

PEDAGOGÍA 3-6 años

# MONTESSORI

# PASO

*El cálculo  
y las matemáticas*

Isabelle Patron • Vanessa Toinet • Sylvia Dorance

escuela viva

N° ISBN: 978-2-36638-051-4  
© Sylvia Dorance - Ecole Vivante

Diseño de portada: Corinne Leveuf  
Traducción: Teresa Camprodon

La venta o incluso la difusión gratuita de este libro solo pueden ser autorizadas por Sylvia DORANCE, Ecole Vivante y Escuela Viva. Está prohibida su modificación y su reproducción, ya sea parcial. Si ha obtenido este libro por otro medio que no sea las web [escuela-viva.net](http://escuela-viva.net) o [ecole-vivante.com](http://ecole-vivante.com), tiene usted una copia ilegal. Gracias por respetar nuestro trabajo. Lo hacemos con esmero porque respetamos a nuestros lectores.

# MONTESSORI

# Paso a Paso

PEDAGOGÍA

## *El cálculo y las matemáticas*

Isabelle Patron • Vanessa Toinet • Sylvia Dorance

escuela viva

Índice

El espíritu matemático .....8

Cronograma..... 12

Los números del 1 al 10 .....24

Los listones rojos y azules.....24

Las cifras rugosas.....27

Asociación de las barras numéricas con los símbolos.....29

Los husos.....32

Las fichas.....35

El juego de la memoria.....37

El sistema decimal .....38

El banco de las perlas doradas y los símbolos.....38

La presentación de las cantidades .....43

La presentación de los símbolos .....47

La asociación cantidades/símbolos.....49

La «magia» del número.....50

La iniciación a las operaciones .....53

El descubrimiento de la suma estática con las perlas doradas.....53

La suma dinámica con las perlas doradas .....59

La resta estática con las perlas doradas .....61

La resta dinámica con las perlas doradas .....63

La multiplicación con las perlas doradas .....65

La división con las perlas doradas .....67

La división con un divisor de 2 cifras con las perlas doradas.....69

La división con un divisor de 3 cifras con las perlas doradas.....74

El vocabulario de las decenas .....75

Las primeras tablas de Seguin .....75

Las segundas tablas de Seguin .....81

Las cadenas.....84

Preparación de la escritura de las operaciones .....92

Los sellos .....92

La suma con los sellos.....95

La tabla de puntos .....100

La resta estática con los sellos .....107

La resta dinámica con los sellos .....110

La multiplicación por 10, 100, 1000 con las perlas doradas .....113

La multiplicación con la disposición sistemática de las perlas de color .....115

La multiplicación con los sellos.....118

La división con los sellos (divisor de 1 cifra).....119

La división con los sellos (divisor de 2 cifras).....124

La división con los sellos (divisor de 3 cifras).....131

Preparación para la memorización de operaciones ..... 132

La serpiente positiva, principio de la memorización de la suma .....133

La memorización de la suma con la tabla de regletas .....150

La memorización de la suma con las tablas de los dedos.....157

La serpiente negativa, principio de la memorización de la resta .....172

La memorización de la resta con la tabla de regletas .....199

La memorización de la resta con las tablas de los dedos.....205

La memorización de la multiplicación con la tabla perforada.....210

La memorización de la multiplicación con las tablas de los dedos .....214

La memorización de la división con la tabla perforada.....220

La memorización de la división con las tablas de los dedos.....226

El paso a la abstracción .....227

El ábaco .....227

La suma estática con el ábaco .....233

La suma dinámica con el ábaco .....238

La resta estática con el ábaco .....242

La resta dinámica con el ábaco .....245

La aproximación a las fracciones .....254

Los círculos fraccionados.....254

Las primeras operaciones con fracciones.....261

Anexo (Principios fundamentales de la pedagogía Montessori) .....264

# Índice por aprendizajes

## Los números

Los listones rojos y azules.....	24
Las cifras rugosas.....	27
Asociación de las barras numéricas con los símbolos.....	29
Los husos.....	32
Las fichas.....	35
El juego de la memoria.....	37

## El sistema decimal

El banco de las perlas doradas y los símbolos.....	38
Las primeras tablas de Seguin.....	75
Las segundas tablas de Seguin.....	81
Las cadenas.....	84

## La suma

El descubrimiento de la suma estática con las perlas doradas.....	53
La suma dinámica con las perlas doradas.....	59
Los sellos.....	92
La suma con los sellos.....	95
La tabla de puntos.....	100
La suma estática con el ábaco.....	233
La suma dinámica con el ábaco.....	238

## La memorización de la suma

La serpiente positiva, principio de la memorización de la suma.....	133
La memorización de la suma con la tabla de regletas.....	150
La memorización de la suma con las tablas de los dedos.....	157
La memorización de la suma: las otras herramientas.....	167

## La resta

La resta estática con las perlas doradas.....	61
La resta dinámica con las perlas doradas.....	63
La resta estática con los sellos.....	107

La resta dinámica con los sellos.....	110
La resta estática con el ábaco.....	242
La resta dinámica con el ábaco.....	245

## La memorización de la resta

La serpiente negativa, principio de la memorización de la resta.....	172
La memorización de la resta con la tabla de regletas.....	199
La memorización de la resta con las tablas de los dedos.....	205

## La multiplicación

La multiplicación con las perlas doradas.....	65
La multiplicación por 10, 100, 1000 con las perlas doradas.....	113
La multiplicación con la disposición sistemática de las perlas de color.....	115
La multiplicación con los sellos.....	118

## La memorización de la multiplicación

La memorización de la multiplicación con la tabla perforada.....	210
La memorización de la multiplicación con las tablas de los dedos.....	214

## La división

La división con las perlas doradas.....	69
La división con los sellos (divisor de 1 cifra).....	119
La división con un divisor de 2 cifras con las perlas doradas.....	69
La división con los sellos (divisor de 2 cifras).....	124
La división con un divisor de 3 cifras con las perlas doradas.....	74
La división con los sellos (divisor de 3 cifras).....	131

## La memorización de la división

La memorización de la división con la tabla perforada.....	220
La memorización de la división con las tablas de los dedos.....	226

## Les fractions

Los círculos fraccionados.....	254
Las primeras operaciones con fracciones.....	261

# El espíritu matemático

Para Maria Montessori, las matemáticas no están solo en los cálculos y los números, sino que aparecen constantemente en la vida práctica cotidiana. En efecto, llenar un vaso de agua exige precisión y exactitud. Maria Montessori hablaba del «espíritu matemático». No hay que entenderlo como el lado frío de las matemáticas, sino como la organización ordenada de informaciones precisas y exactas indispensables para nuestro desarrollo.

Al igual que ocurría con el enfoque montessoriano del lenguaje, los aprendizajes matemáticos se hacen sin libros de texto, aunque sí se utilizan unos materiales concretos, notables en su progresión.

Con el material de Vida práctica de la pedagogía Montessori, el niño<sup>1</sup> aprende, desde los 2 años hasta los 2 años y medio, a concentrarse, a reflexionar, a asociar su mirada y su gesto, a organizar su espacio vital y su trabajo él solo, a encadenar secuencias de acciones necesarias para obtener un resultado... Gracias a los materiales de la Vida sensorial,

---

1. Nota de la t. Es nuestra intención respetar la perspectiva de género, pero en aras de la economía del relato, a partir de ahora adoptamos la fórmula masculina para englobar tanto el femenino como el masculino.

aborda sin esfuerzo ciertas nociones matemáticas, de manera concreta e intuitiva. Cuando, a partir de los 4 años, este niño descubre el cálculo y las matemáticas propiamente dichas, se apoya en los conocimientos adquiridos por impregnación, en geometría (formas, volúmenes...), en aritmética (suma, multiplicación, fracciones...), en lenguaje (más grande, más pequeño...).

No vamos a introducirlo directamente en la abstracción de las matemáticas, sino a continuar, a partir de lo concreto, un proceso progresivo, utilizando cada vez nuevos materiales adaptados y específicos para cada concepto matemático. En una primera fase y en este orden, se tratará de:

- descubrir y aprender las cantidades,
- descubrir y aprender los símbolos,
- asociar las cantidades con los símbolos.

Seguidamente vendrá la presentación del sistema decimal, la fabricación de las decenas, las cuatro operaciones y conocimientos similares.

En la medida de lo posible, en este libro seguimos la cronología del aprendizaje. No obstante, constatará que no se trata de una cronología lineal. Ciertas etapas son paralelas y ciertos materiales se utilizan varias veces en diferentes momentos, para diversos aprendizajes. Es el caso de los sellos, por ejemplo, que se usan al principio para la suma y luego, sucesivamente, para las demás operaciones.

Por otra parte, constatará también que las franjas de edad aproximadas que indicamos en el cronograma de la p. 12 se solapan, al principio, con una parte de las de la Vida sensorial y, todo el tiempo, con las del lenguaje. Naturalmente, no se trata de enseñar el lenguaje durante algunos años para luego pasar al cálculo durante los años que siguen o al revés.

Siguiendo el ritmo y el nivel del niño, a usted le corresponde establecer sobre la marcha una agenda cuyas actividades se alternen y con la que el niño consiga adquirir, de forma paralela, el dominio del lenguaje, la escritura, la lectura y el cálculo. Todo esto se debe hacer manteniendo la atención en el niño, escuchándolo: las sesiones no deben ser jamás demasiado largas y, sobre todo, nunca deben aburrirle. Más vale tener éxito en sesiones cortas sobre trabajos diferentes y variados que dedicar una larga secuencia a una sola actividad. Claro está, si el niño se encuentra a gusto en una actividad, déjele continuar hasta que quiera; tampoco se trata de incitar a la dispersión.

Un último comentario: los primeros materiales Montessori para las matemáticas ayudan al niño a sentirse a gusto con los números del 1 al 10, a establecer los vínculos entre número oral y cantidad, número oral y símbolo escrito y, después, símbolo escrito y cantidad. Estas relaciones son los fundamentos indispensables para una comprensión sólida del número.

4 años



© Ecole Vivante Sylvia Dorance

Cronograma del cálculo  
y las matemáticas

hacia los 4 años y medio

Las perlas doradas  
Los símbolos

EL SISTEMA DECIMAL

Cantidades/  
símbolos

La suma estática  
con las perlas

LA NATURALEZA  
DE LAS OPERACIONES



hacia los 4 años y medio

hacia los 5 años

La suma estática  
con las perlas

La suma dinámica  
con las perlas

La resta estática  
con las perlas

LA NATURALEZA  
DE LAS OPERACIONES

La resta dinámica  
con las perlas

La multiplicación  
con las perlas

La división (1 cifra)  
con las perlas

La serpiente positiva

La serpiente negativa

MEMORIZACIÓN  
DE OPERACIONES

hacia los 5 años

Las primeras  
tablas de Seguin

Las segundas  
tablas de Seguin

Las cadenas

# VOCABULARIO DE LAS DECENAS

La suma  
con los sellos

La tabla de puntos

La resta  
estática  
con los  
sellos

# ESCRITURA DE OPERACIONES

# MEMORIZACIÓN DE OPERACIONES

La suma con la tabla  
de regletas

# hacia los 5 años y medio

La resta dinámica  
con los sellos

La multiplicación  
por 10, 100, 1000

La multiplicación  
con las perlas  
de colores

La división (1 cifra)  
con los sellos

La suma con las  
tablas de dedos

La resta con la tabla  
de regletas

La suma con las  
tablas de dedos

La resta con las  
tablas de dedos

hacia los 6 años

hacia los 6 años  
y medio

La división (2 y luego 3 cifras)  
con las perlas  
y luego con los sellos

La tabla  
de puntos

© Ecole Vivante Sylvia Dorance

La multiplicación con la  
tabla perforada



La multiplicación  
con las tablas de dedos



La división  
con la tabla perforada

La división  
con la tabla  
de dedos



MEMORIZACIÓN DE OPERACIONES

# Los números del 1 al 10

## Los listones rojos y azules

El número es un concepto abstracto, pues es a la vez cantidad, cifra escrita y nombre oral. Los listones rojos y azules consiguen materializar esta abstracción. Además, permiten al niño aprender verdaderamente a contar, es decir, no a recitar mecánicamente los números: uno, dos, tres, cuatro... sino a percibir las cantidades en su «tamaño», su «grandeza» con relación a las demás.

Es el primer material matemático que se presenta al niño que ya ha trabajado con el material sensorial de los listones rojos, cuando es capaz de construir una escalera y, en consecuencia, de percibir la seriación.

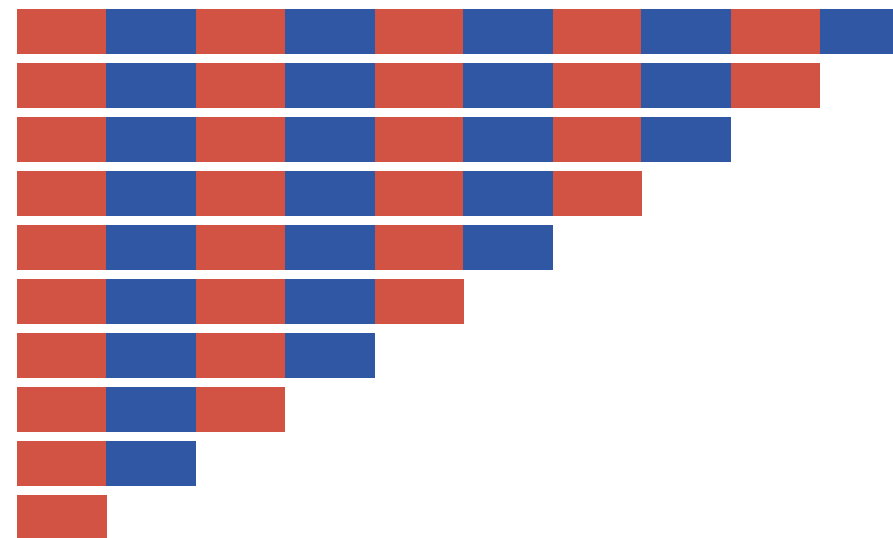
### El material

El material que también llamamos «barras numéricas» se puede construir en casa. Se trata de 10 listones de madera de 2 cm de sección aproximadamente y de longitud creciente. El primero mide 10 cm de largo, el último 1 m (10 x 10 cm). Cada sección de 10 cm está pintada en rojo o en azul alternativamente.

### La utilización

Proponga al niño la construcción de una escalera con los listones rojos y azules. Debería estar familiarizado con ellos, pues ha trabajado la

discriminación de longitudes en el cuadro de la Vida sensorial con los listones rojos (Véase *Montessori Paso a paso / Vida práctica - Vida sensorial*). Aborde el material de modo progresivo.



En la primera presentación, instale los 3 primeros listones rojos y proceda según una lección en tres tiempos (Véase la explicación detallada de la lección en tres tiempos en el anexo, p. 273):

**Tiempo 1:** Coja el listón de 1 sección y diga: «Es el 1». Coja el listón de 2 secciones, cuente mientras toca cada sección y diga: «Es el 2», y así sucesivamente hasta llegar al 10.

**Tiempo 2:** Vuelva a colocar los listones delante del niño, en orden, y pídale: «Dame el 1», «Dame el 2»... Cada vez pídale que cuente realmente cada sección. Cuando lo haya memorizado, coloque los listones en desorden y haga las mismas preguntas, primero por orden 1, 2, 3... luego en desorden.

**Tiempo 3:** Pregunte al niño «¿Qué es esto?» mientras le enseña el 1, luego el 2 y así sucesivamente. Los listones primero están colocados delante del niño en orden, luego en desorden. Asimismo, plantee las preguntas sobre las cantidades primero en orden y luego en desorden.

Cuando todo esto esté bien asimilado, después de algunos días, incorpore gradualmente los listones siguientes en función del interés del niño. Contar a partir de los listones intermedios es cada vez más difícil para el niño, pues debe sincronizar el gesto de contar con el hecho de decir los números.

### La extensión

Con varios niños se pueden colocar los listones al azar encima de una alfombra y pedir a cada niño un listón concreto: «Tráeme el listón de 6», «Y tú, el listón de 4», etc. Anime a los niños a contar los listones delante de usted. Más tarde, tome un listón al azar y pregúntele su «nombre» al niño.

## Las cifras rugosas

Esta es la llave que abre al niño de corta edad el mundo de las cifras escritas.

### El material

Es fácil fabricar uno mismo este material. Consta de 10 tarjetas de cartulina plastificada o tablillas de contrachapado barnizado, sobre las que se han pegado grandes cifras recortadas en papel de lija muy fino.



Por el momento, no utilizará el 0. Déjelo de lado. Lo presentará más tarde con los husos, cuando haya introducido de manera concreta su concepto. El resto de las tarjetas se guardan en una cesta.

### La utilización

La presentación se hace según la lección en 3 tiempos y se trabaja solo con 3 tarjetas a la vez. No tiene por qué empezar obligatoriamente con las tarjetas 1, 2 y 3. El objetivo no es aprender el orden de las cifras sino los símbolos por sí mismos. En enfoque Montessori trabaja a partir del contraste. Por tanto, no elija cifras demasiado parecidas, para evitar la confusión y facilitar el trabajo de memorización.

### Tiempo 1

Puede empezar la presentación planteando preguntas al niño. Por ejemplo: «¿Cuántos años tienes?» «¿Cuántos años tiene X (su hermano, su hermana, su amigo...)?». Pongamos que eso le hace retirar de la cesta las tarjetas del 4, del 2 y del 5. Nombre la tarjeta cuando la saque: «Es el 4». Póngala delante de usted y siga la cifra con los dedos, en el sentido de la escritura mientras repite: «Es el 4». Dele a continuación la tarjeta al niño para que deslice los dedos por encima de la cifra en el sentido de la escritura. Invítele a nombrar la cifra al mismo tiempo. Después pase a la pregunta siguiente y a la tarjeta correspondiente.

### Tiempo 2

Coloque las tarjetas delante del niño, en el orden creciente de las cifras, mientras las va nombrando. Pídale seguidamente al niño que toque el 2, luego el 4, luego el 5. Atención: si el niño toca la cifra buena, pero la «traza» en un sentido diferente al de la escritura, dígame que es la cifra correcta, pero resígala en el buen sentido delante de él y pídale que lo repita. Luego pídale lo mismo, pero en distinto orden (5, 2, 4 o 4, 2, 5, etc.). Para finalizar, coloque las tarjetas en desorden y plantee las mismas preguntas.

### Tiempo 3

Finalmente muestre una tarjeta y pregunte «¿Qué es esto?». Proceda primero en orden y después en desorden. Para mayor facilidad, evite presentar el 6 y el 9 el mismo día. Si no, recalque que se parecen, pero que no están en el mismo sentido.

### La extensión

Puede proponer al niño reconocer las cifras con los ojos cerrados.

## Asociación de las barras numéricas con los símbolos

El niño ha recibido una preparación acerca de las cantidades, por un lado, y de los símbolos, por otro. Ahora deberá construir la relación entre las cantidades y los símbolos gracias a la contabilización que, en esta etapa, domina.

### El material

Además de las barras numéricas, necesitará una serie de etiquetas pequeñas de cartulina que lleven escritas las cifras del 1 al 9 y una última etiqueta con el 10. Coloque las etiquetas en una cajita o en una cesta. Al principio, no incluya el 10.

