**.

34. (AOCP) Considere a sentença: "Se Ana é professora, então Camila é médica." A proposição equivalente a esta sentença é:
a) Ana não é professora ou Camila é médica.
b) Se Ana é médica, então Camila é professora.
c) Se Camila é médica, então Ana é professora.
d) Se Ana é professora, então Camila não é médica.
e) Se Ana não é professora, então Camila não é médica.

Existem **duas equivalências particulares** em relação a uma **condicional** do tipo **"Se A, então B"**.

1ª. Pela **contrapositiva** ou **contraposição**: "**Se A, então B"** é **equivalente** a "**Se ~B, então ~A"**.

"**Se** Ana **é** professora, **então** Camila **é** médica." Será *equivalente* a:

"**Se** Camila **não é** médica, **então** Ana **não é** professora."

2ª. Pela **Teoria da Involução** ou **Dupla Negação**: "**Se A, então B"** é **equivalente** a **"~A ou B"**.

"**Se** Ana **é** professora, **então** Camila **é** médica." Será **equivalente** a:

"Ana **não é** professora **ou** Camila **é** médica."

Ficaremos, então, com a **segunda equivalência**, já que esta figura no **gabarito**.

Gabarito: letra **A**.

35. Se Viviane não dança, Márcia não canta. Logo,
a) Viviane dançar é condição suficiente para Márcia cantar.
b) Viviane não dançar é condição necessária para Márcia não cantar.
c) Viviane dançar é condição necessária para Márcia cantar.
d) Viviane não dançar é condição suficiente para Márcia cantar.
e) Viviane dançar é condição necessária para Márcia não cantar.

Resolução:

Inicialmente, reescreveremos a **condicional** dada na forma de **condição suficiente** e **condição necessária**:

“Se Viviane não dança, Márcia não canta”

1ª possibilidade: Viviane não dançar é **condição suficiente** para Márcia não cantar. Não há alternativa para essa possibilidade.

2ª possibilidade: Márcia não cantar é condição necessária para Viviane não dançar. Não há alternativa para essa possibilidade.

Não havendo alternativa, modificaremos a **condicional inicial**, transformando-a em outra **condicional equivalente**. Nesse caso utilizaremos o conceito da **contrapositiva** ou **contraposição**: $p \rightarrow q \Leftrightarrow \sim q \rightarrow \sim p$

“Se Viviane não dança, Márcia não canta” ⇔ “Se Márcia canta, Viviane dança”

Transformando a **condicional** “Se Márcia canta, Viviane dança” na forma de **condição suficiente** e **condição necessária**, obteremos as seguintes possibilidades:

1ª possibilidade: Márcia cantar é condição suficiente para Viviane dançar. Não há alternativa para essa possibilidade.

2ª possibilidade: Viviane dançar é condição necessária para Márcia cantar.

Gabarito: letra **C**.

36. (Esaf) A negação da afirmação condicional “Se estiver chovendo, eu levo o guarda-chuva” é:

a) Se não estiver chovendo, eu levo o guarda-chuva.
b) Não está chovendo e eu levo o guarda-chuva.
c) Não está chovendo e eu não levo o guarda-chuva.
d) Se estiver chovendo, eu não levo o guarda-chuva.
e) Está chovendo e eu não levo o guarda-chuva.

Resolução:

A **negação** de uma **condicional** do tipo **“~(Se A, então B)”** será dada por:

~(**Se** A, **então** B) ⇔(A) **e** (~B)

Ou seja, confirma-se a 1ª **parte**, **troca-se** o **conectivo-condicional** (“Se..., então...”) pelo **conectivo-conjunção** (“e”) e, por último, nega-se a **2ª parte**.

Assim, teremos:

~(“**Se estiver** chovendo, eu **levo** o guarda-chuva”) ⇔ **Está** chovendo **e** eu **não levo** o guarda-chuva.

Gabarito: letra **E**.

37. (Esaf) Dizer que “André é artista ou Bernardo não é engenheiro” é logicamente *equivalente* a dizer que:

a) André é artista se, e somente se, Bernardo não é engenheiro.
b) Se André é artista, então Bernardo não é engenheiro.
c) Se André não é artista, então Bernardo é engenheiro
d) Se Bernardo é engenheiro, então André é artista.
e) André não é artista e Bernardo é engenheiro.

Resolução:

Dada uma **disjunção**, tem-se como **equivalência** uma **condicional** representada por:

~(A **ou** B) ⇔ (**Se não** A, **então** B) (**Teoria da Involução**)

Portanto, para transformar uma **disjunção simples** em uma **condicional**, façamos de acordo com os seguintes passos:

1º passo: nega-se a 1ª parte da **disjunção simples**.

2º passo: troca-se o **conectivo** "$\vee$" por "$\rightarrow$".

3º passo: conserva-se a 2ª parte da **disjunção simples**.

Assim, teremos a seguinte **equivalência**:

~("André **é** artista **ou** Bernardo **não é** engenheiro") $\Leftrightarrow$ "**Se** André não é artista, então Bernardo **não é** engenheiro"

Como **não há** alternativa para essa **equivalência**, devemos buscar outra **proposição equivalente** dessa **condicional** encontrada, que, nesse caso, acharemos pela **contrapositiva** ou **contraposição**.

Lembramos que: **~**(**Se** A, **então** B) $\Leftrightarrow$ (**Se não** B, **então não** A)

Portanto, teremos a seguinte **equivalência**:

"**Se** André não é artista, então Bernardo **não é** engenheiro" $\Leftrightarrow$ "**Se** Bernardo **é** engenheiro, **então** André **é** artista"

Gabarito: letra **D**.

6.9. Exercícios propostos de concursos anteriores

120. (Funiversa) Considere as seguintes proposições:

p: Breno é eletricista;
q: Nestor passou no concurso;
r: Ana se casou.

A melhor tradução para a linguagem corrente da proposição $\sim p \rightarrow \sim(q \vee \sim r)$ é:

a) Se Breno não é eletricista, então Nestor não passou no concurso e Ana se casou;
b) Se Breno não é eletricista, então Nestor não passou no concurso ou Ana se casou;
c) Não é verdade que se Breno não é eletricista, então Nestor passou no concurso e Ana se casou;
d) Se Breno não é eletricista, então nem Nestor passou no concurso nem Ana se casou;
e) Se não é verdade que Breno é eletricista, então não é verdade que Nestor passou no concurso e não é verdade que Ana se casou.

121. (Cesgranrio) Sejam as seguintes afirmações:

I. $[(p \vee q) \rightarrow r] \Leftrightarrow [(\sim r) \rightarrow \sim(p \vee q)]$
II. $\sim(p \wedge \sim q) \Leftrightarrow p \rightarrow q$
III. $[p \rightarrow (\sim q)] \Leftrightarrow [(\sim p) \vee (\sim q)]$
IV. $(p \vee q) \Leftrightarrow [(\sim p) \wedge (\sim q)]$
V. $[(\sim q) \rightarrow \sim(p)] \Leftrightarrow p \rightarrow q$

A sequência a seguir está correta em:

a) V, V, V, F, V;
b) F, F, V, F, V;
c) F, V, V, F, V;
d) V, V, V, F, F;
e) V, F, V, F, V.

122. (Esaf) Dizer que não é verdade que "A = B e C = D" é logicamente equivalente a dizer que é verdade que:

a) A não é B e C não é D;
b) A não é B ou C não é D;.
c) A é B ou C não é D;
d) se A não é B, então C é D;

e) se A não é B, então C não é D.

123. (Esaf) A negação de “Maria comprou uma blusa nova e foi ao cinema com José” é:
a) Maria não comprou uma blusa nova ou não foi ao cinema com José;
b) Maria não comprou uma blusa nova e foi ao cinema sozinha;
c) Maria não comprou uma blusa nova e não foi ao cinema com José;
d) Maria não comprou uma blusa nova e não foi ao cinema;
e) Maria comprou uma blusa nova, mas não foi ao cinema com José.

124. (Esaf) Maria foi informada por João que “Ana é prima de Beatriz e Carina é prima de Denise”. Como Maria sabe que João sempre mente, Maria tem certeza que a afirmação é falsa. Desse modo, e do ponto de vista lógico, Maria pode concluir que é VERDADE que:
a) Ana é prima de Beatriz ou Carina não é prima de Denise;
b) Ana não é prima de Beatriz e Carina não é prima de Denise;
c) Ana não é prima de Beatriz ou Carina não é prima de Denise;
d) se Ana não é prima de Beatriz, então Carina é prima de Denise;
e) se Ana não é prima de Beatriz, então Carina não é prima de Denise.

125. (Esaf) Dois colegas estão tentando resolver um problema de Matemática. Pedro afirma para Paulo que “$X = B$ e $Y = D$”. Como Paulo sabe que Pedro sempre mente, então, do ponto de vista lógico, Paulo pode afirmar corretamente que:
a) $X \neq B$ e $Y \neq D$;
b) $X = B$ ou $Y \neq D$;
c) $X \neq B$ ou $Y \neq D$;
d) se $X \neq B$, então $Y \neq D$;
e) se $X \neq B$, então $Y = D$.

126. (Esaf) A negação de: “Milão é a capital da Itália ou Paris é a capital da Inglaterra” é:
a) Milão não é a capital da Itália;
b) Milão não é a capital da Itália e Paris não é a capital da Inglaterra;
c) Milão não é a capital da Itália ou Paris não é a capital da Inglaterra;
d) Paris não é a capital da Inglaterra;
e) Milão é a capital da Itália e Paris não é a capital da Inglaterra.

127. (Cespe/UnB) Com base nas regras da lógica sentencial, assinale a opção que corresponde à negação da proposição “Mário é contador e Norberto é estatístico”.
a) Se Mário não é contador, então Norberto não é estatístico.
b) Mário não é contador e Norberto não é estatístico.
c) Se Mário não é contador, então Norberto é estatístico.
d) Se Mário é contador, então Norberto não é estatístico.
e) Se Mário é contador, então Norberto é estatístico.

128. (UnB/Cespe) Uma proposição da forma: $\neg A \vee \neg B$ é equivalente a uma proposição da forma: $\neg(A \wedge B)$, isto é, essas proposições têm exatamente os mesmos valores V e F. Considere que “A” simbolize a proposição “Pedro tem 20 anos de idade” e “B” simbolize “Pedro é assistente administrativo”. Assinale a opção equivalente à negação da proposição “Pedro tem 20 anos de idade e é assistente administrativo”.
a) Pedro não tem 20 anos de idade e não é assistente administrativo.
b) Pedro não tem 20 anos de idade ou Pedro não é assistente administrativo.
c) Pedro tem 20 anos de idade e não é assistente administrativo.
d) Pedro não tem 20 anos de idade ou Pedro é assistente administrativo.

129. (Cesgranrio) Dizer que não é verdade que “José é gordo e Carlos é alto” é logicamente equivalente a dizer que é verdade que:
a) José não é gordo ou Carlos não é alto;
b) José não é gordo e Carlos não é alto;
c) José é gordo ou Carlos não é alto;
d) se José não é gordo, então Carlos é alto;
e) se José não é gordo, então Carlos não é alto.

130. (FCC) Uma proposição logicamente equivalente à negação da proposição “Se o cão mia, então o gato não late” é a proposição:

a) o cão mia e o gato late;
b) o cão mia ou o gato late;
c) o cão não mia ou o gato late;
d) o cão não mia e o gato late;
e) o cão não mia ou o gato não late.

131. (Cesgranrio) A negação de “$x > 4$ ou $x < 2$” é:

a) $x < 4$ e $x > 2$;
b) $x < 4$ ou $x > 2$;
c) $x \leq 4$ ou $x > 2$;
d) $x \leq 4$ e $x \geq 2$;
e) $x \leq 4$ ou $x \geq 2$.

132. (Funiversa) Após uma investigação policial, um agente encontrou na cena do crime um papel com a seguinte informação: “Zé pistola matou e Zeca dedinho não fugiu”. Sabendo-se que esta informação é FALSA, o agente deduziu que:

a) Zé pistola não matou e Zeca dedinho fugiu;
b) Zé pistola não matou ou Zeca dedinho fugiu;
c) Zeca dedinho não fugiu e Zé pistola não matou;
d) Zeca dedinho fugiu ou Zé pistola matou;
e) Ou Zé pistola matou, ou Zeca dedinho não fugiu.

133. (Cesgranrio) A negação da proposição “Mário é brasileiro ou Maria não é boliviana” é:

a) Mário não é brasileiro e Maria é boliviana;.
b) Mário não é brasileiro ou Maria é boliviana;
c) Mário não é brasileiro e Maria não é boliviana;
d) Mário é brasileiro e Maria não é boliviana;
e) Mário é brasileiro se e somente se Maria não for boliviana.

134. (Cesgranrio) Se não é verdade que “Ana é atleta e Jorge não é jornalista”, logo, é verdade que:

a) Nem Ana é atleta nem Jorge é jornalista;
b) Ana não é atleta e Jorge é jornalista;
c) Ana é atleta ou Jorge não é jornalista;
d) Ana não é atleta ou Jorge não é jornalista;
e) Ana não é atleta ou Jorge é jornalista.

135. (FCC) Considere as proposições:

p: Sansão é forte
q: Dalila é linda
A negação da proposição $p \wedge \sim q$ é:
a) Se Dalila não é linda, então Sansão é forte;
b) Se Sansão não é forte, então Dalila não é linda;
c) Não é verdade que Sansão é forte e Dalila é linda;
d) Sansão não é forte ou Dalila é linda;
e) Sansão não é forte e Dalila é linda.

136. (FCC) A negação da sentença “A Terra é chata e a Lua é um planeta” é:

a) Se a Terra é chata, então a Lua não é um planeta;
b) Se a Lua não é um planeta, então a Terra não é chata;
c) A Terra não é chata e a Lua não é um planeta;
d) A Terra não é chata ou a Lua é um planeta;
e) A Terra não é chata, se a Lua não é um planeta.

137. (Esaf) A negação de “Ana ou Pedro vão ao cinema e Maria fica em casa” é:

a) Ana e Pedro não vão ao cinema ou Maria fica em casa;
b) Ana e Pedro não vão ao cinema ou Maria não fica em casa;
c) Ana ou Pedro vão ao cinema ou Maria não fica em casa;

d) Ana ou Pedro não vão ao cinema e Maria não fica em casa;
e) Ana e Pedro não vão ao cinema e Maria fica em casa.

138. (Cesgranrio) A negação da proposição “Se o candidato estuda, então passa no concurso” é:
a) o candidato não estuda e passa no concurso;
b) o candidato estuda e não passa no concurso;
c) se o candidato estuda, então não passa no concurso;
d) se o candidato não estuda, então passa no concurso;
e) se o candidato não estuda, então não passa no concurso.

139. (Esaf) A negação da afirmação condicional “Se estiver chovendo, eu levo o guarda-chuva” é:
a) Se não estiver chovendo, eu levo o guarda-chuva;
b) Se não está chovendo eu levo o guarda-chuva;
c) Não está chovendo e eu não levo o guarda-chuva;
d) Se estiver chovendo, eu não levo o guarda-chuva;
e) Está chovendo e eu não levo o guarda-chuva.

140. (Esaf) A negação da afirmação condicional “Se Ana viajar, Paulo vai viajar” é:
a) Ana não está viajando e Paulo vai viajar;
b) Se Ana não viajar, Paulo vai viajar;
c) Ana está viajando e Paulo não vai viajar;
d) Ana não está viajando e Paulo não vai viajar;
e) Se Ana estiver viajando, Paulo não vai viajar.

141. (Esaf) Considere a seguinte sentença: “Não é verdade que, se os impostos baixarem, então haverá mais oferta de emprego”. Pode-se concluir que:
a) haverá mais oferta de emprego se os impostos baixarem;
b) se os impostos baixarem, não haverá mais oferta de emprego;
c) os impostos baixam e não haverá mais oferta de emprego;
d) os impostos baixam e haverá mais oferta de emprego;.
e) se os impostos não baixarem, não haverá mais oferta de emprego.

142. (Esaf) A negação da proposição “A seleção brasileira classificou-se para a copa do mundo, mas não jogou bem” é:
a) A seleção brasileira não se classificou para a copa do mundo e não jogou bem;
b) A seleção brasileira classificou-se para a copa do mundo ou não jogou bem;
c) A seleção brasileira não se classificou para a copa do mundo, mas jogou bem;
d) A seleção brasileira não se classificou para a copa do mundo ou jogou bem;
e) A seleção brasileira classificou-se para a copa do mundo e não jogou bem.

143. (Cespe/UnB) A negação da proposição “A prova será aplicada no local previsto ou o seu horário de aplicação será alterado” pode ser escrita como:
a) A prova não será aplicada no local previsto ou o seu horário de aplicação não será alterado;
b) A prova não será aplicada no local previsto ou o seu horário de aplicação será alterado;
c) A prova será aplicada no local previsto mas o seu horário de aplicação não será alterado;
d) A prova não será aplicada no local previsto e o seu horário de aplicação não será alterado.

144. (FCC) Considere as proposições simples:
p: “Maly é usuária do Metrô”
q: “Maly gosta de dirigir automóvel”
A negação da proposição composta: $p \wedge \sim q$ é:
a) Maly não é usuária do Metrô ou gosta de dirigir automóvel;
b) Maly não é usuária do Metrô e não gosta de dirigir automóvel;
c) Não é verdade que Maly não é usuária do Metrô e não gosta de dirigir automóvel;
d) Não é verdade que, se Maly não é usuária do Metrô, então ela gosta de dirigir automóvel;
e) Se Maly não é usuária do Metrô, então ela não gosta de dirigir automóvel.

145. (Consulplan) Se não é verdade que “Rogério é sociólogo ou Rita não é médica”, então:
a) Rogério não é sociólogo ou Rita é médica;

b) Rogério não é sociólogo e Rita é médica;
c) Se Rogério não é sociólogo, então Rita é médica;
d) Se Rita é médica, então Rogério não é sociólogo;
e) Rogério é sociólogo e Rita não é médica.

146. (Funiversa) Proposições lógicas podem ser expressas simbolicamente da seguinte maneira:
$\vee$ = conectivo "ou". Ex.: "A ou B" é representado por $A \vee B$.
$\wedge$ = conectivo "e". Ex.: "A e B" é representado por $A \wedge B$.
~ = negação. Ex.: "A negação de C" é representada por ~C.
$\rightarrow$ = relação de implicação. Ex.: "Se A, então B" é representado por $A \rightarrow B$.
Usando a notação dada anteriormente, assinale a alternativa que apresenta, corretamente, a negação da proposição composta:
$[(A \vee B) \wedge \sim C] \rightarrow [D \rightarrow \sim E]$.
a) $[(\sim A \vee \sim B) \wedge C] \rightarrow [\sim D \wedge E]$;
b) $[\sim D \wedge E] \rightarrow [(\sim A \vee B) \wedge \sim C]$;
c) $[(A \vee B) \wedge \sim C] \wedge [\sim D \vee E]$;
d) $[D \wedge \sim E] \rightarrow [(\sim C \vee \sim A) \vee (\sim C \vee \sim B)]$;
e) $[\sim D \vee E] \rightarrow [(\sim A \wedge \sim B) \wedge (\sim C \vee \sim B)]$.

147. (FCC) Se é FALSA a informação "Carlos estudar é condição necessária para Cássio não passar no concurso", logo é VERDADE que:
a) Cássio não passa no concurso, mas Carlos estuda;
b) Se Carlos estuda, então Cássio passa no concurso;
c) Cássio não passa no concurso ou Carlos estuda;
d) Se Cássio passa no concurso, então Carlos estuda;
e) Cássio não passa no concurso e Carlos não estuda.

148. (Funiversa) Um suspeito de assassinato de um garçom, ao ser interrogado, afirmou:
"Se ele morreu baleado, então eu não sou o assassino."
Um investigador concluiu que a verdade é exatamente a negação da proposição contrária desta proposição. Com base nisso, é CORRETO concluir logicamente que:
a) se o suspeito é o assassino, então o garçom morreu baleado;
b) o garçom morreu baleado ou o suspeito não é o assassino;
c) o garçom morreu baleado, mas o suspeito não é o assassino;
d) o garçom não morreu baleado ou o suspeito é o assassino;
e) o garçom não morreu baleado, e o suspeito não é o assassino.

149. (Esaf) Dizer que "Pedro não é pedreiro ou Paulo é paulista" é, do ponto de vista lógico, o mesmo que dizer que:
a) se Pedro é pedreiro, então Paulo é paulista;
b) se Paulo é paulista, então Pedro é pedreiro;
c) se Pedro não é pedreiro, então Paulo é paulista;
d) se Pedro é pedreiro, então Paulo não é paulista;
e) se Pedro não é pedreiro, então Paulo não é paulista.

150. (Esaf) Um renomado economista afirma que "A inflação não baixa ou a taxa de juros aumenta". Do ponto de vista lógico, a afirmação do renomado economista equivale a dizer que:
a) se a inflação baixa, então a taxa de juros não aumenta;
b) se a taxa de juros aumenta, então a inflação baixa;
c) se a inflação não baixa, então a taxa de juros aumenta;
d) se a inflação baixa, então a taxa de juros aumenta;
e) se a inflação não baixa, então a taxa de juros não aumenta.

151. (Esaf) Uma sentença logicamente equivalente a "Se Ana é bela, então Carina é feia" é:
a) Se Ana não é bela, então Carina não é feia;
b) Ana é bela ou Carina não é feia;
c) Se Carina é feia, Ana é bela;
d) Ana é bela ou Carina é feia;

e) Se Carina não é feia, então Ana não é bela.

152. (Esaf) Uma afirmação equivalente à afirmação “Se bebo, então não dirijo” é:
a) Se não bebo, então não dirijo;
b) Se não dirijo, então não bebo;
c) Se não dirijo, então bebo;
d) Se não bebo, então dirijo;
e) Se dirijo, então não bebo.

153. (Esaf) Uma proposição equivalente à afirmação “Se Pedro não é pianista, então Daniel é delegado” é:
a) Se Pedro é pianista, então Daniel não é delegado;
b) Se Daniel não é delegado, então Pedro é pianista;
c) Pedro é pianista e Daniel não é delegado;
d) Pedro não é pianista e Daniel não é delegado;
e) Pedro é pianista se, e somente se, Daniel for delegado.

154. (Iades) “Se Lula é o cara, então Obama é o craque.” A proposição equivalente a esta é:
a) Se Obama é o craque, então Lula é o cara;
b) Se Lula não é o cara, então Obama não é o craque;
c) Lula é o cara ou Obama não é o craque;
d) Lula não é o cara ou Obama é o craque.

155. (Cesgranrio) Sabe-se que “toda vez que chove, faz frio”. Se a afirmação anterior é verdadeira, então, também será VERDADE que:
a) Se chove, então não faz frio;
b) Se não faz frio, então chove;
c) Chove e não faz frio;
d) Não chove ou faz frio;
e) Não chove ou não faz frio.

156. (FCC) Sabendo-se que é verdade que “José viajar é condição suficiente para Rosa não chorar”, logo, tem-se que, também será verdade que:
a) Se Rosa chora, então José não viaja;
b) Se Rosa não chora, então José não viaja;
c) Se José não viaja, então Rosa chora;
d) Se José não viaja, então Rosa chora;
e) Rosa chora se, e somente se, José não viajar.

157. (FCC) Uma proposição logicamente equivalente a “Se praticar esportes, então a saúde não fica precária”, será?
a) Se a saúde fica precária, então pratique esportes;
b) Pratique esportes e a saúde fica precária;
c) Não pratique esportes ou a saúde não fica precária;
d) Não pratique esportes e a saúde não fica precária;
e) Pratique esportes ou a saúde não fica precária.

158. (Funiversa) Cada uma das alternativas a seguir apresenta duas operações lógicas. Assinale a alternativa em que as duas operações lógicas possuem a mesma tabela-verdade.
a) A e (B ou C) – (A ou B) e (A ou C).
b) A e (B e C) – A ou B ou C.
c) A ou (B e C) – (A ou B) e (A ou C).
d) A ou (B ou C) – A e B e C.
e) A e (B ou C) – A e B e C.

159. (FCC) Durante uma sessão no plenário da Assembleia Legislativa, o presidente da mesa fez a seguinte declaração, dirigindo-se às galerias da casa: “Se as manifestações desrespeitosas não forem interrompidas, eu não darei início à votação.”
Esta declaração é logicamente equivalente à afirmação:
a) Se o presidente da mesa deu início à votação, então as manifestações desrespeitosas foram interrompidas;
b) Se o presidente da mesa não deu início à votação, então as manifestações desrespeitosas não foram interrompidas;

c) Se as manifestações desrespeitosas forem interrompidas, então o presidente da mesa dará início à votação;
d) Se as manifestações desrespeitosas continuarem, então o presidente da mesa começará a votação;
e) Se as manifestações desrespeitosas não continuarem, então o presidente da mesa não começará a votação.

160. (Consulplan) Considerando que, "se Roberto vai trabalhar, Marta não fica em casa", logo, pode-se concluir que:
a) Se Roberto não vai trabalhar, Marta fica em casa;
b) Se Marta fica em casa, Roberto vai trabalhar;
c) Roberto não vai trabalhar ou Marta fica em casa;
d) Roberto não vai trabalhar ou Marta não fica em casa;
e) Roberto não vai trabalhar e Marta não fica em casa.

161. (Consulplan) Cristóvão e Luíza almoçam juntos todos os dias. Sabe-se que "Se Cristóvão come carne vermelha, então Luíza come peixe". Pode-se concluir que:
a) Se Cristóvão come peixe, então Luíza não come carne vermelha;
b) Se Luiza come carne vermelha, então Cristóvão come peixe;
c) Se Cristóvão não come carne vermelha, então Luíza não come peixe;
d) Se Luíza não come peixe, então Cristóvão não come carne vermelha;
e) Se Cristóvão come peixe, então Luíza come carne vermelha.

162. De acordo com a afirmação "É necessário que Ricardo seja nomeado para que Rute não trabalhe", logo:
a) Se Ricardo é nomeado, então Rute não trabalha;
b) Se Ricardo não é nomeado, então Rute trabalha;
c) Se Rute não trabalha, então Ricardo não é nomeado;
d) Se Rute não trabalha, então Ricardo não é nomeado;
e) Se Rute trabalha, então Ricardo é nomeado.

163. (FCC) Considere a seguinte proposição:
"Se uma pessoa não faz cursos de aperfeiçoamento na sua área de trabalho, então ela não melhora o seu desempenho profissional."
Uma proposição logicamente equivalente à proposição dada é:
a) É falso que, uma pessoa não melhora o seu desempenho profissional ou faz cursos de aperfeiçoamento na sua área de trabalho;
b) Não é verdade que, uma pessoa não faz cursos de aperfeiçoamento profissional e não melhora o seu desempenho profissional;
c) Se uma pessoa não melhora seu desempenho profissional, então ela não faz cursos de aperfeiçoamento na sua área de trabalho;
d) Uma pessoa melhora o seu desempenho profissional ou não faz cursos de aperfeiçoamento na sua área de trabalho;
e) Uma pessoa não melhora seu desempenho profissional ou faz cursos de aperfeiçoamento na sua área de trabalho.

164. (FCC) Um dos novos funcionários de um cartório, responsável por orientar o público, recebeu a seguinte instrução: "Se uma pessoa precisar autenticar documentos, encaminhe-a ao setor verde."
Considerando que essa instrução é sempre cumprida corretamente, pode-se concluir que, necessariamente,
a) uma pessoa que não precise autenticar documentos nunca é encaminhada ao setor verde;
b) toda pessoa encaminhada ao setor verde precisa autenticar documentos;
c) somente as pessoas que precisam autenticar documentos são encaminhadas ao setor verde;
d) a única função das pessoas que trabalham no setor verde é autenticar documentos;
e) toda pessoa que não é encaminhada ao setor verde não precisa autenticar documentos.

165. (FCC) Um analista esportivo afirmou:
"Sempre que o time X joga em seu estádio marca pelo menos dois gols."
De acordo com essa afirmação, conclui-se que, necessariamente,
a) o time X marca mais gols em seu estádio do que fora dele;
b) o time X marca menos de dois gols quando joga fora de seu estádio;
c) se o time X marcar um único gol em um jogo, este terá ocorrido fora de seu estádio;
d) se o time X marcar três gols em um jogo, este terá ocorrido em seu estádio;
e) o time X nunca é derrotado quando joga em seu estádio.

