6. Para cada um dos conjuntos do Exercício 5, determine se $\{2\}$ é um elemento do conjunto.

7. Determine se cada uma das proposições abaixo é verdadeira ou falsa.

a) $0 \in \emptyset$ **b)** $\emptyset \in \{0\}$
c) $\{0\} \subset \emptyset$ **d)** $\emptyset \subset \{0\}$
e) $\{0\} \in \{0\}$ **f)** $\{0\} \subset \{0\}$
g) $\{\emptyset\} \subseteq \{\emptyset\}$

8. Determine se cada uma das proposições abaixo é verdadeira ou falsa.

a) $\emptyset \in \{\emptyset\}$ **b)** $\emptyset \in \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$
c) $\{\emptyset\} \in \{\emptyset\}$ **d)** $\{\emptyset\} \in \{\{\emptyset\}\}$
e) $\{\emptyset\} \subset \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ **f)** $\{\{\emptyset\}\} \subset \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$
g) $\{\{\emptyset\}\} \subset \{\{\emptyset\}, \{\emptyset\}\}$

9. Determine se cada uma das proposições abaixo é verdadeira ou falsa.

a) $x \in \{x\}$ **b)** $\{x\} \subseteq \{x\}$ **c)** $\{x\} \in \{x\}$
d) $\{x\} \in \{\{x\}\}$ **e)** $\emptyset \subseteq \{x\}$ **f)** $\emptyset \in \{x\}$

10. Use um diagrama de Venn para ilustrar o subconjunto dos números inteiros ímpares no conjunto de todos os números inteiros positivos não excedentes a 10.

11. Use um diagrama de Venn para ilustrar o conjunto de todos os meses do ano cujos nomes não contêm a letra *R* no conjunto de todos os meses do ano.

12. Use um diagrama de Venn para ilustrar a relação $A \subseteq B$ e $B \subseteq C$.

13. Use um diagrama de Venn para ilustrar a relação $A \subset B$ e $B \subset C$.

14. Use um diagrama de Venn para ilustrar a relação $A \subset B$ e $A \subset C$.

15. Suponha que A, B e C sejam conjuntos, tal que $A \subseteq B$ e $B \subseteq C$. Mostre que $A \subseteq C$.

16. Encontre dois conjuntos A e B, tal que $A \in B$ e $A \subseteq B$.

17. Qual é a cardinalidade de cada um dos conjuntos abaixo?

a) $\{a\}$
b) $\{\{a\}\}$
c) $\{a, \{a\}\}$
d) $\{a, \{a\}, \{a, \{a\}\}\}$

18. Qual é a cardinalidade de cada um dos conjuntos abaixo?

a) $\emptyset$ **b)** $\{\emptyset\}$
c) $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ **d)** $\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$

19. Encontre o conjunto de partes para cada um dos conjuntos abaixo, em que a e b são elementos distintos.

a) $\{a\}$
b) $\{a, b\}$
c) $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$

20. Você pode concluir que $A = B$ se A e B são dois conjuntos com o mesmo conjunto de partes?

21. Quantos elementos cada um dos conjuntos abaixo têm, se a e b são elementos distintos?

a) $P(\{a, b, \{a, b\}\})$
b) $P(\{\emptyset, a, \{a\}, \{\{a\}\}\})$
c) $P(P(\emptyset))$

22. Determine se cada um dos conjuntos abaixo é o conjunto de partes de um conjunto, em que a e b são elementos distintos.

a) $\emptyset$ **b)** $\{\emptyset, \{a\}\}$
c) $\{\emptyset, \{a\}, \{\emptyset, a\}\}$ **d)** $\{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$

23. Considere $A = \{a, b, c, d\}$ e $B = \{y, z\}$. Encontre

a) $A \times B$ **b)** $B \times A$

24. Qual o produto cartesiano de $A \times B$, em que A é o conjunto de cursos oferecidos pelo departamento de matemática em uma universidade e B, o conjunto de professores de matemática nessa universidade?

25. Qual o produto cartesiano de $A \times B \times C$, em que A é o conjunto de todas as empresas aéreas e B e C são o conjunto de todas as cidades dos Estados Unidos?

26. Suponha que $A \times B = \emptyset$, em que A e B são conjuntos. O que você pode concluir?

27. Considere A como um conjunto. Mostre que $\emptyset \times A = A \times \emptyset = \emptyset$.

28. Considere $A = \{a, b, c\}$, $B = \{x, y\}$ e $C = \{0, 1\}$. Encontre

a) $A \times B \times C$ **b)** $C \times B \times A$
c) $C \times A \times B$ **d)** $B \times B \times B$

29. Quantos elementos diferentes $A \times B$ tem, se A tem m elementos e B, n elementos?

30. Mostre que $A \times B \neq B \times A$, em que A e B são conjuntos não vazios, a menos que $A = B$.

31. Explique por que $A \times B \times C$ e $(A \times B) \times C$ não são iguais.

32. Explique por que $(A \times B) \times (C \times D)$ e $A \times (B \times C) \times D$ não são iguais.

33. Transcreva cada uma das quantificações abaixo em português e determine seu valor-verdade.

a) $\forall x \in \mathbf{R}\,(x^2 \neq -1)$ **b)** $\exists x \in \mathbf{Z}\,(x^2 = 2)$
c) $\forall x \in \mathbf{Z}\,(x^2 > 0)$ **d)** $\exists x \in \mathbf{R}\,(x^2 = x)$

34. Transcreva cada uma das quantificações abaixo em português e determine seu valor-verdade.

a) $\exists x \in \mathbf{R}\,(x^3 = -1)$ **b)** $\exists x \in \mathbf{Z}\,(x + 1 > x)$
c) $\forall x \in \mathbf{Z}\,(x - 1 \in \mathbf{Z})$ **d)** $\forall x \in \mathbf{Z}\,(x^2 \in \mathbf{Z})$

35. Encontre o conjunto-verdade de cada um dos predicados abaixo, em que o domínio é o conjunto dos números inteiros.

a) $P(x)$: "$x^2 < 3$"
b) $Q(x)$: "$x^2 > x$"
c) $R(x)$: "$2x + 1 = 0$"

36. Encontre o conjunto-verdade de cada um dos predicados abaixo, em que o domínio é o conjunto dos números inteiros.

a) $P(x)$: "$x^3 \geq 1$"
b) $Q(x)$: "$x^2 = 2$"
c) $R(x)$: "$x < x^2$"

***37.** Para pares ordenados serem bem definidos, precisamos da propriedade de igualdade que diz que dois pares ordenados são iguais se e somente se os primeiros elementos dos pares forem iguais e os segundos elementos também. Surpreendentemente, em vez de o par ordenado ser tomado como um conceito primitivo, podemos construir pares ordenados usando noções básicas da teoria dos conjuntos. Mostre que se nós definirmos o par ordenado (a, b) como $\{\{a\}, \{a, b\}\}$, então $(a, b) = (c, d)$ se e somente se $a = c$ e $b = d$. [*Dica:*