### La utilización

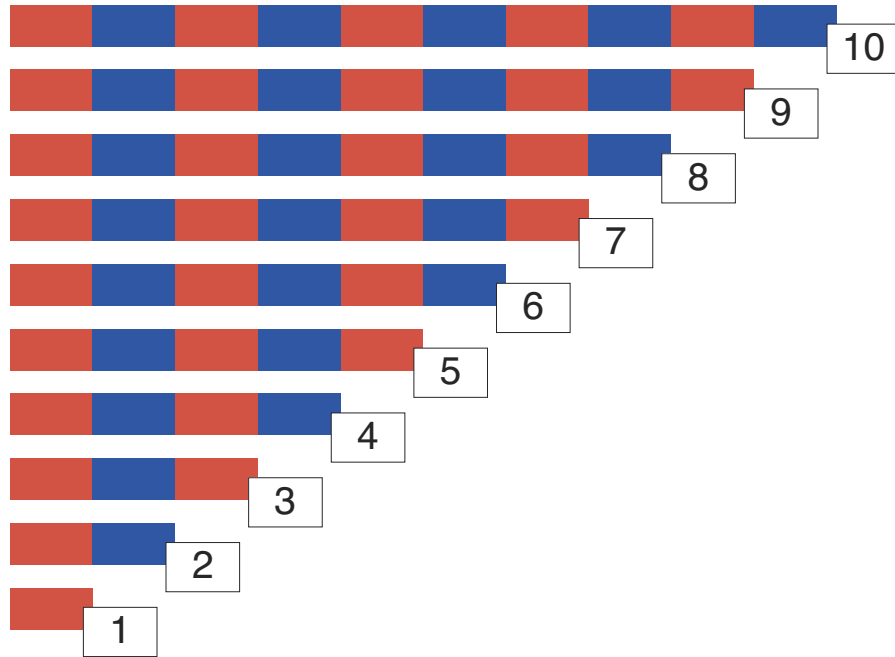
Para este trabajo, invite al niño a desenrollar dos alfombras. Las barras numéricas se instalan al azar sobre la alfombra. El niño saca las tarjetas y las va nombrando.

Enséñele una tarjeta al azar, el niño deberá encontrar la barra numérica correspondiente. Compruebe con el niño contando cada vez.

En otra ocasión, enséñele una barra al azar. El niño deberá encontrar la tarjeta con el símbolo correspondiente. Verifíquelas con él.

En las actividades precedentes, el niño ha establecido correctamente la relación entre las cantidades y sus símbolos. Ahora, ya está por fin preparado para percibir su progresión y su orden. Invítele a hacer una escalera con las barras numéricas. Las tarjetas se colocan al azar encima de otra alfombra, al lado. Saque una barra de la escalera y colóquela delante del niño. El niño cuenta y debe encontrar la tarjeta correspondiente. Muestre al niño cómo sustituir el listón dentro de la escalera

con la tarjeta colocada en la última sección. Al final, están todas las barras, acompañadas de su tarjeta, colocadas en una secuencia: 1, 2, 3, 4, 5... 10.



Es la primera vez que los números se presentan en orden. Lea con el niño: 1, 2, 3, 4, 5, 6... 10.

### Comentario importante

Es poco probable que el niño comente que el 10 está formado por dos cifras: el 1 y, sobre todo, el 0, que aún no conoce. En este caso, no diga nada al respecto. Límitese a decir: «Es el 10» y «Es parecido al listón de 10». Espere a usar los husos para presentar el 0.

En el caso contrario, si el niño hace un comentario sobre el 0, dele la tarjeta de la cifra rugosa y enséñele a tocar la cifra en el sentido de la escritura. Y enséñele que 10 se escribe con un 1 y con un 0, pero aún no entre en la noción «0 = nada».

### Las extensiones

#### Impresión sensorial de la suma

Pida al niño que ponga las barras en orden. Tome y recorra con el dedo el listón de 10. «Es 10». Coja el listón de 9 y póngalo encima del de 10. «Es 9». Pregúntele al niño: «¿Cuánto debo añadir a 9 para tener 10?». El niño responderá: «Uno». Añada el listón de 1 al lado. Recorra con el dedo el listón de 9 mientras cuenta, luego continúe contando sobre el listón de 1 hasta 10. «9 y 1 son 10».

Coloque entonces el listón de 8 sobre el del 9. Y pida al niño que busque el listón que se necesita añadir para hacer 10. Y así sucesivamente con 4 y 6, 7 y 3, 5 y 5.

Esta actividad constituye una buena preparación para la adición.

#### Impresión sensorial de la resta

Ponga el listón de 10 encima de la alfombra delante del niño. Coloque debajo los listones de 9 y de 1. Recorra con el dedo el listón de 9 y de 1 contando de 1 a 10. Levante el 1. «10. Quitamos 1. Quedan 9».

Cuando el niño se sienta realmente a sus anchas con todo esto, puede continuar con el listón de 10 y los de 8 y 2, el listón de 9 y los de 7 y 2.

Esta actividad constituye una buena preparación para la resta.



# Los husos

A los niños les encanta manipular los husos. Con este material el niño descubre por primera vez que las cantidades separadas corresponden a un símbolo. Es también una herramienta esencial para reforzar la secuencia de los números en la mente del niño. En efecto, la manipulación es larga y bastante difícil, pues los palitos son grandes para las manos pequeñas. El niño está de este modo obligado a contar y a recontar, con mucha concentración.

## El material

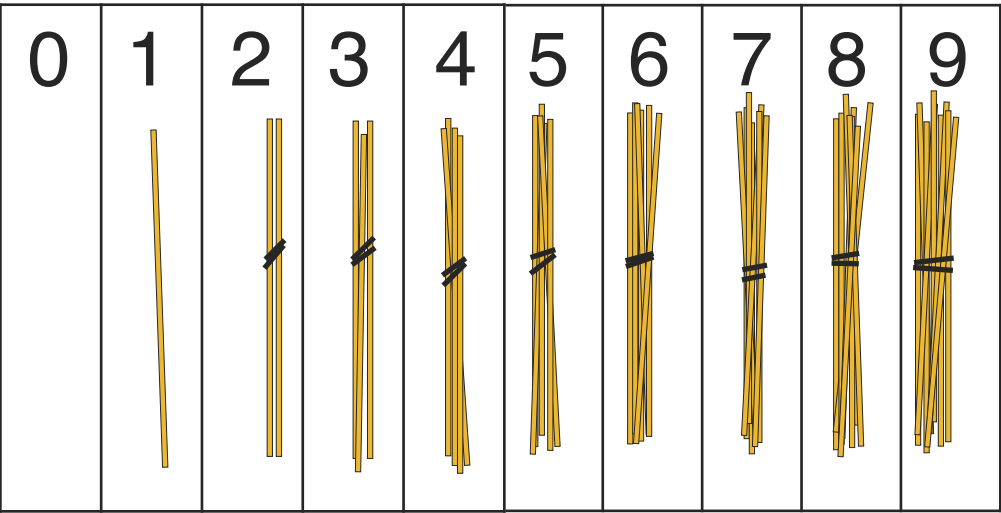
El material se puede hacer en casa. Se compone de 45 palitos de madera y dos bandejas de clasificación con 5 compartimentos cada una. Los compartimentos están numerados del 0 al 9. Para guardarlos, aconsejamos atar los husos con una goma elástica o una cinta, pero es muy difícil para los dedos pequeños e inexpertos.

## La utilización

Instale la bandeja del 0 al 4 al lado de la del 5 al 9. Las dos bandejas están separadas, lo que permite verificar más tarde si el niño ha integrado la secuencia de números. Saque todos los husos.

Muestre al niño la cifra 1, coja un huso y cuente «uno», luego colóquelo en el compartimento marcado con la cifra 1. En principio, el niño, interesado por la manipulación, no le planteará ninguna pregunta sobre el compartimento del 0, pero si lo hace, dígame que este compartimento es un poco especial y que ya lo verán al final. Señale la cifra 2, coja 2 husos, uno después del otro, contando en voz alta. Coloque los husos en el compartimento marcado con el 2.

Finalmente, haga que el niño repare en que en el compartimento del 0 no hay nada y que no hay más husos para ese compartimento. «Es normal: 0 es nada, ningún huso. Hay cero husos en el compartimento del 0». Ahora puede sacar la tarjeta de la cifra rugosa del 0.



Este material incorpora, en cierta medida, un control del error: si al final queda algún huso, es que hay un error en algún lado.

E igualmente ocurre si faltan husos para terminar el 9. Sin embargo, este control no es del todo fiable: es posible que el niño haya puesto 3 husos en el compartimento 4 y 7 en el 6, por ejemplo. Es necesario verificarlo bien en todo momento, lo que obliga a contar y a recontar. A pesar de la dificultad, el niño no se aburre porque le encanta manipular los husos y ordenarlos.

### Las extensiones

- Ahora que el niño sabe nombrar las cantidades, tiene ganas de contar todo lo que hay a su alrededor: los peldaños de la escalera, sus dedos, los de usted, las sillas, las ruedas del triciclo, del coche, etc. Anímele y juegue con él. Es igualmente importante que se percate de la utilidad del cómputo: ponemos 2 huevos en la sartén, 6 platos en la mesa, pues hay 6 miembros en la familia, hay 4 peldaños en la escalera, etc.

- Para reforzar la comprensión del concepto 0, invite a un pequeño grupo de niños a venir a jugar a este juego. Pídale a un niño: «Salta 4 veces». Pídale a otro: «Da 3 palmadas». Pídale a todo el grupo que susurre 8 veces, etc. Después, de golpe, pídale a un niño que haga alguna cosa 0 veces. «¿Por qué no has hecho nada?». Entonces usted hablará con ellos del hecho de que cero es nada.

Continúe el juego dando a cada niño la ocasión de hacer una acción muchas veces y otra cero.

## Las fichas

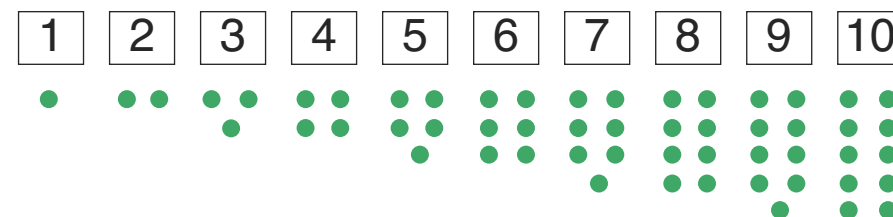
### El material

En este caso es muy fácil de reunir. El material está compuesto por 55 fichas idénticas ordenadas en un cestillo o una caja con tapadera para evitar que se esparzan por el suelo si se manipula de manera descontrolada. Las fichas de vidrio decorativo van de perilla, pues son brillantes, de colores, suaves al tacto... vamos, que resultan muy atractivas para los niños. Tienen un lado plano y no se mueven una vez colocadas. Se utilizan igualmente las etiquetas del 1 al 10 que nos han servido para las barras numéricas.

### La utilización

Instale las primeras etiquetas en orden (1, 2, 3). El niño continúa la secuencia hasta el 10.

Después de contar, coloque una ficha debajo del 1, dos debajo del 2, tres debajo del 3, y así hasta el 10 respetando la disposición indicada en el dibujo inferior. El niño continúa solo a partir del 6 colocando la cantidad de fichas correspondiente debajo de cada símbolo.



Cuando haya acabado, añada un juego: deslice la yema del dedo por los «camino» que delimitan por las fichas. Hay zonas donde el dedo «pasa perfectamente» hasta el final y otras donde «se queda atascado» en la punta debido a una última ficha. El niño debe fijarse y nombrar los números por los que pasa sin dificultades. Entonces usted anunciará: «Son los números pares». Después el niño se fijará en los números donde se atasca. Y usted anunciará: «Son los números impares». Pida entonces al niño que le enseñe un número par, luego un número impar, y otro más. Luego invierta las preguntas: «¿7 es un número impar?».

Dé la vuelta a todos los números pares y pregunte al niño: «¿Qué queda?». Una vez el niño constata que solo quedan números impares, pídale que nombre un número par de su elección. Descubra la cartulina correspondiente. Proceda de la misma manera hasta que haya dado la vuelta a todos los números pares.

Ahora dé la vuelta a todas las cartulinas con los números impares y haga lo mismo que con los números pares.

### Las extensiones

- Dele al niño una ficha y pregúntele: «Sin contar, ¿sabrías decirme si es un número par o impar?». Sugiera que recorra las «pequeñas carreteras» si no se le ocurre a él solo.
- Meta las fichas en una cesta encima de una mesa, algo alejada de usted. Delante del niño escriba una cifra en un trozo de papel, sin permitirle ver lo que ha anotado. Acentúe el aspecto lúdico. Doble el papel y dáselo al niño, que deberá leer «mentalmente» (o sin que los demás lo vean, si se trata de un trabajo en grupo). Seguidamente deberá ir a buscar el número de fichas correspondiente y dárselas. Juntos contarán las fichas y leerán el papel para comprobar si está bien.

## El juego de la memoria

Esta actividad se puede realizar con uno o varios niños.

### El material

11 pequeñas tiras de papel doblado por la mitad, con un número (de 0 a 10) escrito en el interior.

### La utilización

El niño coge una tira, la despliega y lee el número. La vuelve a doblar y memoriza el número que ha leído, después –donde quiera que se encuentre; en la habitación o en su entorno (jardín, playa...)– deberá ir a buscar el número solicitado de objetos (lápices, piedras...).

Atención, los objetos elegidos deben formar parte de una misma colección. Por ejemplo, si son prendas de vestir, solo jerséis o solo zapatos.

Cuando el niño regrese con los objetos, compruebe con él si ha retenido bien el número que estaba escrito en el papel. Pregúntele al niño: «¿Qué número estaba escrito?». El niño responderá y luego contará de uno en uno los objetos que ha reunido.

# El sistema decimal

## El banco de las perlas doradas y los símbolos

El método Montessori permite al niño acceder muy rápido a números muy grandes. El primer trabajo sobre el sistema decimal se hace con la ayuda de las perlas doradas, muy atractivas para los niños debido a su precioso aspecto. La fuerza de este material reside en el hecho de que el niño puede tocar realmente la estructura del sistema decimal y experimentar las equivalencias entre las diferentes categorías: una decena está materializada exactamente por diez unidades, la centena por diez decenas o cien unidades, el millar por diez centenas o cien decenas o mil unidades.

El proceso es realmente un «paso a paso». El niño está sensibilizado a cada una de las categorías antes de acceder al conjunto del material. Por otro lado, usted le presentará primero las cantidades de manera aislada, después los símbolos y al final la asociación entre los dos. Así podrá ir estableciendo paulatinamente las relaciones necesarias para la comprensión de los grandes números en sus diferentes aspectos (nombre, lectoescritura, fabricación).

## El material

Podemos fabricar nosotros mismos el material, que consta de:

- 1 caja que contiene 50 perlas sueltas (unidades)
- 1 caja que contiene 40 barras de 10 perlas
- 20 cuadrados de 100 perlas
- 10 cubos de 1000 perlas.

## Las perlas en detalle

Las barras están engarzadas en un alambre curvado en los extremos. En las tiendas, los cuadrados de 100 están formados por 10 barras unidas y los cubos de 1000 constan de 10 cuadrados superpuestos que forman un cubo. Puede reemplazar los cuadrados por cuadrados de contrachapado o cartón y los cubos por cubos de madera o, en su defecto, de cartón. Pero, atención: el grosor del cuadrado debe ser igual al diámetro de una perla y el lado del cubo debe corresponder a la altura de 10 cuadrados superpuestos, de modo que el niño perciba de inmediato la equivalencia. También debe cubrir las caras de los cuadrados y de los cubos con una representación de 100 perlas alineadas (véase la p. 40). En cualquier caso, le aconsejamos tener al menos un cuadrado de 100 y un cubo de 1000 de auténticas perlas para que el niño perciba bien la correspondencia de la presentación.

## Los símbolos en detalle

El material comprende igualmente cartulinas de los grandes símbolos del sistema decimal: las unidades, las decenas, las centenas y los millares (véase el dibujo de la p. 41). Este material se puede fabricar igualmente en casa. En las tiendas encontrará un tablero para ordenar los grandes símbolos clasificados o lo puede fabricar usted mismo. Si no, el niño los apilará sin orden y los guardará en una caja. Antes de cada sesión, los desplegará clasificándolos en orden. Este trabajo de clasificación previo a todas las actividades con los grandes símbolos puede parecer tedioso, sobre todo a nosotros los adultos.

El banco de las perlas doradas

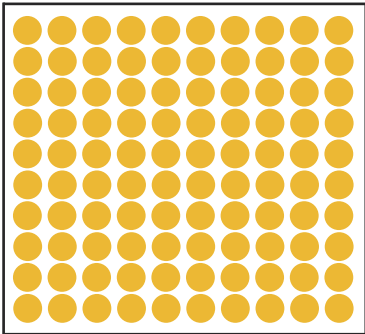
La unidad



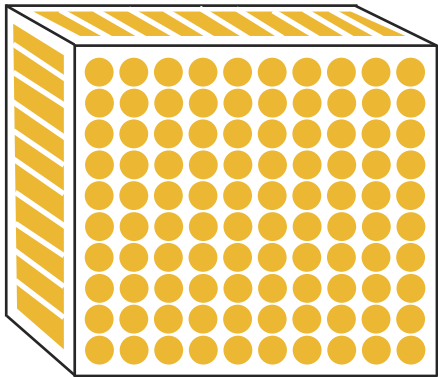
La barra de la decena



El cuadrado de la centena.  
Su grosor es igual a una perla y en las tiendas se encuentra formado por 10 barras unidas.



El cubo del millar (en las tiendas se encuentra formado por 100 barras unidas).



Los símbolos

1000	100	10	1
2000	200	20	2
3000	300	30	3
4000	400	40	4
5000	500	50	5
6000	600	60	6
7000	700	70	7
8000	800	80	8
9000	900	90	9

De hecho, por un lado la experiencia demuestra que a algunos niños les encanta y, por otro, el hecho de tener que clasificar y volver a poner los símbolos en orden permite que el niño se interroge sobre su continuidad y sobre las relaciones que existen entre las diferentes categorías. Claro está que, si ve que el niño o los niños con los que trabaja se aburren después de unas diez sesiones, utilice, por ejemplo, la bandeja de clasificación que permite presentar los símbolos clasificados de entrada.

## La presentación de las cantidades

En esta etapa, el niño conoce los números y las cifras del 1 al 10. Para esta actividad, puede trabajar indistintamente en una mesa o en una alfombra, pues el material cabe en una pequeña bandeja.

### La lección en tres tiempos

La presentación se hace mediante una lección en 3 tiempos. Presente las 4 cantidades juntas.

#### Tiempo 1

Coloque una perla suelta delante del niño. «¿Sabes qué es esto? -Una perla. -¿Cuántas hay? -Una. -Sí, hay 1, UNA unidad». Esconda la perla en su mano. «Es muy pequeña. La puedo esconder. ¿Y tú?». Coloque ahora la barra de 10 delante del niño: «Son 10. Es UNA decena. Aún puedo esconderla. ¿Y tú? -No».

Ponga a continuación el cuadrado de 100 delante del niño. Haga notar al niño que tiene muchas barras de 10 o decenas. Coloque 10 barras encima del cuadrado para remarcar la equivalencia. «Son 100. Es UNA centena. Tiene 10 decenas. Esta no puedo esconderla del todo».