166. (AOCP) Considere a sentença: "Se Ana é professora, então Camila é médica." A proposição equivalente a esta sentença é:

a) Ana não é professora ou Camila é médica;
b) Se Ana é médica, então Camila é professora;
c) Se Camila é médica, então Ana é professora;
d) Se Ana é professora, então Camila não é médica;
e) Se Ana não é professora, então Camila não é médica.

167. (Esaf) Dizer que "Ana não é alegre ou Beatriz é feliz" é, do ponto de vista lógico, o mesmo que dizer que:
a) Se Ana não é alegre, então Beatriz é feliz;
b) Se Beatriz é feliz, então Ana é alegre;
c) Se Ana é alegre, então Beatriz é feliz;
d) Se Ana é alegre, então Beatriz não é feliz;
e) Se Ana não é alegre, então Beatriz não é feliz.

168. (Esaf) Uma sentença logicamente equivalente a "Pedro é economista, então Luisa é solteira", é:
a) Pedro é economista ou Luisa é solteira;
b) Pedro é economista ou Luisa não é solteira;
c) Se Luisa é solteira, Pedro é economista;
d) Se Pedro não é economista, então Luisa não é solteira;
e) Se Luisa não é solteira, então Pedro não é economista.

169. (FCC) Um economista deu a seguinte declaração em uma entrevista: "Se os juros bancários são altos, então a inflação é baixa". Uma proposição logicamente equivalente à do economista é:
a) Se a inflação não é baixa, então os juros bancários não são altos;
b) Se a inflação é alta, então os juros bancários são altos;
c) Se os juros bancários não são altos, então a inflação não é baixa;
d) Os juros bancários são baixos e a inflação é baixa;
e) Ou os juros bancários ou a inflação é baixa.

170. (Mack) Duas grandezas x e y são tais que "Se $x = 3$, então $y = 7$". Pode-se concluir que:
a) Se $x \neq 3$, então $y \neq 7$;
b) Se $y = 7$, então $x = 3$;
c) Se $y \neq 7$, então $x \neq 3$;
d) Se $x = 5$, então $y = 5$.
e) Nenhuma das conclusões acima é válida.

171. (Cespe/UnB) Sabendo-se que o símbolo "~" denota negação, e que o símbolo "$\vee$" denota o conectivo lógico "ou", a proposição $A \rightarrow B$, que é lida "Se A, então B", pode ser reescrita como:
a) $A \vee B$;
b) $\sim A \vee B$;
c) $A \vee \sim B$;
d) $\sim A \vee \sim B$;
e) $\sim(A \vee B)$.

172. (NCE) Considere a sentença: "Se é carnaval, os sambistas dançam nas ruas." A contrapositiva dessa sentença é:
a) Se os sambistas não dançam nas ruas, não é carnaval;
b) Se os sambistas dançam nas ruas, não é carnaval;
c) Se não é carnaval, os sambistas não dançam nas ruas;
d) Se os sambistas dançam nas ruas, é carnaval;
e) Se é carnaval, os sambistas não dançam nas ruas.

173. (FCC) Considere as seguintes proposições:
I. Se Jonas implantar um sistema informatizado em sua empresa, então poderá fazer o monitoramento de seus projetos com mais facilidade.
II. Se Jonas não implantar um sistema informatizado em sua empresa, então ele não poderá fazer o monitoramento de seus projetos com mais facilidade.
III. É falso que Jonas implantará um sistema informatizado em sua empresa e não fará o monitoramento de seus projetos com mais facilidade.
IV. Jonas faz o monitoramento de seus projetos com mais facilidade ou não implanta um sistema informatizado em sua

empresa.

Relativamente a essas proposições, é CORRETO afirmar que são logicamente equivalentes apenas as de números:

a) 2, 3, e 4;
b) 1, 3 e 4;
c) 1, 2 e 3;
d) 3 e 4;
e) 1 e 2.

174. (Esaf) A afirmação “Não é verdade que, se Pedro está em Roma, então Paulo está em Paris” é logicamente equivalente à afirmação:

a) É verdade que “Pedro está em Roma e Paulo não está em Paris”;
b) Não é verdade que “Pedro está em Roma ou Paulo não está em Paris”;
c) Não é verdade que “Pedro não está em Roma ou Paulo não está em Paris”;
d) É verdade que “Pedro não está em Roma ou Paulo está em Paris”;
e) É verdade que “Pedro não está em Roma ou Paulo não está em Paris”.

175. (FCC) “Se Lucia é pintora, então ela é feliz.” Portanto:

a) Se Lucia não é feliz, então ela não é pintora;
b) Se Lucia é feliz, então ela é pintora;
c) Se Lucia é feliz, então ela não é pintora;
d) Se Lucia não é pintora, então ela é feliz;
e) Se Lucia é pintora, então ela não é feliz.

176. (UFF) Numa cidade litorânea é rigorosamente obedecida a seguinte ordem do prefeito:

“Se não chover, então todos os bares à beira-mar deverão ser abertos.”

Pode-se afirmar que:

a) Se todos os bares à beira-mar estão abertos, então choveu;
b) Se todos os bares à beira-mar estão abertos, então não choveu;
c) Se choveu, então todos os bares à beira-mar não estão abertos;
d) Se choveu, então todos os bares à beira-mar estão abertos;
e) Se um bar à beira-mar não está aberto, então choveu.

177. (UFF) Considere a proposição verdadeira: “Se duas retas são perpendiculares então o ângulo formado entre elas mede 90º.” A partir desta proposição podemos afirmar que:

a) Se as retas r e s não são perpendiculares então r e s não formam um ângulo de 90º;
b) Se as retas r e s não formam um ângulo de 90º então as retas r e s são perpendiculares;
c) Se as retas r e s formam um ângulo de 90º então r e s não são perpendiculares;
d) Se duas retas r e s não formam entre si um ângulo de 90º então as retas r e s não são perpendiculares;
e) Se duas retas r e s não são perpendiculares então as retas r e s formam entre si um ângulo de 90º.

178. (ICMS) Considere a afirmação como verdadeira: “Se eu estudar bastante, então passarei de ano”. A opção VERDADEIRA é:

a) Se eu não estudar bastante passarei de ano;
b) Se eu não estudar bastante então não passarei de ano;
c) Só passarei de ano se eu estudar bastante;
d) Se eu não passar de ano é porque não estudei bastante;
e) Mesmo que eu estude bastante não passarei de ano.

179. (ICMS) Duas pessoas que sabiam lógica, um estudante e um garçom, tiveram o seguinte diálogo numa lanchonete:

Garçom: O que deseja?

Estudante: Se eu comer um sanduíche então não comerei salada, mas tomarei sorvete.

A situação que torna a declaração do estudante FALSA é:

a) O estudante não comeu salada, mas tomou sorvete;
b) O estudante comeu sanduíche, não comeu salada e tomou sorvete;
c) O estudante não comeu sanduíche;
d) O estudante comeu sanduíche, mas não tomou sorvete;
e) O estudante não comeu sanduíche, mas comeu salada.

180. (FCC) Se “p” e “q” são proposições, então a proposição $p \wedge (\sim q)$ é equivalente a:

a) $\sim(p \rightarrow \sim q)$;
b) $\sim(p \rightarrow q)$;
c) $\sim q \rightarrow \sim p$;
d) $\sim(q \rightarrow \sim p)$;
e) $\sim(p \vee \sim q)$.

181. (Esaf) Se Rodrigo mentiu, então ele é culpado. Logo:

a) Se Rodrigo não é culpado, então ele não mentiu;
b) Rodrigo é culpado;
c) Se Rodrigo não mentiu, então ele não é culpado;
d) Rodrigo mentiu;
e) Se Rodrigo é culpado, então ele mentiu.

Julgue as questões de 182 a 191 como CERTAS (C) ou ERRADAS (E).

182. (Cespe/UnB) Proposições da forma: $\neg(P \vee Q)$ e $[(\neg P) \wedge (\neg Q)]$ são equivalentes.

183. (Cespe/UnB) As proposições compostas: $A \rightarrow (\neg B)$ e $A \wedge B$ têm exatamente os mesmos valores lógicos, independentemente das atribuições V ou F dadas às proposições simples “A” e “B”.

184. (Cespe/UnB) A contrapositiva da afirmação “Se Carlos é juiz, o processo foi julgado no tribunal superior e foi baixado para a primeira instância” será “Carlos é Juiz e o processo não foi julgado no tribunal superior ou não foi baixado para a primeira instância”.

185. (Cespe/UnB) As proposições compostas $(\sim A) \vee (\neg B)$ e $A \wedge B$ têm exatamente valores lógicos distintos, independentemente das atribuições V ou F dadas às proposições simples “A” e “B”.

186. (Cespe/UnB) As proposições $(\neg A) \vee (\neg B)$ e $A \rightarrow B$ têm os mesmos valores lógicos para todas as possíveis valorações lógicas das proposições “A” e “B”.

(Cespe/UnB) Considerando os símbolos lógicos $\neg$(negação), $\wedge$ (conjunção), $\vee$ (disjunção), $\rightarrow$ (condicional) e as proposições:
S: $(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge r) \rightarrow q \vee r$; e
T: $((p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge r)) \wedge (\neg q \wedge \neg r)$.

Julgue as questões que se seguem como certas (C) ou erradas (E):

187. As proposições compostas: “$\neg$S” e “T” são equivalentes, ou seja, têm a mesma tabela-verdade, independentemente dos valores lógicos das proposições simples “p”, “q”, e “r” que as constituem.

188. (UnB/Cespe) A negação da proposição “Se um trabalhador tinha qualidade de segurado da previdência social ao falecer, então seus dependentes têm direito a pensão” é logicamente equivalente à proposição “Um trabalhador tinha qualidade de segurado da previdência social ao falecer, mas seus dependentes não têm direito a pensão”.

189. (Cespe/UnB) A negação da proposição “O presidente é o membro mais antigo do Tribunal e o corregedor é o vice-presidente” é “O presidente é o membro mais novo do Tribunal e o corregedor não é o vice-presidente”.

190. (Cespe/UnB) A negação da proposição “Estes papéis são rascunhos ou não têm mais serventia para o desenvolvimento dos trabalhos” é equivalente a “Estes papéis não são rascunhos e têm serventia para o desenvolvimento dos trabalhos”.

191. (Cespe/UnB) A proposição “Um papel é rascunho ou não tem mais serventia para o desenvolvimento dos trabalhos” é equivalente a “Se um papel tem serventia para o desenvolvimento dos trabalhos, então é um rascunho”.

Capítulo 7

Proposições Categóricas

Definição: As **proposições** formadas (**iniciadas**) com os seguintes termos: **"todo"**, **"algum"** e **"nenhum"** são denominadas **proposições categóricas**.

Possuem as seguintes formas:

a) *Todo* A *é* B.
b) *Nenhum* A *é* B.
c) *Algum* A *é* B.
d) *Algum* A *não é* B.

onde, "A" e "B" são os **termos** ou **características** dessas **proposições categóricas**.

Exemplos:

a) *Todo* soldado *é* bravo.
b) *Nenhum* atleta *é* preguiçoso.
c) *Algum* jogador de futebol *é* destro.
d) *Algum* planeta *não é* habitável.

Proposição categórica	Termos ou características
Todo soldado ***é*** bravo.	"soldado" e "bravo"
Nenhum atleta ***é*** preguiçoso.	"atleta" e "preguiçoso"
Algum jogador de futebol ***é*** destro.	"jogador de futebol" e "destro"
Algum planeta ***não é*** habitável.	"planeta" e "habitável"

7.1. Classificação de uma proposição categórica

As **proposições categóricas** são classificadas em dois tipos: **universais** e **particulares**; que por sua vez são subclassificadas em: **universal afirmativa**, **universal negativa**, **particular afirmativa** e **particular negativa**:

Universais: {
universal afirmativa: ***Todo*** A ***é*** B.
universal negativa: ***Nenhum*** A ***é*** B.

Particulares: {
particular afirmativa: ***Algum*** A ***é*** B.
particular negativa: ***Algum*** A não ***é*** B.

7.1.1. Universal afirmativa

"*Todo* A *é* B**"**

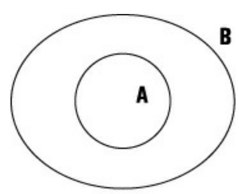
Tais **proposições** afirmam que o conjunto "A" **está contido** no conjunto "B", ou seja, que **todo** e **qualquer** elemento de "A" é também elemento de "B".

OBSERVAÇÃO:
Dizer que **"*Todo*** A ***é*** B**"** não significa o mesmo que **"*Todo*** B ***é*** A**"**.

Exemplo:
"Todo médico é altruísta" não significa o mesmo que **"Toda pessoa altruísta é médica"**.

São **equivalentes** as seguintes **expressões categóricas**:
a) *Todo* homem *é* racional.
b) *Qualquer* homem *é* racional.
c) *Cada* homem *é* racional.
d) *Se* é homem, *é* racional.

A **universal afirmativa** (**"***Todo* A *é* B**"**) pode ser representada, na forma de **diagramas**, por:



(A ⊂ B)

7.1.2. Universal negativa

"*Nenhum* A *é* B**"**

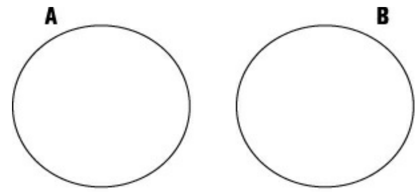
Tais **proposições** afirmam que *não há* elementos em comum entre os conjuntos "A" e "B".

OBSERVAÇÃO:
Dizer que **"*nenhum*** A ***é*** B**"** é o mesmo que dizer **"*nenhum*** B ***é*** A**"**.

Exemplo:
"Nenhum policial é corrupto" possui o mesmo significado que **"nenhuma pessoa corrupta é policial"**.

São **equivalentes** as seguintes **expressões categóricas**:
a) *Nenhum* ladrão *é* honesto.
b) *Todo* ladrão *não é* honesto.

A **universal negativa** (**"***Nenhum* A *é* B**"**) pode ser representada, na forma de **diagramas**, por:



$(A \cap B = \varnothing)$

7.1.3. Particular afirmativa

"*Algum* A *é B*"

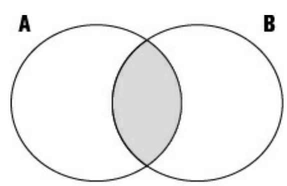
De maneira geral, **proposições** da forma *Algum* A *é* B estabelecem que o conjunto "A" tem **pelo menos um elemento em comum** com o conjunto "B". Contudo, quando dizemos que *Algum* A *é* B, presumimos que *nem todo* A *é* B.

OBSERVAÇÃO:
Dizer que: **"*Algum*** A ***é*** B**"** é o mesmo que **"*Algum*** B ***é*** A**"**.

Exemplo:
"Algum aluno é estudioso" é o mesmo que **"Alguma pessoa estudiosa é aluno"**.

São **equivalentes** as seguintes **expressões categóricas**:
a) *Algum* aluno *é* estudioso.
b) *Pelo menos um* aluno *é* estudioso.
c) *Ao menos um* aluno *é* estudioso.
d) *Existem* alunos *que são* estudiosos.
e) *Existe pelo menos um* aluno *que é* estudioso.

A **particular afirmativa** (**"***Algum* A *é* B**"**) pode ser representada, na forma de **diagramas**, por:



$(A \cap B \neq \varnothing)$

7.1.4. Particular Negativa

"*Algum* A *não é* B**"**

Proposições na forma *Algum* A *não é* B estabelecem que o conjunto "A" tem **pelo menos um elemento** que *não pertence* ao conjunto "B".

OBSERVAÇÃO:
Dizer que: ***Algum*** A ***não é*** B não significa o mesmo que ***Algum*** B ***não é*** A.

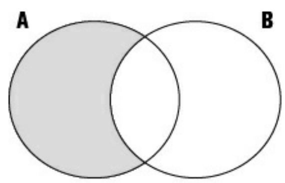
Exemplo:
"Algum animal não é mamífero" não é o mesmo que dizer que **"Algum mamífero não é animal"**.

Serão consideradas **equivalentes** as seguintes **expressões categóricas**:
a) *Algum* físico *não é* matemático.
b) *Algum* físico *é não* matemático.

c) *Algum não* matemático *é* físico.
d) *Nem todo* Físico *é* matemático.
e) *Existe um* físico *que não é* matemático.
f) *Pelo menos um* físico *não é* matemático.
g) *Ao menos um* físico *não é* matemático.
h) *Existe pelo menos um* físico *que não é* matemático.

Cuidado: Nas **proposições categóricas**, usam-se também as **variações gramaticais** dos verbos "*ser*" e "*estar*", tais como "*é*", "*são*", "*está*", "*foi*", "*eram*", ..., como **"elo"** entre A e B.

A **particular negativa** (**"***Algum* A *não é* B**"**) pode ser representada, na forma de **diagramas**, por:



(A ⊄ B)

7.2. Negações das proposições categóricas

Ao negarmos uma **proposição categórica**, devemos observar as seguintes convenções de **equivalência**:

- Ao negarmos uma **proposição categórica universal** geramos uma **proposição categórica particular**.
- Pela **recíproca de uma negação**, ao negarmos uma **proposição categórica particular** geramos uma **proposição categórica universal**.
- Negando uma **proposição de natureza afirmativa** geramos, sempre, uma **proposição de natureza negativa**; e, pela **recíproca**, negando uma **proposição de natureza negativa** geramos, sempre, uma **proposição de natureza afirmativa**.

Assim, teremos:

- $\sim(\underbrace{\textbf{\textit{Todo}}\ \text{A}\ \textbf{\textit{é}}\ \text{B}}_{\substack{\textit{universal}\\ \textit{afirmativa}}}) \Leftrightarrow \underbrace{\textbf{\textit{Algum}}\ \text{A}\ \textbf{\textit{não é}}\ \text{B}}_{\substack{\textit{particular}\\ \textit{negativa}}}$

- $\sim(\underbrace{\textbf{\textit{Nenhum}}\ \text{A}\ \textbf{\textit{é}}\ \text{B}}_{\substack{\textit{universal}\\ \textit{negativa}}}) \Leftrightarrow \underbrace{\textbf{\textit{Algum}}\ \text{A}\ \textbf{\textit{é}}\ \text{B}}_{\substack{\textit{particular}\\ \textit{afirmativa}}}$

Conclusão: A **negação** de uma **universal afirmativa** é uma **particular negativa**, e a **negação** de uma **universal negativa** é uma **particular afirmativa**.

Pela **recíproca** da **negação**, teremos:

- $\sim(\underbrace{\textbf{\textit{Algum}}\ \text{A}\ \textbf{\textit{não é}}\ \text{B}}_{\substack{\textit{particular}\\ \textit{negativa}}}) \Leftrightarrow \underbrace{\textbf{\textit{Todo}}\ \text{A}\ \textbf{\textit{é}}\ \text{B}}_{\substack{\textit{universal}\\ \textit{afirmativa}}}$

- $\sim(\underbrace{\textbf{\textit{Algum}}\ \text{A}\ \textit{é}\ \text{B}}_{\substack{\textit{particular}\\ \textit{afirmativa}}}) \Leftrightarrow \underbrace{\textbf{\textit{Nenhum}}\ \text{A}\ \textit{é}\ \text{B}}_{\substack{\textit{universal}\\ \textit{negativa}}}$

Conclusão: A **negação** de uma **particular negativa** é uma **universal afirmativa**, e a **negação** de uma **particular afirmativa** é uma **universal negativa**.

Exemplos:

1. A **negação** da **proposição**: "*Todo* jogador *é* atleta" será representada por:
   a) *Algum* jogador *não é* atleta.
   b) *Algum* jogador *é não* atleta.
   c) *Algum não* atleta *é* jogador.
   d) *Existem* jogadores *que não são* atletas.
   e) *Pelo menos um* jogador *não é* atleta.
   f) *Existe pelo menos um* jogador *que não é* atleta.
   g) *Ao menos um* jogador *não é* atleta.
   h) *Nem todo* jogador *é* atleta.

2. A **negação** da **proposição**: "**Nenhum** vegetariano come carne**"** será representada por:
   a) *Algum* vegetariano come carne.
   b) *Existem* vegetarianos *que* comem carne.
   c) *Pelo menos um* vegetariano come carne.
   d) *Existe pelo menos um* vegetariano *que* come carne.
   d) *Ao menos um* vegetariano come carne.

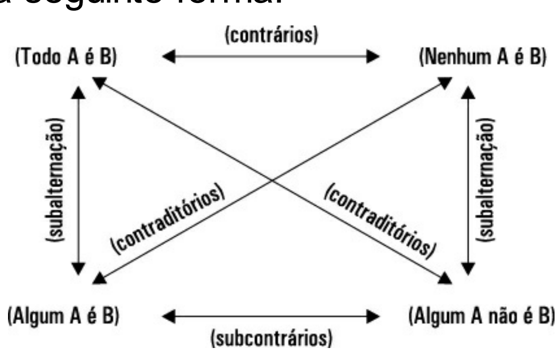
3. A **negação** da **proposição**: "**Algum** empresário **não é** empreendedor" será representada por:
   a) *Todo* empresário *é* empreendedor.

4. A **negação** da **proposição**: "**Algum** poeta **é** romântico" será representada por:
   a) *Nenhum* poeta *é* romântico.
   b) *Todo* poeta *não é* romântico.

7.3. Quadro de oposições e inferências imediatas

O **quadro de oposição** surge com a **Lógica Aristotélica** a fim de poder validar alguns tipos de **proposições**, de forma **quantitativa** e **qualitativa**.

O **relacionamento** ocorre da seguinte forma:



O **quadro de oposição** mostra como é a relação de **verdade** e **falsidade** quando comparamos tais **proposições categóricas** entre si.

7.3.1. Contraditórias

As **proposições contraditórias** mantêm, entre si, o **termo sujeito (A)** e **predicado (B)** inalterados, mas se **opõem** em **quantidade** e **qualidade**. Assim, as duas **proposições** são **contraditórias** se uma delas for a **negação** da outra.

OBSERVAÇÃO:
Ambas ***não*** podem ser ***verdadeiras*** nem ***falsas*** ao mesmo tempo.

Exemplo:

Todos os atletas **são** cautelosos ← **(contraditórias)** → **Algum** atleta **não é** cauteloso
ou, ainda:
Nenhum estagiário **é** competente ← **(contraditórias)** → **Algum** estagiário **é** competente.

7.3.2. Contrárias

As **proposições contrárias** mantêm, entre si, o **termo sujeito (A)** e **predicado (B)** fixos, mas mantêm a mesma **qualidade** divergindo na **quantidade**.

OBSERVAÇÃO:
Ambas ***não*** podem ser ***verdadeiras***, mas ambas podem ser ***falsas*** ao mesmo tempo.

Exemplo:

Todos os soldados **são** bravos ← **(contrárias)** → **Nenhum** soldado **é** bravo.

7.3.3. Subcontrárias

As **proposições subcontrárias** mantêm, entre si, o **termo sujeito (A)** e **predicado (B)** inalterados, mas mantêm a mesma **quantidade** divergindo na **qualidade**.

OBSERVAÇÃO:
Assim ambas podem ser ***verdadeiras***, mas ambas não podem ser ***falsas*** ao mesmo tempo.

Exemplo:

Algum médico **é** altruísta ← **(contrárias)** → **Algum** médico **não é** altruísta.

7.3.4. Subalternação

A **subalternação** mantém, entre si, o **termo sujeito (A)** e **predicado (B)** inalterados, mas mantém a mesma **qualidade** divergindo na **quantidade**.

Observações:
1: Assim a **superalterna** (***universal afirmativa – todo*** A ***é*** B) acarreta a **subalterna** (***particular afirmativa – algum*** A ***é*** B), mas ***não*** o contrário.
2: Assim a **superalterna** (***universal negativa – nenhum*** A ***é*** B) acarreta a **subalterna** (***particular negativa – algum*** A ***não é*** B), mas ***não*** o contrário.

Exemplo:

Todos os animais **são** mamíferos ← **(subalternas)** → **Algum** animal **é** mamífero.

7.4. Exercícios resolvidos para aprendizagem de concursos anteriores

38. (Valec) Se NÃO é VERDADE que “Epaminondas estuda sempre que seu time joga”, então
a) Epaminondas nunca estuda quando seu time joga.
b) Epaminondas pode estudar quando seu time jogar.
c) Epaminondas estuda apenas quando seu time não joga.
d) Epaminondas às vezes estuda quando seu time joga.
e) Epaminondas só estuda de vez em quando.

Resolução:

Podemos reescrever o enunciado da seguinte forma:

“Se **NÃO é verdade** que Epaminondas estuda sempre que seu time joga”

ou

“Se **NÃO é verdade** que sempre que seu time joga Epaminondas estuda”

ou, ainda

“Se **NÃO é verdade** que toda vez que seu time joga Epaminondas estuda”

Dessa última forma, tem-se a **negação** de uma **proposição categórica** do tipo **“Todo** A *é* B**”** e, como é sabido, a **negação** de uma **universal afirmativa** (**“***Todo* A *é* B**”**) é uma *particular negativa*, do tipo **“***Algum* A *não é* B**”**.

~(*Todo* A *é* B) ⇔ *Algum* A *não é* B

ou seja,

~(*toda vez* que seu time *joga* Epaminondas *estuda*) ⇔ *Alguma* vez que seu time *joga* Epaminondas *não estuda*.

O que podemos concluir é que, se **alguma vez** que seu time joga Epaminondas **não estuda**, então pode ocorrer que **das outras vezes** que seu time **jogar** ele **pode estudar**.

Gabarito: letra **B**.

39. (Cesgranrio) Se não é verdade que “todos os cariocas sejam flamenguistas”, é CORRETO concluir que:
a) o conjunto dos cariocas contém o conjunto dos flamenguistas;
b) o conjunto dos flamenguistas contém o conjunto dos cariocas;
c) todos os flamenguistas são cariocas;
d) algum carioca não é flamenguista;
e) nenhum carioca é flamenguista.

Resolução:

Nesse exercício, está sendo **negada** uma **universal afirmativa** do tipo “*Todo* A *é* B”. E, como é sabido, ao **negarmos** uma **universal afirmativa geramos** uma **particular negativa** do tipo “*Algum* A *não é* B”, portanto, teremos a seguinte representação para tal **negação**:

~(*todos* os cariocas *sejam* flamenguistas) ⇔ *algum* carioca *não é* flamenguista.

Gabarito: letra **D**.

40. (FJPF) Se é FALSO que “nenhum homem é pessoa confiável”, então é CORRETO afirmar que:
a) Todos os homens são pessoas confiáveis;
b) Existe pelo menos um homem que é confiável;
c) Algum homem não é confiável;
d) Pelo menos uma pessoa confiável não é homem;
e) Algum homem não é pessoa confiável.

Resolução:

Sabendo-se que **é falso** que "nenhum homem é pessoa confiável", então, a **verdade** será a **negação** dessa **universal negativa**. Lembramos que uma **universal negativa** do tipo "*nenhum* A *é* B" ao ser **negada** gera uma **particular afirmativa** do tipo "*Algum* A *é* B". Assim, teremos:

~(*Nenhum* homem *é* pessoa confiável) ⇔ *Algum* homem *é* pessoa confiável

ou, ainda, suas respectivas **equivalências**:

Algum homem *é* pessoa confiável.
Existe homem *que é* pessoa confiável.
Pelo menos um homem *é* pessoa confiável.
Existe pelo menos um homem *que é* pessoa confiável.
Ao menos um homem *é* pessoa confiável.

Gabarito: letra **B**.

41. (Esaf) Considerando que NÃO É VERDADE que "algum planeta não é habitável", então podemos afirmar que:
a) Todos os planetas são habitáveis;
b) Se é planeta, então não é habitável;
c) Algum planeta é habitável;
d) Qualquer lugar habitável é um planeta;
e) Existe pelo menos um planeta que é habitável.

Resolução:

Considerando que **não é verdade** que "algum planeta não é habitável", então a **verdad**e será representada por sua **proposição categórica equivalente** a essa **negação**, que é representada por uma **universal afirmativa** do tipo "*Todo* A *é* B", ou seja:

~(*Algum* planeta *não é* habitável) ⇔ (*Todos* os planetas *são* habitáveis)

Gabarito: letra **A**.

42. (FCC) A negação da proposição categórica "Existe um argentino que é brasileiro", pode ser expressa por:
a) Nem todos os argentinos são brasileiros;
b) Algum brasileiro é argentino;
c) Nenhum argentino é brasileiro;
d) Qualquer argentino será brasileiro;
e) Existe pelo menos um argentino que não é brasileiro.

