

2º Trabalho de Matemática Discreta  
 Curso de Sistemas de Informação - UEMG Ituiutaba  
 2º Semestre de 2019 - 05/11/19

Aluno(a): \_\_\_\_\_

Aluno(a): \_\_\_\_\_

1. Seja  $W = \{a, b, e, d\}$ . Decida se cada conjunto de pares ordenados é uma função  $f$  de  $W$  em  $W$ .

(a)  $\{(b, a), (c, d), (d, a), (c, d)(a, d)\}$

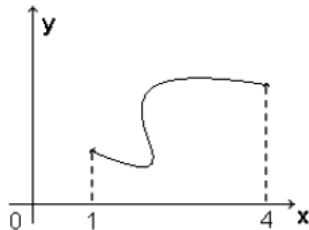
(c)  $\{(a, b), (b, b), (c, d), (d, b)\}$

(b)  $\{(d, d), (c, a), (a, b), (d, b)\}$

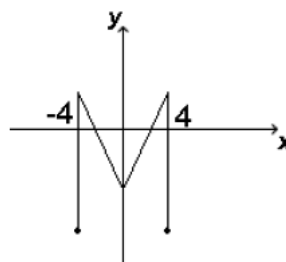
(d)  $\{(a, a), (b, a), (a, b), (c, d)\}$

2. Dentre os gráficos abaixo, identifique aqueles que apresentam ou não apresentam função justificando sua resposta ficando sempre atento ao domínio dado.

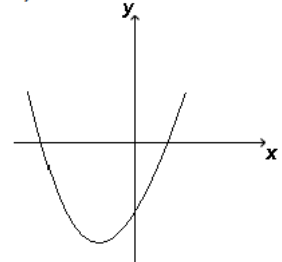
a)  $D = [1; 4]$



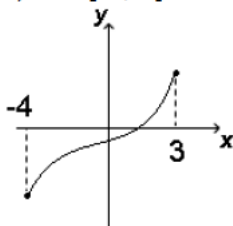
d)  $D = [-4; 4]$



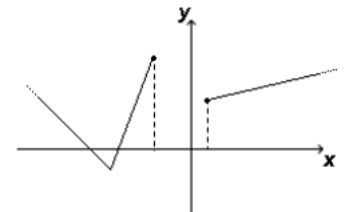
f)  $D = \mathbb{R}$



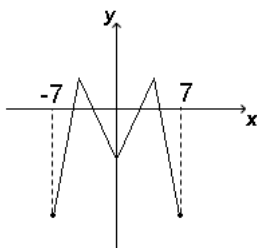
b)  $D = [-4; 3]$



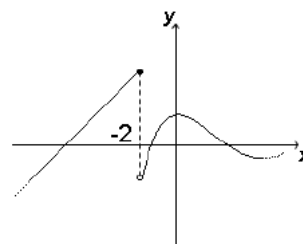
g)  $D = \mathbb{R}$



c)  $D = [-7; 7]$



e)  $D = \mathbb{R}$



3. Determine se cada função é **injetora**.

- (a) Para cada pessoa na Terra, designe o número que corresponde à sua idade.
- (b) Para cada país no mundo. assinale a latitude e a longitude de sua capital.
- (c) Para cada livro escrito por um único autor. assinale o autor.
- (d) Para cada país no mundo que tem um primeiro-ministro, corresponda seu primeiro-ministro.

4. Faça funções  $f$ ,  $g$  e  $h$  de  $V = \{1, 2, 3, 4\}$  em  $V$  serem definidas por  $f(n) = 6 - n$ ,  $g(n) = 3$  e  $h(n) = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 1)\}$ . Decida quais são funções justificando cada uma das respostas. Em caso afirmativo determinar se é **injetora**, **sobrejetora** ou **inversível**:

5. Seja a função **piso**  $f$  com domínio  $D(f) = [-4, 7; 5, 8]$  e a função **teto**  $g$  com domínio  $D(g) = [-3, 3; 4, 9]$ . Esboce o gráfico das funções  $f$  e  $g$ .

6. Encontre:

- (a)  $\lfloor 13, 2 \rfloor$ ,  $\lfloor -0, 17 \rfloor$ ,  $\lfloor 34 \rfloor$
- (b)  $\lceil 13, 2 \rceil$ ,  $\lceil -0, 17 \rceil$ ,  $\lceil 34 \rceil$
- (c)  $\lfloor \log_2 100 \rfloor$ ,  $\lfloor \log_2 1000 \rfloor$

7. Observe e compare as letras (a) e (b) do exercício 6 e encontre uma relação entre as funções **piso** e **teto**.

8. Seja  $n$  um inteiro. Encontre  $L(25)$  e descreva o que a **função recursivamente definida**  $L$  faz, sendo que  $L$  é definida por:  $L(n) = \begin{cases} 0, & \text{se } n = 1 \\ L(\lfloor n/2 \rfloor) + 1, & \text{se } n > 1 \end{cases}$

9. Determine:

- (a)  $29 \pmod{6}$
- (b)  $5 \pmod{12}$
- (c)  $200 \pmod{20}$
- (d)  $-347 \pmod{6}$
- (e)  $-555 \pmod{11}$

10. Alguém lhe coloca a seguinte questão: que horas serão daqui a 50 horas ?

11. Uma das aplicações mais importantes da **função resto** envolve a criptografia, que é o processo capaz de manter a confidencialidade de mensagens (mensagens secretas). Um dos usos mais antigos da criptografia foi com Júlio César. Ele idealizou a troca de mensagens secretas substituindo cada letra pelas três letras à frente no alfabeto (sendo as últimas três letras do alfabeto substituídas pelas três primeiras). Por exemplo, usando este esquema, a letra  $B$  é substituída por  $E$  e a letra  $X$ , por  $A$ . Para expressar matematicamente o processo criptográfico de César, primeiro substitua cada letra por um número inteiro de 0 a 25, com base em sua posição no alfabeto. Por exemplo, substitua  $A$  por 0,  $K$  por 10 e  $Z$  por 25. O método criptográfico de César pode ser representado pela função  $f$ , que mapeia para o número inteiro não negativo  $p$ ,  $p \leq 25$ , o inteiro  $f(p)$  do conjunto  $\{0, 1, 2, \dots, 25\}$  com  $f(p) = (p + 3) \bmod 26$ .

Qual a mensagem secreta produzida a partir da mensagem "LHE ENCONTRO NO PARQUE" usando a criptografia de César.

Para recuperar a mensagem original a partir de uma mensagem secreta pelo método criptográfico de César, a função  $f^{-1}$ , a inversa de  $f$ , é usada. Note que a função  $f^{-1}$  mapeia um número inteiro  $p$  de  $\{0, 1, 2, \dots, 25\}$  para  $f^{-1}(p) = (p - 3) \bmod 26$ . Assim, para encontrar a mensagem original, cada letra é substituída pelas três letras anteriores no alfabeto, com as primeiras três letras referindo-se às três últimas letras do alfabeto.

Obtenha a mensagem cifrada "EOXH MHDQV" usando o código de César.