Ahora añada el cubo de 1000. «Esto pesa. Son 1000. UN millar». El niño levanta el cubo. Acerque 10 cuadrados de 100 al lado del cubo para que el niño perciba la equivalencia de manera concreta. Vuelva a mostrar varias veces sucesivas las 4 cantidades y diga: «1, 10, 100, 1000».

#### Tiempo 2

Coloque las 4 cantidades delante del niño, en el orden de la primera presentación. Pídale: «Enséñame 1». Y así sucesivamente para 10, 100 y 1000. Desplace las cantidades y luego plantee las mismas preguntas. No olvide que este tiempo es el de la consolidación. Nada de precipitación. Cuando le parezca que ha adquirido bien los conceptos, pase al Tiempo 3.

Tiempo 3

Coloque las 4 cantidades delante del niño en orden y, más tarde, en desorden, luego muestre sucesivamente cada cantidad y pregunte: «¿Qué es esto?».

Cuando domine el vocabulario, vuelva a la equivalencia 1 decena = 10 unidades; 1 centena = 10 decenas; 1 cubo = 10 centenas = 1000 unidades. Diga: «Coge la decena y cuenta las perlas. -10. -Sí, una decena son 10». Pase a continuación a: «Coge la centena y cuenta las decenas», luego ayude al niño a formar 1000 con 10 centenas.

La disposición sistemática de las perlas

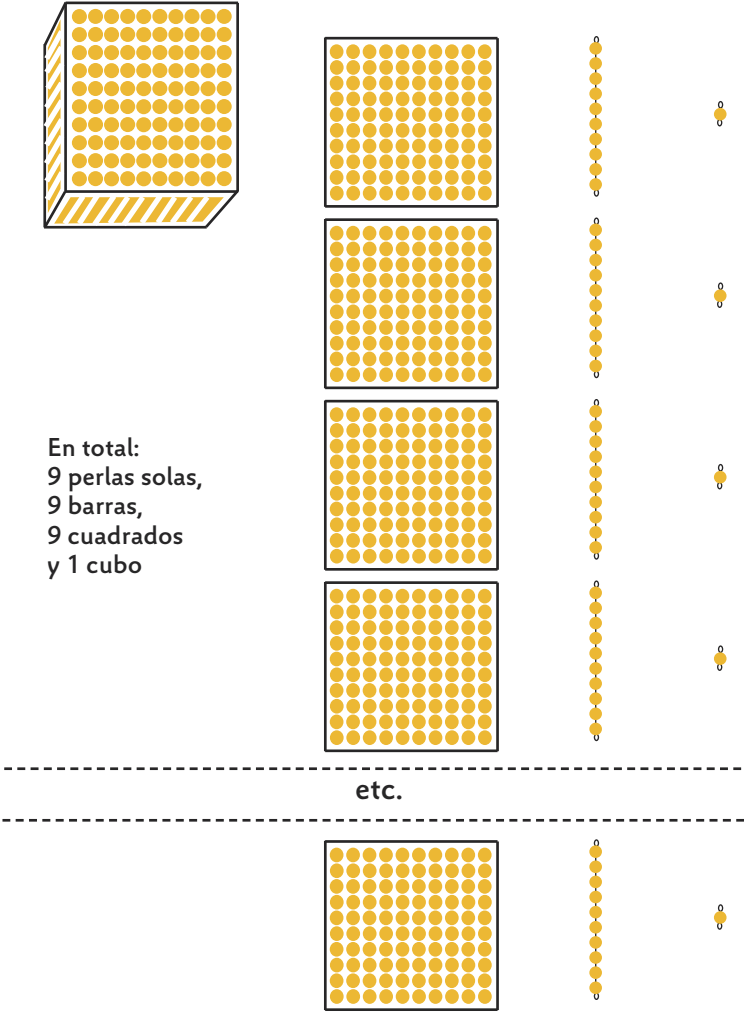
Antes de pasar a la utilización de las perlas doradas propiamente dicha, es necesario consolidar visualmente y de manera táctil el principio jerárquico del sistema decimal, así como la continuidad del paso de una categoría a la otra: después del 9 viene el 10, y 10 es 1 en la categoría superior. Este trabajo no planteará ningún problema al niño, puesto que sabe contar de 1 a 10 y es capaz de contar cada categoría hasta el 10. Invítele a desenrollar una alfombra.

Instale las perlas de las unidades a la derecha de la alfombra, de arriba abajo, mientras cuenta: «Una unidad, 2 unidades... 9 unidades. Después de 9 unidades vienen 10 unidades y 10 unidades son UNA decena».

Instale ahora las barras de las decenas mientras cuenta en voz alta: «Una decena, 2 decenas... 9 decenas. Después de 9 decenas vienen 10 decenas y 10 decenas son UNA centena».

Pase seguidamente a las centenas. Acabará colocando 1 cubo de 1000 arriba a la izquierda de las centenas. No avance más por el momento.

La disposición sistemática de las perlas



## La utilización

Cuando el niño domine perfectamente las equivalencias, cogerá una pequeña bandeja y usted le hará pedidos. Al principio trabaje solo con una sola categoría: «Ve a buscarme 3 decenas (o 3 de diez)», «5 decenas», «6 decenas», etc. No se olvide de comprobar cada vez con el niño lo que le haya traído.

Después aumente la dificultad de un mismo pedido. Al principio solo 2 categorías, luego 3, luego todas: «2 millares, 1 centena (o 1 de cien), 7 decenas y 5 unidades». Verifíquenlo juntos cada vez. Trabaje durante un largo tiempo de este modo. Si trabaja con dos o más niños, cada uno irá a buscar su propio pedido con su bandeja. Atención: es demasiado pronto para hablar de treinta, cuarenta, etc. Para 2347, por ejemplo, diga: 2 de mil, 3 de cien, 4 de diez (o 4 decenas) y 7 unidades.

## La presentación de los símbolos

### La lección en tres tiempos

De nuevo se trata de una presentación en 3 tiempos. El niño conoce ya 1 y 10. Se trata de presentarle 100 y 1000.

#### Tiempo 1

Aísle la cartulina del 1 delante del niño. «¿Lo conoces? -Sí, es el 1». Póngalo arriba a la derecha. Coloque el 10, aislado, delante del niño. Hágale la misma pregunta y, probablemente, el niño aún sepa la respuesta. Ponga la cartulina arriba a la izquierda de la del 1. Aísle el 100 delante del niño. «Este aún no lo conoces: es el 100». Colóquelo arriba a la izquierda del 10. Aísle finalmente la cartulina de 1000 delante del niño. «Esto es 1000». Vuelva a enseñarle el 1. «Es 1». Vuelva a enseñarle el 10. «Es 10 ¿Cuántos ceros? -1». Vuelva a enseñarle el 100. «Es 100 ¿Cuántos ceros? -2». Vuelva a enseñarle el 1000. «Es 1000 ¿Cuántos ceros? -3».

#### Tiempo 2

Ahora ya conocéis el principio: «Enséñame 1, 10, etc.».

#### Tiempo 3

«¿Qué es esto?».

### La disposición sistemática de los símbolos

Al igual que en la disposición sistemática de las cantidades, se trata de fijar la noción jerárquica y ayudar a la memorización para que el niño no tenga dificultad en clasificar los símbolos.

Este proceso original permite al niño descubrir los símbolos del sistema decimal antes incluso de dominar la lectura de las decenas (20, 30, 40...). Hasta que esto ocurra, él leerá «2 decenas, 3 decenas, 4 decenas, etc.».



lo que constituye la clave para la comprensión de la estructura de los números. Invite al niño a desarrollar una alfombra. Instale las cartulinas de las unidades a la derecha de la alfombra de arriba abajo y de izquierda a derecha mientras cuenta: «Una unidad, 2 unidades... 9 unidades. Después de 9 unidades vienen 10 unidades y 10 unidades son UNA decena». Instale ahora las tarjetas de las decenas, contando en voz alta: «Una decena, 2 decenas... 9 decenas. Después de 9 decenas vienen 10 decenas y 10 decenas son UNA centena».

A continuación, coloque los símbolos de las centenas a la izquierda de las decenas siempre contando en voz alta: «Una centena, 2 centenas... 9 centenas. Después de 9 centenas vienen 10 centenas y 10 centenas son UN millar». Luego coloque la cartulina de 1000 y deténgase por el momento.

### La utilización

- Vuelva a coger los 4 símbolos de base. Ocúltelos sucesivamente. Formule las preguntas: «Es el 10 ¿Cuántos ceros?». «Es el 100 ¿Cuántos ceros?». Etc.
- Cuando haya aprendido perfectamente todo esto, saque el tablero de los grandes símbolos y haga el ejercicio que ya ha practicado para las cantidades. «Tráeme 1 de diez, 2 de diez, 5 de diez (etc.)», o: «De la familia de los 10, quiero el 4, el 6, el 8». Al comienzo trabaje con una sola categoría, luego con dos, con tres y luego con todas.
- Mezcle todas las cartulinas dentro de cada categoría. Pase los pedidos, pero trabaje solo con una categoría: «Ve a buscarme 3 decenas (o 3 de diez)». «5 centenas». Compruebe con el niño lo que le ha traído. Puede ayudar al niño haciendo que cuente los ceros como puntos de referencia para diferenciar los símbolos. Muéstrole también cómo guardarlos: debe volver a poner las cartulinas en orden y luego recoger primero las unidades, luego las decenas, las centenas y los millares antes de colocarlas otra vez en el tablero de los símbolos o en su caja.

## La asociación cantidades/símbolos

### Los primeros ejercicios

El niño instala una pequeña alfombra y lleva el banco y una bandeja. Usted irá a buscar con el niño el tablero de los símbolos y lo colocará en posición vertical, contra una pared o un mueble (recuerde que, al principio al menos, sacará todos los símbolos para que el niño los vuelva a clasificar encima de la alfombra).

Ponga una cartulina de la unidad en la bandeja, el 3, por ejemplo. «Quiero lo mismo en perlas. ¿Puedes ir a buscarlas?». El niño pone 3 perlas al lado de la cartulina. Ambos controlan el resultado contando las perlas. Repita la operación varias veces con las unidades. Luego pase a las decenas, a las centenas y a los millares. Cuando ya le resulte fácil hacerlo, puede poner 2 categorías a la vez, una unidad y a su izquierda una decena. Lea cada vez los números de las cartulinas antes de que el niño vaya a buscar las perlas correspondientes. Por el momento, continúe diciendo 5 de diez, por ejemplo, en lugar de 50. Para las centenas, puede decir indiferentemente «cien» o «centena».

Pase a continuación a 3 cartulinas, añada las centenas a la izquierda de las decenas, luego a 4 cartulinas, y añada los millares inmediatamente a la izquierda. Todo esto, naturalmente, no se hace en un día sino en varios, es decir, en varias semanas. El niño debe sentirse siempre a sus anchas. Si nota que los errores se multiplican o que está un poco estresado, es que usted va demasiado deprisa. No dude en volver atrás.

### La extensión

Invierta el ejercicio poniendo las perlas en la bandeja y pidiendo al niño que vaya a buscar las cartulinas correspondientes.

# La «magia» del número

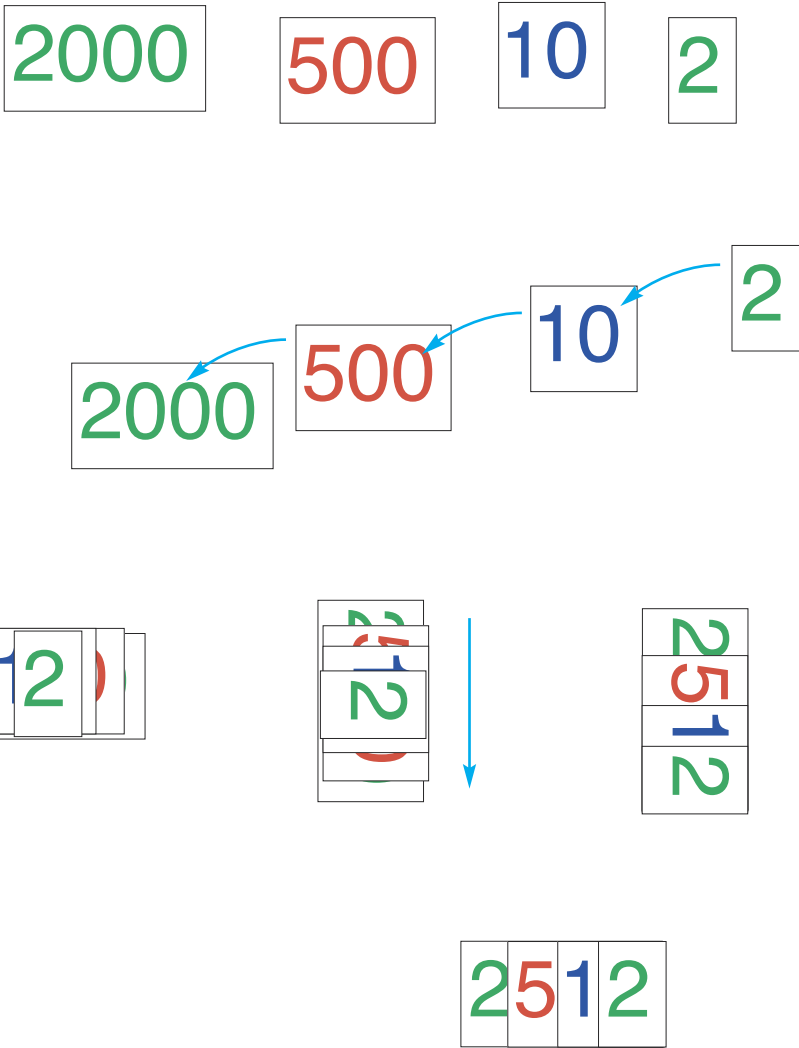
## La presentación

El niño instala su espacio de trabajo y lleva la caja de perlas del banco y la bandeja. Vayan juntos a buscar el tablero de los símbolos e instálenlo contra una pared. El niño saca las cartulinas y las ordena encima de la alfombra. Siéntese al lado de los símbolos, elija una cartulina y pídale al niño que le vaya a buscar la cantidad correspondiente.

Pídale ahora que ponga en la bandeja, por ejemplo, las perlas de 2000, 500, 10 y 2. Luego pídale que vaya a buscar las cartulinas correspondientes y las coloque debajo de las perlas, las de 1000 a la izquierda, las unidades a la derecha. Pregúntele: «¿Cuántos millares?, ¿cuántas centenas?, ¿cuántas decenas?, ¿cuántas unidades?». Anuncie: «Ahora, mira: vamos a hacer un truco de magia».

Seguidamente coloque la cartulina de 2000 delante de usted, luego ponga encima de ella la cartulina de 500, continúe con la de 10 y termine con la de 2. No se lee nada pues las cifras se tapan unas a las otras. Diga: «¡Esto no significa nada!». Coja entonces todas las cartulinas a la vez, el reverso de la carta de los millares contra su palma, y deslícelas verticalmente dando unos ligeros golpecitos contra la bandeja para que los bordes derechos de todas las cartulinas queden alineados. Déjelas en la bandeja. Las únicas cifras que quedan visibles forman el número 2512 (véase el dibujo paso a paso aquí a la derecha). Haga leer el número al niño: dos mil, cinco cien, un diez, dos. Después pregúntele si es lo que tenían antes y haga que lo compruebe contando las perlas.

Invite al niño a volver a poner las perlas y los símbolos en su lugar antes de trabajar con un nuevo número.



## La utilización

- Proponga al niño en numerosas ocasiones que componga combinaciones de cartulinas de símbolos a partir de las perlas o a la inversa. Él solo será quien haga la magia del número.
- Aumente la dificultad suprimiendo una categoría. Enséñele que hay un cero en el número en el lugar donde «falta» una categoría. Para poner esto en evidencia, haga componer, por ejemplo: 2504 y 254, primero con las perlas y luego con las cartulinas, haciendo la magia del número. El niño comparará los números con las perlas. Comprenderá así que el cero representa que falta una categoría. Si ve que hay un número incorrecto, pídale al niño que vuelva a contar y lea la cartulina para ayudarlo a tomar conciencia de su error sin tener que corregirlo directamente.

# La iniciación a las operaciones

Las perlas doradas son un material muy interesante que permite al niño comprender el principio de las operaciones: una suma es cuando juntamos varias cantidades; una multiplicación es cuando juntamos varias veces la misma cantidad; una resta es cuando quitamos una cantidad; una división es cuando repartimos una cantidad en partes iguales. En la edad en la que abordamos las cuatro operaciones con las perlas, no entramos ni en detalles ni en la abstracción, que se tratarán más tarde, con los sellos y luego con el ábaco.

## El descubrimiento de la suma estática con las perlas doradas

### El material

Además del banco de perlas y del tablero de los grandes símbolos, necesitarán:

- 3 bandejas pequeñas con una cubeta del tipo «cesta para el baño» para cada una;

- 1 pañuelo grande;
- 3 tableros de símbolos pequeños, idénticos al tablero de los símbolos grandes, pero de formato más reducido (aproximadamente A3);
- 3 etiquetas con los símbolos + + =.

Este material se puede fabricar fácilmente.

## La presentación

En las escuelas Montessori, esta presentación forma parte de los ejercicios colectivos, que se hacen con un reducido grupo de niños. Cada niño dispondrá de una bandeja y deberá reunir una cantidad. Para un trabajo individual en casa, el niño reunirá varias veces una cantidad distinta.

Anuncie que se dispone a hacer algo nuevo: una suma. Prepare el material con el niño: los símbolos, el banco un poco más lejos en otra alfombra, y los 3 tableros de símbolos pequeños, en otro lugar. En la primera bandeja ponga un símbolo pequeño de las unidades, uno de las decenas, uno de las centenas y uno de los millares. Después pase a la segunda bandeja y haga lo mismo cogiendo los símbolos pequeños del segundo tablero. Y así para la tercera bandeja, con el tercer tablero de los símbolos pequeños.

Atención, por el momento empezamos por lo más sencillo: la suma sin retención (o «estática»). Arrégleselas para que la suma de las unidades de los tres tableros no pase de 9, que la de las decenas no pase de 90, que la de las centenas no pase de 900 y la de millares de 9000. Cuando se disponga a sumar lo que se encuentra en las 3 bandejas, será necesario que no «se lleve» nada.

Pida al niño que se ocupe primero de la primera bandeja y vaya a buscar al banco las perlas que correspondan a los símbolos. Cuando regrese, pídale que clasifique lo que ha traído, colocando las unidades en

la cubeta que lleva el símbolo de las unidades y se encuentra en el extremo derecho; luego, a la izquierda, las barras de 10 bajo el símbolo de las decenas; a continuación, los cuadrados de 100 bajo el símbolo de las centenas; y para terminar, los cubos de 1000 bajo el símbolo de los millares. Pregúntele al niño cuánto tiene en su bandeja. Dirá, por ejemplo: «Tres mil - dos cien - tres diez - cinco» o «Dos mil - cinco cien - dos diez - tres». En esta etapa aún no conoce «veinte, treinta, cuarenta, etc.». No lo corrija; lo que importa por el momento es que sea perfectamente consciente de las diferentes categorías. Propóngale ahora hacer la magia del número con los símbolos pequeños y que «lea» el número obtenido. Luego pase a la segunda y más tarde a la tercera bandeja.