Resolução:

A **negação** dessa **particular afirmativa** será representada por uma **universal negativa**, do tipo "*Nenhum* A *é* B". Portanto, teremos:

~(*Existe um* argentino *que é* brasileiro) ⇔ (*Nenhum* argentino *é* brasileiro)

Gabarito: letra **C**.

7.5. Exercícios propostos de concursos anteriores

192. (Consulplan) Qual é a negação da sentença "Todas as canecas estão quentes"?
a) Todas as canecas estão frias;
b) Alguma caneca está fria;
c) Nenhuma caneca está fria;

d) Alguma caneca está quente;
e) Nenhuma caneca está quente

193. (FCC) Seja a afirmação “Pelo menos um político é considerado honesto”. Então, sua contradição será dada por:
a) Não existe político que é considerado honesto;
b) Todos os políticos são considerados honestos;
c) Algum político não é considerado honesto;
d) Nenhum político é considerado honesto;
e) Nem todos os políticos são considerados honestos.

194. (Cespe/UnB) A negação da proposição “Existe um número inteiro que não real” pode ser escrita como:
a) Todo número inteiro é real;
b) Algum número inteiro é real;
c) Nenhum número inteiro é real;
d) Nem todo número inteiro é real;
e) Todo número inteiro é real.

195. (Cesgranrio) A negação da proposição “Alguns poetas não são românticos” pode ser escrita como:
a) Todos os românticos são poetas;
b) Nem todos os poetas são românticos;
c) Todos os poetas são românticos;
d) Nenhum poeta é romântico;
e) Algum poeta é romântico.

196. (Esaf) A negação de “À noite, todos os gatos são pardos” é:
a) De dia, todos os gatos são pardos;
b) De dia, nenhum gato é pardo;
c) De dia, existe pelo menos um gato que não é pardo;
d) À noite, existe pelo menos um gato que não é pardo;
e) À noite, nenhum gato é pardo.

197. (Cesgranrio) Proposições categóricas são todas as proposições do tipo “*Todo* A *é* B”; “*Algum* A *é* B; “*Nenhum* A *é* B” e “*Algum* A *não é* B”. Considerando a afirmação “Existem planetas que não são azuis”, então, é CORRETO afirmar que uma negação equivalente a esta afirmação será do tipo:
a) Algum planeta é azul;
b) Todos os planetas não são azuis;
c) Todos os planetas são azuis;
d) Nenhum planeta é azul;
e) Nem todos os planetas são azuis.

198. (FCC) Negar uma proposição inverte logicamente a afirmação. Em geral, a negação é feita colocando-se a partícula *não* antes do verbo. Por exemplo, a negação de “*Joca estuda*” é “*Joca não estuda*”. Há casos, porém, em que a negação não pode ser feita assim. É o caso de “Todo abacaxi é azedo”, cuja negação é:
a) Nem todo abacaxi é azedo;
b) Nem todo abacaxi é doce;
c) Nenhum abacaxi é doce;
d) Nenhum abacaxi é azedo;
e) Todo abacaxi é doce.

199. (Vunesp) Considerando que a negação da afirmação “Algum médico é altruísta” é “Nenhum médico é altruísta”, então a negação da proposição “Pelo menos um médico não é altruísta” será:
a) Nem todos os médicos são altruístas;
b) Nem todos os altruístas são médicos;
c) Todos os médicos são altruístas;
d) Todos os altruístas são médicos;
e) Se altruísta, então não é médico.

200. (Cespe/UnB) Se a afirmativa “Todos os românticos são bons amantes” for considerada falsa, então a afirmativa

considerada verdadeira será:

a) Algum romântico é bom amante;
b) Nem todos os românticos não são bons amantes;
c) Algum romântico não é bom amante;
d) Alguns bons amantes não são românticos;
e) Podem existir românticos que são bons amantes.

201. (Cesgranrio) Considerando que “A” seja a proposição “Todo aluno estudioso será aprovado algum dia”, então a proposição “~A” é CORRETAMENTE enunciada como:

a) Nenhum aluno estudioso será aprovado algum dia;
b) Nenhum aluno estudioso será aprovado algum dia;
c) Algum aluno estudioso será aprovado algum dia;
d) Algum aluno estudioso não será aprovado algum dia;
e) Nem todos os alunos estudiosos são aprovados sempre.

202. (Instituto Cidades) Considere a seguinte proposição: “Ninguém lutará sem motivos ou com armas”. A proposição que é uma proposição logicamente equivalente à negação da proposição anterior é:

a) Existe alguém que lutará sem motivos ou com armas;
b) Existe alguém que não lutará sem motivos ou com armas;
c) Todos lutarão sem motivos ou com armas;
d) Ninguém lutará sem motivos, mas com armas.

203. (FCC) Uma senhora afirmou que: “Todos os novelos de lã guardados numa gaveta são coloridos e nenhum deles foi usado”. Mais tarde, ela percebeu que havia se *enganado* em relação à sua afirmação, o que permite concluir que:

a) Pelo menos um novelo de lã da gaveta não é colorido ou algum deles foi usado;
b) Pelo menos um novelo de lã da gaveta não é colorido ou todos eles foram usados;
c) Os novelos de lã da gaveta não são coloridos e já foram usados;
d) Os novelos de lã da gaveta não são coloridos e algum deles já foi usado;
e) Existem novelos de lã brancos na gaveta e eles já foram usados.

204. (Esaf) Dizer que a afirmação “Todos os economistas são médicos” é FALSA, do ponto de vista lógico, equivale a dizer que a seguinte afirmação é VERDADEIRA:

a) Pelo menos um economista não é médico;
b) Nenhum economista é médico;
c) Nenhum médico é economista;
d) Pelo menos um médico não é economista;
e) Todos os não médicos são não economistas.

205. (Esaf) Pedro, após visitar uma aldeia distante, afirmou: “Não é verdade que todos os aldeões daquela aldeia não dormem a sesta”. A condição necessária e suficiente para que a afirmação de Pedro seja verdadeira é que seja VERDADEIRA a seguinte proposição:

a) No máximo um aldeão daquela aldeia não dorme a sesta;
b) Todos os aldeões daquela aldeia dormem a sesta;
c) Pelo menos um aldeão daquela aldeia dorme a sesta;
d) Nenhum aldeão daquela aldeia não dorme a sesta;
e) Nenhum aldeão daquela aldeia dorme a sesta.

206. (FCC) A negação de “Todos os felinos são leões” é:

a) Todos os leões são felinos;
b) Nenhum felino é leão;
c) Existe pelo menos um felino que não é leão;
d) Existe pelo menos um felino que é leão;
e) Às vezes, nenhum felino é leão.

207. (FCC) Se “alguns poetas são nefelibatas” e “todos os nefelibatas são melancólicos”, então, necessariamente:

a) Todo melancólico é nefelibata;
b) Todo nefelibata é poeta;
c) Algum poeta é melancólico;

d) Nenhum melancólico é poeta;
e) Nenhum poeta não é melancólico.

208. (FCC) Considerando “Todo livro é instrutivo” uma proposição verdadeira, é CORRETO inferir que:
a) “Nenhum livro é instrutivo” é uma proposição necessariamente verdadeira;
b) “Algum livro não é instrutivo é uma proposição verdadeira ou falsa;
c) “Algum livro é instrutivo” é uma proposição verdadeira ou falsa;
d) “Algum livro é instrutivo” é uma proposição necessariamente verdadeira;
e) “Algum livro não é instrutivo” é uma proposição necessariamente verdadeira.

209. (FCC) Se “algum A é B”, logo, tem-se que sua negação será:
a) Algum A é não B;
b) Nem todo A é B;
c) Existe um B que é não A;
d) Nenhum A é não B;
e) Nenhum A é B.

210. (Esaf) Se é verdade que “nenhum artista é atleta”, então também será verdade que:
a) Todos não artistas são não atletas;
b) Nenhum atleta é não artista;
c) Nenhum artista é não atleta;
d) Pelo menos um não atleta é artista;
e) Nenhum não atleta é artista.

211. (FCC) A CORRETA negação da proposição “Todos os cargos deste concurso são de analista Judiciário” é:
a) Alguns cargos deste concurso são de analista Judiciário;
b) Existem cargos deste concurso que não são de analista Judiciário;
c) Existem cargos deste concurso que são de analista Judiciário;
d) Nenhum dos cargos deste concurso não é de analista Judiciário;
e) Os cargos deste concurso são ou de analista, ou no Judiciário;

212. (UFF) Se uma proposição “X” é subalterna de uma proposição “Y”, e se “Y” é a contraditória de uma proposição “Z”, a relação entre “X” e “Z” é de:
a) contraditórias;
b) subalternas;
c) subcontrárias;
d) contrárias;
e) subalternantes.

213. (FGV) A negação de “Todos os homens são bons motoristas” é:
a) Todas as mulheres são boas motoristas;
b) Algumas mulheres são boas motoristas;
c) Nenhum homem é bom motorista;
d) Todos os homens são maus motoristas;
e) Ao menos um homem é mau motorista.

214. (FGV) A proposição “É necessário que todo acontecimento tenha causa” é equivalente a:
a) É possível que algum acontecimento não tenha causa;
b) Não é possível que algum acontecimento não tenha causa;
c) É necessário que algum acontecimento não tenha causa;
d) Não é necessário que todo acontecimento tenha causa;
e) É impossível que algum acontecimento tenha causa.

215. (Instituto Cidades) Sejam as seguintes afirmações verdadeiras:
• Todos os policiais são honestos.
• Algum engenheiro não sabe física.
Com base nessas afirmações, julgue as sentenças a seguir:
I. Todos os policiais são honestos e pelo menos um policial não é honesto é uma contradição.

II. Se Algum engenheiro não sabe Física, então todos sabem Física é uma tautologia.
É(São) verdadeira(s):
a) I;
b) II;
c) I e II;
d) nenhuma.

Julgue as questões de 216 a 222 como CERTAS (C) ou ERRADAS (E).

216. (Cespe/UnB) A negação da proposição “algum promotor de Justiça do MPE/TO tem 30 anos ou mais” é: “nem todo promotor de justiça do MPE-TO tem 30 anos ou mais”.

217. (Cespe/UnB) Seja a afirmação: “Pelo menos um homem é considerado animal racional”. Então, sua contradição será dada por: “Nenhum homem é considerado animal racional”.

218. (Cespe/UnB) Se a afirmativa “todos os beija-flores voam rapidamente” for considerada falsa, então a afirmativa “algum beija-flor não voa rapidamente” tem de ser considerada verdadeira.

219. (Cespe/UnB) Considerando que “P” seja a proposição “Todo jogador de futebol será craque algum dia”, então a proposição “¬P” é corretamente enunciada como: “Nenhum jogador de futebol será craque sempre”.

220. (Cespe/UnB) Considere a seguinte proposição: “Ninguém será considerado culpado ou condenado sem julgamento”. A proposição “Existe alguém que será considerado culpado ou condenado sem julgamento” é uma proposição logicamente equivalente à negação da proposição acima.

221. (Cespe/UnB) Se “A” for a proposição “Todos os policiais são honestos”, então a proposição “¬A” estará enunciada corretamente por: “Nenhum policial é honesto”.

222. (Cespe/UnB) A negação da proposição “Existe um triângulo equilátero e não isósceles” pode ser escrita como: “Todo triângulo equilátero é isósceles”.

Capítulo 8

Proposições Funcionais ou Quantificadas (Lógica de primeira ordem ou Lógica dos predicados)

8.1. Prolegômenos

Até agora foram analisadas **proposições** que podiam ser **valoradas** como **V** ou **F**, ou seja, as **sentenças fechadas**, como, por exemplo:

1º) "O Brasil é o maior país da América do Sul" (**verdadeira**)
2º) "A Capital do Brasil é São Paulo" (**falsa**)

Existem **expressões** que **não** podem ser **valoradas** como **V** ou **F**, pois se encontram em função de uma **variável**, e são denominadas **sentenças abertas**, como, por exemplo:

1º) "$x + 8 = 11$"
2º) "$y \geq 13$"
3º) "Em 2009, **ele** foi o presidente do Brasi.."

Observem que nestes exemplos as variáveis são: **"***x***"**, **"***y***"** e **"***ele***"**. E como ficam os **valores lógicos** dessas expressões? Analisaremos os três exemplos anteriores:

1º) "$x + 8 = 11$":

Se x **= 3**, então a expressão assumirá **valor lógico verdadeiro**.
Se $x \neq$ **3**, então a expressão assumirá **valor lógico falso**.

2º) "$y \geq 13$":

Se y for um número **maior** ou **igual** a **13** (**13, 14, 15, ...**), essa expressão assumirá *valor lógico verdadeiro*.

Se *y* for um número **menor** que **13** (**12, 11, 10, ...**), tal expressão assumirá *valor lógico falso*.

3º) "Em 2009, *ele* é o presidente do Brasil":

Se **"***ele***"** for substituído por **Lula**, então a expressão assumirá **valor lógico verdadeiro**.
Se **"***ele***"** for substituído, por exemplo, por **"Tony Ramos"**, a expressão assumirá **valoração falsa**.

Sentenças que contêm *variáveis* são chamadas de **sentenças funcionais**. Estas **sentenças não** são **proposições lógicas**, pois seu **valor lógico** (**V** ou **F**) é **discutível** em função do valor de uma **variável**. Seria possível transformar estas **sentenças abertas** em **proposições lógicas**? Sim, por meio de duas etapas: ou **atribuir valores às variáveis** ou **utilizar quantificadores**.

8.2. Quantificadores

Quantificadores são elementos que, quando associados às sentenças abertas, permitem que as mesmas sejam avaliadas como **verdadeiras** ou **falsas**, ou seja, passam a ser **qualificadas** como **sentenças fechadas**.

quantificador + sentença aberta = sentença fechada

8.2.1. O quantificador universal

O **quantificador universal**, usado para transformar **sentenças** (**proposições**) **abertas** em **proposições fechadas**, é indicado pelo símbolo "$\forall$", que se lê: "*qualquer que seja*", "*para todo*", "*para cada*". Eis alguns exemplos:

1º) $(\forall x)(x + 5 = 9)$
Lê-se: "Qualquer que seja x, temos que $x + 5 = 9$" (**falsa**).

2º) $(\forall x)(x^2 + 2x - 6 = 0)$
Lê-se: "para todo x, $x^2 + 2x - 6 = 0$" (**falsa**).

3º) $(\forall y)(y \neq 8)(y - 1 \neq 7)$
Lê-se: "Para cada valor de y, com y diferente de 8, tem-se que $y - 1 \neq 7$" (**verdadeira**).

8.2.2. O quantificador existencial

O **quantificador existencial** é indicado pelo símbolo "$\exists$" que se lê: "**existe**", "**existe pelo menos um**" e "**existe um**". Eis alguns exemplos:

1º) $(\exists x)(x + 5 = 9)$
Lê-se: "Existe um número x, tal que $x + 5 = 9$" (**verdadeira**).

2º) $(\exists x)(x^2 - x - 90 = 0)$
Lê-se: "Existe pelo menos um número x, tal que $x^2 - x - 90 = 0$" (**verdadeira**).

3º) $(\exists y)(y - 3 > 11)$
Lê-se: "Existe um número y, tal que $y - 2 > 11$" (**falsa**).

OBSERVAÇÃO:
Temos ainda um **quantificador existencial** simbolizado por "$\exists|$", que significa: **"*existe um* único"**, **"*existe um e um só*"** e **"*existe só um*"**.

8.3. Representação de uma proposição quantificada

De modo geral, uma **proposição quantificada** é caracterizada pela presença de um **quantificador** (**universal** ou **existencial**) e pelo **predicado**.

$$(\forall x)(p(x))\begin{cases}\forall: \textit{quantificador}\\ p(x): \textit{predicado}\end{cases}$$

$$(\exists x)(q(x))\begin{cases}\exists: \textit{quantificador}\\ q(x): \textit{predicado}\end{cases}$$

Exemplos:

$(\exists x)(x > 0)(x + 3 = 11)$
Quantificador: "$\exists$" – existencial.
Condição de existência da variável: "$x > 0$".
Predicado: "$x + 3 = 11$".
Lê-se: "Existe um valor para "*x*", com "*x*" maior que zero, tal que "*x*" mais 3 é igual a 11."
Valor lógico: "V".

$(\forall x)(x \in \mathrm{N})(x + 5 > 18)$
Quantificador: "$\forall$" – universal.
Condição de existência da variável: "$x \in N$ ".
Predicado: "$x + 5 > 18$".
Lê-se: Para qualquer valor de "*x*", com "*x*" pertencente ao conjunto dos naturais, tem-se que "*x*" mais 5 é maior que 18."
Valor lógico: "F".

$(\exists x)[(x + 1 = 4) \wedge (7 + x = 10)]$
Quantificador: "$\exists$" – existencial.
Condição de existência da variável: não há.
Predicado: "$(x + 1 = 4) \wedge (7 + x = 10)$".
Lê-se: "Existe um valor para "*x*", tal que "*x*" mais 1 é igual a 4 e 7 mais *x* é igual 10."
Valor lógico: "V".

$(\forall x)(x \in \mathrm{Z})[(x + 2 < 6)$ ou $(x - 7 > 2)]$
Quantificador: "$\forall$" – universal.
Condição de existência da variável: "$x \in Z$ ".
Predicado: "$(x + 2 < 6)$ ou $(x - 7 > 2)$".
Lê-se: "Para qualquer valor de "*x*", com "*x*" pertencente ao conjunto dos inteiros, tem-se que "*x*" mais 2 é menor que 6 ou "*x*" menos 7 é maior que 2."
Valor lógico: "F".

$(\forall x)(\exists y)(x, y \neq 0$ e $x, y \in \mathrm{Z})(x + y = 1)$
Quantificadores: "$\forall$" – universal; "$\exists$" – existencial.

Condição de existência da variável: "x, $y \neq 0$ e x, $y \in$ Z".
Predicado: "$x + y = 1$".
Lê-se: "Qualquer que seja o valor de "*x*", existe um valor para "*y*", com "*x*" e "*y*" diferentes de zero e pertencentes ao conjunto dos inteiros, tal que "*x*" mais "*y*" é igual a 1."
Valor lógico: "V".

OBSERVAÇÃO:
O "**domínio de discurso**", também chamado de "**universo de discurso**" ou "**domínio de quantificação**", é uma **ferramenta analítica** usada na **lógica dedutiva**, especialmente na **lógica de predicados**. Indica o **conjunto relevante** de valores, os quais os **quantificadores** se referem. O termo **"universo de discurso"** geralmente se refere à **"condição de existência"** das **variáveis** (ou **termos usados**) numa **função específica**.

Exemplo:
$(\forall x)(x \in Z)[(x + 2 < 6)$ ou $(x - 7 > 2)]$, nesse caso, serão atribuídos, para os possíveis valores da variável "*x*", apenas valores que pertençam ao conjunto dos números inteiros.

8.4. Negações de proposições quantificadas ou funcionais

I. Seja uma **sentença quantificada** do tipo $(\forall x)(A(x))$. Sua **negação** será dada da seguinte forma: substitui-se o **quantificador universal** pelo **existencial** e nega-se o **predicado** $A(x)$, obtendo-se $(\exists x)(\sim A(x))$.

Exemplo:
sentença P: $(\forall x)(x + 4 = 13)$
negação de P: $(\exists x)(x + 4 \neq 13)$

II. Seja uma **sentença quantificada** do tipo $(\exists x)(B(x))$. Sua **negação** será dada da seguinte forma: substitui-se o **quantificador existencial** pelo **universal** e nega-se o **predicado** $B(x)$, obtendo-se $(\forall x)(\sim B(x))$.

Exemplo:
sentença Q: $(\exists x)(2x > x^2)$
negação de Q: $(\forall x)(2x \leq x^2)$

De modo geral, tem-se os seguintes **passos** de raciocínio para a **negação** de uma **proposição funcional**:
1º passo: Trocam-se **os quantificadores**, de **universal** para **existencial**, ou de **existencial** para **universal**.
2º passo: Conserva-se a **condição de existência** da **variável**, caso exista.
3º passo: Nega-se o **predicado**.

8.5. Relações entre as linguagens categóricas e funcionais

Representação de uma proposição categórica	Representação simbólica quantificada	Nomenclaturas dos termos dos predicados
Algum carioca ***é*** flamenguista	$(\exists x)(p(x) \wedge q(x))$	$p(x)$: carioca $q(x)$: flamenguista
Nenhum advogado ***é*** altruísta	$\sim(\exists x)(p(x) \wedge q(x))$	$p(x)$: advogado $q(x)$: altruísta

Todo aluno ***é*** estudioso	$(\forall x)(p(x) \rightarrow q(x))$	$p(x)$: aluno $q(x)$: estudioso

8.6. Exercícios resolvidos para aprendizagem de concursos anteriores

43. Seja p(x) uma proposição com uma variável *"x"* em um universo de discurso. Qual dos itens a seguir define a negação dos quantificadores?

I. $\sim[(\forall x)(p(x))] \Leftrightarrow (\exists x)(\sim p(x))$;
II. $\sim[(\exists x)(p(x))] \Leftrightarrow (\exists x)(\sim p(x))$;
III. $\sim[(\exists x)(p(x))] \Leftrightarrow (\forall x)(\sim p(x))$;
a) apenas I;
b) apenas I e III;
c) apenas III;
d) apenas II;
e) apenas II e III.

Resolução:

Lembramos que, para *negarmos* uma **proposição funcional**, devemos seguir **três passos**, a saber:

1º passo: Trocar o **quantificador**. Se for **existencial**, **trocar** para o **universal**. Se for o **universal**, **trocar** para o **existencial**.
2º passo: Manter a **condição de existência**, caso exista.
3º passo: Negar o **predicado**.

Assim, das opções dadas pelo enunciado da questão, analisaremos qual(ais) dela(s) representa(m) corretamente a **negação** de uma **proposição funcional** ou **quantificada**.

I. $\sim[(\forall x)(p(x))] \Leftrightarrow (\exists x)(\sim p(x))$: "Trocou o *quantificador universal* "∀" pelo *existencial* "∃" e *negou* o *predicado* $p(x)$".

II. $\sim[(\exists x)(p(x))] \Leftrightarrow (\exists x)(\sim p(x))$: "**NÃO** trocou o *quantificador existencial* "∃" pelo *universal* "∀", mas *negou* o *predicado* $p(x)$".

III. $\sim[(\exists x)(p(x))] \Leftrightarrow (\forall x)(\sim p(x))$: "Trocou o *quantificador existencial* "∃" pelo *universal* "∀" e *negou* o *predicado* $p(x)$".

Portanto, as *negações* só ocorreram de maneira *correta* nas opções "I" e "III".
Gabarito: letra **B**.

44. (UFRS) A *negação* da proposição: $(\forall x \in R)(\exists\, y \in R)[x.y = 1]$ é:

a) $(\exists x \in R)\ (\forall\, y \in R)\ [x.y = 1]$;
b) $(\forall x \in R)\ (\exists\, y \in R)\ [x.y \neq 1]$;
c) $(\exists x \in R)\ (\forall\, y \in R)\ [x.y \neq 1]$;
d) $(\forall x \in R)\ (\forall\, y \in R)\ [x.y \neq 1]$;
e) $(\exists x \in R)\ (\exists\, y \in R)\ [x.y \neq 1]$.

Resolução:

Seguiremos, novamente, os **três passos** necessários para **negarmos** uma **proposição funcional**:

1º passo: Trocar o **quantificador**. Se for **existencial**, trocar para o **universal**. Se for o **universal**, trocar para o **existencial**.
2º passo: Manter a **condição de existência**, caso exista.

3º passo: Negar o **predicado**.

$$\sim[(\forall x \in R)(\exists\, y \in R)(x.y = 1)] \Leftrightarrow (\exists x \in R)\ (\forall\, y \in R)[x.y \neq 1]$$

Gabarito: letra **C**.

8.7. Exercícios propostos de concursos anteriores

223. (Vunesp) A negação de “Para todo real x existe um número real y tal que $y < x$” é equivalente a:

a) existe um real x tal que $x \leq y$ para todo real y;
b) não existe um real x tal que $x \leq y$ para todo real y;
c) existe um real x tal que $y \leq x$ para todo real y;
d) não existe um real x tal que $y \leq x$ para todo real y;
e) para todos reais x, y, com $x \leq y$, existe um z com $x < z < y$.

224. (UFRS) A negação da proposição “Para todo y, existe um x tal que y = sen (x)” é:

a) para todo y, existe um x tal que y = sen (x);
b) para todo y e para todo x, y $\neq$ sen (x);
c) existe um y e existe um x tal que y = sen (x);
d) existe um y tal que, para todo x, y = sen (x);
e) existe um y tal que, para todo x, y $\neq$ sen (x).

Julgue as questões de 225 a 230 como CERTAS (C) ou ERRADAS (E).

225. (Cespe/UnB) A proposição $(\forall x)((x > 0) \rightarrow (x + 2)$ é par) é V se “x” é um número inteiro.

226. (Cespe/UnB) Se as *variáveis* “x” e “y” pertencem ao conjunto A = {2, 3, 4} e o predicado P(x, y) é interpretado como $x^2 \leq y + 2$, então a proposição funcional $(\exists x)(\forall y)$P(x, y) é avaliada como verdadeira.

227. (Cespe/UnB) Se Q é o conjunto dos números racionais, então a proposição $(\forall x)(x \in$ Q e $x > 0)(x^2 > x)$ é valorada como F.

228. (Cespe/UnB) Se N é o conjunto dos números inteiros, então a proposição $(\exists x)(x \in$ N) [$(x–1)x(x+1)$ é divisível por 3 é julgada como V.

(Cespe/UnB) Proposições também são definidas por predicados que dependem de variáveis e, nesse caso, avaliar uma proposição como V ou F vai depender do conjunto onde essas variáveis assumem valores. Por exemplo, a proposição “Todos os advogados são homens”, que pode ser simbolizada por [$(\forall x)$(A(x) $\rightarrow$ H(x))], em que “A(x)” representa “x é advogado” e “H(x)” representa “x é homem”, será V se “x” pertencer a um conjunto de pessoas que torne a implicação V; caso contrário, será F. Para expressar simbolicamente a proposição “Algum advogado é homem”, escreve-se [$(\exists x)$(A(x) $\wedge$ H(x))]. Nesse caso, considerando que “x” pertença ao conjunto de todas as pessoas do mundo, essa proposição é V. Na tabela abaixo, em que “A” e “B” simbolizam predicados, estão simbolizadas algumas formas de proposições:

Proposição	Forma simbólica
todo A é B	$(\forall x)(A(x) \rightarrow B(x))$
nenhum A é B	$\neg\, (\exists x)(A(x) \wedge B(x))$

A partir das informações dos textos I e II, julgue as questões subsequentes:

229. A proposição “Nenhum pavão é misterioso” está corretamente simbolizada por $\neg(\exists x)(P(x) \wedge M(x))$, se P($x$) representa “$x$ é um pavão” e M(x) representa “x é misterioso”.

230. Considerando que $(\forall x)A(x)$ e $(\exists x)A(x)$ são proposições, é correto afirmar que a proposição $[(\forall x)A(x) \rightarrow (\exists x)A(x)]$ é avaliada como V em qualquer conjunto em que “x” assuma valores.

Capítulo 9

Lógica de Argumentação (dedução formal)

9.1. Prolegômenos

No estudo da **Lógica Matemática**, a **dedução formal** é a principal ferramenta para o **raciocínio válido** de um **argumento**. Ela avalia de forma genérica as **conclusões** que a **argumentação** pode tomar, quais dessas **conclusões** são **válidas** e quais são **inválidas** (**falaciosas**). Ainda na Lógica Matemática, estudam-se as formas válidas de **inferência** de uma **linguagem formal** ou **proposicional** constituindo-se, assim, a **teoria da argumentação**.

9.2. Argumentos

Um **argumento** é um **conjunto finito** de **premissas** – **proposições** –, sendo uma delas a **consequência** das demais. Tal **premissa** (**proposição**), que é o resultado **dedutivo** ou **consequência lógica** das demais, é chamada **conclusão**.

Um **argumento** é uma **fórmula**: $P_1 \wedge P_2 \wedge \ldots \wedge P_n \rightarrow Q$, em que os P_is (P_1, P_2, P_3...) e Q são **fórmulas simples** ou **compostas**. Nesse **argumento**, as **fórmulas** P_is (P_1, P_2, P_3...) são chamadas **premissas** e a **fórmula** Q é chamada **conclusão**.

OBSERVAÇÃO:
A **fórmula argumentativa** $P_1 \wedge P_2 \wedge \ldots \wedge P_n \rightarrow Q$, também poderá ser representada pela seguinte forma:

$$\begin{array}{c} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_n \\ \hline Q \end{array}$$

9.2.1. Argumentos válidos

Um **argumento é válido** quando a **conclusão** é **verdadeira (V)**, sempre que as **premissas** forem todas **verdadeiras (V)**.

Dizemos, também, que um **argumento é válido** quando a **conclusão** é uma **consequência obrigatória** das **verdades** de suas **premissas**.

Um **argumento válido** é denominado **tautologia** quando assumir, somente, **valorações verdadeiras**, independentemente de **valorações** assumidas por suas **fórmulas**.

OBSERVAÇÃO:
Podemos dizer, também, que um **argumento válido** é um **argumento bem construído** ou **legítimo**.

9.2.2. Argumentos inválidos

Um **argumento** é dito **inválido** (ou **falácia**, ou **ilegítimo** ou **mal construído**), quando as **verdades** das **premissas** são insuficientes para sustentar a **verdade** da **conclusão**.

Caso a **conclusão** seja **falsa,** decorrente das **insuficiências** geradas pelas **verdades** de suas **premissas**, tem-se como **conclusão** uma **contradição (F)**.

OBSERVAÇÃO:
A **verdade** e a **falsidade** são propriedades das **proposições**, enquanto a **validade** e a **invalidade** são propriedades inerentes aos **argumentos**. Uma **proposição** pode ser considerada **verdadeira** ou **falsa**, mas nunca **válida** e **inválida**.

9.3. Métodos para testar a validade dos argumentos

Serão apresentados alguns **métodos** de **validades de conjuntos**, tais **métodos** permitem, por **dedução** (ou **inferência**), atribuirmos **valores lógicos** às **premissas** de um **argumento**, para determinarmos uma possível **conclusão verdadeira**. Lembramos que, no **raciocínio dedutivo**, não é possível estabelecer a **verdade** de sua **conclusão** se as **premissas** não forem consideradas todas **verdadeiras**.

Além da **atribuição de valores lógicos**, podemos verificar a **validade** das informações contidas nas **premissas** de um **argumento** por **diagramas lógicos**, caso as **proposições** (**premissas**) desse **argumento** sejam formadas por **estruturas categóricas**, ou seja, por **frases** que contenham as seguintes palavras: *todo*, *algum* e *nenhum*.

9.3.1. Método de atribuição de valores lógicos

Esse **método** consiste na **dedução dos valores lógicos** das **premissas** de um **argumento**, a partir de um “ponto de referência inicial” que, geralmente, será representado pelo **valor lógico** de uma **premissa** formada por uma **proposição simples**. Lembramos que, para que um **argumento** seja **válido**, partiremos do pressuposto que todas as **premissas** que compõem esse **argumento** são, na totalidade, **verdadeiras**.

Para **dedução** dos **valores lógicos**, utilizaremos como auxílio a **tabela-verdade** dos **conectivos lógicos** já estudados.

Lembre-se que...
... uma **conjunção** é **verdadeira**, apenas, quando suas partes forem **verdadeiras**.
... uma **disjunção** é **verdadeira**, quando, **pelo menos**, uma de suas partes for **verdadeira**.
... uma **disjunção exclusiva** é **verdadeira**, quando os **valores lógicos** de suas partes forem **diferentes**.
... uma **condicional** será **falsa**, apenas, quando sua **1ª parte** for **verdadeira** e a **2ª parte** for **falsa**, caso contrário, será **verdadeira**.

... uma **bicondicional** é **verdadeira**, quando, os **valores lógicos** de suas partes forem **iguais**.

Exemplo 1:

Seja um **argumento** formado pelas seguintes **premissas**: O bárbaro usa o machado ou o príncipe não foge a cavalo. Se o rei fica assustado, então o príncipe foge a cavalo. Se a rainha fica na torre, então o bárbaro não usa o machado. Ora, sabendo-se que a rainha fica na torre. Logo:

Sejam as seguintes **premissas**:

P_1: O bárbaro usa o machado **ou** o príncipe não foge a cavalo.
P_2: Se o rei fica assustado, **então** o príncipe foge a cavalo.
P_3: Se a rainha fica na torre, **então** o bárbaro não usa o machado.
P_4: Ora, a rainha **fica** na torre.

Se o **argumento** anterior, formado pelas **premissas P_1, P_2, P_3** e **P_4**, for considerado **válido**, então todas as **premissas** que o compõem deverão ser, necessariamente, **verdadeiras**.

P_1: O bárbaro usa o machado **ou** o príncipe não foge a cavalo: **(V)**
P_2: Se o rei fica assustado, **então** o príncipe foge a cavalo: **(V)**
P_3: Se a rainha fica na torre, **então** o bárbaro não usa o machado: **(V)**
P_4: Ora, a rainha **fica** na torre: **(V)**

Portanto, pela **premissa simples P_4**, temos que **"**a rainha **fica** na torre**"**; por ser uma **proposição simples** e **verdadeira**, servirá de "**referencial inicial**" para a **dedução dos valores lógicos** das demais **proposições** que, também, compõem esse argumento. Assim, teremos:

P_1 : O bárbaro não **usa** o machado **ou** o príncipe **não foge** a cavalo.
P_2 : **Se** o rei **fica** assustado, **então** o príncipe **foge** a cavalo.
P_3 : **Se** a rainha **fica** na torre, **então** o bárbaro **usa** o machado.
P_4 : Ora, $\underbrace{\text{a rainha fica na torre}}_{(1^o)\ \mathbf{V}}$.

Já sabemos que a premissa simples **"**a rainha **fica** na torre**"** é **verdadeira**, portanto, tal **valor lógico** confirmará como **verdade** a **1ª parte** da condicional da premissa **P_3 (1º passo)**.

P_1 : O bárbaro não **usa** o machado **ou** o príncipe **não foge** a cavalo.
P_2 : **Se** o rei **fica** assustado, **então** o príncipe **foge** a cavalo.
P_3 : **Se** $\underbrace{\text{a rainha fica na torre}}_{(2^o)\ \mathbf{V}}$, **então** o bárbaro **usa** o machado.
P_4 : Ora, $\underbrace{\text{a rainha fica na torre}}_{(1^o)\ \mathbf{V}}$.

Lembramos que, se a **1ª parte** de uma **condicional** for **verdadeira**, implicará que a **2ª parte** também deverá ser **verdadeira (2º passo)**, já que a **verdade** implica outra **verdade** (*vide* a **tabela-verdade** da **condicional**).

P_1 : O bárbaro não **usa** o machado **ou** o príncipe **não foge** a cavalo.
P_2 : **Se** o rei **fica** assustado, **então** o príncipe **foge** a cavalo.
P_3 : **Se** $\underbrace{\text{a rainha \textbf{fica} na torre}}_{(2^{o})\ \mathbf{V}}$, **então** $\underbrace{\text{o bárbaro \textbf{usa} o machado}}_{(3^{o})\ \mathbf{V}}$.
P_4 : Ora, $\underbrace{\text{a rainha \textbf{fica} na torre}}_{(1^{o})\ \mathbf{V}}$.

Confirmando-se a **proposição simples "**o bárbaro **usa** o machado**"** como **verdadeira (3º passo)**, logo, a **1ª parte** da **disjunção simples** da **premissa P_1**, "o bárbaro não usa o machado", será **falsa (4º passo)**.

P_1 : $\underbrace{\text{O bárbaro \textbf{não} usa o machado}}_{(4^{o})\ \mathbf{F}}$ **ou** o príncipe **não foge** a cavalo.
P_2 : **Se** o rei **fica** assustado, **então** o príncipe **foge** a cavalo.
P_3 : **Se** $\underbrace{\text{a rainha \textbf{fica} na torre}}_{(2^{o})\ \mathbf{V}}$, **então** $\underbrace{\text{o bárbaro \textbf{usa} o machado}}_{(3^{o})\ \mathbf{V}}$.
P_4 : Ora, $\underbrace{\text{a rainha \textbf{fica} na torre}}_{(1^{o})\ \mathbf{V}}$.

Se a **premissa P_1** é formada por uma **disjunção simples**, lembraremos que ela será **verdadeira**, se **pelo menos uma** de suas partes for **verdadeira**. Sabendo-se que sua **1ª parte** é **falsa**, logo, a **2ª parte** deverá ser, necessariamente, **verdadeira (5º passo)**.

P_1 : $\underbrace{\text{O bárbaro não \textbf{usa} o machado}}_{(4^{o})\ \mathbf{F}}$ **ou** $\underbrace{\text{o príncipe \textbf{não foge} a cavalo}}_{(5^{o})\ \mathbf{V}}$.
P_2 : **Se** o rei **fica** assustado, **então** o príncipe **foge** a cavalo.
P_3 : **Se** $\underbrace{\text{a rainha \textbf{fica} na torre}}_{(2^{o})\ \mathbf{V}}$, **então** $\underbrace{\text{o bárbaro \textbf{usa} o machado}}_{(3^{o})\ \mathbf{V}}$.
P_4 : Ora, $\underbrace{\text{a rainha \textbf{fica} na torre}}_{(1^{o})\ \mathbf{V}}$.

Ao confirmarmos como **verdadeira** a **proposição simples** "o príncipe **não foge** a cavalo", então, devemos confirmar como **falsa** a **2ª parte** da **condicional "**o príncipe **foge** a cavalo**"** da **premissa P_2 (6º passo)**.

P_1 : $\underbrace{\text{O bárbaro não \textbf{usa} o machado}}_{(4^{o})\ \mathbf{F}}$ **ou** $\underbrace{\text{o príncipe \textbf{não foge} a cavalo}}_{(5^{o})\ \mathbf{V}}$.
P_2 : **Se** o rei **fica** assustado, **então** $\underbrace{\text{o príncipe \textbf{foge} a cavalo}}_{(6^{o})\ \mathbf{F}}$.
P_3 : **Se** $\underbrace{\text{a rainha \textbf{fica} na torre}}_{(2^{o})\ \mathbf{V}}$, **então** $\underbrace{\text{o bárbaro \textbf{usa} o machado}}_{(3^{o})\ \mathbf{V}}$.
P_4 : Ora, $\underbrace{\text{a rainha \textbf{fica} na torre}}_{(1^{o})\ \mathbf{V}}$.

E, por último, ao confirmar a **2ª parte** de uma **condicional** como **falsa**, devemos confirmar, também, sua **1ª parte** como **falsa (7º passo)**.

P_1: $\underbrace{\text{O bárbaro não } \textbf{usa} \text{ o machado}}_{(4^{o})\ \mathbf{F}}$ **ou** $\underbrace{\text{o príncipe } \textbf{não foge} \text{ a cavalo}}_{(5^{o})\ \mathbf{V}}$.

P_2: **Se** $\underbrace{\text{o rei } \textbf{fica} \text{ assustado}}_{(7^{o})\ \mathbf{F}}$, **então** $\underbrace{\text{o príncipe } \textbf{foge} \text{ a cavalo}}_{(6^{o})\ \mathbf{F}}$.

P_3: **Se** $\underbrace{\text{a rainha } \textbf{fica} \text{ na torre}}_{(2^{o})\ \mathbf{V}}$, **então** $\underbrace{\text{o bárbaro } \textbf{usa} \text{ o machado}}_{(3^{o})\ \mathbf{V}}$.

P_4: Ora, $\underbrace{\text{a rainha } \textbf{fica} \text{ na torre}}_{(1^{o})\ \mathbf{V}}$.

Portanto, de acordo com os **valores lógicos** atribuídos, podemos obter as seguintes **conclusões**: “a rainha **fica** na torre”; “o bárbaro **usa** o machado”; “o rei **não fica** assustado” e “o príncipe **não foge** a cavalo”.

Exemplo 2:
Seja um **argumento** formado pelas seguintes **premissas**: Se Ana vai à festa, então Marta não vai à festa. Se Paula não fica em casa, então Marta vai à festa. Nem Rita foi à festa, nem Paula ficou em casa.

Sejam as seguintes **premissas**:

P_1: Se Ana vai à festa, **então** Marta não vai à festa.
P_2: Se Paula não fica em casa, **então** Marta vai à festa.
P_3: Nem Rita foi à festa, **nem** Paula ficou em casa.

Inicialmente, reescreveremos a última **premissa** “**P_3**” na forma de uma **conjunção**, já que a forma “**nem** A, **nem** B” pode ser também representada por “**não** A **e não** B”. Portanto, teremos:

Então, sejam as **premissas**:

P_1: Se Ana vai à festa, **então** Marta não vai à festa.
P_2: Se Paula não fica em casa, **então** Marta vai à festa.
P_3: Rita **não** foi à festa **e** Paula **não** ficou em casa.

Lembramos que, para que esse **argumento** seja **válido**, todas as **premissas** que o compõem deverão ser necessariamente **verdadeiras**.

P_1: Se Ana vai à festa, **então** Marta não vai à festa: **(V)**
P_2: Se Paula não fica em casa, **então** Marta vai à festa: **(V)**
P_3: Rita **não** foi à festa **e** Paula **não** ficou em casa: **(V)**

Nesse caso, não há um “**ponto de referência**”, ou seja, não temos uma **proposição simples** que faça parte desse **argumento**; logo, tomaremos como **verdade** a **conjunção** da **premissa** “**P_3**”, já que uma **conjunção** é considerada **verdadeira** somente quando suas partes forem **verdadeiras**. Assim, teremos a confirmação dos seguintes **valores lógicos verdadeiros**: “Rita **não** foi à festa” (**1º passo**) e “Paula **não** ficou em casa” (**2º passo**).

P_1 : Se Ana vai à festa, **então** Marta não vai a festa.

P_2 : Se Paula não fica em casa, **então** Marta vai a festa.

P_3 : $\underbrace{\text{Rita \textbf{não} foi a festa}}_{\mathbf{(1^o)\ V}}$ **e** $\underbrace{\text{Paula \textbf{não} ficou em casa}}_{\mathbf{(2^o)\ V}}$.

Ao confirmar a **proposição simples** “Paula **não** fica em casa” como **verdadeira**, estaremos confirmando, também, como **verdadeira** a **1ª parte** da **condicional** da **premissa** “**P_2**” (**3º passo**).

P_1 : Se Ana vai à festa, **então** Marta não vai à festa.

P_2 : Se $\underbrace{\text{Paula não fica em casa}}_{\mathbf{(3^o)\ V}}$, **então** Marta vai à festa.

P_3 : $\underbrace{\text{Rita \textbf{não} foi à festa}}_{\mathbf{(1^o)\ V}}$ **e** $\underbrace{\text{Paula \textbf{não} ficou em casa}}_{\mathbf{(2^o)\ V}}$.

Se a **1ª parte** de uma **condicional** for **verdadeira**, logo, a **2ª parte** também deverá ser **verdadeira**, já que uma **verdade implica** outra **verdade**. Assim, concluímos que “Marta vai à festa” (**4º passo**).

P_1 : Se Ana vai à festa, **então** Marta não vai à festa.

P_2 : Se $\underbrace{\text{Paula não fica em casa}}_{\mathbf{(3^o)\ V}}$, **então** $\underbrace{\text{Marta vai à festa}}_{\mathbf{(4^o)\ V}}$.

P_3 : $\underbrace{\text{Rita \textbf{não} foi à festa}}_{(1^o)\ V}$ **e** $\underbrace{\text{Paula \textbf{não} ficou em casa}}_{\mathbf{(2^o)\ V}}$.

Sabendo-se que “Marta **vai** à festa” é uma **proposição simples verdadeira**, então a **2ª parte** da **condicional** da **premissa P_1** será **falsa** (**5º passo**). Lembramos que, sempre que confirmarmos como **falsa** a **2ª parte** de uma **condicional**, devemos confirmar também como **falsa** a **1ª parte** (**6º passo**), já que F $\rightarrow$ F: V.

P_1 : Se $\underbrace{\text{Ana vai à festa}}_{\mathbf{(6^o)\ F}}$, **então** $\underbrace{\text{Marta não vai à festa}}_{\mathbf{(5^o)\ F}}$.

P_2 : Se $\underbrace{\text{Paula não fica em casa}}_{\mathbf{(3^o)\ V}}$, **então** $\underbrace{\text{Marta vai à festa}}_{\mathbf{(4^o)\ V}}$.

P_3 : $\underbrace{\text{Rita \textbf{não} foi à festa}}_{\mathbf{(1^o)\ V}}$ **e** $\underbrace{\text{Paula \textbf{não} ficou em casa}}_{\mathbf{(2^o)\ V}}$.

Portanto, de acordo com os **valores lógicos** atribuídos, podemos obter as seguintes **conclusões**: “Ana **não vai** à festa”; “Marta **vai** à festa”; “Paula **não fica** em casa” e “Rita **não foi** à festa”.

Exemplo 3:

Seja um **argumento** formado pelas seguintes **premissas**: Ou estudo ou não durmo. Se é feriado, então não estudo. Se durmo, então não saio de casa.

Sejam as seguintes **premissas**:

P_1: Ou estudo **ou** não durmo.

P_2: Se é feriado, **então** não estudo.

P_3: Se durmo, **então** não saio de casa.

Lembramos que, para que esse **argumento** seja **válido**, todas as **premissas** que o compõem deverão ser necessariamente **verdadeiras**.

P_1: Ou estudo **ou** não durmo**: (V)**

P_2: Se é feriado, **então** não estudo**: (V)**

P_3: Se durmo, **então** não saio de casa**: (V)**

Temos aqui, novamente, um **argumento** que não possui um "ponto de referência inicial", ou seja, uma **proposição simples** que servirá de "ponto de partida" para a dedução dos demais **valores lógicos** das outras **proposições simples** que compõem as demais **premissas**.

Para esse **argumento**, em particular, devemos então iniciar a dedução dos **valores lógicos** pela **disjunção exclusiva**, pois é sabido que ela será **verdadeira** somente quando possuir **valorações distintas** em suas partes. Assim, denotaremos como **verdade** a **1ª parte** dessa **disjunção exclusiva** (**1º passo**) e, por conseguinte, como **falsa**, a **2ª parte** (**2º passo**).

$$\mathbf{P_1}: \textbf{ Ou } \underbrace{\text{estudo}}_{\textbf{(1º) V}} \textbf{ ou } \underbrace{\text{não durmo}}_{\textbf{(2º) F}}.$$
$$\mathbf{P_2}: \text{ Se é feriado, } \textbf{então} \text{ não estudo.}$$
$$\mathbf{P_3}: \text{ Se durmo, } \textbf{então} \text{ não saio de casa.}$$

Sabe-se, por **dedução lógica**, que a **proposição simples** "estudo" é **verdadeira**, portanto, a **2ª parte** da **condicional** da **premissa P_2**, também por **dedução**, será **falsa** (**3º passo**) e, consecutivamente, sua **1ª parte** será, necessariamente, **falsa** (**4º passo**).

$$\mathbf{P_1}: \textbf{Ou } \underbrace{\text{estudo}}_{\textbf{(1º) V}} \textbf{ ou } \underbrace{\text{não durmo}}_{\textbf{(2º) F}}.$$
$$\mathbf{P_2}: \textbf{Se } \underbrace{\text{é feriado}}_{\textbf{(4º) F}}, \textbf{ então } \underbrace{\text{não estudo}}_{\textbf{(3º) F}}.$$
$$\mathbf{P_3}: \textbf{Se} \text{ durmo, } \textbf{então} \text{ não saio de casa.}$$

Por último, temos que a **proposição simples** "não durmo" foi considerada, por **dedução**, **falsa** e, portanto, devemos considerar como **verdadeira** a **proposição simples** "durmo", que se localiza na **1ª parte** da **condicional** em **P_3** (**5º passo**). Lembramos que, se a **1ª parte** da **condicional** for **verdadeira**, a **2ª parte** também será **verdadeira** (**6º passo**), já que uma **verdade implica** outra **verdade** ($V \to V$: V).

$$\mathbf{P_1}: \textbf{ Ou } \underbrace{\text{estudo}}_{\textbf{(1º) V}} \textbf{ ou } \underbrace{\text{não durmo}}_{\textbf{(2º) F}}.$$
$$\mathbf{P_2}: \textbf{ Se } \underbrace{\text{é feriado}}_{\textbf{(4º) F}}, \textbf{ então } \underbrace{\text{não estudo}}_{\textbf{(3º) F}}.$$
$$\mathbf{P_3}: \textbf{ Se } \underbrace{\text{durmo}}_{\textbf{(5º) V}}, \textbf{ então } \underbrace{\text{não saio de casa}}_{\textbf{(6º) V}}.$$

Portanto, de acordo com os **valores lógicos** atribuídos, podemos obter as seguintes **conclusões**: "**estudo**"; "**durmo**"; "**não é** feriado" e "**não saio** de casa".

Exemplo 4:

Seja um **argumento** formado pelas seguintes **premissas**: Se Pedro é pintor, então Eduardo não é eletricista. Saulo é síndico ou Eduardo é eletricista. Paulo é porteiro se, e somente se, Saulo não é síndico.

Sejam as seguintes **premissas**:

P_1: Se Pedro é pintor, **então** Eduardo não é eletricista.
P_2: Saulo é síndico **ou** Eduardo é eletricista.
P_3: Paulo é porteiro **se, e somente se**, Saulo não é síndico.

Lembramos que, para que esse **argumento** seja **válido**, todas as **premissas** que o compõem deverão ser, necessariamente, **verdadeiras**.

P_1: Se Pedro é pintor, **então** Eduardo não é eletricista: **(V)**
P_2: Saulo é síndico **ou** Eduardo é eletricista: **(V)**
P_3: Paulo é porteiro **se, e somente se**, Saulo não é síndico: **(V)**

Caso o **argumento** não possua uma **proposição simples** (ponto de referência inicial) ou uma **conjunção** ou uma **disjunção exclusiva**, então as deduções serão iniciadas pela **bicondicional**, caso exista.

Sendo **P_3** uma **bicondicional**, e sabendo-se que toda **bicondicional** assume valoração **verdadeira** somente quando suas partes são **verdadeiras** ou **falsas**, simultaneamente, então consideraremos as duas partes da **bicondicional** como sendo **verdadeiras** (**1º e 2º passos**), por **dedução**.

P_1 : **Se** Pedro é pintor, **então** Eduardo não é eletricista.

P_2 : Saulo é síndico **ou** Eduardo é eletricista.

P_3 : $\underbrace{\text{Paulo é porteiro}}_{\mathbf{(1^o)\ V}}$ **se, e somente se,** $\underbrace{\text{Saulo não é síndico}}_{\mathbf{(1^o)\ V}}$.

Confirmando-se a **proposição simples** "Saulo não é síndico" como **verdadeira**, então a **1ª parte** da **disjunção** em **P_2** será valorada como **falsa** (**3º passo**). Se uma das partes de uma **disjunção** for **falsa**, a outra parte "Eduardo é eletricista" deverá ser necessariamente **verdadeira**, para que toda a **disjunção** assuma valoração **verdadeira** (**4º passo**).

P_1 : **Se** Pedro é pintor, **então** Eduardo não é eletricista.

P_2 : $\underbrace{\text{Saulo é síndico}}_{\mathbf{(3^o)\ F}}$ **ou** $\underbrace{\text{Eduardo é eletricista}}_{\mathbf{(4^o)\ V}}$.

P_3 : $\underbrace{\text{Paulo é porteiro}}_{\mathbf{(1^o)\ V}}$ **se, e somente se,** $\underbrace{\text{Saulo não é síndico}}_{\mathbf{(2^o)\ V}}$.

Ao confirmar como **verdadeira** a **proposição simples** "Eduardo é eletricista", então a **2ª parte** da **condicional** em **P_1** será **falsa** (**5º passo**). Se a **2ª parte** de uma **condicional** for valorada como **falsa**, então a **1ª parte** também deverá ser considerada **falsa** (**6º passo**), para que seu **valor lógico** seja considerado **verdadeiro** ($F \rightarrow F$: V).

P_1 : **Se** $\underbrace{\text{Pedro é pintor}}_{\mathbf{(6^o)\ F}}$, **então** $\underbrace{\text{Eduardo não é eletricista}}_{\mathbf{(5^o)\ F}}$.

P_2 : $\underbrace{\text{Saulo é síndico}}_{\mathbf{(3^o)\ F}}$ **ou** $\underbrace{\text{Eduardo é eletricista}}_{\mathbf{(4^o)\ V}}$.

P_3 : $\underbrace{\text{Paulo é porteiro}}_{\mathbf{(1^o)\ V}}$ **se, e somente se,** $\underbrace{\text{Saulo não é síndico}}_{\mathbf{(2^o)\ V}}$.

Portanto, de acordo com os **valores lógicos** atribuídos, podemos obter as seguintes

conclusões: “Pedro não é pintor”; “Eduardo é eletricista”; “Saulo **não é** síndico” e “Paulo é porteiro”.

OBSERVAÇÃO:
Caso o **argumento** não possua uma **proposição simples** “ponto de referência inicial”, devem-se iniciar as **deduções** pela **conjunção**, e, caso não exista tal **conjunção**, pela **disjunção exclusiva** ou pela **bicondicional**, caso existam.

9.3.2. Método da tabela-verdade

1º caso: Quando o **argumento** é representado por uma **fórmula argumentativa**.

Exemplo:

Verifique se a **fórmula** $[(p \rightarrow q) \wedge (\sim p \rightarrow \sim r)] \rightarrow (r \rightarrow q)$ é um **argumento válido**.

Formando a **tabela-verdade**, teremos:

p	*q*	*r*
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

[(p	→	*q)*	∧	*(~p*	→	*~r)*	→	*(r*	→	*q)*
V		**V**		**F**		**F**		**V**		**V**
V		**V**		**F**		**V**		**F**		**V**
V		**F**		**F**		**F**		**V**		**F**
V		**F**		**F**		**V**		**F**		**F**
F		**V**		**V**		**F**		**V**		**V**
F		**V**		**V**		**V**		**F**		**V**
F		**F**		**V**		**F**		**V**		**F**
F		**F**		**V**		**V**		**F**		**F**
1º		1º		1º		1º		1º		1º

p	*q*	*r*
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

[(p	→	*q)*	∧	*(~p*	→	*~r)*	→	*(r*	→	*q)*
V	**V**	V		F		F		V		V
V	**V**	V		F		V		F		V
V	**F**	F		F		F		V		F
V	**F**	F		F		V		F		F
F	**V**	V		V		F		V		V
F	**V**	V		V		V		F		V
F	**V**	F		V		F		V		F
F	**V**	F		V		V		F		F
1º	2º	1º		1º		1º		1º		1º

p	*q*	*r*
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V

[(p	→	*q)*	∧	*(~p*	→	*~r)*	→	*(r*	→	*q)*
V	V	V		F	**V**	F		V		V
V	V	V		F	**V**	V		F		V
V	F	F		F	**V**	F		V		F
V	F	F		F	**V**	V		F		F
F	V	V		V	**F**	F		V		V
F	V	V		V	**V**	V		F		V
F	V	F		V	**F**	F		V		F

F	F	F

F	V	F		V	**V**	V		F		F
1º	2º	1º		1º	3º	1º		1º		1º

p	***q***	***r***
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

[(p	**→**	***q)***	**∧**	***(~p***	**→**	***~r)***	**→**	***(r***	**→**	***q)***
V	V	V		F	V	F		V	**V**	V
V	V	V		F	V	V		F	**V**	V
V	F	F		F	V	F		V	**F**	F
V	F	F		F	V	V		F	**V**	F
F	V	V		V	F	F		V	**V**	V
F	V	V		V	V	V		F	**V**	V
F	V	F		V	F	F		V	**F**	F
F	V	F		V	V	V		F	**V**	F
1º	2º	1º		1º	3º	1º		1º	4º	1º

	q	***r***
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

[(p	**→**	***q)***	**∧**	***(~p***	**→**	***~r)***	**→**	***(r***	**→**	***q)***
V	V	V	**V**	F	V	F		V	V	V
V	V	V	**V**	F	V	V		F	V	V
V	F	F	**F**	F	V	F		V	F	F
V	F	F	**F**	F	V	V		F	V	F
F	V	V	**F**	V	F	F		V	V	V
F	V	V	**V**	V	V	V		F	V	V
F	V	F	**F**	V	F	F		V	F	F
F	V	F	**V**	V	V	V		F	V	F
1º	2º	1º	5º	1º	3º	1º		1º	4º	1º

p	***q***	***r***
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

[(p	**→**	***q)***	**∧**	***(~p***	**→**	***~r)***	**→**	***(r***	**→**	***q)***
V	V	V	V	F	V	F	**V**	V	V	V
V	V	V	V	F	V	V	**V**	F	V	V
V	F	F	F	F	V	F	**V**	V	F	F
V	F	F	F	F	V	V	**V**	F	V	F
F	V	V	F	V	F	F	**V**	V	V	V
F	V	V	V	V	V	V	**V**	F	V	V
F	V	F	F	V	F	F	**V**	V	F	F
F	V	F	V	V	V	V	**V**	F	V	F
1º	2º	1º	5º	1º	3º	1º	**6º**	1º	4º	1º

Sendo a **solução** (observado na **6ª** resolução) uma **tautologia**, logo, esse **argumento** é dito **válido**.