Propóngale al niño juntar todo lo que tiene en las tres bandejas. «Sumar es poner todo junto». Para eso, utilizará el pañuelo.

«¿Crees que cabrá todo en el pañuelo? Empezaremos por las unidades». El niño pone todas las perlas de las unidades de la primera bandeja, luego las de la segunda y a continuación las de la tercera dentro del pañuelo. Enseñe al niño cómo coger el pañuelo por las cuatro esquinas y deje que lo sopesa. «No pesa, ¿verdad? ¿Podemos añadir las decenas?». Y así sucesivamente, siempre en el orden de las bandejas, hasta que todo esté dentro del pañuelo. Insista en el hecho de que «cuando lo ponemos todo junto, es pesado, es mucho». Ahora veamos todo lo que hay dentro del pañuelo. Extienda el pañuelo y pídale al niño que clasifique todas las unidades a la derecha, luego de derecha a izquierda, todas las decenas, las centenas y para acabar los millares.

Pregúntele al niño cuántas unidades hay y propóngale que vaya a buscar el símbolo grande correspondiente. Proceda del mismo modo con las decenas, luego con las centenas, luego con los millares. El niño hará entonces la magia del número y leerá el resultado.

© Ecole Vivante Sylvia Dorance

© Ecole Vivante Sylvia Dorance

© Ecole Vivante Sylvia Dorance

En las siguientes ocasiones, el niño instalará él solo el material, pero usted seguirá eligiendo los símbolos pequeños de las tres bandejas para evitar las retenciones y verificará que las categorías estén bien separadas y ordenadas. Después de realizar la magia del número en las tres bandejas, el niño colocará él solo la suma, tal como indica el dibujo anterior. A continuación, hará la suma en una bandeja grande, irá a buscar los símbolos grandes correspondientes y hará la magia del número, para colocar el resultado al final de la suma. Entonces leerá la operación entera y también la suma.

El niño experimenta de manera física la suma al juntar las cantidades. Visualmente el resultado está representado por las cartulinas más grandes para recordar que la cantidad final es más grande que los números iniciales.

No pase a la actividad siguiente hasta que el niño haya realizado muchas sumas de este tipo (6, 10, o incluso más), hasta que lo haga con extraordinaria facilidad.

## La suma dinámica con las perlas doradas

El nombre de «banco» que se da a las perlas doradas adquiere aquí todo su sentido. Para la suma dinámica el niño deberá intercambiar categorías. Es la experiencia física de lo que será la «retención». Por el momento, usted le llamará «el cambio».

### El material

Utilizará el mismo material que para la suma sin retención (véase la p. 53): las perlas doradas del banco, los símbolos grandes y los símbolos pequeños.

### La presentación

Esta actividad no se plantea hasta que el niño domina completamente la suma estática (sin retención). Proceda exactamente como hizo con la suma sin retención.

Para la primera vez, elija usted mismo los símbolos pequeños. El niño irá a buscar al banco las cantidades correspondientes e irá cargando sucesivamente las tres bandejas pequeñas. A continuación, usted puede dejar elegir al niño los símbolos para las tres bandejas, pero compruebe siempre que la cifra de los millares de la suma no pase de 9. Si ve que no habrá retención con la cifra que el niño ha elegido, propóngale elegir otro símbolo: «Mira ¿y si cogemos mejor este de aquí?».

El niño hace la magia del número en cada bandeja y coloca la suma como de costumbre, con los símbolos «+» e «=».

Pasa entonces a la clasificación global en la bandeja grande, con cuidado de separar bien las categorías.

Seguidamente cuenta las unidades y procede al cambio, si es necesario. Pone entonces una o varias barras de 10 de más en el grupo de las decenas y las perlas de las unidades que no han cambiado permanecen en la cubeta. Cuenta entonces las decenas y, de nuevo, procede al cambio, si es necesario. Preste atención a que coloque las barras en el lugar

correcto y a que guarde las perlas que han sido reemplazadas durante el cambio. Es necesario proceder de forma metódica y con mucho orden y calma.

Cuando haya efectuado el cálculo de los millares, el niño irá a buscar los símbolos correspondientes a la alfombra donde los ha clasificado. Los comprobará y los colocará en la bandeja grande. Después hará la magia del número grande, colocará los resultados después del signo «=» y leerá la operación.

## La resta estática con las perlas doradas

Se trata siempre de descubrir la naturaleza de la operación y su principio sin complicarse demasiado con los detalles, de manera concreta, con cantidades.

### El material

- Los símbolos grandes y los pequeños.
- Las perlas doradas del banco.
- Una bandeja grande y tres pequeñas.
- Las etiquetas «-» e «=».

### La presentación

En la bandeja grande coloque los símbolos grandes de un número de 4 cifras (por ejemplo 7685). El niño irá a buscar las perlas al banco y hará la magia del número. Prepare igualmente la bandeja pequeña con los símbolos pequeños (por ejemplo 7543). El niño hará la magia del número, pero no irá a buscar las perlas. Comente que usted tiene todas sus perlas, pero que en la bandeja del niño no hay nada. Pregúntele si quiere perlas y cuántas: «¿Cuántas unidades? -3. -¿Cuántas decenas? -4. -¿Cuántas centenas? -5. -¿Cuántos millares? -7. ¡Yo no tengo casi nada!». Ponga los símbolos grandes encima de la mesa: «Esto es lo que tenía al principio». «Veamos ahora lo que me queda». Pida al niño que cuente las perlas que quedan en la bandeja grande y vaya a buscar los símbolos pequeños correspondientes (142 en nuestro ejemplo). Anuncie que acaba de hacer una resta. Restar es quitar. Enseñe la etiqueta del signo «-» al niño y saque la del signo «=» que ya conoce. Ponga entonces la operación con los símbolos:

The diagram shows the subtraction operation 7685 - 7543 = 142. The numbers are represented by boxes containing digits. The first number, 7685, has digits in green, red, blue, and green boxes respectively. The second number, 7543, has digits in red, blue, green, and red boxes respectively. The result, 142, has digits in red, blue, and green boxes respectively. The operation is shown as 7685 - 7543 = 142.

Vaya leyendo a medida que los coloca: «7685 menos 7543 es igual a 142».



El tamaño de las cartulinas de los símbolos representa muy bien esta diferencia: los símbolos que componen el número de partida son más grandes que los del número restado y que los del resultado.

En días sucesivos, tal vez en semanas, prepare cada día una resta de este tipo (siempre sin retención) para el niño; prepare los símbolos grandes en la bandeja grande y los pequeños en la pequeña. El niño irá a buscar las cantidades de perlas que correspondan al número de la bandeja grande y transferirá los correspondientes a la pequeña, en función del número indicado por los pequeños símbolos y empezando siempre por las unidades, luego por las decenas, etc. A continuación, hará las cuentas en la bandeja grande y «pondrá» la resta con los símbolos grandes, los símbolos pequeños y los signos «-» e «=». Al final, la leerá.

Vigile, incluso cuando el niño trabaje solo, que empiece a restar siempre por las unidades.

Más tarde podrá pasar a la resta dinámica (con retención), en la que será necesario cambiar una decena por 10 unidades. Paralelamente podrá comenzar todas las primeras actividades de memorización de la resta.

## La resta dinámica con las perlas doradas

Elija un número de 4 cifras (por ejemplo: 5382) y coloque los símbolos grandes correspondientes en la bandeja grande. Prepare también, en una bandeja pequeña, los símbolos pequeños que permitirán hacer una resta con retención (por ejemplo: 4948). Anuncie al niño que hoy le va a gastar una pequeña broma.

El niño irá a buscar las perlas correspondientes al número de la bandeja grande. Hará la magia del número en las dos bandejas.<sup>1</sup> Naturalmente, en el momento en que quiera empezar a restar quitando 8 unidades, se quedará bloqueado. Recuérdele que le había gastado una broma y pregúntele si tiene alguna solución. Si no la encuentra por sí mismo, enséñele que hay muchas decenas y que quizás podría hacer un cambio. El niño regresa al banco, cambia una decena en 10 unidades que coloca en la cubeta encima de la bandeja grande. Quita 8, las coloca en la bandeja pequeña y continúa. Quita 4 decenas sin dificultad, pero se bloquea de nuevo en las centenas. Probablemente estará muy contento de saber la solución: cambia un millar y sigue hasta el final.

---

1. Al igual que las letras móviles permitían al niño crear palabras, aunque aún no supiera escribir, los símbolos le permiten crear números y plantear operaciones, aunque no domine la escritura.

Únicamente con el trabajo de los sellos empezará a escribir las operaciones en un cuaderno o en una hoja de papel suelta. Incluso entonces, quizás usted tendrá que hacerle de escriba, hasta que para él el hecho de escribir no sea ya un trabajo en sí mismo o un lastre. Tiene que poder concentrar toda su atención en las operaciones y no verse retrasado en su reflexión.

Si quiere guardar los resultados del trabajo y la progresión del niño, puede hacer fotos, imprimirlas, datarlas y compilarlas en un archivo. En el caso de la escolarización en casa, estos elementos serán útiles si tiene que afrontar una inspección.



Seguidamente cuenta lo que queda en la bandeja grande, va a buscar los símbolos pequeños correspondientes, hace la magia del número y coloca el resultado. En nuestro ejemplo  $5382 - 4948 = 434$ .

Después de algunas operaciones de este tipo, cuando el niño ha comprendido que puede hacer cambios en el curso de una resta, anuncie que hará la misma operación con los sellos.

## La multiplicación con las perlas doradas

El niño ha visto ya la suma con las perlas y tal vez ha empezado con los sellos. Aunque no haya comenzado la abstracción, podrá comprender el principio de la multiplicación, pues multiplicar es sumar números idénticos. Lo descubrirá con las perlas doradas, sin necesidad de decírselo.

### El material

- Las perlas doradas.
- Los símbolos grandes y los pequeños.
- Tres bandejas.
- Las etiquetas «x» e «=».

### La presentación

Elija un número de 4 cifras (por ejemplo: 1241) y coloque los símbolos pequeños correspondientes en la primera bandeja. Tenga cuidado y elija una operación que no supere 9999.

Si trabaja solo con un niño, pídale que coloque en cada una de las otras dos bandejas el mismo número en símbolos. En el caso de que trabaje con varios niños, coloque el mismo número en cada una de las bandejas. Pídale al niño (o a los niños) que coja las cantidades en el banco y hagan la magia del número. Pídale que sume las tres bandejas, fabrique el resultado con la ayuda de los símbolos grandes, pues ha obtenido un número muy grande, y lo lea. Obtendrá:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 4 & 1 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 4 & 1 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 4 & 1 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 3 & 7 & 2 & 3 \\ \hline \end{array}$$

Haga hincapié en el hecho de que se trata de una suma realmente especial pues se junta siempre el mismo número: «¿Cuántas veces has cogido el mismo número? -3 veces. -Entonces mira, lo podemos escribir de otro modo»:

3

×

1241

=

3723

Escrito en una etiqueta de papel en blanco

Mientras manipula los símbolos diga 3 veces 1241 es igual a 3723. «Acabas de hacer una multiplicación». Al día siguiente vuelva a hacer una presentación con números diferentes. Cuando llegue al resultado:

3

×

2143

=

6429

Enséñele que también puede darle la vuelta y escribir:

2143

×

3

=

6429

O incluso poner la operación en columnas:

2143

×

3

=

6429

Pero precise que lo escribirá así más tarde. El niño hará varias multiplicaciones con las perlas antes de pasar a la siguiente. Paralelamente puede comenzar las primeras actividades de memorización de la multiplicación.

## La división con las perlas doradas

Las perlas doradas son un material tan concreto que el niño pequeño puede descubrir muy pronto la división en su noción de reparto.

### El material

- Las perlas doradas con los grandes símbolos y los pequeños.
- Tres bandejas pequeñas y una grande.
- Las etiquetas «x» e «=».

### La presentación

Fabrique un número de 4 cifras (por ejemplo 7645) con la ayuda de los símbolos grandes en una gran bandeja y luego pida al niño que vaya a buscar las cantidades en perlas. El divisor será el número de niños, si son varios, por ejemplo 4. Si trabaja solo con un niño, coja los peluches del niño para simular el reparto. Distribuya las perlas en 4 bandejas pequeñas y empiece por las cantidades más grandes: los cubos de 1000. A continuación, distribuya los cuadrados de 100. Continúe hasta la distribución de las unidades. Entonces le quedará sin duda un resto. No tiene importancia. Ponga simplemente las últimas perlas en una cubeta y diga: «Estas son el resto. No hay bastantes para dar una a cada uno». Entonces el niño irá a buscar los símbolos pequeños, hará la magia del número en cada bandeja y mostrará el resultado del reparto. Haga un resumen: «Esta es la cantidad que tenía al principio», al tiempo que señala los símbolos grandes del número inicial. «La he dividido en 4». Pregunte: «¿Cuántas ha recibido cada uno?».

7645

:

4

=

1911

papel en blanco

el resto

El niño leerá la operación con usted. No se preocupe por el resto. El niño lo descubrirá tranquilamente, más tarde, con los sellos (p. 119) y, sobre todo, con la tabla perforada (p. 220).

Anuncie con orgullo: «¡Hemos hecho una división!».

Repita la operación con el niño hasta que quede claro que ha comprendido bien el principio de reparto en cantidades iguales.

## La división con un divisor de 2 cifras con las perlas doradas

Atención, esta etapa no debe abordarse con el niño justo después de la división con un divisor de 1 cifra con las perlas. Es preciso esperar a que haya visto la división con un divisor de 1 cifra con los sellos. El orden será el siguiente:

- división con un divisor de 1 cifra con las perlas,
- división con un divisor de 1 cifra con los sellos,
- división con un divisor de 2 cifras con las perlas,
- división con un divisor de 2 cifras con los sellos,
- división con un divisor de 3 cifras con las perlas,
- división con un divisor de 3 cifras con los sellos.

### El material

- Las perlas doradas.
- Una bandeja grande y diversas bandejas pequeñas sobre las que pondrá unos fondos de color: uno verde, uno azul, uno rojo. Como tal vez necesite 9 bandejas pequeñas (divisor 19 o 29, etc.), simplemente puede utilizar la vajilla o las servilletas de papel de colores.
- Cubetas para las perlas aisladas.

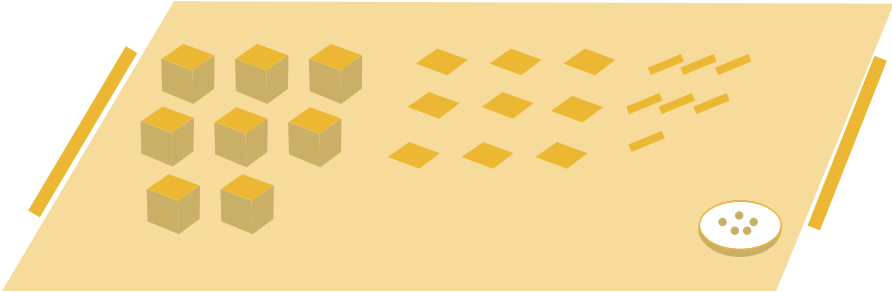
### La presentación

Empiece volviendo a hacer una división con un divisor de 1 cifra con las perlas, para recordar el principio al niño. Luego pase a una división con un divisor de 2 cifras (por ejemplo:  $8975 : 12 =$ ). Ponga la división con los símbolos grandes para el dividendo y una etiqueta para el divisor escrito en color.

8	9	7	5	:	12	=
---	---	---	---	---	----	---

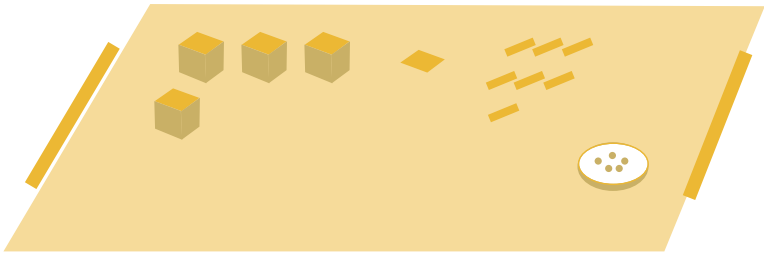
Hoja de papel en blanco

El niño coge las perlas correspondientes al dividendo y las pone sobre una bandeja grande.

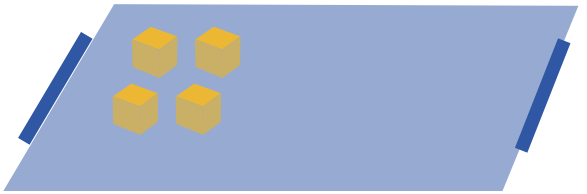


Recalque que será realmente complicado coger 12 bandejas para hacer la partición y que deberá encontrar otra solución. Háblele del ejército romano en el que había soldados (legionarios) y decuriones que representaban a 10 soldados. Para hacer el 12 ( $10 + 2$ ) del divisor lo repartirá entre 1 decurión (= 10), simbolizado por una bandeja azul, y 2 soldados, simbolizados cada uno por una bandeja verde. Si trabaja con más niños, puede anudar un pañuelo azul en el brazo del decurión. Y empiece la distribución. Naturalmente, en la bandeja del decurión tendrá que poner 10 veces más que en cada una de las otras 2, luego deberá repartirlo en 10 al final: si da 100 a cada soldado, da 1000 al decurión.

Distribuya 4 cubos de 1000 al decurión y 4 cuadrados de 100 a cada soldado. En la bandeja grande quedan 4 cubos de 1000 y solo 1 cuadrado de 100 (véase el dibujo de la derecha).



Dibujo 1

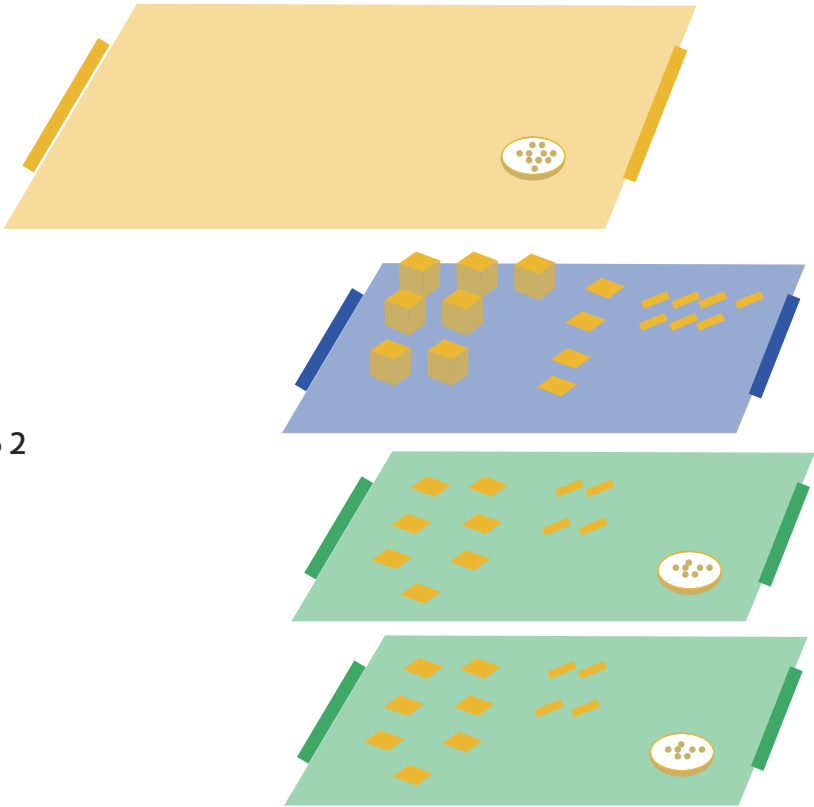


Cambie un cubo de 1000 en 10 cuadrados de 100 y continúe. Esto hace 3 cubos de 1000 y 11 cuadrados de 100 sobre la bandeja grande. Dele 3 cubos de 1000 al decurión y 3 cuadrados de 100 a cada soldado. Quedan 5 cuadrados de 100 encima de la bandeja grande, 7 barras de 10 y 5 perlas sueltas. Dele 3 cuadrados de 100 al decurión y 3 barras de 10 a cada soldado. Luego, nuevo cambio y nueva distribución. Y así sucesivamente hasta que sea imposible dividir lo que queda sobre la bandeja grande: 11 perlas. Hay 7 cuadrados de 100, 4 barras de 10 y 7 perlas sueltas en la bandeja de cada soldado y 7 cubos de 1000, 4 cuadrados de 100 y 7 barras de 10 en la bandeja del decurión (dibujo 2, a la derecha).