2º caso: Quando o **argumento** é representado por uma **sequência lógica** de **premissas**, sendo a última sua **conclusão**, e é questionada a sua validade.

Exemplo:

Seja um argumento formado pelas seguintes premissas: Se leio, então entendo. Se entendo, então não compreendo. Logo, compreendo.

Sejam as seguintes **premissas**:

P_1: Se leio, **então** entendo.
P_2: Se entendo, **então** não compreendo.
C: Compreendo.

Se o **argumento** acima for **válido**, então, teremos a seguinte **estrutura lógica** (**fórmula**) representativa desse **argumento**:

$$P_1 \wedge P_2 \rightarrow C$$

Representando inicialmente as **proposições primitivas** **"***leio***"**, **"***entendo***"** e **"***compreendo***"**, respectivamente, por **"***p***"**, **"***q***"** e **"***r***"**, teremos a seguinte **fórmula argumentativa**:

P_1: $p \rightarrow q$
P_2: $q \rightarrow \sim r$
C: r

Fórmula argumentativa:

$$[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow \sim r)] \rightarrow (\sim r)$$

ou

$$\begin{array}{c} p \rightarrow q \\ \underline{q \rightarrow \sim r} \\ r \end{array}$$

Testando a validade, pela **tabela-verdade**:

p	***q***	***r***
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

[(p	$\rightarrow$	***q)***	$\wedge$	***(q***	$\rightarrow$	***~r)]***	$\rightarrow$	***(~ r)***
V		V		V		F		F
V		V		V		V		V
V		F		F		F		F
V		F		F		V		V
F		V		V		F		F
F		V		V		V		V
F		F		F		F		F
F		F		F		V		V
1º		1º		1º		1º		1º

p	***q***	***r***
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F

[(p	$\rightarrow$	***q)***	$\wedge$	***(q***	$\rightarrow$	***~r)]***	$\rightarrow$	***(~ r)***
V	V	V		V		F		V
V	V	V		V		V		F
V	F	F		F		F		V
V	F	F		F		V		F
F	V	V		V		F		V
F	V	V		V		V		F

F	F	V	F	V	F		F		F		V
F	F	F	F	V	F		F		V		F
			1º	2º	1º		1º		1º		1º

p	***q***	***r***	***[(p***	→	***q)***	∧	***(q***	→	***~r)]***	→	***(~ r)***
V	V	V	V	V	V		V	**V**	F		V
V	V	F	V	V	V		V	**V**	V		F
V	F	V	V	F	F		F	**V**	F		V
V	F	F	V	F	F		F	**V**	V		F
F	V	V	F	V	V		V	**F**	F		V
F	V	F	F	V	V		V	**V**	V		F
F	F	V	F	V	F		F	**F**	F		V
F	F	F	F	V	F		F	**V**	V		F
			1º	2º	1º		1º	3º	1º		1º

p	***q***	***r***	***[(p***	→	***q)***	∧	***(q***	→	***~r)]***	→	***(~ r)***
V	V	V	V	V	V	**V**	V	V	F		V
V	V	F	V	V	V	**V**	V	V	V		F
V	F	V	V	F	F	**F**	F	V	F		V
V	F	F	V	F	F	**F**	F	V	V		F
F	V	V	F	V	V	**F**	V	F	F		V
F	V	F	F	V	V	**V**	V	V	V		F
F	F	V	F	V	F	**F**	F	F	F		V
F	F	F	F	V	F	**V**	F	V	V		F
			1º	2º	1º	4º	1º	3º	1º		1º

p	***q***	***r***	***[(p***	→	***q)***	∧	***(q***	→	***~r)]***	→	***(~ r)***
V	V	V	V	V	V	V	V	V	F	**V**	V
V	V	F	V	V	V	V	V	V	V	**F**	F
V	F	V	V	F	F	F	F	V	F	**V**	V
V	F	F	V	F	F	F	F	V	V	**V**	F
F	V	V	F	V	V	F	V	F	F	**V**	V
F	V	F	F	V	V	V	V	V	V	**F**	F
F	F	V	F	V	F	F	F	F	F	**V**	V
F	F	F	F	V	F	V	F	V	V	**V**	F
			1º	2º	1º	4º	1º	3º	1º	**5º**	1º

Sendo a **solução** (observado na **5ª** resolução) uma **contingência**, logo, esse **argumento não é válido**.

9.4. Implicações tautológicas

É sabido que a **tabela-verdade** é uma ferramenta indispensável para provar a **validade** de um **argumento**. No entanto, dependendo do **número de proposições simples** que compõe a

estrutura lógica argumentativa, a construção dessa **tabela-verdade** torna-se um trabalho exaustivo — por exemplo, se um **argumento** é composto por seis **proposições simples** e **distintas**, então sua **tabela-verdade** comportará 64 linhas de **combinações** de **valores lógicos**, o que torna sua utilização desnecessária.

Apresentaremos, a seguir, algumas **implicações tautológicas** que serão utilizadas para provar a **validade** de um **argumento**.

OBSERVAÇÃO:
Utilizaremos a **tabela-verdade** apenas para realizar a **prova real** das implicações mencionadas anteriormente.

9.4.1. Método da adição

$$\frac{p}{p \vee q} \quad \textbf{ou} \quad p \rightarrow (p \vee q)$$

Prova real pela **tabela-verdade**:

p	***q***
V	V
V	F
F	V
F	F

p	→	***(p***	∨	***q)***
V		V		V
V		V		V
F		F		F
F		F		F
1º		1º		1º

p	***q***
V	V
V	F
F	V
F	F

p	→	***(p***	∨	***q)***
V		V	V	V
V		V	V	F
F		F	V	V
F		F	F	F
1º		1º	2º	1º

p	***q***
V	V
V	F
F	V
F	F

p	→	***(p***	∨	***q)***
V	**V**	V	V	V
V	**V**	V	V	F
F	**V**	F	V	V
F	**V**	F	F	F
1º	**3º**	1º	2º	1º

Sendo a **solução** (observado na **3ª** resolução) uma **tautologia**, logo, esse **argumento** é dito **válido**.

9.4.2. Método da simplificação

1º caso:

$$\frac{p \wedge q}{p} \quad \textbf{ou} \quad (p \wedge q) \rightarrow p$$

Prova real pela **tabela-verdade**:

p	q
V	V
V	F
F	V
F	F

(p	∧	q)	→	p
V		V		V
V		F		V
F		V		F
F		F		F
1º		1º		1º

p	q
V	V
V	F
F	V
F	F

(p	∧	q)	→	p
V	V	V		V
V	F	F		V
F	F	V		F
F	F	F		F
1º	2º	1º		1º

p	q
V	V
V	F
F	V
F	F

(p	∧	q)	→	p
V	V	V	**V**	V
V	F	F	**V**	V
F	F	V	**V**	F
F	F	F	**V**	F
1º	2º	1º	**3º**	1º

Sendo a **solução** (observado na **3** ª resolução) uma **tautologia**, logo, esse **argumento** é dito **válido**.

2º caso:

$$\frac{p \wedge q}{q} \quad \textbf{ou} \quad (p \wedge q) \rightarrow q$$

Prova real pela **tabela-verdade**:

p	q
V	V
V	F
F	V
F	F

(p	∧	q)	→	q
V		V		V
V		F		F
F		V		V
F		F		F
1º		1º		1º

p	q
V	V
V	F
F	V
F	F

(p	∧	q)	→	q
V	V	V		V
V	F	F		F
F	F	V		V
F	F	F		F
1º	2º	1º		1º

p	q

(p	∧	q)	→	q

V	V
V	F
F	V
F	F

V	V	V	**V**	V
V	F	F	**V**	F
F	F	V	**V**	V
F	F	F	**V**	F
1º	2º	1º	**3º**	1º

Sendo a **solução** (observado na **3ª** resolução) uma **tautologia**, logo, tem-se um **argumento válido**.

9.4.3. Método da conjunção

1º caso:

$$\frac{\begin{array}{c} p \\ q \end{array}}{p \wedge q} \quad \textbf{ou} \quad (p \wedge q) \rightarrow (p \wedge q)$$

Prova real pela **tabela-verdade**:

p	***q***
V	V
V	F
F	V
F	F

(p	$\wedge$	***q)***	$\rightarrow$	***(p***	$\wedge$	***q)***
V		V		V		V
V		F		V		F
F		V		F		V
F		F		F		F
1º		1º		1º		1º

p	***q***
V	V
V	F
F	V
F	F

(p	$\wedge$	***q)***	$\rightarrow$	***(p***	$\wedge$	***q)***
V	V	V		V	V	V
V	F	F		V	F	F
F	F	V		F	F	V
F	F	F		F	F	F
1º	2º	1º		1º	2º	1º

p	***q***
V	V
V	F
F	V
F	F

(p	$\wedge$	***q)***	$\rightarrow$	***(p***	$\wedge$	***q)***
V	V	V	**V**	V	V	V
V	F	F	**V**	V	F	F
F	F	V	**V**	F	F	V
F	F	F	**V**	F	F	F
1º	2º	1º	**3º**	1º	**2º**	1º

Sendo a **solução** (observado na **3ª** resolução) uma **tautologia**, logo, esse **argumento** é dito **válido**.

2º caso:

$$\frac{\begin{array}{c} p \\ q \end{array}}{q \wedge p} \quad \textbf{ou} \quad (p \wedge q) \rightarrow (q \wedge p)$$

Prova real pela **tabela-verdade**:

p	*q*
V	V
V	F
F	V
F	F

(p	∧	*q)*	→	*(q*	∧	*p)*
V		V		V		V
V		F		F		V
F		V		V		F
F		F		F		F
1º		1º		1º		1º

p	*q*
V	V
V	F
F	V
F	F

(p	∧	*q)*	→	*(q*	∧	*p)*
V	V	V		V	V	V
V	F	F		F	F	V
F	F	V		V	F	F
F	F	F		F	F	F
1º	2º	1º		1º	2º	1º

p	*q*
V	V
V	F
F	V
F	F

(p	∧	*q)*	→	*(q*	∧	*p)*
V	V	V	**V**	V	V	V
V	F	F	**V**	F	F	V
F	F	V	**V**	V	F	F
F	F	F	**V**	F	F	F
1º	2º	1º	**3º**	1º	2º	1º

Sendo a **solução** (observado na **3ª** resolução) uma **tautologia**, logo, esse **argumento** é dito **válido**.

9.4.4. Método da absorção

$$\frac{p \to q}{p \to (p \wedge q)} \quad \text{ou} \quad (p \to q) \to [p \to \ p \wedge q)]$$

Prova real pela **tabela-verdade**:

p	*q*
V	V
V	F
F	V
F	F

(p	→	*q)*	→	*[(p*	→	*(p*	∧	*q)]*
V		V		V		V		V
V		F		V		V		F
F		V		F		F		V
F		F		F		F		F
1º		1º		1º		1º		1º

p	*q*
V	V
V	F
F	V
F	F

(p	→	*q)*	→	*[(p*	→	*(p*	∧	*q)]*
V	V	V		V		V	V	V
V	F	F		V		V	F	F
F	V	V		F		F	F	V
F	V	F		F		F	F	F
1º	2º	1º		1º		1º	2º	1º

p	q
V	V
V	F
F	V
F	F

(p	→	q)	→	[(p	→	(p	∧	q)]
V	V	V		V	V	V	V	V
V	F	F		V	F	V	F	F
F	V	V		F	V	F	F	V
F	V	F		F	V	F	F	F
1º	2º	1º		1º	3º	1º	2º	1º

p	q
V	V
V	F
F	V
F	F

(p	→	q)	→	[(p	→	(p	∧	q)]
V	V	V	V	V	V	V	V	V
V	Fs	F	V	V	F	V	F	F
F	V	V	V	F	V	F	F	V
F	V	F	V	F	V	F	F	F
1º	2º	1º	**4º**	1º	3º	1º	2º	1º

Sendo a **solução** (observado na **4ª** resolução) uma **tautologia**, logo, esse **argumento** é dito **válido**.

9.4.5. Modus Ponens

$$\begin{array}{c} p \rightarrow q \\ p \\ \hline q \end{array} \quad \text{ou} \quad [(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$$

Prova real pela **tabela-verdade**:

p	q
V	V
V	F
F	V
F	F

[(p	→	q)	∧	p]	→	q
V		V		V		V
V		F		V		F
F		V		F		V
F		F		F		F
1º		1º		1º		1º

p	q
V	V
V	F
F	V
F	F

[(p	→	q)	∧	p]	→	q
V	V	V		V		V
V	F	F		V		F
F	V	V		F		V
F	V	F		F		F
1º	2º	1º		1º		1º

p	q
V	V
V	F
F	V
F	F

[(p	→	q)	∧	p]	→	q
V	V	V	V	V		V
V	F	F	F	V		F
F	V	V	F	F		V
F	V	F	F	F		F
1º	2º	1º	3º	1º		1º

p	q
V	V
V	F
F	V
F	F

[(p	→	q)	∧	p]	→	q
V	V	V	V	V	**V**	V
V	F	F	F	V	**V**	F
F	V	V	F	F	**V**	V
F	V	F	F	F	**V**	F
1º	2º	1º	3º	1º	**4º**	1º

Sendo a **solução** (observado na **4ª** resolução) uma **tautologia**, logo, esse **argumento** é dito **válido**.

9.4.6. Modus Tollens

$$\frac{\begin{array}{c} p \rightarrow q \\ \sim q \end{array}}{\sim p} \quad \text{ou} \quad [(p \rightarrow q) \wedge \sim q] \rightarrow \sim p$$

Prova real pela **tabela-verdade**:

p	q
V	V
V	F
F	V
F	F

[(p	→	q)	∧	~q]	→	~p
V		V		F		F
V		F		V		F
F		V		F		V
F		F		V		V
1º		1º		1º		1º

p	q
V	V
V	F
F	V
F	F

[(p	→	q)	∧	~q]	→	~p
V	V	V		F		F
V	F	F		V		F
F	V	V		F		V
F	V	F		V		V
1º	2º	1º		1º		1º

p	q
V	V
V	F
F	V
F	F

[(p	→	q)	∧	~q]	→	~p
V	V	V	F	F		F
V	F	F	F	V		F
F	V	V	F	F		V
F	V	F	V	V		V
1º	2º	1º	3º	1º		1º

p	q
V	V
V	F
F	V
F	F

[(p	→	q)	∧	~q]	→	~p
V	V	V	F	F	V	F
V	F	F	F	V	V	F
F	V	V	F	F	V	V
F	V	F	V	V	V	V
1º	2º	1º	3º	1º	**4º**	1º

Sendo a **solução** (observado na **4ª** resolução) uma **tautologia**, logo, esse **argumento** é dito **válido**.

9.4.7. Dilema construtivo

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ r \rightarrow s \\ \underline{p \vee r} \\ q \vee s \end{array} \quad \text{ou} \quad [(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s) \wedge (p \vee r)] \rightarrow (q \vee s)$$

Prova real pela **tabela-verdade**:

p	***q***	***r***	***s***
V	V	V	V
V	V	V	F
V	V	F	V
V	V	F	F
V	F	V	V
V	F	V	F
V	F	F	V
V	F	F	F
F	V	V	V
F	V	V	F
F	V	F	V
F	V	F	F
F	F	V	V
F	F	V	F
F	F	F	V
F	F	F	F

{[(p	→	***q)***	∧	***(r***	→	***s)***	∧	***(p***	∨	***r)]***	→	***(q***	∨	***s)***
V		V		V		V		V		V		V		V
V		V		V		F		V		V		V		F
V		V		F		V		V		F		V		V
V		V		F		F		V		F		V		F
V		F		V		V		V		V		F		V
V		F		V		F		V		V		F		F
V		F		F		V		V		F		F		V
V		F		F		F		V		F		F		F
F		V		V		V		F		V		V		V
F		V		V		F		F		V		V		F
F		V		F		V		F		F		V		V
F		V		F		F		F		F		V		F
F		F		V		V		F		V		F		V
F		F		V		F		F		V		F		F
F		F		F		V		F		F		F		V
F		F		F		V		F		F		F		V
1º		1º		1º		1º		1º		1º		1º		1º

p	***q***	***r***	***s***
V	V	V	V
V	V	V	F
V	V	F	V
V	V	F	F
V	F	V	V
V	F	V	F
V	F	F	V
V	F	F	F
F	V	V	V
F	V	V	F
F	V	F	V
F	V	F	F

{[(p	→	***q)***	∧	***(r***	→	***s)***	∧	***(p***	∨	***r)]***	→	***(q***	∨	***s)***
V	V	V		V	V	V		V	V	V		V	V	V
V	V	V		V	F	F		V	V	V		V	V	F
V	V	V		F	V	V		V	V	F		V	V	V
V	V	V		F	V	F		V	V	F		V	V	F
V	F	F		V	V	V		V	V	V		F	V	V
V	F	F		V	F	F		V	V	V		F	F	F
V	F	F		F	V	V		V	V	F		F	V	V
V	F	F		F	V	F		V	V	F		F	F	F
F	V	V		V	V	V		F	V	V		V	V	V
F	V	V		V	F	F		F	V	V		V	V	F
F	V	V		F	V	V		F	F	F		V	V	V
F	V	V		F	V	F		F	F	F		V	V	F

F	F	V	V	F	V	F		V	V	V		F	V	V		F	V	V
F	F	V	F	F	V	F		V	F	F		F	V	V		F	F	F
F	F	F	V	F	V	F		F	V	V		F	F	F		F	V	V
F	F	F	F	F	V	F		F	V	V		F	F	F		F	F	F
				1º	2º	1º		1º	2º	1º		**1º**	**2º**	1º		1º	2º	1º

p	***q***	***r***	***s***	***{[(p***	$\rightarrow$	***q)***	$\wedge$	***(r***	$\rightarrow$	***s)***	$\wedge$	***(p***	$\vee$	***r)]***	$\rightarrow$	***(q***	$\vee$	***s)***
V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V		V	V	V		V	V	V
V	V	V	F	V	V	V	F	V	F	F		V	V	V		V	V	F
V	V	F	V	V	V	V	V	F	V	V		V	V	F		V	V	V
V	V	F	F	V	V	V	V	F	V	F		V	V	F		V	V	F
V	F	V	V	V	F	F	F	V	V	V		V	V	V		F	V	V
V	F	V	F	V	F	F	F	V	F	F		V	V	V		F	F	F
V	F	F	V	V	F	F	F	F	V	V		V	V	F		F	V	V
V	F	F	F	V	F	F	F	F	V	F		V	V	F		F	F	F
F	V	V	V	F	V	V	V	V	V	V		F	V	V		V	V	V
F	V	V	F	F	V	V	F	V	F	F		F	V	V		V	V	F
F	V	F	V	F	V	V	V	F	V	V		F	F	F		V	V	V
F	V	F	F	F	V	V	V	F	V	F		F	F	F		V	V	F
F	F	V	V	F	V	F	V	V	V	V		F	V	V		F	V	V
F	F	V	F	F	V	F	F	V	F	F		F	V	V		F	F	F
F	F	F	V	F	V	F	V	F	V	V		F	F	F		F	V	V
F	F	F	F	F	V	F	V	F	V	V		F	F	F		F	F	F
				1º	2º	1º	3º	**1º**	2º	1º		1º	2º	1º		1º	1º	1º

p	***q***	***r***	***s***	***{[(p***	$\rightarrow$	***q)***	$\wedge$	***(r***	$\rightarrow$	***s)***	$\wedge$	***(p***	$\vee$	***r)]***	$\rightarrow$	***(q***	$\vee$	***s)***
V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V		V	V	V
V	V	V	F	V	V	V	F	V	F	F	F	V	V	V		V	V	F
V	V	F	V	V	V	V	V	F	V	V	V	V	V	F		V	V	V
V	V	F	F	V	V	V	V	F	V	F	V	V	V	F		V	V	F
V	F	V	V	V	F	F	F	V	V	V	F	V	V	V		F	V	V
V	F	V	F	V	F	F	F	V	F	F	F	V	V	V		F	F	F
V	F	F	V	V	F	F	F	F	V	V	F	V	V	F		F	V	V
V	F	F	F	V	F	F	F	F	V	F	F	V	V	F		F	F	F
F	V	V	V	F	V	V	V	V	V	V	V	F	V	V		V	V	V
F	V	V	F	F	V	V	F	V	F	F	F	F	V	V		V	V	F
F	V	F	V	F	V	V	V	F	V	V	F	F	F	F		V	V	V
F	V	F	F	F	V	V	V	F	V	F	F	F	F	F		V	V	F
F	F	V	V	F	V	F	V	V	V	V	V	F	V	V		F	V	V
F	F	V	F	F	V	F	F	V	F	F	F	F	V	V		F	F	F
F	F	F	V	F	V	F	V	F	V	V	F	F	F	F		F	V	V

				{[(p	→	q)	∧	(r	→	s)	∧	(p	∨	r)]	→	(q	∨	s)
F	F	F	F	F	V	F	V	F	V	V	F	F	F	F		F	F	F
				1º	2º	1º	3º	1º	2º	1º	4º	1º	2º	1º		1º	2º	1º

p	***q***	***r***	***s***	***{[(p***	→	***q)***	∧	***(r***	→	***s)***	∧	***(p***	∨	***r)]***	→	***(q***	∨	***s)***
V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**V**	V	V	V
V	V	V	F	V	V	V	F	V	F	F	F	V	V	V	**V**	V	V	F
V	V	F	V	V	V	V	V	F	V	V	V	V	V	F	**V**	V	V	V
V	V	F	F	V	V	V	V	F	V	F	V	V	V	F	**V**	V	V	F
V	F	V	V	V	F	F	F	V	V	V	F	V	V	V	**V**	F	V	V
V	F	V	F	V	F	F	F	V	F	F	F	V	V	V	**V**	F	F	F
V	F	F	V	V	F	F	F	F	V	V	F	V	V	F	**V**	F	V	V
V	F	F	F	V	F	F	F	F	V	F	F	V	V	F	**V**	F	F	F
F	V	V	V	F	V	V	V	V	V	V	V	F	V	V	**V**	V	V	V
F	V	V	F	F	V	V	F	V	F	F	F	F	V	V	**V**	V	V	F
F	V	F	V	F	V	V	V	F	V	V	F	F	F	F	**V**	V	V	V
F	V	F	F	F	V	V	V	F	V	F	F	F	F	F	**V**	V	V	F
F	F	V	V	F	V	F	V	V	V	V	V	F	V	V	**V**	F	V	V
F	F	V	F	F	V	F	F	V	F	F	F	F	V	V	**V**	F	F	F
F	F	F	V	F	V	F	V	F	V	V	F	F	F	F	**V**	F	V	V
F	F	F	F	F	V	F	V	F	V	V	F	F	F	F	**V**	F	F	F
				1º	2º	1º	3º	1º	2º	1º	4º	1º	2º	1º	**5º**	1º	2º	1º

Sendo a **solução** (observado na **5ª** resolução) uma **tautologia**, logo, esse **argumento** é dito **válido**.

9.4.8. Dilema destrutivo

$$\begin{array}{c} p \to q \\ r \to s \\ \underline{\sim q \vee \sim s} \\ \sim p \vee \sim r \end{array} \quad \text{ou} \quad [(p \to q) \wedge (r \to s) \wedge (\sim q \vee \sim s)] \to (\sim p \vee \sim r)$$

Prova real pela **tabela-verdade**:

p	***q***	***r***	***s***		***{[(p***	→	***q)***	∧	***(r***	→	***s)***	∧	***(~q***	∨	***~s)]***	→	***(~p***	∨	***~r)***
V	V	V	V		V		V		V		V		F		F		F		F
V	V	V	F		V		V		V		F		F		V		F		F
V	V	F	V		V		V		F		V		F		F		F		V
V	V	F	F		V		V		F		F		F		V		F		V
V	F	V	V		V		F		V		V		V		F		F		F
V	F	V	F		V		F		V		F		V		V		F		F
V	F	F	V		V		F		F		V		V		F		F		V
V	F	F	F		V		F		F		F		V		V		F		V
F	V	V	V		F		V		V		V		F		F		V		F

F	V	V	F		F		V		V		F		F		V		V		F
F	V	F	V		F		V		F		V		F		F		V		V
F	V	F	F		F		V		F		F		F		V		V		V
F	F	V	V		F		F		V		V		V		F		V		F
F	F	V	F		F		F		V		F		V		V		V		F
F	F	F	V		F		F		F		V		V		F		V		V
F	F	F	F		F		F		F		V		V		V		V		V
					1º		1º		1º		1º		1º		1º		1º		1º

p	*q*	*r*	*s*	*{[(p*	→	*q)*	∧	*(r*	→	*s)*	∧	*(~q*	∨	*~s)]*	→	*(~p*	∨	*~r)*
V	V	V	V	V	V	V		V	V	V		F	F	F		F	F	F
V	V	V	F	V	V	V		V	F	F		F	V	V		F	F	F
V	V	F	V	V	V	V		F	V	V		F	F	F		F	V	V
V	V	F	F	V	V	V		F	V	F		F	V	V		F	V	V
V	F	V	V	V	F	F		V	V	V		V	V	F		F	F	F
V	F	V	F	V	F	F		V	F	F		V	V	V		F	F	F
V	F	F	V	V	F	F		F	V	V		V	V	F		F	V	V
V	F	F	F	V	F	F		F	V	F		V	V	V		F	V	V
F	V	V	V	F	V	V		V	V	V		F	F	F		V	V	F
F	V	V	F	F	V	V		V	F	F		F	V	V		V	V	F
F	V	F	V	F	V	V		F	V	V		F	F	F		V	V	V
F	V	F	F	F	V	V		F	V	F		F	V	V		V	V	V
F	F	V	V	F	V	F		V	V	V		V	V	F		V	V	F
F	F	V	F	F	V	F		V	F	F		V	V	V		V	V	F
F	F	F	V	F	V	F		F	V	V		V	V	F		V	V	V
F	F	F	F	F	V	F		F	V	V		V	V	V		V	V	V
				1º	2º	1º		1º	2º	1º		1º	2º	1º		1º	2º	1º

p	*q*	*r*	*s*	*{[(p*	→	*q)*	∧	*(r*	→	*s)*	∧	*(~q*	∨	*~s)]*	→	*(~p*	∨	*~r)*
V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V		F	F	F		F	F	F
V	V	V	F	V	V	V	F	V	F	F		F	V	V		F	F	F
V	V	F	V	V	V	V	V	F	V	V		F	F	F		F	V	V
V	V	F	F	V	V	V	V	F	V	F		F	V	V		F	V	V
V	F	V	V	V	F	F	F	V	V	V		V	V	F		F	F	F
V	F	V	F	V	F	F	F	V	F	F		V	V	V		F	F	F
V	F	F	V	V	F	F	F	F	V	V		V	V	F		F	V	V
V	F	F	F	V	F	F	F	F	V	F		V	V	V		F	V	V
F	V	V	V	F	V	V	V	V	V	V		F	F	F		V	V	F
F	V	V	F	F	V	V	F	V	F	F		F	V	V		V	V	F
F	V	F	V	F	V	V	F	F	V	V		F	F	F		V	V	V
F	V	F	F	F	V	V	F	F	V	F		F	V	V		V	V	V

F	F	V	V	F	V	F	V	V	V	V		V	V	F		V	V	F
F	F	V	F	F	V	F	F	V	F	F		V	V	V		V	V	F
F	F	F	V	F	V	F	F	F	V	V		V	V	F		V	V	V
F	F	F	F	F	V	F	F	F	V	V		V	V	V		V	V	V
				1º	2º	1º	3º	1º	2º	1º		1º	2º	1º		1º	2º	1º

p	***q***	***r***	***s***	***{[(p***	→	***q)***	∧	***(r***	→	***s)***	∧	***(~q***	∨	***~s)]***	→	***(~p***	∨	***~r)***
V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	F	F	F	F		F	F	F
V	V	V	F	V	V	V	F	V	F	F	F	F	V	V		F	F	F
V	V	F	V	V	V	V	V	F	V	V	F	F	F	F		F	V	V
V	V	F	F	V	V	V	V	F	V	F	V	F	V	V		F	V	V
V	F	V	V	V	F	F	F	V	V	V	F	V	V	F		F	F	F
V	F	V	F	V	F	F	F	V	F	F	F	V	V	V		F	F	F
V	F	F	V	V	F	F	F	F	V	V	F	V	V	F		F	V	V
V	F	F	F	V	F	F	F	F	V	F	F	V	V	V		F	V	V
F	V	V	V	F	V	V	V	V	V	V	F	F	F	F		V	V	F
F	V	V	F	F	V	V	F	V	F	F	F	F	V	V		V	V	F
F	V	F	V	F	V	V	F	F	V	V	F	F	F	F		V	V	V
F	V	F	F	F	V	V	F	F	V	F	F	F	V	V		V	V	V
F	F	V	V	F	V	F	V	V	V	V	V	V	V	F		V	V	F
F	F	V	F	F	V	F	F	V	F	F	F	V	V	V		V	V	F
F	F	F	V	F	V	F	F	F	V	V	F	V	V	F		V	V	V
F	F	F	F	F	V	F	F	F	V	V	F	V	V	V		V	V	V
				1º	2º	1º	3º	1º	2º	1º	4º	1º	2º	1º		1º	2º	1º

p	***q***	***r***	***s***	***{[(p***	→	***q)***	∧	***(r***	→	***s)***	∧	***(~q***	∨	***~s)]***	→	***(~p***	∨	***~r)***
V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	F	F	F	F	**V**	F	F	F
V	V	V	F	V	V	V	F	V	F	F	F	F	V	V	**V**	F	F	F
V	V	F	V	V	V	V	V	F	V	V	F	F	F	F	**V**	F	V	V
V	V	F	F	V	V	V	V	F	V	F	V	F	V	V	**V**	F	V	V
V	F	V	V	V	F	F	F	V	V	V	F	V	V	F	**V**	F	F	F
V	F	V	F	V	F	F	F	V	F	F	F	V	V	V	**V**	F	F	F
V	F	F	V	V	F	F	F	F	V	V	F	V	V	F	**V**	F	V	V
V	F	F	F	V	F	F	F	F	V	F	F	V	V	V	**V**	F	V	V
F	V	V	V	F	V	V	V	V	V	V	F	F	F	F	**V**	V	V	F
F	V	V	F	F	V	V	F	V	F	F	F	F	V	V	**V**	V	V	F
F	V	F	V	F	V	V	F	F	V	V	F	F	F	F	**V**	V	V	V
F	V	F	F	F	V	V	F	F	V	F	F	F	V	V	**V**	V	V	V
F	F	V	V	F	V	F	V	V	V	V	V	V	V	F	**V**	V	V	F
F	F	V	F	F	V	F	F	V	F	F	F	V	V	V	**V**	V	V	F
F	F	F	V	F	V	F	F	F	V	V	F	V	V	F	**V**	V	V	V

F	F	F	F

F	V	F	F	F	V	V	F	V	V	V	**V**	V	V	V
1º	2º	1º	3º	1º	2º	1º	4º	1º	2º	1º	**5º**	1º	2º	1º

Sendo a **solução** (observado na **5ª** resolução) uma **tautologia**, logo, esse **argumento** é dito **válido**.

9.4.9. Silogismo disjuntivo

1º caso:

$$\frac{\begin{array}{c} p \vee q \\ \sim p \end{array}}{q} \quad \text{ou} \quad [(p \vee q) \wedge \sim p] \rightarrow q$$

Prova real pela **tabela-verdade**:

p	***q***
V	V
V	F
F	V
F	F

[(p	$\vee$	***q)***	$\wedge$	***~p]***	$\rightarrow$	***q***
V		V		F		V
V		F		F		F
F		V		V		V
F		F		V		F
1º		1º		1º		1º

p	***q***
V	V
V	F
F	V
F	F

[(p	$\vee$	***q)***	$\wedge$	***~p]***	$\rightarrow$	***q***
V	V	V		F		V
V	V	F		F		F
F	V	V		V		V
F	F	F		V		F
1º	2º	1º		1º		1º

p	***q***
V	V
V	F
F	V
F	F

[(p	$\vee$	***q)***	$\wedge$	***~p]***	$\rightarrow$	***q***
V	V	V	F	F		V
V	V	F	F	F		F
F	V	V	V	V		V
F	F	F	F	V		F
1º	2º	1º	3º	1º		1º

p	***q***
V	V
V	F
F	V
F	F

[(p	$\vee$	***q)***	$\wedge$	***~p]***	$\rightarrow$	***q***
V	V	V	F	F	V	V
V	V	F	F	F	V	F
F	V	V	V	V	V	V
F	F	F	F	V	V	F
1º	2º	1º	3º	1º	**4º**	1º

Sendo a **solução** (observado na **4ª** resolução) uma **tautologia**, logo, esse **argumento** é dito **válido**.

2º caso:

$$\begin{array}{l} p \vee q \\ \underline{\sim q} \\ p \end{array} \quad \text{ou} \quad [(p \vee q) \wedge \sim q] \rightarrow p$$

Prova real pela **tabela-verdade**:

p	***q***
V	V
V	F
F	V
F	F

[(p	$\vee$	***q)***	$\wedge$	***~q]***	$\rightarrow$	***p***
V		V		F		V
V		F		V		V
F		V		F		F
F		F		V		F
1º		1º		1º		1º

p	***q***
V	V
V	F
F	V
F	F

[(p	$\vee$	***q)***	$\wedge$	***~p]***	$\rightarrow$	***q***
V	V	V		F		V
V	V	F		V		V
F	V	V		F		F
F	F	F		V		F
1º	2º	1º		1º		1º

p	***q***
V	V
V	F
F	V
F	F

[(p	$\vee$	***q)***	$\wedge$	***~p]***	$\rightarrow$	***q***
V	V	V	F	F		V
V	V	F	V	V		V
F	V	V	F	F		F
F	F	F	F	V		F
1º	2º	1º	3º	1º		1º

p	***q***
V	V
V	F
F	V
F	F

[(p	$\vee$	***q)***	$\wedge$	***~p]***	$\rightarrow$	***q***
V	V	V	F	F	V	V
V	V	F	V	V	V	V
F	V	V	F	F	V	F
F	F	F	F	V	V	F
1º	2º	1º	3º	1º	**4º**	1º

Sendo a **solução** (observado na **4ª** resolução) uma **tautologia**, logo, esse **argumento** é dito **válido**.

9.4.10. Silogismo hipotético

1º caso:

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ \underline{q \rightarrow r} \\ p \rightarrow r \end{array} \quad \text{ou} \quad [(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$$

Prova real pela **tabela-verdade**:

p	***q***	***r***

[(p	$\rightarrow$	***q)***	$\wedge$	***(q***	$\rightarrow$	***r)]***	$\rightarrow$	***(p***	$\rightarrow$	***r)***

V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

V		V		V		V		V		V
V		V		V		F		V		F
V		F		F		V		V		V
V		F		F		F		V		F
F		V		V		V		F		V
F		V		V		F		F		F
F		F		F		V		F		V
F		F		F		F		F		F
1º		1º		1º		1º		1º		1º

p	***q***	***r***
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

[(p	→	***q)***	∧	***(q***	→	***r)]***	→	***(p***	→	***r)***
V	V	V		V	V	V		V	V	V
V	V	V		V	F	F		V	F	F
V	F	F		F	V	V		V	V	V
V	F	F		F	V	F		V	F	F
F	V	V		V	V	V		F	V	V
F	V	V		V	F	F		F	V	F
F	V	F		F	V	V		F	V	V
F	V	F		F	V	F		F	V	F
1º	**2º**	**1º**		**1º**	**2º**	**1º**		**1º**	**2º**	**1º**

p	***q***	***r***
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

[(p	→	***q)***	∧	***(q***	→	***r)]***	→	***(p***	→	***r)***
V	V	V	V	V	V	V		V	V	V
V	V	V	F	V	F	F		V	F	F
V	F	F	F	F	V	V		V	V	V
V	F	F	F	F	V	F		V	F	F
F	V	V	V	V	V	V		F	V	V
F	V	V	F	V	F	F		F	V	F
F	V	F	V	F	V	V		F	V	V
F	V	F	V	F	V	F		F	V	F
1º	2º	1º	3º	1º	2º	1º		1º	2º	1º

p	***q***	***r***
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

[(p	→	***q)***	∧	***(q***	→	***r)]***	→	***(p***	→	***r)***
V	V	V	V	V	V	V	**V**	V	V	V
V	V	V	F	V	F	F	**V**	V	F	F
V	F	F	F	F	V	V	**V**	V	V	V
V	F	F	F	F	V	F	**V**	V	F	F
F	V	V	V	V	V	V	**V**	F	V	V
F	V	V	F	V	F	F	**V**	F	V	F
F	V	F	V	F	V	V	**V**	F	V	V
F	V	F	V	F	V	F	**V**	F	V	F
1º	2º	1º	3º	1º	2º	1º	**4º**	1º	2º	1º

Sendo a **solução** (observado na **4ª** resolução) uma **tautologia**, logo, esse **argumento** é dito **válido**.

9.4.11. Exportação e importação

1º caso: Exportação

$$\frac{(p \wedge q) \rightarrow r}{p \rightarrow (q \rightarrow r)} \quad \text{ou} \quad [(p \wedge q) \rightarrow r] \rightarrow [p \rightarrow (q \rightarrow r)]$$

Prova real pela **tabela-verdade**:

p	*q*	*r*
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

[(p	∧	*q)*	→	*r]*	→	*[p*	→	*(q*	→	*r)]*
V		V		V		V		V		V
V		V		F		V		V		F
V		F		V		V		F		V
V		F		F		V		F		F
F		V		V		F		V		V
F		V		F		F		V		F
F		F		V		F		F		V
F		F		F		F		F		F
1º		1º		1º		1º		1º		1º

p	*q*	*r*
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

[(p	∧	*q)*	→	*r]*	→	*[p*	→	*(q*	→	*r)]*
V	V	V		V		V		V	V	V
V	V	V		F		V		V	F	F
V	F	F		V		V		F	V	V
V	F	F		F		V		F	V	F
F	F	V		V		F		V	V	V
F	F	V		F		F		V	F	F
F	F	F		V		F		F	V	V
F	F	F		F		F		F	V	F
1º	2º	1º		1º		1º		1º	2º	1º

p	*q*	*r*
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

[(p	∧	*q)*	→	*r]*	→	*[p*	→	*(q*	→	*r)]*
V	V	V	V	V		V	V	V	V	V
V	V	V	F	F		V	F	V	F	F
V	F	F	V	V		V	V	F	V	V
V	F	F	V	F		V	V	F	V	F
F	F	V	V	V		F	V	V	V	V
F	F	V	V	F		F	V	V	F	F
F	F	F	V	V		F	V	F	V	V
F	F	F	V	F		F	V	F	V	F
1º	2º	1º	3º	1º		1º	3º	1º	2º	1º

p	*q*	*r*

[(p	∧	*q)*	→	*r]*	→	*[p*	→	*(q*	→	*r)]*

V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

V	V	V	V	V	**V**	V	V	V	V	V
V	V	V	F	F	**V**	V	F	V	F	F
V	F	F	V	V	**V**	V	V	F	V	V
V	F	F	V	F	**V**	V	V	F	V	F
F	F	V	V	V	**V**	F	V	V	V	V
F	F	V	V	F	**V**	F	V	V	F	F
F	F	F	V	V	**V**	F	V	F	V	V
F	F	F	V	F	**V**	F	V	F	V	F
1º	2º	1º	3º	1º	**4º**	1º	3º	1º	2º	1º

Sendo a **solução** (observado na **4ª** resolução) uma **tautologia**, logo, esse **argumento** é dito **válido**.

2º caso: Importação

$$\frac{p \to (q \to r)}{(p \wedge q) \to r} \quad \text{ou} \quad [p \to (q \to r)] \to [(p \wedge q) \to r]$$

Prova real pela **tabela-verdade**:

p	*q*	*r*
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

[(p	→	*(q*	→	*r)]*	→	*[(p*	∧	*q)*	→	*r]*
V		V		V		V		V		V
V		V		F		V		V		F
V		F		V		V		F		V
V		F		F		V		F		F
F		V		V		F		V		V
F		V		F		F		V		F
F		F		V		F		F		V
F		F		F		F		F		F
1º		1º		1º		1º		1º		1º

p	*q*	*r*
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

[(p	→	*(q*	→	*r)]*	→	*[(p*	∧	*q)*	→	*r]*
V		V	V	V		V	V	V		V
V		V	F	F		V	V	V		F
V		F	V	V		V	F	F		V
V		F	V	F		V	F	F		F
F		V	V	V		F	F	V		V
F		V	F	F		F	F	V		F
F		F	V	V		F	F	F		V
F		F	V	F		F	F	F		F
1º		1º	2º	1º		1º	2º	1º		1º

p	*q*	*r*
V	V	V
V	V	F

[(p	→	*(q*	→	*r)]*	→	*[(p*	∧	*q)*	→	*r]*
V	V	V	V	V		V	V	V	V	V
V	F	V	F	F		V	V	V	F	F

V	F	V	V	V	F	V	V		V	F	F	V	V
V	F	F	V	V	F	V	F		V	F	F	V	F
F	V	V	F	V	V	V	V		F	F	V	V	V
F	V	F	F	V	V	F	F		F	F	V	V	F
F	F	V	F	V	F	V	V		F	F	F	V	V
F	F	F	F	V	F	V	F		F	F	F	V	F
			1º	3º	1º	2º	1º		1º	2º	1º	3º	1º

p	***q***	***r***	***[(p***	→	***(q***	→	***r)]***	→	***[(p***	∧	***q)***	→	***r]***
V	V	V	V	V	V	V	V	**V**	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	V	F	F	**V**	V	V	V	F	F
V	F	V	V	V	F	V	V	**V**	V	F	F	V	V
V	F	F	V	V	F	V	F	**V**	V	F	F	V	F
F	V	V	F	V	V	V	V	**V**	F	F	V	V	V
F	V	F	F	V	V	F	F	**V**	F	F	V	V	F
F	F	V	F	V	F	V	V	**V**	F	F	F	V	V
F	F	F	F	V	F	V	F	**V**	F	F	F	V	F
			1º	3º	1º	2º	1º	**4º**	1º	2º	1º	3º	1º

Sendo a **solução** (observado na **4ª** resolução) uma **tautologia**, logo, esse **argumento** é dito **válido**.

9.5. Produto lógico de condicionais

Tal **produto lógico** consiste na dedução de uma **condicional conclusiva** – que será a **conclusão** do **argumento** –, decorrente ou resultante de várias outras **premissas** formadas por, apenas, **condicionais**.

Ao efetuar o **produto lógico**, eliminam-se as **proposições simples iguais** que se localizam em **partes opostas** das **condicionais** que formam a **premissa** do **argumento**, resultando em uma **condicional** denominada **condicional conclusiva**. Veja o exemplo a seguir:

$$\times\begin{cases} p \rightarrow \cancel{q} \\ \cancel{q} \rightarrow \cancel{r} \\ \cancel{r} \rightarrow \cancel{s} \\ \cancel{s} \rightarrow t \end{cases}$$
$$\overline{\underbrace{p \rightarrow t}_{\substack{\textit{condicional} \\ \textit{conclusiva}}}}$$

Existem **três casos** em que podemos aplicar a **soma lógica**, a saber:

1º caso: Quando a **condicional conclusiva** é formada pelas **proposições simples** que figuraram, apenas, uma vez no conjunto de **premissas** do **argumento**.

Exemplo:

Seja o argumento: Se chove, então faz frio. Se neva, então chove. Se faz frio, então há nuvens no céu. Se há nuvens no céu, então o dia está claro. Logo:

Argumento formado:

P$_1$: Se chove, então faz frio.

P$_2$: Se neva, então chove.

P$_3$: Se faz frio, então há nuvens no céu.

P$_4$: Se há nuvens no céu, então o dia está claro.

Denotando as **proposições simples**, respectivamente por:

$$\begin{cases} p: \text{ chover} \\ q: \text{ fazer frio} \\ r: \text{ nevar} \\ s: \text{ existir nuvens no céu} \\ t: \text{o dia estar claro} \end{cases}.$$

Portanto, teremos o seguinte **produto lógico**:

$$\times\begin{cases} p \to q \\ r \to p \\ q \to s \\ s \to t \end{cases} \Rightarrow \times\begin{cases} \cancel{p} \to q \\ r \to \cancel{p} \\ q \to s \\ s \to t \end{cases} \Rightarrow \times\begin{cases} r \to \cancel{q} \\ \cancel{q} \to s \\ s \to t \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \times\begin{cases} r \to \cancel{s} \\ \cancel{s} \to t \end{cases} \Rightarrow r \to t$$

Conclusão: “Se neva, então o dia está claro.”.

OBSERVAÇÃO:
As **proposições simples** “nevar” e “o dia está claro” só apareceram uma vez no conjunto de **premissas** do **argumento** anterior.

2º caso: Quando a **condicional conclusiva** é formada por, apenas, uma **proposição simples** que figura em ambas as partes da **condicional conclusiva**, sendo uma a **negação** da outra. As demais **proposições simples** são eliminadas pelo **processo natural** do **produto lógico**.

Observações:
1: Na **condicional conclusiva**, a **1ª parte** deverá ser, necessariamente, **falsa**, e a **2ª parte**, necessariamente, **verdadeira**.
2: Nos **dois casos** anteriores, pode-se utilizar o recurso de **equivalência** da **contrapositiva** (**contraposição**) de uma **condicional**, para que ocorram os devidos reajustes entre as **proposições simples** de uma determinada **condicional** que resulte no **produto lógico** desejado.

Exemplo:

Seja o argumento: Se Ana viaja, então Beto não trabalha. Se Carlos não estuda, então Beto não trabalha. Se Carlos estuda, Ana viaja. Logo:

Argumento formado:

P$_1$: Se Ana viaja, então Beto não trabalha.

P$_2$: Se Carlos não estuda, então Beto não trabalha.

P$_3$: Se Carlos estuda, Ana viaja.

Denotando as **proposições simples**, respectivamente por:

$$\begin{cases} p: \text{ Ana viaja} \\ q: \text{ Beto trabalha.} \\ r: \text{ Carlos estuda} \end{cases}$$

Portanto, teremos o seguinte **produto lógico**:

$$\begin{cases} p \rightarrow \sim q \\ \sim r \rightarrow \sim q \\ r \rightarrow p \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p \rightarrow \sim q \\ \sim r \rightarrow \sim q \text{ (aplicando a \textit{contrapositiva})} \\ r \rightarrow p \end{cases} \Rightarrow$$

$$\times \begin{cases} p \rightarrow \sim q \\ q \rightarrow r \\ r \rightarrow p \end{cases} \Rightarrow \times \begin{cases} \cancel{p} \rightarrow \sim q \\ q \rightarrow r \\ r \rightarrow \cancel{p} \end{cases} \Rightarrow \times \begin{cases} \cancel{r} \rightarrow \sim q \\ q \rightarrow \cancel{r} \end{cases} \Rightarrow \underbrace{q}_{F} \rightarrow \underbrace{\sim q}_{V}$$

Logo, “Beto não trabalha”.

3º caso: Aplicam-se os procedimentos do **2º caso** em, apenas, **uma parte** das **premissas** do **argumento**.

Exemplo:

Se Thales não é corintiano, então Thiago é palmeirense. Se Thiago não é palmeirense, então Pedro não é são-paulino. Se Thales é corintiano, Pedro é são-paulino. Se Thales é corintiano, então Thiago não é palmeirense. Logo:

Argumento formado:

P_1: Se Thales não é corintiano, então Thiago é palmeirense.

P_2: Se Thiago não é palmeirense, então Pedro não é são-paulino.

P_3: Se Thales é corintiano, Pedro é são-paulino.

P_4: Se Thales é corintiano, então Thiago não é palmeirense.

Denotando as **proposições simples**, respectivamente por:

$$\begin{cases} p: \text{ Thales é corintiano} \\ q: \text{ Thiago é palmeirense} \\ r: \text{ Pedro é são-paulino} \end{cases}$$

Portanto, teremos a seguinte **soma lógica**:

$$\begin{cases} \mathbf{P_1}: \sim p \rightarrow q \\ \mathbf{P_2}: \sim q \rightarrow \sim r \\ \mathbf{P_3}: p \rightarrow r \\ \mathbf{P_4}: p \rightarrow \sim q \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathbf{P_1}: \sim p \rightarrow q \\ \mathbf{P_2}: \sim q \rightarrow \sim r \\ \mathbf{P_3}: p \rightarrow r \text{ (aplicando a \textit{contrapositiva} em } P_3) \\ \mathbf{P_4}: p \rightarrow \sim q \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \mathbf{P_1}: \sim p \rightarrow q \\ \mathbf{P_2}: \sim q \rightarrow \sim r \\ \mathbf{P_3}: \sim r \rightarrow \sim p \\ \mathbf{P_4}: p \rightarrow \sim q \end{cases}$$

Aplicando-se o **produto lógico** nas premissas **P_1**, **P_2** e **P_3**, teremos:

$$\Rightarrow \begin{cases} \sim \cancel{p} \rightarrow q \\ \sim q \rightarrow \sim r \\ \sim r \rightarrow \sim \cancel{p} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sim \cancel{r} \rightarrow q \\ \sim q \rightarrow \sim \cancel{r} \end{cases} \Rightarrow \underbrace{\sim q}_{\mathbf{F}} \rightarrow \underbrace{q}_{\mathbf{V}}$$

Logo, “Thiago é palmeirense”.

OBSERVAÇÃO:
Na **condicional conclusiva**, a **1ª parte** será considerada **falsa**, e a **2ª parte**, **verdadeira**.

9.6. Argumentos formados por proposições categóricas

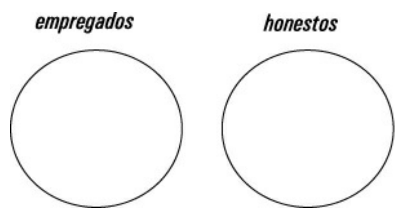
Nos **argumentos dedutivos**, as **premissas** deste **argumento** podem ser formadas por **proposições categóricas**, ou seja, **proposições** do tipo “*Todo* A é B”, “*Nenhum* A é B””, “*Algum* A é B” e “*Algum* A *não é* B”. Nesse caso, recorre-se geralmente aos **diagramas lógicos**, simbolizados pelos **diagramas** de **Eulle-Venn**, para ajudar (e sustentar) a conclusão deste **argumento dedutível**.

Exemplo:

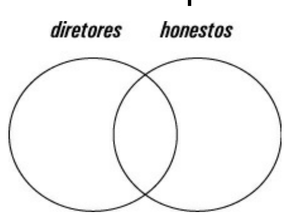
Seja o seguinte **argumento**: em determinada empresa foi realizado um estudo para avaliar o grau de satisfação de seus empregados e diretores. O estudo mostrou que, naquela empresa, “*nenhum* empregado é completamente honesto” e “*alguns* diretores *são* completamente honestos”.

Analisando os **diagramas lógicos** formados pelas **proposições categóricas**: “*nenhum* empregado é completamente honesto” e “*alguns* diretores *são* completamente honestos”, teremos:

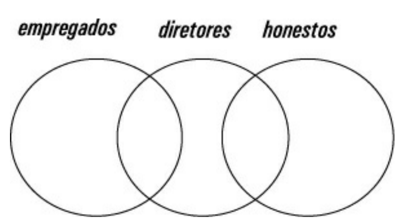
“*nenhum* empregado é completamente honesto”



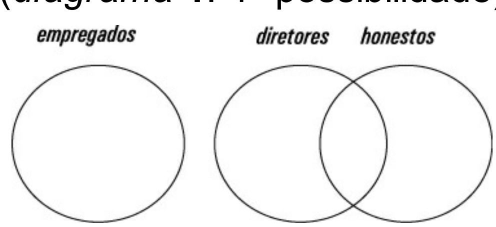
“*alguns* diretores *são* completamente honestos”



Se correlacionarmos os dois **diagramas lógicos**, em um único **diagrama**, poderíamos obter dois resultados possíveis:



(*diagrama* **1**: 1ª possibilidade)



(*diagrama* **2**: 2ª possibilidade)

Como não foi afirmado se existem ou não empregados que são diretores, ou diretores que sejam empregados, então, podemos apenas supor tais possibilidades.

Portanto, uma **conclusão logicamente necessária** destas informações é que, naquela empresa, "os diretores *que são* honestos *não são* empregados". Porém, *podem* existir ou não empregados que são diretores ou vice-versa e, como não podemos afirmar, por conseguinte, nada poderá ser concluído sobre essa última possibilidade.

9.7. Exercícios resolvidos para aprendizagem de concursos anteriores

45. Lucas, Vítor e Gustavo saíram juntos. Um deles vestia uma camiseta branca, outro vestia uma camiseta azul e outro, vermelha. Sabendo que:

- ou Lucas está de branco ou Vítor está de branco;
- ou Lucas está de azul ou Gustavo está de branco;
- ou Vítor está de vermelho, ou Gustavo está de vermelho.

Indique quais são as cores das camisetas de Lucas, Vítor e Gustavo, respectivamente.

a) azul, branca e vermelha;
b) branca, azul e vermelha;
c) azul, vermelha e branca;
d) vermelha, branca e azul;
e) vermelha, azul e branca.

Resolução:

Devemos atentar para o **conectivo lógico** em questão: **disjunção exclusiva**. Se duas **proposições simples** estiverem conectadas pela **disjunção exclusiva** "*ou...ou*" ("A $\veebar$ B"), então, essa **proposição composta** só será **verdadeira** se ambas possuírem **valorações opostas**, ou seja, se a **1ª parte** for **verdadeira**, a **2ª parte** deverá ser **falsa**, necessariamente.

P_1: **ou** Lucas está de branco **ou** Vítor está de branco;

P_2: **ou** Lucas está de azul **ou** Gustavo está de branco;

P_3: **ou** Vítor está de vermelho, **ou** Gustavo está de vermelho.

Assim, consideraremos, inicialmente, a **1ª parte** da premissa **(1)** como **verdadeira (1º passo)**, e, por conseguinte, a **2ª parte** como **falsa (2º passo)**.

OBSERVAÇÃO:
Poderíamos considerar a **1ª parte** como **falsa** e a **2ª parte** como **verdadeira**.

P_1: $\underbrace{\text{Lucas está de branco}}_{1^o\ (V)} \veebar \underbrace{\text{Vítor está de branco}}_{2^o\ (F)}$;

P_2: Lucas está de azul $\veebar$ Gustavo está de branco;

P_3: Vítor está de vermelho $\veebar$ Gustavo está de vermelho.

Por enquanto, temos a seguinte **conclusão**: "Lucas está de branco!" Sabendo-se que Lucas está de branco, logo ele **não** poderá estar de azul, o que torna a **1ª parte** da **disjunção exclusiva** da **premissa 2 falsa (3º passo)** e, consecutivamente, a **2ª parte** deverá ser, necessariamente, **verdadeira (4º passo)**.

$$P_1\text{: }\underbrace{\text{Lucas está de branco}}_{1^{o}\,(V)} \veebar \underbrace{\text{Vítor está de branco}}_{2^{o}\,(F)};$$

$$P_2\text{: }\underbrace{\text{Lucas está de azul}}_{3^{o}\,(F)} \veebar \underbrace{\text{Gustavo está de branco}}_{4^{o}\,(V)};$$

$$P_3\text{: Vítor está de vermelho } \veebar \text{ Gustavo está de vermelho.}$$

OBSERVAÇÃO:
Aqui encontramos uma **incoerência lógica**, já que estamos afirmando que **Lucas** e **Gustavo** estavam de **branco**; portanto, devemos retornar ao **início** das atribuições dos **valores lógicos** e inverter os **valores lógicos** atribuídos à **premissa 1**. Assim, teremos:

$$P_1\text{: }\underbrace{\textit{Lucas está de branco}}_{1^{o}\,(\mathbf{F})} \veebar \underbrace{\textit{Vítor está de branco}}_{2^{o}\,(\mathbf{V})};$$

$$P_2\text{: }\textit{Lucas está de azul} \veebar \textit{Gustavo está de branco;}$$

$$P_3\text{: }\textit{Vítor está de vermelho} \veebar \textit{Gustavo está de vermelho.}$$

Sabendo-se que “Vítor está de branco”, logo, Gustavo **não** poderá estar de branco o que torna a **2ª parte** da **disjunção exclusiva** da **premissa 2 falsa** e, consecutivamente, a **1ª parte**, “Lucas está de azul”, será **verdadeira**.

$$P_1\text{: }\underbrace{\text{Lucas está de branco}}_{1^{o}\,(\mathbf{F})} \veebar \underbrace{\text{Vítor está de branco}}_{2^{o}\,(\mathbf{V})};$$

$$P_2\text{: }\underbrace{\text{Lucas está de azul}}_{4^{o}\,(\mathbf{V})} \veebar \underbrace{\text{Gustavo está de branco}}_{3^{o}\,(\mathbf{F})};$$

$$P_3\text{: Vítor está de vermelho } \veebar \text{ Gustavo está de vermelho.}$$

Para última **premissa 3**, sabe-se que “Vítor está de vermelho” é uma **proposição simples falsa**, já que ele está de branco, restando-nos confirmar, como **verdadeira**, que “Gustavo está de vermelho”.

$$P_1\text{: }\underbrace{\text{Lucas está de branco}}_{1^{o}\,(\mathbf{F})} \veebar \underbrace{\text{Vítor está de branco}}_{2^{o}\,(\mathbf{V})};$$

$$P_2\text{: }\underbrace{\text{Lucas está de azul}}_{4^{o}\,(\mathbf{V})} \veebar \underbrace{\text{Gustavo está de branco}}_{3^{o}\,(\mathbf{F})};$$

$$P_3\text{: }\underbrace{\text{Vítor está de vermelho}}_{5^{o}\,(\mathbf{F})} \veebar \underbrace{\text{Gustavo está de vermelho}}_{6^{o}\,(\mathbf{V})}.$$

Como conclusão desse argumento válido, teremos que: “Vítor está de branco”, “Lucas está de Azul” e “Gustavo está de vermelho”.