Pregunte ahora al niño el resultado de la división recordándole que es la parte que ha obtenido un soldado. Compondrá el resultado con los símbolos pequeños, que colocará al final de la operación, sin olvidar bajar la cubeta del resto (dibujo 3, a la derecha abajo). Pídale que cuente el resto: 11 y que compruebe que es más pequeño que el divisor.

Atención: si nota la menor duda en el niño con respecto a la bandeja del decurión (que recibe por 10), proponga al niño que compruebe que ha recibido 10 veces lo que ha recibido cada uno de los soldados. El niño hará el cambio y dividirá la parte del decurión en 10 bandejas pequeñas. Usted le hará constatar que hay lo mismo, a fin de cuentas, en todas las bandejas, incluidas las 2 bandejas de los soldados del principio.

Dibujo 2



Dibujo 3

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 8 & 9 & 7 & 5 \\ \hline \end{array} : \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 2 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 7 & 4 & 7 \\ \hline \end{array}$$

## La división con un divisor de 3 cifras con las perlas doradas

El principio y el material son exactamente los mismos que para la división con un divisor de 2 cifras, pero introducirá al centurión, que representa 100 soldados y una bandeja roja para lo que reciba en el reparto (si trabaja con varios niños anude un pañuelo rojo alrededor del brazo del centurión). Cuando el centurión tenga un cuadrado de 100, el decurión tendrá 10 veces menos, es decir, recibirá una barra de 10 y el soldado aún 10 menos, es decir, recibirá una sola perla. Para el resto, diríjase a la p. 69.

## El vocabulario de las decenas

### Las primeras tablas de Seguin

Este material es una ayuda formidable para que los niños adquieran vocabulario y la comprensión de las decenas.

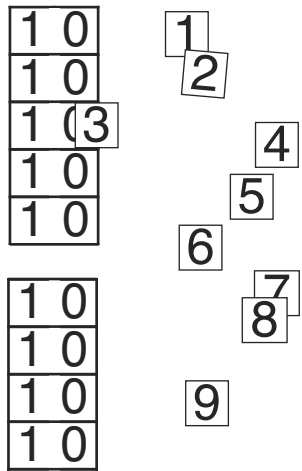
#### El material

Se necesita una caja vacía, y dos tablas que contienen cinco veces el número 10 (la primera tabla) y cuatro veces el número 10 (la segunda). Véase el dibujo de la página siguiente. Asimismo, utilizará una serie de pequeñas tarjetas numeradas del 1 al 9. Por último, recupere las barras de 10 y las perlas de colores.

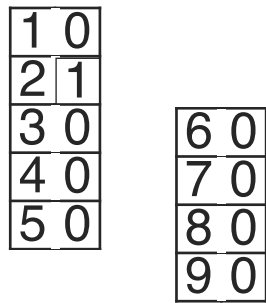
Este material se puede fabricar muy fácilmente. El que se encuentra en las tiendas es de madera y permite al niño deslizar las tarjetas y las cifras para completar las tablas.

Las primeras tablas de Seguin permiten al niño descubrir el vocabulario, los símbolos y las cantidades del 11 al 19.

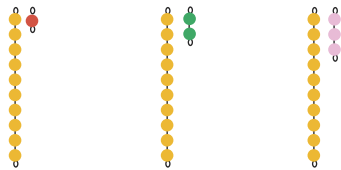
Las primeras tablas de Seguin



Las segundas tablas de Seguin



La disposición de las perlas para la lección en 3 tiempos



La lección en tres tiempos con las perlas

Por el momento, para una lección en tres tiempos solo utilizará las perlas. Presente las perlas de colores al niño y enséñele a colocarlas en escalera. Esto le permite visualizar la secuencia de los primeros números y le ayudará a ver, más tarde, su relación con respecto a la cantidad de 10. Además, es una preparación que el niño adora. Para la lección en 3 tiempos, proceda lentamente, como de costumbre, con tres números cada vez.

Tiempo 1


Vaya a buscar el material con el niño. Coja una barra de 10 y pregúntele: «¿Qué es esto?». «Esto son 10». Si el niño aún duda, no le dé el resultado, sino invítelo a contar. Después coja una barra de 1 y pregúntele: «¿Qué es esto?». «Esto es 1». Dispóngalas como el dibujo de la izquierda. Atención: las unidades siempre están a la derecha. Apunte sucesivamente hacia la última perla de la decena y la perla suelta mientras dice: «10... y 1: 11». Proceda del mismo modo con una barra de 10 y una barra de 2 para el 12, luego una de 10 y una de 3 para el 13. A continuación pídale al niño: «Enséñame 11», luego «Enséñame 12» y así sucesivamente. Primero en orden y luego en desorden. Cuando no le quede ninguna duda, desplace las perlas y plantee las mismas preguntas al niño. Tómese su tiempo (¡y el del niño!) y vuelva muchas veces sobre cada número.

Tiempo 2

Recuerde que este segundo tiempo es el más importante de la lección en tres tiempos: el que consolida la asimilación del nuevo vocabulario. Puede durar varias sesiones. Tanto si el niño conoce ya «11», «12» y «13», como si conoce más, sin duda es útil permitirle establecer visualmente la relación entre cantidad y símbolo.

La utilización  
de las primeras tablas  
de Seguin

1	1
1	0
1	0
1	0
1	0



Pídale al niño que «fabrique» él solo 11, luego 12, luego 13. Si no cuenta en voz alta al hacerlo, tómese el tiempo de nombrar cada número con él, mostrando la última perla de la barra de 10: «10», luego contando las perlas de las unidades: «11», «12», y así sucesivamente. Cuando las barras estén colocadas correctamente, pídale al niño que le enseñe 10, 11, 12, etc. en orden, después en desorden, dejando las barras clasificadas y luego desclasificándolas.

Tiempo 3

Forme las asociaciones de perlas 10 + 1, 10 + 2, 10 + 3 con el niño, Y pídale que las nombre. Primero en orden y luego en desorden. Cuando haya asimilado y memorizado todo perfectamente, pase a una nueva lección en tres tiempos para los números del 14 al 19.

La asociación vocabulario/símbolo  
con las tablas de Seguin

Se trata en una lección en tres tiempos para ayudar al niño a memorizar la relación entre el nombre y el símbolo de las decenas. Vaya a buscar el material con el niño. Necesitará las perlas del banco, las perlas de color y las primeras tablas. Pídale al niño que instale una alfombra o siéntense juntos a una mesa.

Tiempo 1

Ponga las perlas como en el dibujo para formar 11, 12 y 13. Disponga la primera tabla y coloque las tarjetas del 1 al 3. Haga leer al niño lo que hay en las tablas, luego en las pequeñas tarjetas. A continuación, coloque la tarjeta del 1 encima del cero del primer 10. Diga: «10 y 1: 11». Coloque el 2 encima del cero del segundo 10. «10 y 2: 12». Deténgase al llegar a 13.



## Tiempo 2

Levante las tarjetas de las cifras de la primera tabla de Seguin. Pídale al niño: «¿Puedes fabricar el 11, el 12, etc.?», en orden y luego en desorden.

## Tiempo 3

«¿Qué es esto?» (mostrándole el 11, el 12, etc.). Luego continúe con la segunda tarjeta y los últimos números hasta el 19, siempre mediante una lección en tres tiempos. El conjunto le llevará varios días. Tómese el tiempo que haga falta para que el niño lo asimile perfectamente.

### La asociación vocabulario/símbolo/cantidad con las tablas de Seguin

Ahora utilizará las dos tablas, todas las tarjetas de unidades y las barras de perlas, todo pulcramente instalado y ordenado encima de la mesa o en la alfombra.

Coloque la tarjeta del 1 encima del cero del primer 10. Diga: «10 y 1, once». Luego, a la izquierda de la tarjeta, coloque una barra de 10 y una barra de 1 mientras dice «10 y 1, once». Haga lo mismo para el 12: coloque la tarjeta del 2 encima del cero del segundo 10. Diga: «10 y 2, doce». Luego, a la derecha de la tarjeta, coloque una barra de 10 y una barra de 2 mientras dice: «10 y 2, doce». Deje que el niño continúe hasta 19. «Ahora te toca a ti». Por último, pídale al niño que lo deshaga todo y hágale los pedidos, primero en orden y luego en desorden, a la vez con las tablas de Seguin y con las perlas. «Fabrícame 14, 17, 11...».

### La extensión

Pídale al niño que cuente de 10 a 19 en orden creciente, luego decreciente, ayudándose de las tablas, luego sin ellas.

Es el momento de comenzar, paralelamente, todas las primeras actividades de memorización de la suma.

## Las segundas tablas de Seguin

### El material

Las segundas tablas de Seguin permiten que el niño descubra el vocabulario, los símbolos y las cantidades de 11 a 99. Funcionan como las primeras. Se pueden fabricar fácilmente.

Para la presentación utilizará igualmente 45 barras de 10 y 10 perlas doradas.

### La lección en tres tiempos aislando las decenas (10, 20, 30...)

Como siempre se hace para introducir vocabulario, se recurre a la lección en tres tiempos y no se presentan más que tres palabras nuevas a la vez (primero 10, 20 y 30, luego 40, 50, 60 y, por último, 70, 80 y 90).

### Tiempo 1

Pídale al niño que nombre el primer compartimento, coloque una barra de 10 al lado, continúe con 20: «Son dos decenas, son veinte», luego 30. Deténgase ahí.

### Tiempo 2

Plantee las preguntas: «Enséñame el diez, enséñame el veinte, enséñame el treinta», primero en orden y luego en desorden.

### Tiempo 3

Es el niño quien alinea las barras «bajo pedido» y las preguntas son: «Fabrica diez, veinte, treinta».

### La secuencia de números del 11 al 99

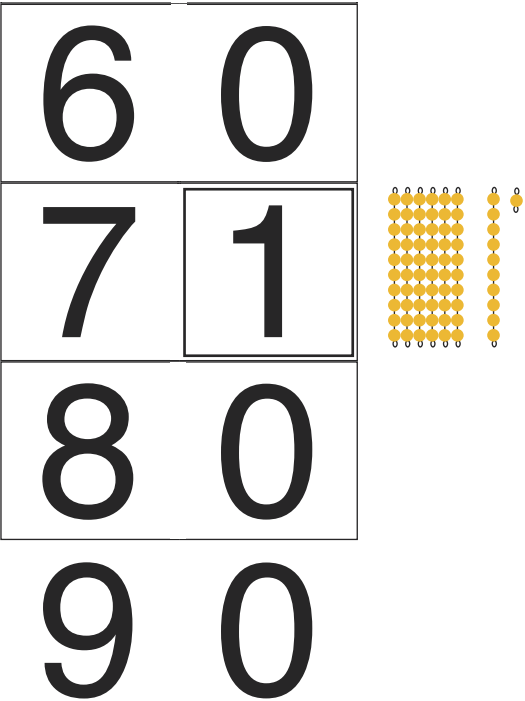
Trabaje primero en una primera tabla (del 10 al 50). Coloque una barra de 10 y una perla dorada a la izquierda de la tabla al nivel del 10.

Tape el cero con una tarjeta pequeña de 1. Diga ahora: «Es el once». Levante la perla suelta y sustitúyala por una barra de 2. Diga: «Es el doce». Y así sucesivamente hasta el 14. El niño continúa pues ya conoce todo el proceso. De modo que puede ir bastante rápido; no pase demasiado tiempo si ve que el niño lo domina, para no perder su atención. Al llegar a 19 enséñele que, si añadimos una perla, hay que cambiar a 2 barras de 10 y que pasamos a la casilla de abajo: la de 20 (2 decenas). Luego vuelva a empezar: 21, 22, etc. Al pasar de 70 a 71 coloque las barras de perlas de manera que quede en evidencia  $60 + 11$  (véase el dibujo de la derecha). Y lo mismo para 91 ( $80 + 11$ ).

**Las extensiones**

- Para variar los ejercicios y conservar el interés del niño, varíe las «reglas del juego»:
- Ponga las barras de perlas encima de la mesa. El niño las debe contar, colocarlas en el lugar correcto al lado de las tablas de Seguin y luego poner la tarjeta de las unidades correcta para tapar el cero de la decena correspondiente.
  - Coloque una tarjeta de las unidades para tapar un cero, el de 50, por ejemplo. El niño debe coger del banco las barras correspondientes y ponerlas a la izquierda de la tabla.
  - Es el niño el que le hace las preguntas y debe comprobar si usted comete errores.

**La utilización de las segundas tablas de Seguin**

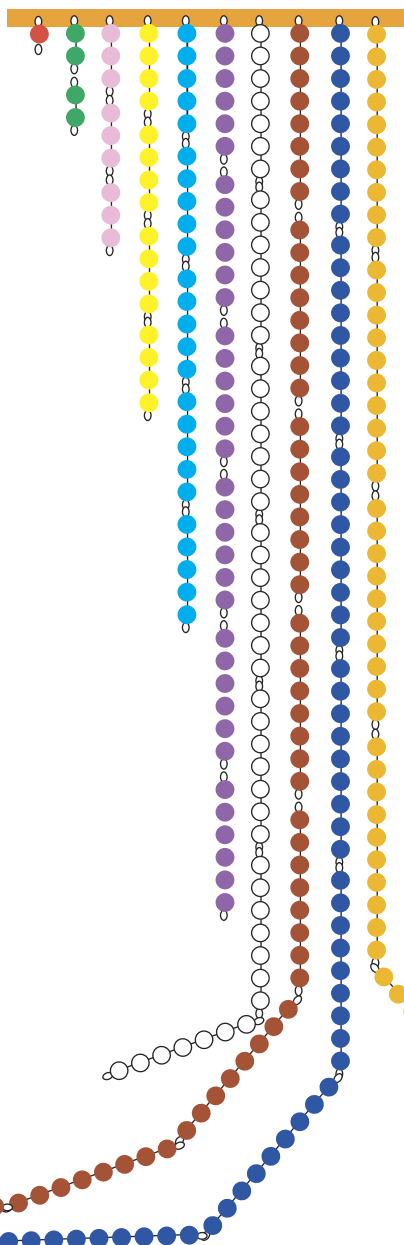


## Las cadenas

Puede empezar a presentar las cadenas al niño que ya domina las tablas de Seguin. Las cadenas en- garzan barras de perlas del mismo color unidas las unas a las otras mediante eslabones. Por ejemplo, 3 barras de 3 perlas rosas. O 6 barras de 6 perlas violetas. Los colores son los mismos que los de la tabla de Pitágoras o de las barras de la serpiente.

Hay 2 tipos de cadenas:

- Las cortas, o cadenas de cuadrados, permiten, entre otras cosas, construir y visualizar el cuadrado del número. Por ejemplo, la cadena del cuadrado de 5 contiene 5 barras de 5 perlas ( $5 \times 5$  o  $5^2$ ).
- Las largas, o cadenas de cubos, permiten construir y visualizar el cubo del número. Por ejemplo, la cadena del cubo de 4 contiene 16 barras de 4 perlas amarillas: 64 perlas en total ( $4 \times 4 \times 4$  o  $4^3$ ).



El conjunto se presenta en dos soportes (uno para las cortas y uno para las largas) en los que todas las cadenas están suspendidas como en una cortina de perlas. No hemos dibujado las largas: ¡son precisamente demasiado largas y nos ocuparían mucho espacio en estas páginas!

- La cadena corta dorada (cadena del cuadrado de 10) también se denomina cadena de 100. Consta de 10 barras de 10 perlas doradas.
- La cadena larga dorada (del cubo de 10) también se denomina cadena de 1000. Consta de 100 ( $10 \times 10$ ) barras de 10 perlas doradas.

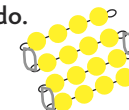
Este material plantea un serio problema. Sin duda puede fabricarlo usted mismo. Las cadenas cortas, en particular, no cuestan mucho de hacer. Las cadenas largas es otro cantar. Imagine el tiempo que se necesita para hacer la cadena de 1000 o incluso simplemente la cadena del cubo de 8 ( $8 \times 8$  barras de 8) o de 9 ( $9 \times 9$  barras de 9). Es decir, que las cadenas pertenecerían al tipo de material que es mejor comprar.

## Contar uno a uno con la cadena de 100

### El material

- La cadena corta dorada (cuadrado de 10).
- 9 flechas verdes numeradas del 1 al 9.
- 9 flechas azules numeradas del 10 al 90, un poco más grandes.
- Una flecha roja de 100 aún más grande.

La cadena corta de 4 colocada en cuadrado.



Los colores de las flechas corresponden a los colores jerárquicos (unidades, decenas, centenas...) de los sellos, que el niño volverá a encontrar también en el ábaco, el damero, etc.

### La utilización

El objetivo de este trabajo es consolidar la asimilación de la numeración del 1 al 100 en orden creciente y también decreciente (del 100 al 1). Lleve con el niño el material hasta la alfombra, elemento por elemento. El niño instalará la cadena larga de 100 en el suelo. Enséñele cómo doblar la cadena de 100 para formar un cuadrado. Deberá reconocer la forma del cuadrado de 100 perlas. Enséñele a superponer el cuadrado a la cadena plegada. Explique al niño: «Vamos a contar cada perla del cuadrado de 100; ¡desplegaremos la cadena de 100 y contaremos todas las perlas!». Muéstrole que tiene pequeñas flechas que le ayudarán. Invite al niño a ponerlas por orden de categoría.

Él empezará a contar las perlas. En cada perla de la primera barra el niño colocará la flecha verde correspondiente. En la décima perla, usted colocará la flecha azul de 10. El niño continuará con las flechas azules para 10, 20, 30... hasta 90. Al final, él colocará la flecha roja de 100 (véase el dibujo inferior).

Coloque el cuadrado de 100 al final de la cadena.

«¡Hemos contado 100 perlas y hemos descubierto 100 perlas en el cuadrado!».

Recorra el conjunto de la cadena con el niño mientras lee las flechas. Después enséñele a guardar el material empezando primero por las flechas.