Gabarito: letra **A**.

46. Gabriela, Denise e Dani foram às compras. Uma delas comprou um vestido, outra comprou um sapato e outra comprou uma bolsa. Sabe-se que:

- ou Denise comprou o vestido, ou Gabriela comprou o vestido;
- ou Dani comprou a bolsa, ou Denise comprou a bolsa;
- ou Gabriela comprou a bolsa, ou Dani comprou o sapato.

Então, Gabriela, Denise e Dani compraram, respectivamente,

a) vestido, bolsa e sapato;
b) bolsa, sapato e vestido;
c) vestido, sapato e bolsa;
d) sapato, vestido e bolsa;
e) sapato, bolsa e vestido.

Resolução:

Para esse exercício, utilizaremos o mesmo raciocínio utilizado na questão anterior.

Considere as seguintes **premissas** do **argumento**:

P_1: **ou** Denise comprou o vestido, **ou** Gabriela comprou o vestido;

P_2: **ou** Dani comprou a bolsa, **ou** Denise comprou a bolsa;

P_3: **ou** Gabriela comprou a Bolsa, **ou** Dani comprou o sapato.

Assim, consideraremos, inicialmente, a **1ª parte** da **disjunção exclusiva** da **premissa (1) como sendo falsa (1º passo)**, e, por conseguinte, a **2ª parte verdadeira (2º passo)**.

$$P_1: \underbrace{\text{Denise comprou o vestido}}_{1^\circ\ \mathbf{(F)}} \veebar \underbrace{\text{Gabriela comprou o vestido}}_{2^\circ\ \mathbf{(V)}};$$
$$P_2: \text{Dani comprou a bolsa} \veebar \text{Denise comprou a bolsa};$$
$$P_3: \text{Gabriela comprou a bolsa} \veebar \text{Dani comprou o sapato}.$$

Se “Gabriela comprou o vestido” é uma **proposição verdadeira**, então, na **3ª premissa**, a **proposição simples** “Gabriela comprou a bolsa” será, necessariamente, **falsa**, e, consecutivamente, por definição, a outra parte dessa **disjunção exclusiva** será **verdadeira**.

$$P_1: \underbrace{\text{Denise comprou o vestido}}_{1^\circ\ \mathbf{(F)}} \veebar \underbrace{\text{Gabriela comprou o vestido}}_{2^\circ\ \mathbf{(V)}};$$
$$P_2: \text{Dani comprou a bolsa} \veebar \text{Denise comprou a bolsa};$$
$$P_3: \underbrace{\text{Gabriela comprou a bolsa}}_{3^\circ\ \mathbf{(F)}} \veebar \underbrace{\text{Dani comprou o sapato}}_{4^\circ\ \mathbf{(V)}}.$$

Sendo **verdade** que “Dani comprou o sapato”, então será **falso** que “Dani comprou a bolsa”, portanto, a **1ª parte** da **disjunção exclusiva** da **2ª premissa** será **falsa** e, consecutivamente, a **2ª parte** será **verdadeira**.

$$P_1: \underbrace{\text{Denise comprou o vestido}}_{1^\circ\ \mathbf{(F)}} \veebar \underbrace{\text{Gabriela comprou o vestido}}_{2^\circ\ \mathbf{(V)}};$$
$$P_2: \underbrace{\text{Dani comprou a bolsa}}_{5^\circ\ \mathbf{(F)}} \veebar \underbrace{\text{Denise comprou a bolsa}}_{6^\circ\ \mathbf{(V)}};$$
$$P_3: \underbrace{\text{Gabriela comprou a bolsa}}_{3^\circ\ \mathbf{(F)}} \veebar \underbrace{\text{Dani comprou o sapato}}_{4^\circ\ \mathbf{(V)}}.$$

Logo, podemos concluir que: “Gabriela comprou o vestido”, “Denise comprou a bolsa” e “Dani comprou o sapato”.

Gabarito: letra **A**.

47. Se Marta é estudante, então Pedro não é professor. Se Pedro não é professor, então Murilo trabalha. Se Murilo trabalha, então hoje não é domingo. Ora, hoje é domingo. Logo,

a) Marta não é estudante e Murilo trabalha;
b) Marta não é estudante e Murilo não trabalha;
c) Marta é estudante ou Murilo trabalha;
d) Marta é estudante e Pedro é professor;
e) Murilo trabalha e Pedro é professor.

Resolução:

Seja o seguinte **argumento** formado pelas **premissas** P_1, P_2, P_3 e P_4.

P_1: se Marta é estudante, então Pedro não é professor;

P_2: se Pedro não é professor, então Murilo trabalha;

P_3: se Murilo trabalha, então hoje não é domingo;
P_4: hoje é domingo.

Para que esse **argumento** seja **válido**, devemos considerar que todas essas **premissas** sejam **verdadeiras**.

P_1: Marta é estudante → Pedro não é professor ∴ (V);
P_2: Pedro não é professor → Murilo trabalha ∴ (V);
P_3: Murilo trabalha → hoje não é domingo ∴ (V);
P_4: hoje é domingo ∴ (V).

Utilizaremos o **método** das **atribuições de valores** para determinarmos os **valores lógicos** das **proposições simples** que compõem as **condicionais** apresentadas nas **premissas** P_1, P_2 e P_3.

Sabendo-se que a **premissa P_4**, formada pela **proposição simples** "hoje é domingo", é **verdadeira (1º passo)**, então a **2ª parte** da **condicional** apresentada na **premissa P_3** será **falsa (2º passo).**

$$
\begin{aligned}
&P_1: \text{Marta é estudante} \rightarrow \text{Pedro não é professor}\\
&P_2: \text{Pedro não é professor} \rightarrow \text{Murilo trabalha}\\
&P_3: \text{Murilo trabalha} \rightarrow \underbrace{\text{hoje não é domingo}}_{\mathbf{F}\ (2^{\circ}\ \text{passo})}\\
&P_4: \underbrace{\text{Hoje é domingo}}_{\mathbf{V}\ (1^{\circ}\ \text{passo})}
\end{aligned}
$$

Sendo **falsa** a **2ª parte** da **condicional** da **premissa P_3**, então a **1ª parte** também deverá ser **falsa (3º passo),** e tal resultado confirmará também como **falsa** a **2ª parte** da **condicional** da **premissa P_2 (4º passo)**.

$$
\begin{aligned}
&P_1: \text{Marta é estudante} \rightarrow \text{Pedro não é professor}\\
&P_2: \text{Pedro não é professor} \rightarrow \underbrace{\text{Murilo trabalha}}_{\mathbf{F}\ (4^{\circ}\ \text{passo})}\\
&P_3: \underbrace{\text{Murilo trabalha}}_{\mathbf{F}\ (3^{\circ}\ \text{passo})} \rightarrow \underbrace{\text{hoje não é domingo}}_{\mathbf{F}\ (2^{\circ}\ \text{passo})}\\
&P_4: \underbrace{\text{Hoje é domingo}}_{\mathbf{V}\ (1^{\circ}\ \text{passo})}
\end{aligned}
$$

De maneira análoga, confirmaremos como **falsa** a **1ª parte** da **condicional** da **premissa P_2 (5º passo)**, o que tornará também **falsa** a **2ª parte** da **condicional** da **premissa P1 (6º passo)**. Como já é sabido, sempre que confirmamos como **falsa** a **2ª parte** de uma **condicional**, devemos confirmar também como **falsa** a **1ª parte (7º passo)**. Assim, teremos:

$$P_1: \underbrace{\text{Marta é estudante}}_{\mathbf{F}\text{ (7º passo)}} \rightarrow \underbrace{\text{Pedro não é professor}}_{\mathbf{F}\text{ (6º passo)}}$$

$$P_2: \underbrace{\text{Pedro não é professor}}_{\mathbf{F}\text{ (5º passo)}} \rightarrow \underbrace{\text{Murilo trabalha}}_{\mathbf{F}\text{ (4º passo)}}$$

$$P_3: \underbrace{\text{Murilo trabalha}}_{\mathbf{F}\text{ (3º passo)}} \rightarrow \underbrace{\text{hoje não é domingo}}_{\mathbf{F}\text{ (2º passo)}}$$

$$P_4: \underbrace{\text{Hoje é domingo}}_{\mathbf{V}\text{ (1º passo)}}$$

Logo, têm-se que: "Marta **não é** estudante", "Pedro **é** professor", "Murilo **não trabalha**" e "hoje é domingo". Portanto:

Gabarito: letra **B**.

48. (AOCP) Entre um grupo de amigos existe o seguinte arranjo:
- se João vai ao cinema, Maria vai à lanchonete;
- se Maria vai à lanchonete, José vai ao cinema;
- se José vai ao cinema, Joaquim vai à lanchonete.

Dessa maneira, se Joaquim foi ao cinema, pode-se afirmar que:
a) João não foi ao cinema e José foi ao cinema;
b) João e José foram ao cinema;
c) João não foi ao cinema e Maria não foi à lanchonete;
d) José foi ao cinema;
e) Maria foi à lanchonete.

Resolução:

Sejam as seguintes **premissas**:

P_1: Se João vai ao cinema, Maria vai à lanchonete;
P_2: Se Maria vai à lanchonete, José vai ao cinema;
P_3: Se José vai ao cinema, Joaquim vai à lanchonete;
P_4: Joaquim **foi** ao cinema.

Se o **argumento** anterior formado pelas premissas **P_1**, **P_2**, **P_3** e **P_4** for válido, então **todas** as **premissas** que o compõem, deverão ser **verdadeiras**. Portanto, pela **premissa simples** em **P_4**, temos que **"**Joaquim **foi** ao cinema**" é uma informação verdadeira (1º passo)**.

P_1: João vai ao cinema → Maria vai para a lanchonete.
P_2: Maria vai para a lanchonete → José vai ao cinema.
P_3: José vai ao cinema → Joaquim vai para a lanchonete.
P_4: $\underbrace{\text{Joaquim foi ao cinema.}}_{\text{1º }\mathbf{(V)}}$

Lembramos também que, se duas premissas simples estiverem conectadas pela condicional "**Se então**" ("A → B"), a premissa composta só será **falsa** se a **1ª parte** for **verdadeira** e a **2ª parte** for **falsa**.

Neste caso, quando é mencionado o **valor lógico** de uma das **premissas simples**, podemos utilizar a seguinte **dica**:

a) Se a **1ª parte** for confirmada como **verdadeira**, então a **2ª parte** também deverá ser confirmada como **verdadeira**.

b) Se a **1ª parte** for confirmada como **falsa**, **nada** poderemos afirmar sobre o **valor lógico** da **2ª parte**.
c) Se a **2ª parte** for confirmada como **verdadeira**, **nada** poderemos afirmar sobre o **valor lógico** da **1ª parte**.
d) Se a **2ª parte** for confirmada como **falsa**, então a **1ª parte** também deverá ser confirmada como **falsa**.

Voltando à resolução...

A **premissa simples P4**: "Joaquim **foi** ao cinema" é **verdadeira**, portanto, a **2ª parte** da condicional em "**P3**", "**Joaquim vai à lanchonete**", será falsa **(2º passo)** e, confirmando-se como **falsa** a **2ª parte** de uma **condicional**, devemos confirmar também sua **1ª parte** como **falsa (3º passo)**, para que essa condicional seja **verdadeira**.

$$\mathbf{P_1}: \underbrace{\text{João vai ao cinema}}_{2^o\,\mathbf{(V)}} \rightarrow \underbrace{\text{Maria vai para à lanchonete}}_{3^o\,\mathbf{(V)}}.$$
$$\mathbf{P_2}: \text{Maria vai para a lanchonete} \rightarrow \text{José vai ao cinema;}$$
$$\mathbf{P_3}: \underbrace{\text{José vai ao cinema}}_{2^o\,\mathbf{(V)}} \rightarrow \underbrace{\text{Joaquim vai à lanchonete}}_{3^o\,\mathbf{(V)}};$$
$$\mathbf{P_4}: \underbrace{\text{Joaquim foi ao cinema}}_{1^o\,\mathbf{(V)}}.$$

De maneira análoga, se a **2ª parte** da **condicional** da premissa **"P2"** é **falsa (4º passo)**, logo, sua **1ª parte** também será **falsa (5º passo)**.

$$\mathbf{P_1}: \text{João vai ao cinema} \rightarrow \text{Maria vai à lanchonete;}$$
$$\mathbf{P_2}: \underbrace{\text{Maria vai à lanchonete}}_{5^o\,\mathbf{(F)}} \rightarrow \underbrace{\text{José vai ao cinema}}_{4^o\,\mathbf{(F)}};$$
$$\mathbf{P_3}: \underbrace{\text{José vai ao cinema}}_{3^o\,\mathbf{(F)}} \rightarrow \underbrace{\text{Joaquim vai à lanchonete}}_{2^o\,\mathbf{(F)}};$$
$$\mathbf{P_4}: \underbrace{\text{Joaquim foi ao cinema}}_{1^o\,\mathbf{(V)}}.$$

E, de forma semelhante, ao confirmar como **falsa** a **1ª parte** da condicional em **"P2"** devemos confirmar também como **falsa** a **2ª parte** da **condicional** em **"P1" (6º passo)**. E, como é sabido, ao se confirmar como **falsa** a **2ª parte** de uma **condicional** devemos confirmar também como **falsa** sua **1ª parte**, logo: "João **vai** ao cinema" será, também, **falsa (7º passo)**.

$$\mathbf{P_1}: \underbrace{\text{João vai ao cinema}}_{7^o\,\mathbf{(F)}} \rightarrow \underbrace{\text{Maria vai à lanchonete}}_{6^o\,\mathbf{(F)}};$$
$$\mathbf{P_2}: \underbrace{\text{Maria vai para a lanchonete}}_{5^o\,\mathbf{(F)}} \rightarrow \underbrace{\text{José vai ao cinema}}_{4^o\,\mathbf{(F)}};$$
$$\mathbf{P_3}: \underbrace{\text{José vai ao cinema}}_{3^o\,\mathbf{(F)}} \rightarrow \underbrace{\text{Joaquim vai para a lanchonete}}_{2^o\,\mathbf{(F)}};$$
$$\mathbf{P_4}: \underbrace{\text{Joaquim foi ao cinema}}_{1^o\,\mathbf{(V)}}.$$

Como conclusão desse argumento válido, teremos: "João **não vai** ao cinema"; "Maria **não**

vai à lanchonete"; "José **não vai** ao cinema"; e "Joaquim **foi** ao cinema".

Gabarito: letra **C.**

49. Se Mário é mais alto do que Lucas, então Carlos é mais alto do que Diogo. Se Carlos é mais alto do que Diogo, então Chico é mais alto do que Mário. Mas Mário é mais alto do que Lucas. Assim:

a) Mário é mais alto do que Diogo;
b) Chico é mais alto do que Lucas;
c) Mário é mais alto do que Carlos;
d) Lucas é mais alto do que Carlos;
e) Lucas é mais alto do que Diogo.

Resolução:

Seja o seguinte **argumento** formado pelas **premissas** P_1, P_2, e P_3.

P_1: Se Mário é mais alto do que Lucas, então Carlos é mais alto do que Diogo;
P_2: Se Carlos é mais alto do que Diogo, então Chico é mais alto do que Mário;
P_3: Mas Mário é mais alto do que Lucas.

Para que esse **argumento** seja **válido**, devemos considerar que todas essas **premissas** sejam **verdadeiras**.

P_1: Mário é mais alto de que Lucas $\rightarrow$ Carlos é mais alto de que Diego $\therefore$ (V);
P_2: Carlos é mais alto de que Diego $\rightarrow$ Chico é mais alto de que Mário $\therefore$ (V);
P_3: Mário é mais alto de que Lucas $\therefore$ (V).

Utilizaremos o **método** das **atribuições de valores** para determinarmos os **valores lógicos** das **proposições simples** que compõem as **condicionais** apresentadas nas **premissas** P_1, e P_2.

Sabendo-se que a **premissa P_3**, formada pela **proposição simples** "Mário é mais alto do que Lucas" é **verdadeira (1º passo)**, então a **1ª parte** da **condicional** apresentada na **premissa P_1** também será **verdadeira (2º passo).**

$$\begin{aligned}
&P_1: \underbrace{\text{Mário é mais alto do que Lucas}}_{\mathbf{V}\text{ (2º passo)}} \rightarrow \text{Carlos é mais alto do que Diego} \therefore \text{(V)}\\
&P_2: \text{Carlos é mais alto do que Diego} \rightarrow \text{Chico é mais alto do que Mário} \therefore \text{(V)}\\
&P_3: \underbrace{\text{Mário é mais alto do que Lucas}}_{\mathbf{V}\text{ (1º passo)}} \therefore \text{(V)}
\end{aligned}$$

Sendo **verdadeira** a **1ª parte** da **condicional** da **premissa P_1**, então a **2ª parte** também deverá ser **verdadeira (3º passo),** e tal resultado confirmará também como **verdadeira** a **1ª parte** da **condicional** da **premissa P_2 (4º passo)**.

$$\begin{aligned}
&P_1: \underbrace{\text{Mário é mais alto do que Lucas}}_{\mathbf{V}\text{ (2º passo)}} \rightarrow \underbrace{\text{Carlos é mais alto do que Diego.}}_{\mathbf{V}\text{ (3º passo)}}\\
&P_2: \underbrace{\text{Carlos é mais alto do que Diego}}_{\mathbf{V}\text{ (4º passo)}} \rightarrow \text{Chico é mais alto do que Mário.}\\
&P_3: \underbrace{\text{Mário é mais alto do que Lucas}}_{\mathbf{V}\text{ (1º passo)}} \therefore \text{(V)}
\end{aligned}$$

De maneira análoga, confirmaremos como **verdadeira** a **2ª parte** da **condicional** da

premissa P_2 (5º passo), já que a **verdade implica outra verdade**.

$$P_1: \underbrace{\text{Mário é mais alto do que Lucas}}_{\textbf{V}\ (2^{\circ}\ \text{passo})} \rightarrow \underbrace{\text{Carlos é mais alto do que Diego.}}_{\textbf{V}\ (3^{\circ}\ \text{passo})}$$

$$P_2: \underbrace{\text{Carlos é mais alto do que Diego}}_{\textbf{V}\ (4^{\circ}\ \text{passo})} \rightarrow \underbrace{\text{Chico é mais alto do que Mário.}}_{\textbf{V}\ (5^{\circ}\ \text{passo})}$$

$$P_3: \underbrace{\text{Mário é mais alto do que Lucas}}_{\textbf{V}\ (1^{\circ}\ \text{passo})} \therefore (\text{V})$$

Logo, têm-se que: “Mário é mais **alto** do que Lucas”; “Carlos é mais alto do que Diogo” e “Chico é mais alto do que Mário”.

Colocando-se em **ordem decrescente de altura**, teremos:

Chico > Mário > Lucas e Carlos > Diego

Observe que **nada** podemos afirmar com relação às alturas de Chico, Mário e Lucas e as alturas de Carlos e Diego, pois **não há correlações** ou informações suficientes entre elas.

Portanto,

Gabarito: letra **B**.

50. (Cetro) Considere as premissas:

P1: todos os ɤ são ¥;

P2: todos os ¥ são Ŧ;

P3: quem é € não é Ŧ.

Assinale a alternativa que não é uma consequência lógica das três premissas apresentadas.

a) os ɤ não são €;

b) os ¥ não são €;

c) os Ŧ não são €;

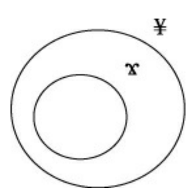
d) os Ŧ são ¥;

e) os ɤ são Ŧ.

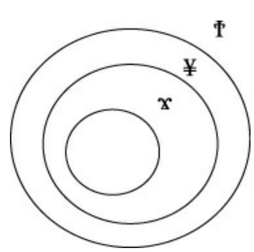
Resolução:

Representando as *premissas* P1, P2 e P3 por **diagramas lógicos**, teremos:

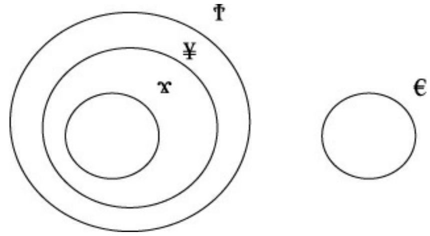
P1: todos os ɤ são ¥;



P2: todos os ¥ são Ŧ;



P3: quem é € não é Ŧ.



Logo, podemos concluir que:

a) se todos os ϰ são ¥ e todos os ¥ são Ŧ, portanto, todos os ϰ são Ŧ;

b) quem é € não é Ŧ, logo, também não será nem ϰ, nem ¥.

Analisando as alternativas, teremos:

a) os ϰ não são € **(CERTO);**

b) os ¥ não são € **(CERTO);**

c) os Ŧ não são € **(CERTO);**

d) os Ŧ são ¥ **(ERRADO, pois nem todos os Ŧ são ¥);**

e) os ϰ são Ŧ **(CERTO).**

Gabarito: letra **D**.

51. (Cetro) Em um pote de doces, sabe-se que existe pelo menos um chiclete que é de hortelã. Sabe-se, também, que todos os doces do pote, que são de sabor hortelã, são verdes. Segue-se, portanto, necessariamente que:

a) todo doce verde é de hortelã;
b) todo doce verde é chiclete;
c) nada que não seja verde é chiclete;
d) algum chiclete é verde;
e) algum chiclete não é verde.

Resolução:

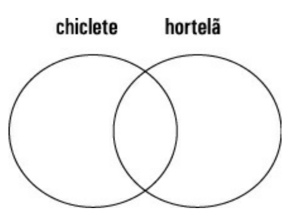
Sejam as premissas:

P1: existe pelo menos um chiclete que é de hortelã;

P2: todos os doces do pote, que são de sabor hortelã, são verdes.

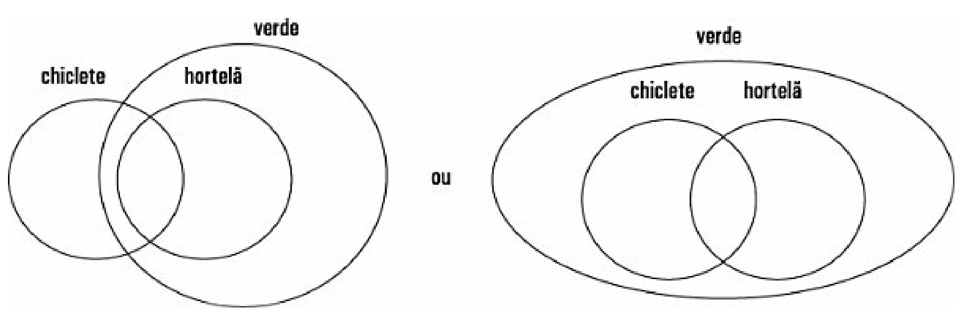
Portanto, representando as **premissas** P1 e P2 na forma de diagramas lógicos, obteremos a seguinte situação conclusiva:

P1: existe pelo menos um chiclete que é de hortelã;



P2: todos os doces do pote, que são de sabor hortelã, são verdes.

Podendo ser representa de duas formas:



Por esses diagramas, podemos concluir que:

a) nem todo chiclete é de hortelã e verde;

b) algum chiclete é de hortelã e verde;

c) todos os chicletes *podem ser* verdes *ou não*.

Analisando cada alternativa, teremos:

a) todo doce verde é de hortelã **(ERRADO, pois nem todo doce verde é de hortelã)**;

b) todo doce verde é chiclete **(ERRADO, pois nem todo doce verde é chiclete)**;

c) nada que não seja verde é chiclete **(ERRADO, pois alguns chicletes não são verdes)**;

d) algum chiclete é verde **(CERTO)**;

e) algum chiclete não é verde **(ERRADO, pois não podemos afirmar esse fato)**.

Gabarito: letra **D**.

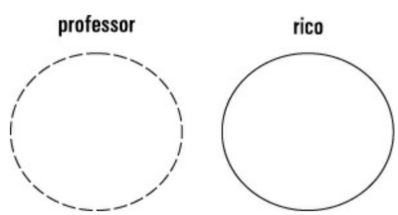
52. Em uma cidade, as seguintes premissas são verdadeiras: Nenhum professor é rico. Alguns políticos são ricos. Então, pode-se afirmar que:

a) nenhum professor é político;
b) alguns professores são políticos;
c) alguns políticos são professores;
d) alguns políticos não são professores;
e) nenhum político é professor.

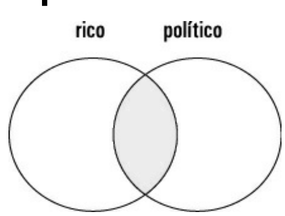
Resolução:

Representaremos, inicialmente, por meio de **diagramas lógicos**, as **proposições categóricas** expressas no **argumento** do texto do enunciado:

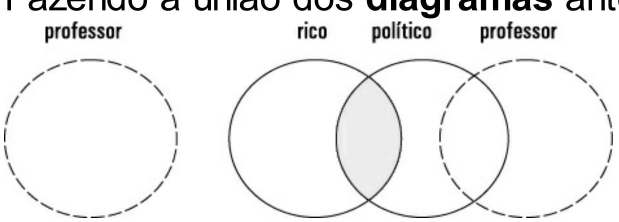
nenhum professor é rico;



alguns políticos são ricos.



Fazendo a união dos **diagramas** anteriores, podemos obter as seguintes relações:



Deste diagrama final, podemos obter as seguintes conclusões:

I. nenhum professor é rico, mas pode ocorrer que alguns professores *sejam* políticos ou *não*;

II. alguns políticos são ricos e, consequentemente, não poderão ser professores.

Logo,

Gabarito: letra **D**.

9.8. Exercícios propostos de concursos anteriores

231. (Cesgranrio) Paloma fez as seguintes declarações:

“Sou inteligente e não trabalho.”

“Se não tiro férias, então trabalho.”

Supondo que as duas declarações sejam verdadeiras, é FALSO concluir que Paloma:

a) é inteligente;
b) tira férias;
c) trabalha;
d) não trabalha e tira férias;
e) trabalha ou é inteligente.

232. (FCC) Certo dia, três bibliotecárias foram incumbidas de catalogar os livros de um lote recebido. Ao final do trabalho, duas delas fizeram as seguintes declarações:

Aline: “Bia catalogou livros do lote, mas Cacilda não os catalogou.”

Bia: “Se Aline não catalogou livros do lote, então Cacilda os catalogou.”

Considerando que as duas declarações são verdadeiras, então os livros desse lote foram catalogados:

a) pelas três bibliotecárias;
b) por uma única bibliotecária;
c) apenas por Bia e Cacilda;
d) apenas por Aline e Cacilda;
e) apenas por Aline e Bia.

233. (FCC) Considere um argumento composto pelas seguintes premissas:

• Se a inflação não é controlada, então não há projetos de desenvolvimento.
• Se a inflação é controlada, então o povo vive melhor.
• O povo não vive melhor.