### Las extensiones

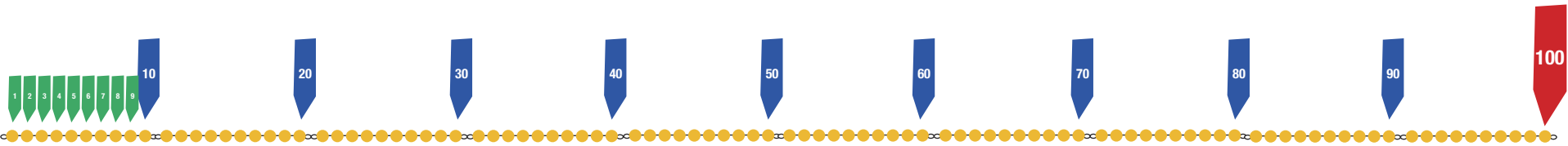
- El niño puede anotar todas las cifras del 1 al 100 en una tira de papel muy larga.
- También puede anotarlas en sentido inverso, del 100 al 1.
- Enséñele una etiqueta de un número inferior a 100 y pida al niño que lo posicione encima de la cadena; el niño trabaja en el concepto de línea numérica.
- Este material permite abordar igualmente la noción de la potencia de un número.
- Enséñele también la cadena doblada para hacer el cuadrado de 10. Diga al niño: «Lo ves, 10 veces 10 son 100, es el cuadrado de 10. También decimos que 10 elevado a 2 es 10 multiplicado por 10, o  $10 \times 10$ , también lo llamamos 10 al cuadrado».

### Contar de uno en uno con la cadena de 1000

#### El material

- La cadena larga dorada (cubo de 10).
- 9 flechas verdes numeradas del 1 al 9.
- 9 flechas azules numeradas del 10 al 90, luego 110, 120, etc. hasta 990.
- 10 flechas rojas numeradas de 100 a 900.
- 1 flecha verde de 1000.

El tamaño de las flechas aumenta con la categoría.



## La utilización

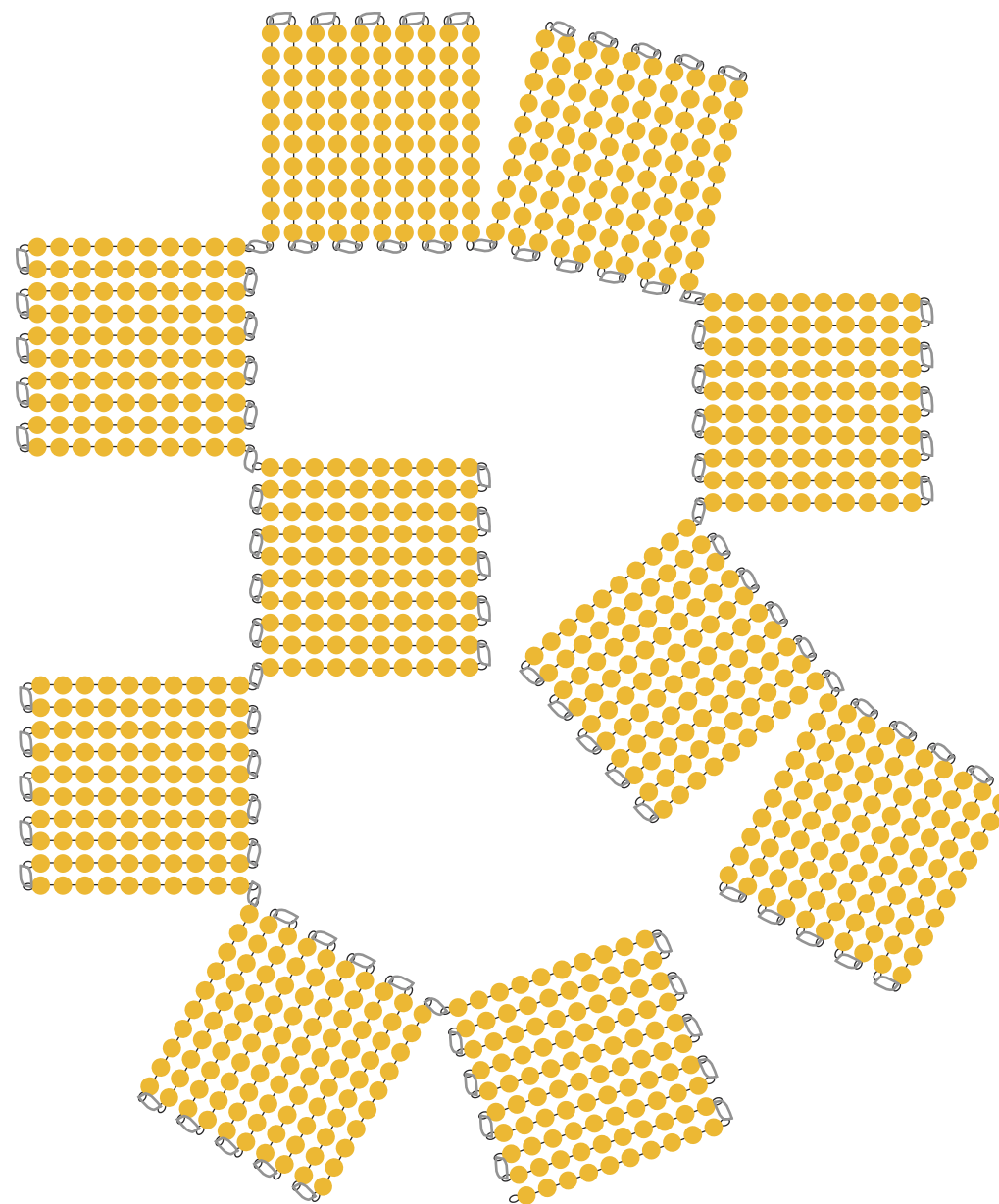
Anuncie el gran acontecimiento: ¡hoy haremos la cadena de 1000!

Vaya a buscar la cadena con el niño. Dóblela encima de la alfombra de manera que queden en evidencia los 10 cuadrados de 1000 (véase el dibujo de la derecha).

Coja cuadrados de 100 del banco y superpóngalos a cada cuadrado. Luego vuelva a coger los cuadrados y póngalos unos sobre los otros para volver a formar el cubo de 1000. Coja un cubo de 1000 del banco y póngalo a su lado. Pregúntele al niño: «¿Puedes decirme cuántos hay? -1000. -Pues esta cadena es la cadena de 1000. Hay 1000 perlas, como en el cubo de 1000 del banco. ¡Vamos a contar cada una de las perlas!».

Instale la cadena entera en el suelo. Atención, se necesita mucho espacio pues mide casi 10 m. Si no dispone de suficiente espacio para instalarla recta, puede decirle que forme grandes zigzags. Pídale al niño que vaya a buscar la cadena de 100 y la instale al lado de la de 1000, para destacar bien la enorme diferencia. El niño colocará las flechas en cada categoría y en orden. Después contará con usted en voz alta, tal como ha hecho con la cadena de 100, mientras sitúa las flechas verdes y azules. Al llegar a 100 colocará la flecha roja y continuará con las flechas azules 110, 120, etc. Al llegar a 200 coloca una nueva flecha roja. Y así sucesivamente hasta la flecha verde de 1000.

Coloque un cuadrado de 100 debajo de la cadena, al final de cada centena contada, y el cubo de 1000 al final de la cadena, cuando acabe de contar las 1000 perlas y colocado las respectivas flechas. Por último, recorra toda la cadena mientras lee las flechas en orden. Enseñe al niño cómo debe guardar el material, empezando primero por las flechas, luego por los cuadrados y el cubo, y acabando por la cadena larga.



### Contar saltando

Las cadenas y sus flechas permiten aprender a «contar saltando» 3, 6, 9 o 4, 8, 12, 16, etc. Constituyen una auténtica preparación para la multiplicación, pues materializan la naturaleza misma de la operación: el mismo número tomado varias veces.

### El material

- Las cadenas del cuadrado y del cubo del 1 al 9.
- Las flechas de cartulina del mismo color que las perlas (o con los números escritos en lápices de colores): flechas rosas para las cadenas de 3, numeradas de 3 en 3 (3, 6, 9...), amarillas para las cadenas de 4, numeradas de 4 en 4 (4, 8, 12...), etc.

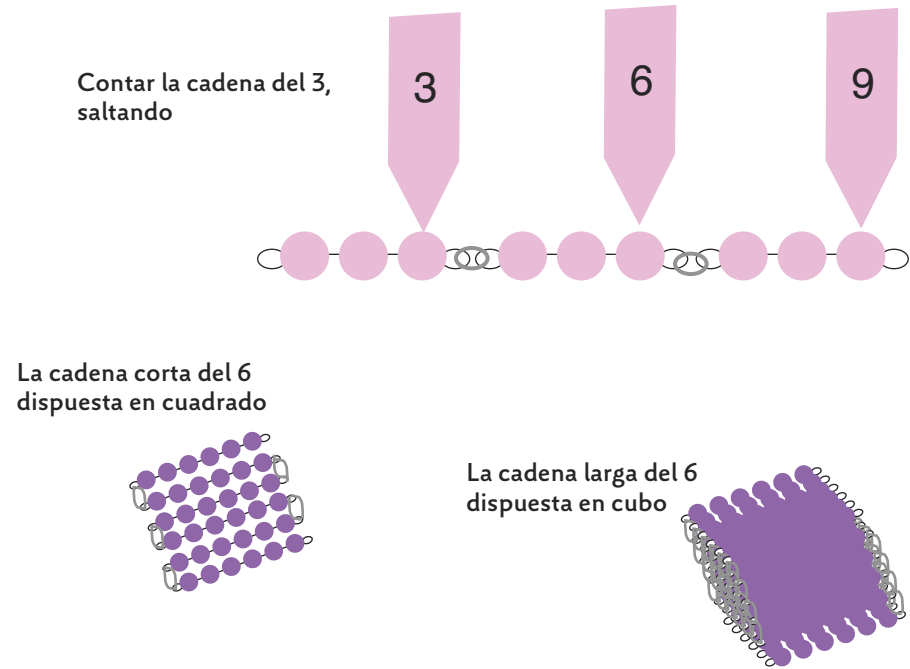
### La utilización

Para la primera presentación, el niño instala una alfombra. Diríjanse juntos hacia el lugar donde ha suspendido el soporte de las cadenas cortas. Deje que el niño las observe. Está familiarizado con las barras, con sus colores. Propóngale que coja una cadena. Una de las pequeñas para empezar, por ejemplo la del 3. El niño extiende la cadena en la alfombra. Pídale que cuente las perlas. En el 3, ponga la flecha del 3, en 6 la flecha del 6, en el 9, ponga la flecha del 9 (véase el dibujo).

Anuncie entonces que con las cadenas cortas podrá aprender a contar saltando: 3, 6, 9. Más tarde, podrá volver a las flechas y pedir al niño que cuente saltando. Enseñe también al niño que, si dobla la cadena en zigzag, puede formar un cuadrado:  $3 \times 3$ , es el cuadrado de 3. Más tarde, presentará al niño la notación  $3 \times 3$  y luego  $3^2$ . El material de las cadenas permite, en efecto, trabajar en la notación de la potencia de un número, lo que significa dicho número multiplicado por sí mismo.

El niño continuará con otra cadena corta, luego otra, primero con usted y luego él solo. Podrá explorar la relación de las cadenas cortas con el cuadrado de un número.

Cuando haya practicado la manipulación de las cadenas cortas, préntele las cadenas largas, de la misma manera. Muéstrole para acabar cómo colocar las cadenas largas en cubos. Dígale que:  $3 \times 3 \times 3$  es el cubo de 3. Más tarde le presentará la notación.



# Preparación de la escritura de las operaciones

## Los sellos

En esta etapa, el niño ya ha hecho operaciones con las perlas doradas cuando ha hecho cambios con el banco de las perlas.

Con los sellos, se trata ahora de pasar a un nuevo grado de abstracción: no se utilizan ya las perlas, ni las barras, ni los cuadrados ni los cubos. En lo sucesivo nada materializa el hecho de que una decena son 10 unidades, una centena son 10 decenas o 100 unidades, etc. Solo los símbolos y su color ayudarán al niño a percibir las diferencias.

Si no ha presentado los signos de las operaciones con las perlas doradas, ahora es el momento de hacerlo. Así podrá empezar a utilizar los términos: suma, resta, multiplicador, multiplicando, producto, divisor, dividendo, cociente.

## El material

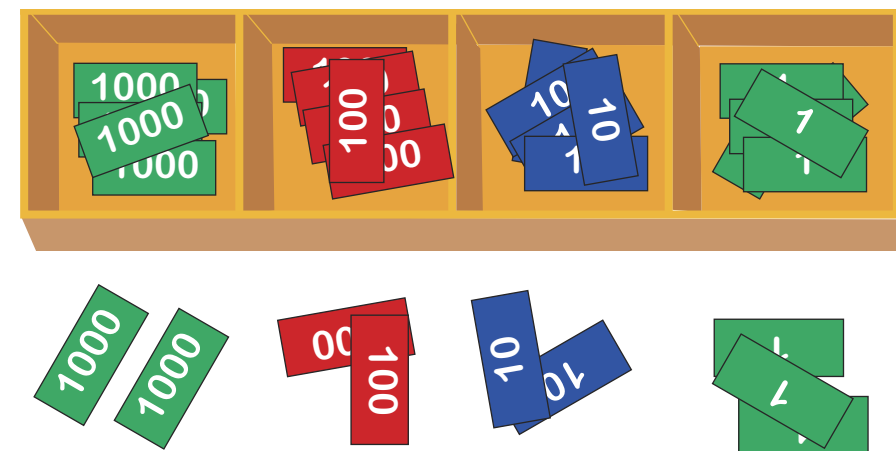
Los sellos son pequeñas tarjetas de cartulina de colores, constan de:

- Una veintena de tarjetas verdes con el número 1.
- Una veintena de tarjetas azules con el número 10.

- Una veintena de tarjetas rojas con el número 100.
- Una veintena de tarjetas verdes con el número 1000.

Todas las tarjetas son de la misma medida. Las ordenamos en una caja con compartimientos (una especie de banco de sellos).

Este material se utiliza para la suma, pero también para la multiplicación, la resta y la división.

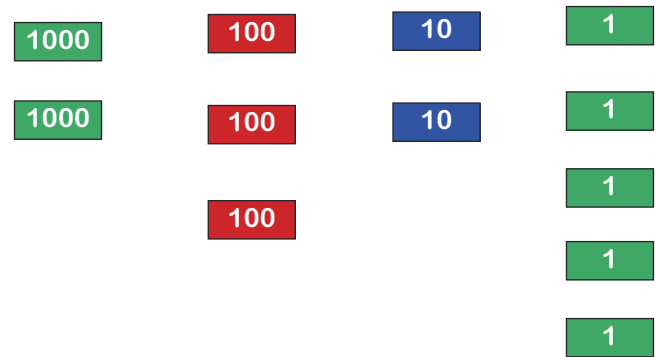
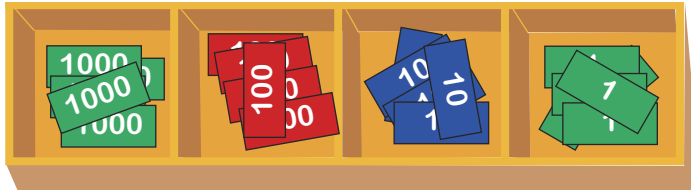


## La primera presentación

En esta primera presentación, necesitará el banco de las perlas doradas, para relacionarlo con lo que le ha precedido y con lo concreto. Muestre una perla aislada al niño. «¿Cuántas perlas hay? -Una». Enseñe un sello de 1 y diga: «Esto es lo mismo. Ahora, en lugar de la perla, cogeremos el sello de 1». Proceda del mismo modo para 10, 100 y 1000. Irá relativamente rápido pues el niño ya conoce los símbolos grandes y los pequeños, y también el sistema decimal.



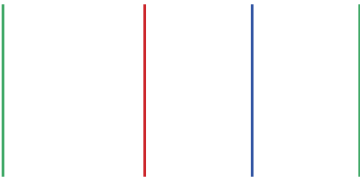
Ponga la caja de los sellos delante de usted encima de la mesa.  
Trabaje por el momento de izquierda a derecha. Tome unos cuantos sellos de 1000 y colóquelos en columna. Haga lo mismo con los de 100, los de 10 y los de 1.



Luego pregunte al niño: «¿Cuántos hay de 1000? -2. -Eso hacen 2000». «¿Cuántos hay de 100? -3. -Sí, 300. Eso hacen 2300». «¿Cuántos hay de 10? -2. -Sí, 20. Eso hace entonces 2320». «¿Cuántas unidades? -5. -Sí, 5. Eso hacen 2325». Luego lea con él: dos mil - tres cientos - veinte - cinco. Puede repetir el proceso juntos una o dos veces, luego será el niño el que deberá formar y leer un número grande de su elección. Cogerá los sellos de la caja, los alineará como debe y los contará. Para finalizar leerá el número grande.

## La suma con los sellos

El niño ya sabe hacer sumas sin cambio o sin retención (estáticas) y con cambio (dinámicas) con la banca y los símbolos. Ahora se trata de pasar a un nuevo grado de abstracción: ya no utilizará las barras ni los cubos. Asimismo, puede pasar directamente a las sumas dinámicas puesto que ya ha descubierto la cuestión de la retención. Necesitará sellos, papel en blanco o un cuaderno<sup>1</sup>, lápices de colores (verde, azul y rojo) o un bolígrafo de 4 colores. Trace 4 líneas verticales paralelas en la hoja: una verde a la derecha, luego una azul, una roja y para finalizar otra verde. La línea verde de la izquierda está algo más alejada que las otras.



Estas líneas (llamadas líneas de colores jerárquicos) y su disposición son importantes. Hasta el momento, el niño tenía el tamaño de las perlas como referente de la unidad, la barra de 10 como referente de la decena, el cuadrado y el cubo como referentes de la centena y del millar. A partir de ahora, las líneas le servirán de referentes. Durante mucho tiempo y para todas las operaciones, utilizará estas líneas de color sobre las que escribirá en negro.

1. Aconsejamos el papel blanco para evitar que las líneas verticales del cuaderno perturben la lectura de las líneas de colores jerárquicos. Puede guardar las hojas en un clasificador. Recuerde que, por el momento, es usted quien escribe.



Anuncie el primer número que quiere sumar y escríbalo anotando la cifra de los millares sobre la línea verde de la izquierda, luego la de las centenas en la línea roja, la de las decenas en la línea azul y las unidades sobre la línea verde de la derecha.  
Pídale al niño que reproduzca este número poniendo los sellos encima de la mesa delante de él.

2634

100010001000

100100100100100

10101010

17

10001000

100100100100100

101010

11111

Escriba entonces el segundo número de la suma, debajo del primero, sin olvidar el signo + y la barra horizontal que separará el resultado.  
Pídale al niño que reproduzca este nuevo número con los sellos, debajo de los primeros.

2634

1827

10001000

100100100100100

101010

11111

1000

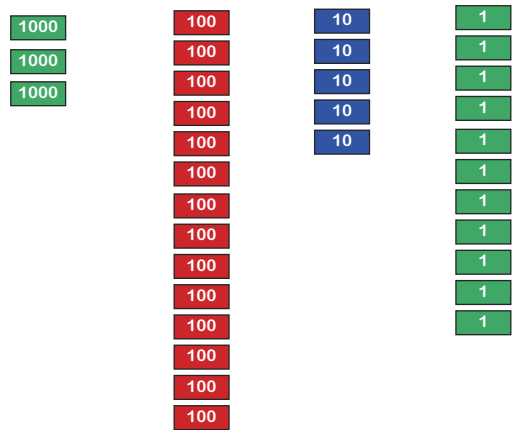
100100100100100

1010

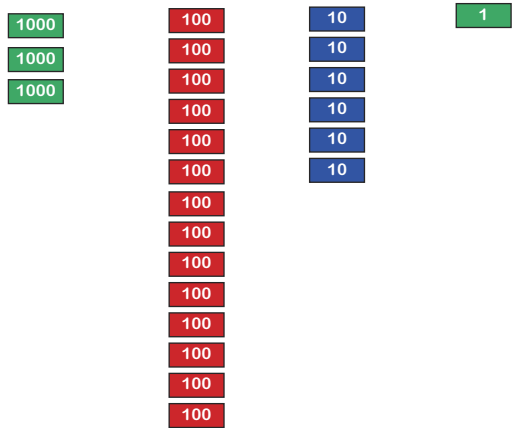
11111

Ahora se trata de hacer la suma con los sellos y de ir traspasando el resultado a la hoja de papel. Anuncie que va a «enganchar los vagones de los trenes de abajo con los trenes de arriba». Proceda de derecha a izquierda, columna por columna, empezando por la columna de las unidades y desplace hacia arriba con el dedo los 7 sellos de la parte inferior de la columna de las unidades, para que se junten con los 4 de arriba. El niño hará lo mismo en las columnas siguientes.

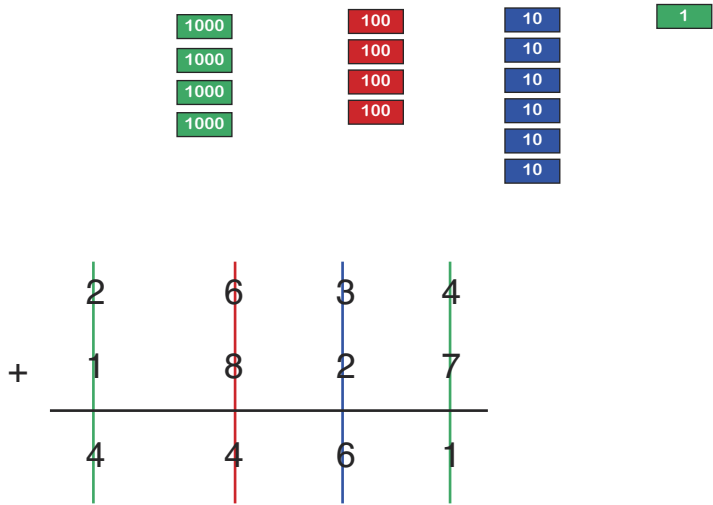
Obtendrá la siguiente configuración:



Pídale a continuación que cuente las unidades: 11. Al llegar a 10, quizá se le ocurra hablar de cambio. Si no es así, pregúntele qué hacía cuando tenía 10 perlas. Enséñele que es lo mismo con los sellos; para reemplazar 10 sellos de 1, se coge 1 sello de 10. Guarda los 10 sellos de 1 en la caja y coge 1 sello de 10, que pone debajo de los otros en la columna de las decenas. Obtiene la configuración ilustrada aquí debajo y escribe 1 sobre la línea verde de las unidades en el lugar del resultado de la operación, en la hoja de papel.



Pasa entonces a la columna de las decenas, cuenta 6, lo escribes sobre la línea azul de la hoja. En la columna de las centenas obtiene 14, procede a un nuevo cambio, guarda las 10 centenas sustituidas en la caja, pone un sello de 1000 suplementario en la última columna y anota el resultado 4 sobre la línea roja. Luego suma los millares y coloca otro 4 en la línea verde del resultado.  
Haga leer la suma al niño:  $2634 + 1827 = 4461$ ... y ¡felicitelo!



Todos los días, prepare una suma sobre las líneas de colores para que el niño pueda trabajar solo. Es necesario que haga muchas operaciones para familiarizarse con esta escritura. Y no tenga prisa por quitarle las líneas de color; eso vendrá solo.

## La tabla de puntos

La tabla de puntos se llama también «juego del punto» o «tabla de la retención», pues su objetivo es poner en evidencia la retención en la suma, antes incluso de todo el trabajo de memorización. Esta actividad se presenta después de la actividad de la suma con los sellos. Si lleva el nombre de tabla de puntos es porque se hace un punto en cada casilla utilizada. Para mayor claridad y visibilidad, también se pueden marcar las casillas con cruces en lugar de puntos.

El niño trabajará el concepto de la retención con números de más de 4 cifras, lo que le permitirá analizar a qué corresponde exactamente la retención. Si solo ha trabajado con números de 2 cifras, la retención será simplemente un número que hay que «desplazar hacia la izquierda». No se quedará solo con esta cuestión de la posición, pero no comprenderá a qué corresponde realmente la retención. Trabajar con grandes números permite al niño analizar realmente su cometido y descubrir que la retención se desplaza hacia la izquierda hasta la categoría superior cuando una categoría pasa de 9.

La tabla de puntos ilustra de forma concreta el desplazamiento después del cambio. Cada una de las etapas se pone perfectamente en evidencia.

### El material

La tabla que pone en evidencia la retención (véase modelo y ejemplo en la doble página siguiente) es una hoja de la que puede fotocopiar o imprimir varios ejemplares en su impresora. Asimismo, puede plastificar la hoja, lo que le permitirá escribir sobre ella y luego borrar el contenido. Al niño le encantará. Pero atención: corre el riesgo de que un niño de corta edad la borre por error con la manga. De izquierda a derecha la hoja presenta una columna de 10 casillas para las decenas de millar, una para los millares, una para las centenas, una para las decenas y una para las unidades. En el extremo derecho, una sección en blanco ofrece espacio para

apuntar la suma. Abajo, la primera fila de compartimentos sirve para anotar el cambio, la segunda, el resultado de la operación. Necesitará un lápiz para los puntos (o las cruces), si trabaja en una hoja de papel, o un rotulador negro, si la hoja está plastificada. Para los cambios y las retenciones utilizará un rotulador de color naranja.

## La presentación

### Etapas 1

En la columna en blanco de la tabla de puntos, ponga una suma en columnas que consistirá en juntar no 2, ¡sino 3 o incluso 4 grandes números! Insista en la «proeza» que van a realizar juntos. Tomemos, por ejemplo, el siguiente número: « $3628 + 3549 + 2518 + 1937 =$ », desarrollado en la página 103. Muestre al niño cómo van a anotar cada número en la tabla de puntos descomponiendo cada uno de los números. Señale el 8 de las unidades del primer número y marque 8 casillas (poniendo un punto o una cruz) en la columna de las unidades. Márquelas empezando por arriba a la derecha y proceda de derecha a izquierda. A continuación, señale el 2 de las decenas y marque 2 casillas en la columna de las decenas. Y así sucesivamente para el 6 de las centenas y el 3 de los millares.

Seguidamente muéstrole que pasa al segundo número. Señale el nueve y marque 9 casillas a continuación de las 8 ya marcadas en la columna de las unidades. Haga lo mismo para las decenas, las centenas y los millares. Prosiga de este modo hasta la última cifra de los millares del último número que debe sumar. En nuestro ejemplo, se trata de un 1. El niño descubre quizás las decenas de millar. Explíquele que es ¡10 veces más grande que el cubo de 1000! Es como una barra de diez cubos de mil juntos. En los países anglosajones se utiliza un material de madera jerárquica, en tamaño real, que viene a completar el banco de las perlas doradas. El listón de 10 000 hace, por ejemplo, 10 cubos puestos extremo con extremo de 7 cm de lado por 70 cm de largo.

[illegible]

10 000	1000	100	10	1
1	2	1	3	3
1	1	6	3	2

$$\begin{array}{r} 3628 \\ + 3549 \\ + 2518 \\ + 1937 \\ \hline 11632 \end{array}$$

Ahora tiene 32 casillas marcadas en la columna de las unidades, 10 en la de las decenas, 25 en la de las centenas y 9 en la de los millares. La columna de las decenas de millar aún está vacía.

A continuación, dígame al niño que van a sumar: hay que contar todos los puntos (o cruces) columna por columna. Comience, claro está, por la columna de las unidades y cuente de derecha a izquierda. Al acabar la primera fila, da 10. Pregunte al niño qué suele hacer cuando tiene 10. Cambia 10 unidades por una decena. Pues aquí lo mismo. Trace una raya en la línea entera (10 puntos) y seguidamente, para no olvidarse, ponga un punto de color naranja abajo, en el compartimento del cambio de la columna de las unidades. «He rayado con una línea para decir que he transformado 10 unidades en una decena. Pongo un punto (o una cruz) para indicar una decena».

Raye la línea siguiente y trace de nuevo un punto mientras expresa el cambio como ha hecho antes. Raye la última línea y trace un tercer punto naranja en el compartimento del cambio. No se olvide de expresar los cambios: «He transformado 10 unidades en 1 decena, o 10 decenas, en una centena...». Esto ayuda al niño a adquirir cada vez más soltura en las equivalencias del sistema decimal y, por tanto, en las retenciones.

Cuente ahora los puntos naranjas y diga: «Tengo 3 decenas». Escriba la cifra 3 en el compartimento de los cambios en la columna de las decenas. Añada 3 nuevos puntos arriba en la columna de las decenas.

Seguidamente puede trazar las líneas completas de la columna de las decenas. Hay 1 en nuestro ejemplo. Escriba un punto naranja abajo, en el compartimento del cambio de las decenas. Escriba 1 al lado, en el compartimento del cambio de las centenas. Añada 1 punto naranja después de las casillas ya marcadas en la columna de las centenas. Prosiga de este modo hasta añadir 1 último punto naranja en la columna de las decenas de millar.

Como utilizará el mismo rotulador de color (naranja) para el cambio y la retención, el niño visualiza de inmediato la correspondencia entre la cifra escrita en la columna de los cambios y los puntos añadidos arriba, en la columna de al lado.

Ya solo falta contar, columna por columna, las casillas con puntos que no se han rayado. Escriba cada vez el resultado en la casilla de resultados, en la base de cada columna. En nuestro ejemplo, obtendrá 2 en la columna de las unidades, 3 en la de las decenas, 6 en la de las centenas, 1 en la de los millares y, para finalizar, 1 en la columna de las decenas de millar. Traslade el resultado debajo de la línea de la operación que está escrita en el margen derecho y lea con el niño:

$$3628 + 3549 + 2518 + 1937 = 11\ 632.$$

Después de empezar juntos, le toca el turno al niño. En las primeras operaciones, quédese a su lado. Es fácil saltarse un punto o una cruz y, de esta manera, equivocarse. De todos modos, lo importante por el momento no es el resultado, sino que comprenda bien el mecanismo. El auténtico objetivo de la actividad es poner la retención en evidencia y su traslado a la categoría superior.

El niño fabricará él solo largas sumas con grandes números que descompondrá en categorías. En esta etapa no realiza cálculos mentales, sino que cuenta fácilmente los puntos. Las retenciones aparecen en forma de línea de 10 completados.

¡Sumar centenas, millares y decenas de millar no es más complicado que sumar unidades!

## Etapa 2

Cuando el niño haya comprendido bien el principio, propóngale señalar las casillas (o poner puntos) número por número, pero categoría por categoría. Esta etapa 2 es un paso más hacia la abstracción pues recupera la forma tradicional de calcular el resultado de una suma en la columna.

Siempre con el mismo ejemplo dado:

- Señalamos las casillas para todas las unidades: primero 8, después 9, después 8, después 7.
- Rayamos las 3 líneas completas. Trazamos 3 puntos naranja debajo de la columna de las unidades y escribimos la cifra 3 en azul en el compartimento del cambio de las decenas. Muestre ahora el 3 azul y diga: «Esta es la retención».
- Contamos los puntos que no están rayados y escribimos el resultado (2), en el compartimento del resultado de las unidades.

Después pasamos a las decenas. Ya hay 3 puntos naranja. Añadimos 2 puntos con el lápiz gris, luego 4, luego 1, luego 3, que corresponden a las cifras de las decenas de los 4 números que queremos sumar. Y volvemos a repetir las mismas operaciones: trazamos la raya, el número de líneas rayadas lo simbolizamos con los puntos naranja abajo, anotamos la retención en el compartimento del cambio de las centenas y escribimos el resultado (los puntos no rayados) abajo del todo.

Y así sucesivamente hasta el final. Preste atención a no equivocarse de casilla, a no olvidarse puntos, y a anotar y trasladar los puntos o escribir siempre las cifras en las columnas correspondientes.

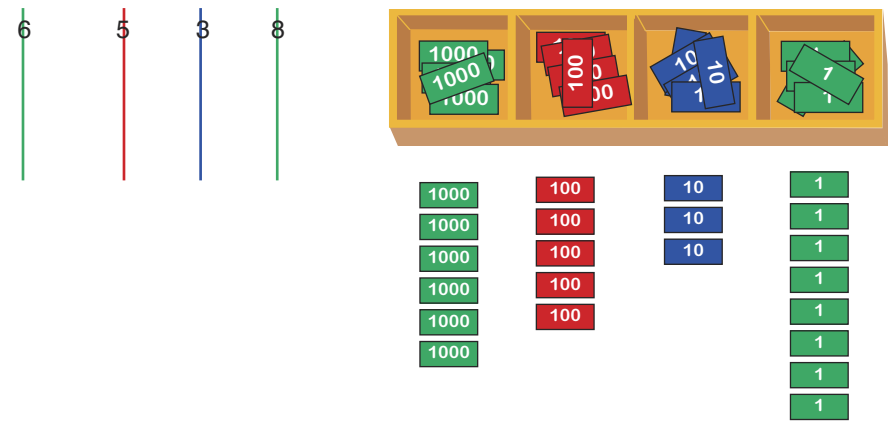
## La resta estática con los sellos

Prepare en una hoja las líneas verticales de colores (verde, rojo, azul, verde) como para hacer una suma. Escriba un primer número de 4 cifras. El niño lo forma con los sellos. Escriba el signo, y un segundo número (atención: cada cifra de abajo debe ser inferior a la cifra de arriba de la misma columna para evitar retenciones). Si el niño se precipita en el momento de formar este segundo número, recuérdale que el 2° número no se debe añadir, sino retirar del primero. Entonces deberá proceder tal como hizo con las perlas doradas. Deberá quitar los sellos en lugar de añadirlos («desenganchar» los vagones en lugar de «engancharlos»), empezando siempre por las unidades.

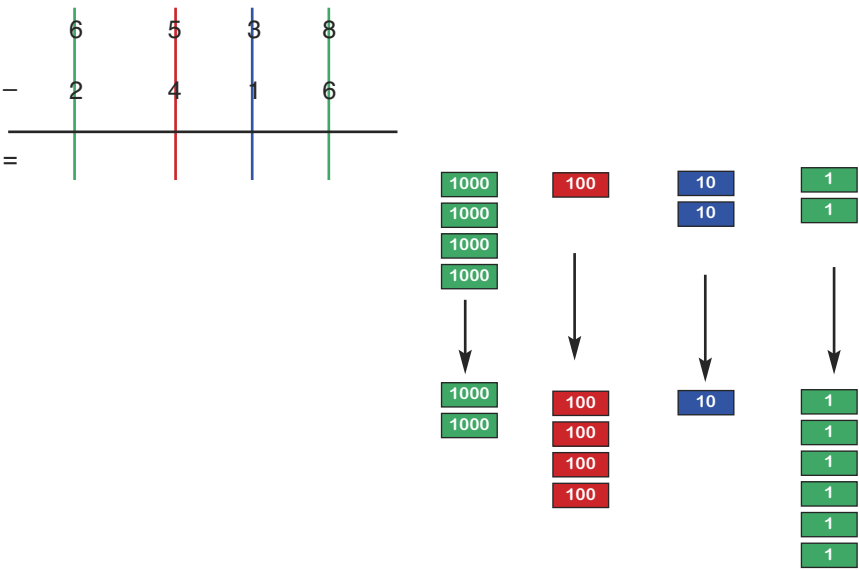
Tomemos por ejemplo la operación  $6538 - 2416$  (véase el dibujo que ilustra paso a paso lo que hay que hacer, en las páginas siguientes). El niño baja 6 de los 8 sellos de las unidades, 1 de las 3 decenas, 4 de las 5 centenas y 2 de los 6 millares. Cuenta cuántos sellos le quedan del primer número: 4122. Cuando acaba, escribe el resultado empezando por las unidades.

El niño hará algunas operaciones de este tipo, sin demorarse demasiado una vez haya comprendido el funcionamiento, pues se trata solo de una preparación para el trabajo con el ábaco.

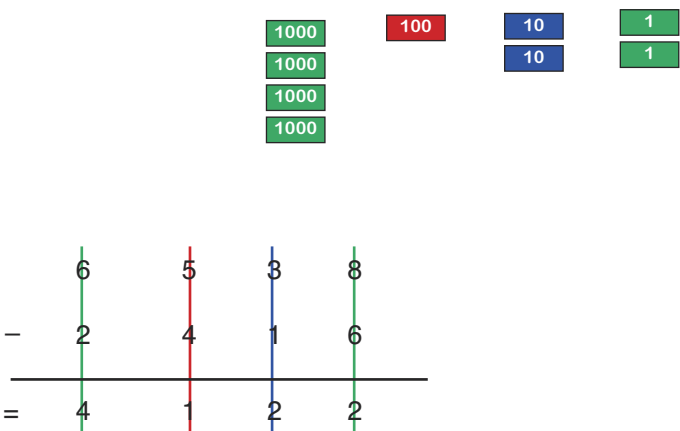
etapa 1



etapa 2



etapa 3



# La resta dinámica con los sellos

Prepare una hoja con las líneas verticales de los colores habituales. Escriba una resta completa encima de las líneas. Atención: la cifra de los millares del primer número debe ser muy superior a la del segundo número, para asegurarse de que no obtendrá un resultado negativo (véase el ejemplo de la derecha).

Pida al niño que forme él solo la resta con los sellos. Usted podrá comprobar que ha hecho bien la retención, que no se ha equivocado al formar únicamente el primer número para hacer una resta, es decir, que ha comprendido que se trata de una resta.

Entonces empezará a quitar las unidades (6 en nuestro caso). Propóngale que haga un montón con todos los sellos que ha retirado, a un lado de la mesa. Así podrá comprobar su operación al final, si hay alguna duda: añadiendo el resultado a los sellos del montón, obtendrá el número de partida.

Queda un sello en las unidades. El niño escribe el resultado en la hoja. Cuando quiere quitar 5 decenas, se bloquea. Si no se le ocurre el cambio, recuérdale lo que hacía con las perlas. Entonces hace el cambio, retira 5 decenas. Le queda 9. Escribe este resultado en la hoja. Y así sucesivamente hasta acabar la operación.

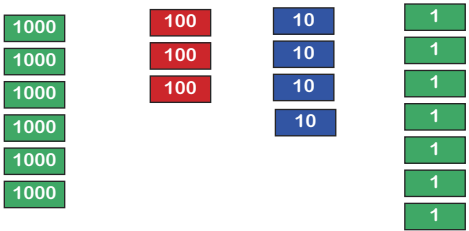
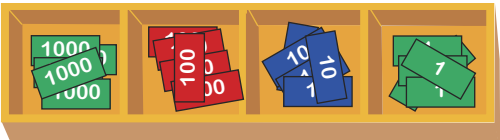
Después de algunos días y una decena de restas de este tipo, o cuando el niño se sienta visiblemente cómodo, es necesario abordar el caso particular de los ceros en el primer número.