Considerando que as três premissas são verdadeiras, então, uma conclusão que tornaria o argumento válido é:

a) a inflação é controlada;
b) não há projetos de desenvolvimento;
c) a inflação é controlada ou há projetos de desenvolvimento;
d) o povo vive melhor e a inflação não é controlada;
e) se a inflação não é controlada e não há projetos de desenvolvimento, então o povo vive melhor.

234. (FCC) Se Alceu tira férias, então Brenda fica trabalhando. Se Brenda fica trabalhando, então Clóvis chega mais tarde ao trabalho. Se Clóvis chega mais tarde ao trabalho, então Dalva falta ao trabalho. Sabendo-se que Dalva não faltou ao trabalho, é CORRETO concluir que:

a) Alceu não tira férias e Clóvis chega mais tarde ao trabalho;
b) Brenda não fica trabalhando e Clóvis chega mais tarde ao trabalho;
c) Clóvis não chega mais tarde ao trabalho e Alceu não tira férias;
d) Brenda fica trabalhando e Clóvis chega mais tarde ao trabalho;
e) Alceu tira férias e Brenda fica trabalhando.

235. (Esaf) Ana é artista ou Carlos é carioca. Se Jorge é juiz, então Breno não é bonito. Se Carlos é carioca, então Breno é bonito. Ora, Jorge é juiz. Logo:

a) Jorge é juiz e Breno é bonito;
b) Carlos é carioca ou Breno é bonito;
c) Breno é bonito e Ana é artista;
d) Ana não é artista e Carlos é carioca;
e) Ana é artista e Carlos não é carioca.

236. (Esaf) Ana é artista ou Carlos é compositor. Se Mauro gosta de música, então Flávia não é fotógrafa. Se Flávia não é fotógrafa, então Carlos não é compositor. Ana não é artista e Daniela não fuma. Pode-se, então, concluir corretamente que:

a) Ana não é artista e Carlos não é compositor;
b) Carlos é compositor e Flávia é fotógrafa;
c) Mauro gosta de música e Daniela não fuma;

d) Ana não é artista e Mauro gosta de música;
e) Mauro não gosta de música e Flávia não é fotógrafa.

237. (Esaf) Se Vera viajou, nem Camile nem Carla foram ao casamento. Se Carla não foi ao casamento, Vanderleia viajou. Se Vanderleia viajou, o navio afundou. Ora, o navio não afundou. Logo,
a) Vera não viajou e Carla não foi ao casamento;
b) Camile e Carla não foram ao casamento;
c) Carla não foi ao casamento e Vanderleia não viajou;
d) Carla não foi ao casamento ou Vanderleia viajou;
e) Vera e Vanderleia não viajaram.

238. (Esaf) Surfo ou estudo. Fumo ou não surfo. Velejo ou não estudo. Ora, não velejo. Assim:
a) estudo e fumo;
b) não fumo e surfo;
c) não velejo e não fumo;
d) estudo e não fumo;
e) fumo e surfo.

239. (Esaf) Se não leio, não compreendo. Se jogo, não leio. Se não desisto, compreendo. Se é feriado, não desisto. Então:
a) se jogo, não é feriado;
b) se não jogo, é feriado;
c) se é feriado, não leio;
d) se não é feriado, leio;
e) se é feriado, jogo.

240. (FGV) Considere verdadeiras as seguintes proposições compostas:
I. se João é brasileiro, então Maria não é portuguesa;
II. se Pedro não é japonês, então Maria é portuguesa;
III. se João não é brasileiro, então Pedro é japonês.
Logo, é CORRETO deduzir que:
a) Pedro não é japonês;
b) João não é brasileiro;
c) João é brasileiro;
d) Maria é portuguesa;
e) Pedro é japonês.

241. (Esaf) No final de semana, Chiquita não foi ao parque. Ora, sabe-se que sempre que Didi estuda, Didi é aprovado. Sabe-se, também, que, nos finais de semana, ou Dadá vai à missa ou vai visitar tia Célia. Sempre que Dadá vai visitar tia Célia, Chiquita vai ao parque, e sempre que Dadá vai à missa, Didi estuda. Então, no final de semana,
a) Dadá foi à missa e Didi foi aprovado;
b) Didi não foi aprovado e Dadá não foi visitar tia Célia;
c) Didi não estudou e Didi foi aprovado;
d) Didi estudou e Chiquita foi ao parque;
e) Dadá não foi à missa e Didi não foi aprovado.

242. (Esaf) Maria é magra ou Bernardo é barrigudo. Se Lúcia é linda, então César não é careca. Se Bernardo é barrigudo, então César é careca. Ora, Lúcia é linda. Logo:
a) Maria é magra e Bernardo não é barrigudo;
b) Bernardo é barrigudo ou César é careca;
c) César é careca e Maria é magra;
d) Maria não é magra e Bernardo é barrigudo;
e) Lúcia é linda e César é careca.

243. (Consulplan) Num shopping, se a escada rolante não está em funcionamento, então todos os elevadores estão disponíveis. Se a escada rolante está em funcionamento, então nenhuma loja está fechada. Ora, uma loja não está aberta. Logo:
a) pelo menos um elevador não está disponível;
b) a escada rolante está em funcionamento e todos os elevadores estão disponíveis;
c) a escada rolante está em funcionamento e pelo menos um elevador não está disponível;

d) a escada rolante não está em funcionamento e todos elevadores estão disponíveis;
e) a escada rolante não está em funcionamento e pelo menos um elevador não está disponível.

244. (FCC) Há três suspeitos de um crime: o cozinheiro, a governanta e o mordomo. Sabe-se que o crime foi efetivamente cometido por um ou por mais de um deles, já que podem ter agido individualmente ou não. Sabe-se, ainda, que:
I. se o cozinheiro é inocente, então a governanta é culpada;
II. ou o mordomo é culpado ou a governanta é culpada;
III. o mordomo não é inocente.
Logo:
a) a governanta e o mordomo são os culpados;
b) o cozinheiro e o mordomo são os culpados;
c) somente a governanta é culpada;
d) somente o cozinheiro é inocente;
e) somente o mordomo é culpado.

245. (Esaf) Pedro namora ou trabalha; lê ou não namora; rema ou não trabalha. Sabendo-se que Pedro não rema, é CORRETO concluir que ele:
a) trabalha e namora;
b) não namora e lê;
c) não lê e trabalha;
d) não trabalha e não lê;
e) lê e namora.

246. (Esaf) De três irmãos — José, Adriano e Caio —, sabe-se que ou José é o mais velho, ou Adriano é o mais moço. Sabe-se, também, que ou Adriano é o mais velho, ou Caio é o mais velho. Então, o mais velho e o mais moço dos três irmãos são, respectivamente:
a) Caio e José;
b) Caio e Adriano;
c) Adriano e Caio;
d) Adriano e José;
e) José e Adriano.

247. (FCC) Quando não vejo Lucia, não passeio ou fico deprimido. Quando chove, não passeio e fico deprimido. Quando não faz calor e passeio, não vejo Lucia. Quando não chove e estou deprimido, não passeio. Hoje, passeio. Portanto, hoje:
a) vejo Lucia, e não estou deprimido, e não chove, e faz calor;
b) não vejo Lucia, e estou deprimido, e chove, e faz calor;
c) não vejo Lucia, e estou deprimido, e não chove, e não faz calor;
d) vejo Lucia, e não estou deprimido, e chove, e faz calor;
e) vejo Lucia, e estou deprimido, e não chove, e faz calor.

248. (Iades) Se Abel não é agente administrativo, então Túlio é técnico de contabilidade. Se Túlio não é técnico de contabilidade, então Pedro não é portador de deficiência. Pedro ser portador de deficiência é condição necessária para Abel ser agente administrativo e condição suficiente para Túlio não ser técnico de contabilidade. Considerando que são VERDADEIRAS todas as proposições do encadeamento lógico acima, pode-se concluir que:
a) Abel é agente administrativo e Pedro é portador de deficiência;
b) Abel não é agente administrativo e Túlio não é técnico de contabilidade;
c) Túlio não é técnico de contabilidade e Pedro é portador de deficiência;
d) Pedro é portador de deficiência e Túlio é técnico de contabilidade;
e) Abel não é agente administrativo e Pedro não é portador de deficiência.

249. (Esaf) Ana tem três irmãs: uma gremista, uma corintiana e outra fluminense. Uma das irmãs é loira, a outra, morena, e a outra, ruiva. Sabe-se que:
I. ou a gremista é loira, ou a fluminense é loira;
II. ou a gremista é morena, ou a corintiana é ruiva;
III. ou a fluminense é ruiva, ou a corintiana é ruiva;
IV. ou a corintiana é morena, ou a fluminense é morena.
Portanto, a gremista, a corintiana e a fluminense, serão, nessa ordem:
a) loira, ruiva, morena;

b) ruiva, morena, loira;
c) ruiva, loira, morena;
d) loira, morena, ruiva;
e) morena, loira, ruiva.

250. (Esaf) Se o jardim não é florido, então o gato mia. Se o jardim é florido, então o passarinho não canta. Ora, o passarinho canta. Logo:
a) o jardim é florido e o gato mia;
b) o jardim é florido e o gato não mia;
c) o jardim não é florido e o gato mia;
d) o jardim não é florido e o gato não mia;
e) se o passarinho canta, então o gato não mia.

251. (Esaf) Se Frederico é francês, então Alberto não é alemão. Ou Alberto é alemão, ou Egídio é espanhol. Se Pedro não é português, então Frederico é francês. Ora, nem Egídio é espanhol nem Isaura é italiana. Logo:
a) Pedro é português e Frederico é francês;
b) Pedro é português e Alberto é alemão;
c) Pedro não é português e Alberto é alemão;
d) Egídio é espanhol ou Frederico é francês;
e) se Alberto é alemão, Frederico é francês.

252. (Funiversa) Se $Q = 8x - 6y$, então $Q = 5r + 5t$. Se $Q = 5r + 5t$, então $Q = 4z - p$. Por outro lado, $Q = 8x - 6y$ ou $Q = 99$. Se $Q = 99$, então $Q - R = 100$. Porém, sabe-se que $Q \neq 100 + R$. Então:
a) $5r + 5t \neq 4z - p$;
b) $Q = 5r + 5t$;
c) $4z - p = 99$;
d) $4z - p \neq 8x - 6y$;
e) $Q \neq 8x - 6y$.

253. (Esaf) $M = 2x + 3y$, então $M = 4p + 3r$. Se $M = 4p + 3r$, então $M = 2w - 3r$. Por outro lado, $M = 2x + 3y$, ou $M = 0$. Se $M = 0$, então $M + H = 1$. Ora, $M + H \neq 1$. Logo,
a) $2w - 3r = 0$;
b) $4p + 3r \neq 2w - 3r$;
c) $M \neq 2x + 3y$;
d) $2x + 3y \neq 2w - 3r$;
e) $M = 2w - 3r$.

254. (Esaf) Se o anão foge do tigre, então o tigre é feroz. Se o tigre é feroz, então o rei fica no castelo. Se o rei fica no castelo, então a rainha briga com o rei. Ora, a rainha não briga com o rei. Logo:
a) o rei não fica no castelo e o anão não foge do tigre;
b) o rei fica no castelo e o tigre é feroz;
c) o rei não fica no castelo e o tigre é feroz;
d) o tigre é feroz e o anão foge do tigre;
e) o tigre não é feroz e o anão foge do tigre.

255. (Iades) É necessário que Beatriz durma para que Sérgio fique feliz. Quando Beatriz dorme, então Romério faz uma visita. É necessário e suficiente que Romério faça uma visita para que Amélia descanse. Logo, quando Sérgio fica feliz, então:
a) Amélia descansa e Beatriz dorme;
b) Amélia não descansa ou Beatriz não dorme;
c) Beatriz não dorme e Romério faz uma visita;
d) Beatriz não dorme e Romério não faz uma visita.

Julgue os argumentos a seguir.

256. (Cespe/UnB) Premissa P1: Se esse número é maior do que 5, então o quadrado desse número é maior do que 25.
Premissa P2: Esse número não é maior do que 5.
Conclusão Q: O quadrado desse número não é maior do que 25.

257. (Cespe/UnB) Premissa P1: Se a casa for perto do lago, então poderemos nadar.
Premissa P2: Não poderemos nadar.
Conclusão Q: A casa não é perto do lago.

258. (UnB/Cespe) Considerando que, se as proposições da forma $\neg A \vee B$ e A forem V, então B é também uma proposição V e, nesse caso, diz-se que a sequência formada por essas três proposições constitui um argumento válido, assinale a opção que apresenta um argumento válido CORRETO.

a) Manuela é assistente de informática ou Manuela não poderá fazer o concurso.
Manuela não poderá fazer o concurso.
Então Manuela não é assistente de informática.

b) Os óculos do chefe não estavam sobre a mesa ou estavam no armário.
Os óculos do chefe não estavam sobre a mesa.
Então os óculos do chefe estavam no armário.

c) Zeca não é um administrador ou Zeca é responsável pelo almoxarifado da empresa.
Zeca é um administrador.
Então, Zeca é responsável pelo almoxarifado da empresa.

d) O estado do Pará terá a maior área de preservação de floresta tropical ou o macaco-aranha será extinto.
O macaco-aranha será extinto.
Então, o estado do Pará não terá a maior área de preservação de floresta tropical.

(UnB/Cespe) Considere que as letras P e Q representem proposições simples, isto é, representem declarações que possam ser julgadas como verdadeiras (V) ou falsas (F). As expressões simbólicas $\neg P$, $P \rightarrow Q$, $P \vee Q$ e $P \wedge Q$ são formas compostas de proposições. Uma proposição qualquer, simples ou composta, é chamada fórmula. Uma fórmula do tipo $\neg P$ é V quando P for F, e é F quando P for V. Uma fórmula do tipo $P \rightarrow Q$ é F se P for V e Q for F; caso contrário, é V. Uma fórmula do tipo $P \vee Q$ é F se P e Q forem ambas F; caso contrário, é V.
Uma fórmula do tipo $P \wedge Q$ é V se P e Q forem ambas V; caso contrário, é F. Um argumento é uma fórmula $P_1 \wedge P_2 \wedge ... \wedge Pn \rightarrow Q$, em que os Pi's e Q são fórmulas. Nesse argumento, as fórmulas Pi's são chamadas premissas e a fórmula Q é chamada conclusão. Um argumento é válido quando a conclusão é V, sempre que as premissas forem todas verdadeiras V.

A partir do texto acima, julgue a questão a seguir.

259. A fórmula $(P \rightarrow \neg Q) \wedge (R \rightarrow Q) \wedge R \rightarrow \neg P$ é um argumento válido.

260. Considere que "Zeca não é o presidente da companhia ou Zeca tem pelo menos 34 anos" e "Zeca tem pelo menos 34 anos" sejam premissas verdadeiras. Se a conclusão for "Portanto, Zeca é o presidente da companhia", então é CORRETO afirmar que este se trata de um argumento válido.

261. (Cespe/UnB) Suponha que as proposições "Edu tem um *laptop* ou ele tem um celular" e "Edu ter um celular é condição necessária para Edu ter um *laptop*" sejam verdadeiras. Nesse caso, considerando essas proposições premissas e a proposição "Edu tem um *laptop*" conclusão de um argumento, então esse argumento é válido.

262. (Cespe/UnB) Considere que as seguintes afirmações sejam verdadeiras:

- Se é noite e não chove, então Paulo vai ao cinema.
- Se não faz frio ou Paulo vai ao cinema, então Márcia vai ao cinema.

Considerando que, em determinada noite, Márcia não foi ao cinema, é CORRETO afirmar que, fez frio, Paulo não foi ao cinema e choveu.

263. (Cespe/UnB) A sequência de proposições a seguir constitui uma dedução CORRETA.

- Se Carlos não estudou, então ele fracassou na prova de Física.
- Se Carlos jogou futebol, então ele não estudou.
- Carlos não fracassou na prova de Física.
- Carlos não jogou futebol.

264. (Cespe/UnB) Gilberto, gerente de sistemas do TRE de determinada região, após reunir-se com os técnicos judiciários Alberto, Bruno, Cícero, Douglas e Ernesto para uma prospecção a respeito do uso de sistemas operacionais, concluiu que:

- se Alberto usa o Windows, então Bruno usa o Linux;
- se Cícero usa o Linux, então Alberto usa o Windows;
- se Douglas não usa o Windows, então Ernesto também não o faz;

• se Douglas usa o Windows, então Cícero usa o Linux.

Com base nessas conclusões e sabendo que Ernesto usa o Windows, é CORRETO concluir que:

a) Cícero não usa o Linux;
b) Douglas não usa o Linux;
c) Ernesto usa o Linux;
d) Alberto usa o Linux;
e) Bruno usa o Linux.

265. (Cespe/UnB) Considere que as proposições da sequência a seguir sejam verdadeiras.

• Se Fred é policial, então ele tem porte de arma.
• Fred mora em São Paulo ou ele é engenheiro.
• Se Fred é engenheiro, então ele faz cálculos estruturais.
• Fred não tem porte de arma.
• Se Fred mora em São Paulo, então ele é policial.

Nesse caso, é CORRETO inferir que a proposição “Fred não mora em São Paulo” é uma conclusão verdadeira com base nessa sequência.

(UnB/Cespe) Para descobrir qual dos assaltantes — Gavião ou Falcão — ficou com o dinheiro roubado de uma agência bancária, o delegado constatou os seguintes fatos:

F1. se Gavião e Falcão saíram da cidade, então o dinheiro não ficou com Gavião;
F2. se havia um caixa eletrônico em frente ao banco, então o dinheiro ficou com Gavião;
F3. Gavião e Falcão saíram da cidade;
F4. havia um caixa eletrônico em frente ao banco ou o dinheiro foi entregue à mulher de Gavião.

Considerando que as proposições F1, F2, F3 e F4 sejam verdadeiras, julgue as questões subsequentes, com base nas regras de dedução.

266. A negação da proposição F4 é logicamente equivalente à proposição “Não havia um caixa eletrônico em frente ao banco ou o dinheiro não foi entregue à mulher de Gavião”.

267. A proposição “O dinheiro foi entregue à mulher de Gavião” é verdadeira.

268. A proposição F2 é logicamente equivalente à proposição “Se o dinheiro não ficou com Gavião, então não havia um caixa eletrônico em frente ao banco”.

• Começo de mês é tempo de receber salário.
• Se as contas chegam, o dinheiro (salário) sai.
• Se o dinheiro (salário) sai, a conta fica no vermelho muito rapidamente.
• Se a conta fica no vermelho muito rapidamente, então a alegria dura pouco.
• As contas chegam.

(UnB/Cespe) Pressupondo que as premissas apresentadas anteriormente sejam verdadeiras e considerando as propriedades gerais dos argumentos, julgue as questões subsequentes.

269. A afirmação “Começo do mês é tempo de receber salário, porém a alegria dura pouco” é uma conclusão válida a partir das premissas apresentadas anteriormente.

270. A afirmação “Se as contas chegam, então a alegria dura pouco” é uma conclusão válida a partir das premissas apresentadas anteriormente.

271. (Cespe/UnB) Considere uma argumentação em que duas premissas são da forma:

1. Nenhum A é B;
2. Todo C é A;

e a conclusão é da forma “Nenhum C é B”. Essa argumentação não pode ser considerada válida.

272. (Cespe/UnB) Considere que são V as seguintes proposições: “Todos os candidatos que obtiveram nota acima de 9 na prova de Língua Portuguesa foram aprovados no concurso” e “Joaquim foi aprovado no concurso”. Então a proposição “Joaquim teve nota acima de 9 na prova de Língua Portuguesa” é também V, podendo-se concluir que essas proposições constituem um argumento válido.

273. (Cespe/UnB) Todo planeta é verde. A Terra é conhecida como planeta azul. Logo, o planeta azul é verde.

274. (Cespe/UnB) Considerando-se como premissas as proposições “Nenhum pirata é bondoso” e “Existem piratas que são velhos”, se a conclusão for “Existem velhos que não são bondosos”, então essas três proposições constituem um raciocínio válido.

275. (Cespe/UnB) Considere como premissas as proposições “Todos os *hobits* são baixinhos” e “Todos os habitantes da Colina são *hobits*”, e, como conclusão, a proposição “Todos os baixinhos são habitantes da Colina”. Nesse caso, essas três proposições constituem um raciocínio válido.

276. (Cespe/UnB) Considere que a sequência de proposições a seguir constitua três premissas e a conclusão, nessa ordem: “Todas as mulheres são pessoas vaidosas”; “Todas as pessoas vaidosas são caprichosas”; “Existem pessoas tímidas que são mulheres”; “Existem pessoas tímidas que são caprichosas”. Nesse caso, tem-se uma dedução que expressa um raciocínio CORRETO.

277. (Cespe/UnB) Considere as seguintes declarações:

I. Todos os brasileiros são hospitaleiros;

II. Nenhuma pessoa feliz dirige imprudentemente;

III. Pessoas hospitaleiras são felizes.

Se essas declarações forem verdadeiras, então a declaração “Brasileiros dirigem imprudentemente” é também VERDADEIRA.

278. (Cespe/UnB) Considere as proposições a seguir:

A: Todo marciano é péssimo jogador de futebol;

B: Pelé é marciano.

Nessa hipótese, a proposição “Pelé é péssimo jogador de futebol” é F.

279. (Cespe/UnB) Considerando como premissas as proposições “Nenhum universitário é analista judiciário” e “Todo analista judiciário faz curso de informática”, e como conclusão a proposição “Nenhum universitário faz curso de informática”, então o raciocínio formado por essas proposições é CORRETO.

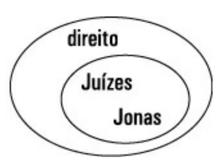
280. (Cespe/UnB) Considere o argumento formado pelas proposições A: “Todo número inteiro é par”; B: “Nenhum número par é primo”; C: “Nenhum número inteiro é primo”, em que A e B são as premissas e C é a conclusão. Nesse caso, é CORRETO afirmar que o argumento é um argumento válido.

281. (Cespe/UnB) Considere que o círculo maior do diagrama anterior represente o conjunto dos vegetarianos, o qual contém um indivíduo chamado Cláudio, e que o círculo menor represente o conjunto dos amigos de Ana, que também está contido no conjunto dos vegetarianos.

Com base nessas informações, julgue o item abaixo.

Se todos os amigos de Ana são vegetarianos e Cláudio também é vegetariano, então é CORRETO concluir que Cláudio é amigo de Ana.

282. (Cespe/UnB) Se forem V as proposições “Todos os assistentes de educação auxiliam os professores” e “João e Aline auxiliam os professores”, então a proposição “João e Aline são assistentes de educação” também será V.



(Cespe/UnB) Nos diagramas acima, estão representados dois conjuntos de pessoas que possuem o diploma do curso superior de Direito, dois conjuntos de juízes e dois elementos desses conjuntos: Mara e Jonas. Julgue as questões subsequentes tendo como referência esses diagramas e o texto.

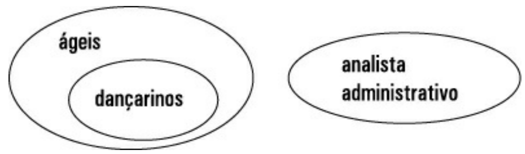
283. A proposição “Mara é formada em direito e é juíza” é verdadeira.

284. A proposição “Se Jonas não é um juiz, então Mara e Jonas são formados em direito” é falsa.

(Cespe/UnB) De acordo com a lógica de argumentação, julgue a questão a seguir.

285. Admitindo-se que as proposições funcionais “Nenhuma mulher é piloto de Fórmula 1” e “Alguma mulher é presidente” sejam ambas V, então é CORRETO concluir que a proposição funcional “Existe presidente que não é piloto de Fórmula 1” tem valoração V.

286. (UnB/Cespe) Considere o diagrama abaixo.



Esse diagrama é uma prova de que o argumento a seguir é válido, ou seja, as proposições I e II são premissas e a proposição III é uma conclusão, pois é verdadeira por consequência das premissas.

I. Nenhum analista administrativo é dançarino.

II. Todos os dançarinos são ágeis.

III. Logo, nenhum analista administrativo é ágil.

(UnB/Cespe) Um argumento constituído por uma sequência de três proposições — P1, P2 e P3, em que P1 e P2 são as premissas e P3 é a conclusão — é considerado válido se, a partir das premissas P1 e P2, assumidas como verdadeiras, obtém-se a conclusão P3, também verdadeira por consequência lógica das premissas.
A respeito das formas válidas de argumentos, julgue as próximas questões.

287. Considere a seguinte sequência de proposições:

P1 – Existem policiais que são médicos.

P2 – Nenhum policial é infalível.

P3 – Nenhum médico é infalível.

Nessas condições, é CORRETO concluir que o argumento de premissas P1 e P2 e conclusão P3 é válido.

288. Se as premissas P1 e P2 de um argumento forem dadas, respectivamente, por “Todos os leões são pardos” e “Existem gatos que são pardos”, e a conclusão P3 for dada por “Existem gatos que são leões”, então essa sequência de proposições constituirá um argumento válido.

289. (UnB/Cespe) É válido o seguinte argumento: “O Sol é uma estrela, e toda estrela tem cinco pontas, logo o Sol tem cinco pontas”.

Gabarito

Capítulo 1

1. b	**16.** d	**31.** errado	**46.** errado
2. a	**17.** c	**32.** certo	**47.** certo
3. b	**18.** c	**33.** certo	**48.** errado
4. c	**19.** b	**34.** certo	**49.** certo
5. d	**20.** a	**35.** errado	**50.** certo
6. b	**21.** c	**36.** errado	**51.** certo
7. d	**22.** c	**37.** errado	**52.** errado
8. c	**23.** e	**38.** certo	**53.** errado
9. c	**24.** c	**39.** errado	**54.** certo
10. a	**25.** a	**40.** errado	**55.** certo
11. b	**26.** c	**41.** certo	
12. e	**27.** b	**42.** errado	
13. b	**28.** certo	**43.** certo	
14. a	**29.** errado	**44.** errado	
15. c	**30.** certo	**45.** errado	

Capítulo 2

56. d	**58.** b	**60.** c	**62.** b
57. d	**59.** c	**61.** b	

Capítulo 3

63. b
64. b
65. b
66. b
67. d
68. c
69. c
70. a
71. d
72. e
73. c
74. a
75. errado

Capítulo 4

76. errado
77. certo
78. errado
79. certo
80. errado
81. certo
82. errado
83. errado
84. certo
85. certo
86. b
87. c
88. b
89. a

Capítulo 5

90. certo
91. errado
92. certo
93. certo
94. certo
95. errado
96. certo
97. errado
98. certo
99. certo
100. certo
101. errado
102. certo
103. certo
104. certo
105. errado
106. certo
107. certo
108. errado
109. errado
110. certo
111. certo
112. d
113. d
114. d
115. b
116. e
117. a
118. c
119. d

Capítulo 6

120. a
121. d
122. b
123. a
124. c
125. c
126. b
127. d
128. b
129. a
138. b
139. c
140. c
141. c
142. d
143. d
144. a
145. b
146. c
147. e
156. a
157. c
158. c
159. a
160. d
161. d
162. b
163. e
164. e
165. c
174. a
175. a
176. e
177. d
178. d
179. d
180. b
181. a
182. certo
183. errado

130. a
131. d
132. b
133. b
134. e
135. d
136. a
137. d
148. e
149. a
150. d
151. e
152. e
153. b
154. d
155. d
166. a
167. c
168. e
169. a
170. c
171. b
172. a
173. b
184. certo
185. certo
186. errado
187. certo
188. certo
189. errado
190. certo
191. certo

Capítulo 7

192. b
193. d
194. a
195. c
196. d
197. c
198. a
199. c
200. c
201. d
202. a
203. a
204. a
205. c
206. c
207. c
208. d
209. e
210. d
211. b
212. c
213. e
214. c
215. a
216. errado
217. certo
218. certo
219. errado
220. certo
221. errado
222. certo

Capítulo 8

223. a
224. e
225. errado
226. errado
227. certo
228. certo
229. certo
230. certo

Capítulo 9

231. c
232. e
233. b
234. c
235. e
236. b
237. e
238. e
239. a
246. b
247. a
248. e
249. a
250. c
251. b
252. b
253. e
254. a
261. certo
262. certo
263. certo
264. e
265. certo
266. errado
267. certo
268. certo
269. certo
276. certo
277. errado
278. errado
279. errado
280. certo
281. errado
282. errado
283. errado
284. errado

240. e
241. a
242. a
243. d
244. b
245. e

255. a
256. errado
257. certo
258. c
259. certo
260. errado

270. certo
271. errado
272. errado
273. certo
274. certo
275. errado

285. certo
286. errado
287. errado
288. errado
289. certo