Puede poner la operación en línea y pedir al niño que escriba sobre las líneas verticales de color. Tomemos, por ejemplo, 4605 - 2918 =. El niño forma el primer número con los sellos. Supervise que no se salte la columna de las decenas con el pretexto de que no tiene sellos que poner. Cuando quiera hacer el primer cambio para restar las 8 unidades, tendrá un problema pues no hay decenas para hacer el cambio. Déjele un poco

6347

- 1456

=



6347

- 1456

= 4891



de tiempo para que piense a su ritmo. Si no lo ve claro y le pregunta la solución, sugiérale que haga un cambio de 100 para obtener 10 decenas. Después déjele acabar la operación y anotar el resultado en la hoja. Prepare una operación de este tipo al día durante varios días, variando la posición del 0 en el primer número (unidades, decenas o centenas).

Cuando el niño haya comprendido bien el mecanismo y si no se olvida jamás de la columna en la que no tiene sello, propóngale hacer una resta con dos ceros en el primer número, luego tres. El niño deberá hacer cambios sucesivos para resolver las operaciones. Proceda lenta y metódicamente. No queme etapas.

Cuando llegue el momento, todo este trabajo de cambio permitirá al niño pasar fácilmente a la retención, que abordará con el ábaco. Con las perlas, ha comprendido de manera concreta el razonamiento de la operación. Con los sellos, ha pasado de manera progresiva a la abstracción.

## La multiplicación por 10, 100, 1000 con las perlas doradas

Empiece haciendo un pequeño repaso con el niño. Vaya sacando con él las perlas del banco a medida que responda a sus preguntas. «¿Cuántas unidades hay en una decena? ¿Cuántas en una centena? ¿Y en un millar? ¿Cuántas decenas hay en una centena? ¿Cuántas en un millar? ¿Cuántas centenas en un millar?».

Este vaivén entre categorías es una excelente gimnasia intelectual para ejercitarse en el sistema decimal.

Pida a continuación al niño que coja, por ejemplo, 134 perlas doradas (1 cuadrado de 100, 3 decenas y 4 unidades). Escriba en una hoja suelta  $134 \times 10 =$ . Diga entonces que quiere 134 diez veces. El niño va colocando las perlas en una gran bandeja. Haga el cambio con él. Obtendrá 1340 (un cubo de 1000, 3 cuadrados de 100 y 4 barras de 10). Escriba el resultado haciendo hincapié (o subrayando) el 0 para ponerlo en evidencia. Finalmente guarde las perlas.

Pida al niño que coja 45 perlas. Precise que va a coger 45 diez veces, pero esta vez de otra manera. Coja una perla y pregunte: «10 veces una perla, ¿cuánto es? -Una decena». Guarde la perla y coja una decena en su lugar. Haga lo mismo con las otras 4 perlas. Luego tome una decena y diga: «10 veces una decena, ¿cuánto es? -Una centena». Guarde la decena y coja un cuadrado de 100 en su lugar. Haga lo mismo con las 3 decenas restantes. Escriba el resultado, siempre haciendo hincapié en el 0, luego guárdelo todo.

Repita esta operación varias veces (unas 6 o 8, pero sin aburrir al niño) con ejemplos distintos (por ejemplo:  $5 \times 10$ ,  $10 \times 63$ ,  $100 \times 72$ ,  $25 \times 100$ , etc.).

Al final obtendrá una lista de operaciones con uno o varios 0 subrayados:

$$10 \times 34 = 34\underline{0}$$

$$10 \times 45 = 45\underline{0}$$

$$5 \times 10 = \underline{50}$$

$$10 \times 63 = 63\underline{0}$$

$$100 \times 72 = 72\underline{00}$$

$$25 \times 100 = 25\underline{00}$$

$$3 \times 1000 = \underline{3000}$$

Al hablar con el niño, hágale observar y descubrir la regla: cuando multiplica por 10, se añade un 0 al multiplicando, cuando se multiplica por 100, se añaden dos 0 y cuando se multiplica por 1000, se añaden tres.

## La multiplicación con la disposición sistemática de las perlas de color

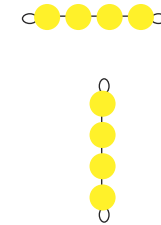
Antes de trabajar la memorización y la escritura sistemática de las tablas de multiplicar, el niño trabaja la operación con la disposición de las perlas de color.

### El material

- Un surtido de varias perlas de colores.
- Una alfombra pequeña para evitar que rueden.

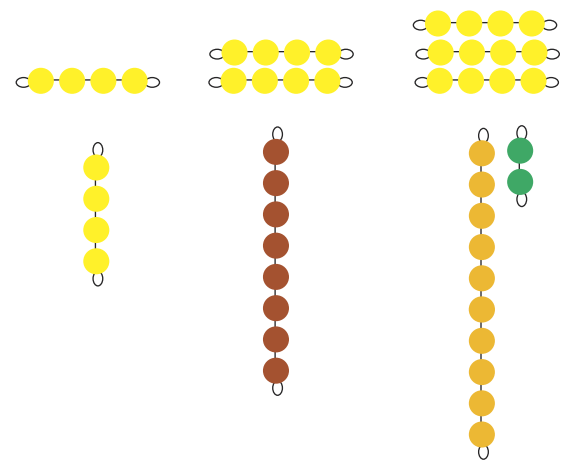
### La utilización

Anuncie al niño que va a presentarle las tablas de multiplicar con las perlas de color, por ejemplo: la tabla del 4. Ponga una barra amarilla de 4 perlas horizontalmente delante del niño. «Cojo 4 una vez. ¿Cuántas son?». Cuente para obtener la respuesta: 4. Ponga una nueva barra amarilla de 4 verticalmente, debajo de la primera.



Coloque ahora 2 barras de 4 horizontalmente. «Cojo 4 dos veces. ¿Cuánto es?». Cuente para encontrar la respuesta: 8. Coloque una barra marrón de 8 verticalmente bajo las dos barras de 4.

Coloque seguidamente 3 barras de 4 horizontalmente. «Cojo 4 tres veces. ¿Cuánto tenemos?». Cuente con el niño. El resultado es 12. Debajo de sus 3 barras de 4 amarillas ponga una barra de 10 y una barra verde de 2.



El niño continúa hasta coger 4 diez veces y colocar 4 barras de 10 debajo de las 10 barras amarillas de 4.

**Extensión: la fabricación de un número**

Invite al niño a encontrar todas las maneras posibles de hacer un número (por ejemplo, 12). Represente el número con una barra de 10 y una barra verde de 2. Diga: «Vamos a ver si podemos fabricar 12 exactamente con dos barras idénticas». Mediante un proceso de prueba y error, el niño encuentra que dos barras de 6 hacen 12. Luego fabrica 12 con las barras de 3 y observa que 4 veces 3 hacen 12. Fabrica a continuación 12 con las barras de 4 y descubre que 3 veces 4 son 12. Hágale notar que poniendo las perlas lado con lado, obtiene la misma superficie que con las barras de 3.

Esto es una preparación para la propiedad conmutativa de la multiplicación, pero también para la divisibilidad de un número, así como para la noción de superficie relacionada con la multiplicación. Con las perlas de color el niño descubre de modo intuitivo que el multiplicador no es un número «sólido» (que representa una cantidad de objetos, por ejemplo) como el multiplicando, sino una indicación acerca del número de veces que es necesario alinear una cantidad.

## La multiplicación con los sellos

A veces nos saltamos esta etapa, pues es exactamente igual a la que hemos hecho para la suma. Sin embargo, permite al niño tener las ideas muy claras con respecto de las 4 operaciones y es un paso importante hacia la abstracción.

Indique al niño que van a hacer una multiplicación con los sellos. Converse con él sobre la naturaleza de la multiplicación y recuérdale su trabajo con las perlas doradas cuando tenía que tomar varias veces el mismo número. Invite al niño a fabricar, por ejemplo, 3 veces el mismo número con los sellos.

Para sumar números, el niño ya ha visto como «enganchar los vagones» empujando los sellos con los dedos, empezando por las unidades, luego las decenas, las centenas y los millares; esto es lo que ha hecho para la suma con los sellos.

## La división con los sellos (divisor de 1 cifra)

Recuerde: los sellos son ya un material semiabstracto. Solo el color diferencia las categorías de manera concreta, el niño debe haber trabajado ya la noción de división con las perlas doradas para abordar los sellos.

### El material

- Los sellos. Quizás necesite fabricar nuevos sellos para este trabajo que exige gran abundancia, sobre todo de 10 y de 1. Asegúrese de tener suficientes en el momento de empezar.
- 4 cubetas (2 verdes, 1 azul y 1 roja).<sup>1</sup>
- 27 bolos pequeños de aproximadamente 2 cm de altura, para materializar el divisor (9 verdes, 9 azules y 9 rojos). Estos bolos se pueden fabricar en pasta de modelar o en plastilina. En el primer caso, será necesario pintarlos. Por el momento solo serán necesarios los bolos verdes.

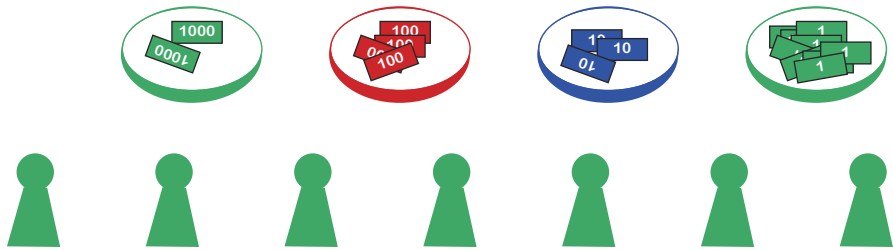
### La utilización

Escriba un dividendo de 4 cifras en una hoja de papel o en un cuaderno (por ejemplo 2439). Pídale al niño que componga el número colocando los sellos en las cubetas. Usted colocará el signo « : » luego el divisor (por ejemplo, 7) y el signo « = ». Disponga 7 bolos y coloque el material como en la página siguiente.

---

1. La utilización de las cubetas permite separar bien el dividendo (los sellos a distribuir) de los sellos repartidos a cada bolo. Sin embargo, hay quien prescinde de las cubetas y sencillamente compone el dividendo muy por debajo de los bolos. A usted le corresponde decidir qué le conviene más.

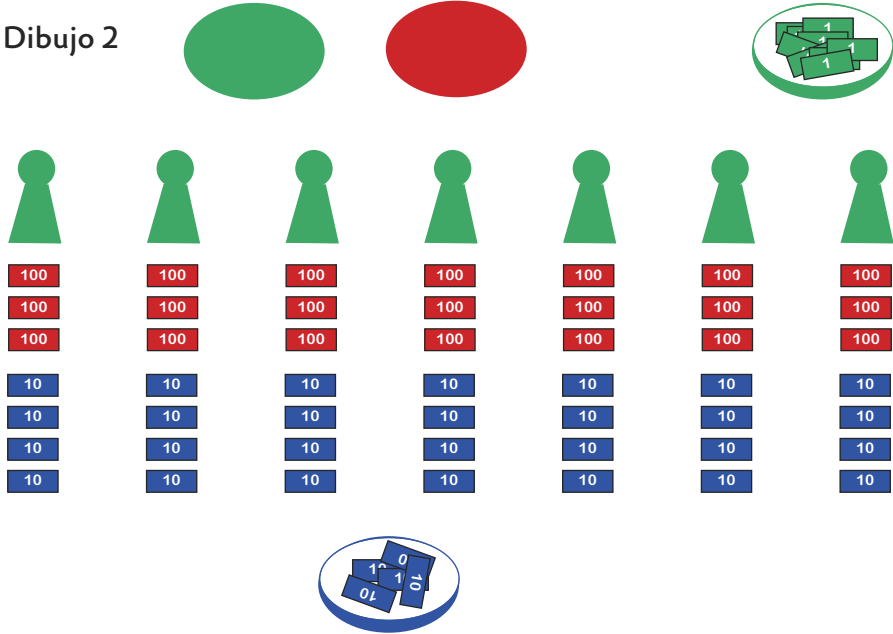
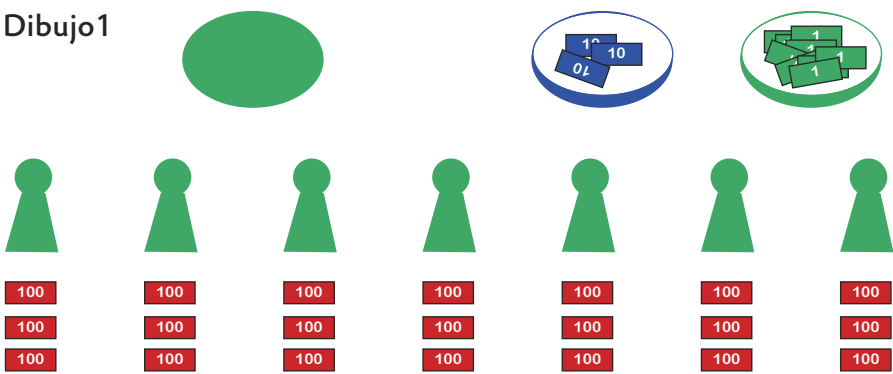
2439 : 7 =



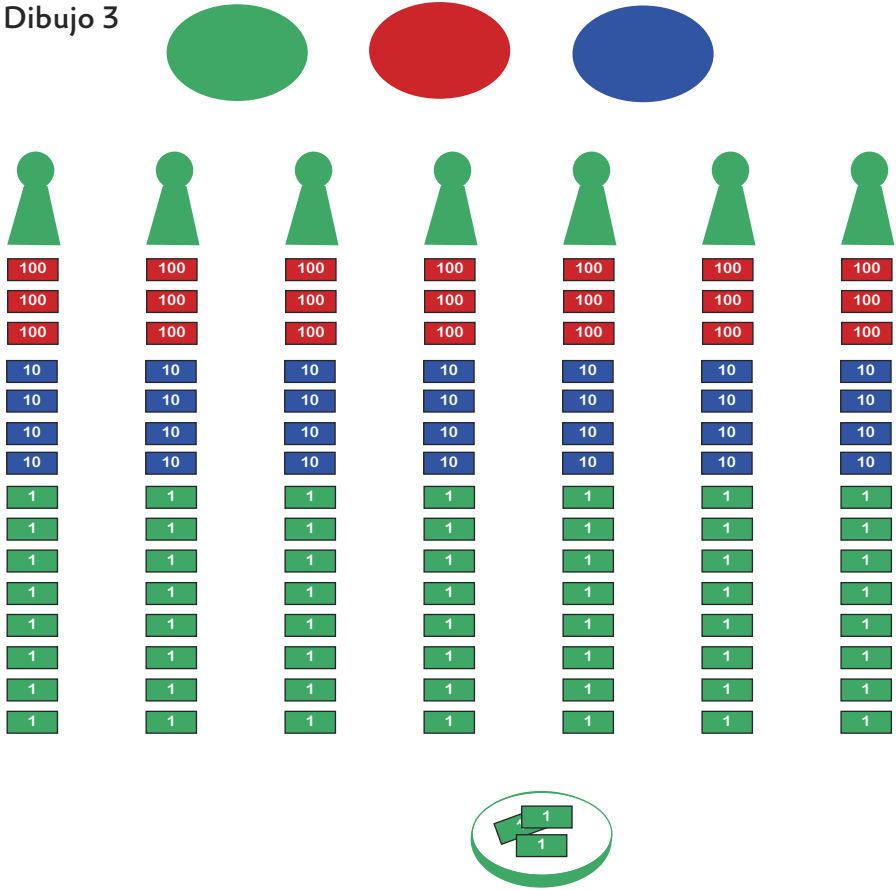
Pregúntele al niño qué era lo primero que distribuía con las perlas doradas. Deberá acordarse de que empezaba por las cantidades más grandes (en nuestro caso los 1000). Luego ponga la cubeta de los 1000 debajo de los bolos, dejando espacio para los sellos, antes de empezar la distribución. De repente están bloqueados pues no se puede distribuir 2 entre los 7 bolos. Deberá cambiar 2 sellos de 1000. Por dos veces, tendrá que cambiar un sello de 1000 y añadir diez sellos de 100. Vuelva a poner la cubeta vacía de los 1000 encima de los bolos. Baje la cubeta de los 100 y distribuya los sellos. Quedan 3 (dibujo 1 de la derecha).

Vuelva a colocar la cubeta roja arriba después de haber cambiado los 3 últimos sellos de 100 por 30 decenas. Ahora hay 33 sellos de 10 dentro de la cubeta azul, que usted colocará a un lado antes de distribuirlos. Quedan 5 sellos de 10 (dibujo 2 de la derecha).

Vuelva a poner la cubeta azul arriba. Cambie los 5 sellos de 10 por los 50 de 1 que añadirá a la cubeta verde. Ahora contiene 59. Mueva la cubeta verde a un lado y distribúyalos. Quedarán 3 sellos de 1 (dibujo 3, página 122).



Dibujo 3



los otros, pues es igual para todos. El resultado de nuestro ejemplo es 348, que usted escribirá al final de la operación. Y el resto es 3. Es importante escribir el resto también.

$2439 : 7 = 348 \text{ resto } 3$

Después de algunas operaciones de este tipo, que usted habrá elegido, deje al niño elegir las suyas. Si da con un caso particular, como por ejemplo el de un 0 en el cociente, mejor, habrá comprendido que tiene una categoría que no puede partir. Si no, propóngale una operación que permita ver este caso y mostrar al niño la importancia de los colores para no «saltarse» una categoría cuando no hay nada dentro.

Seguidamente ayude al niño a encontrar el resultado de la operación relacionándolo con la división de las perlas doradas; recuérdale que el resultado de una división, que se llama también cociente, es lo que recibe cada miembro del reparto. Pues, aquí, es lo que recibe cada uno de los bolos. Basta con contar lo que ha recibido un bolo. Es inútil contar

# La división con los sellos (divisor de 2 cifras)

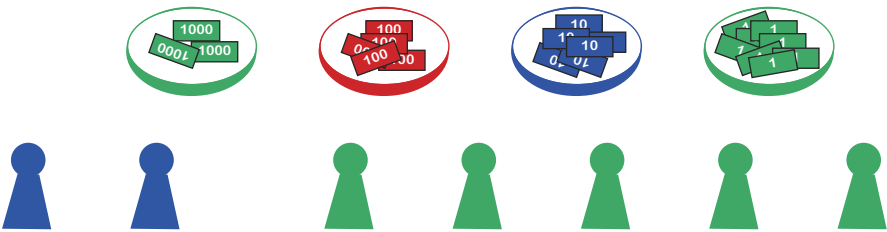
Este trabajo no lo abordará hasta que el niño esté perfectamente cómodo con un divisor de una cifra.

## El material

Es el mismo que para la división de 1 cifra con los sellos (p. 119). Pero en lugar de los bolos verdes, ahora utilizará los azules, que representarán el número de las decenas del divisor. Necesitará también 6 fichas (2 verdes, 2 azules, 2 rojas), destinadas a materializar los 0 en el divisor.

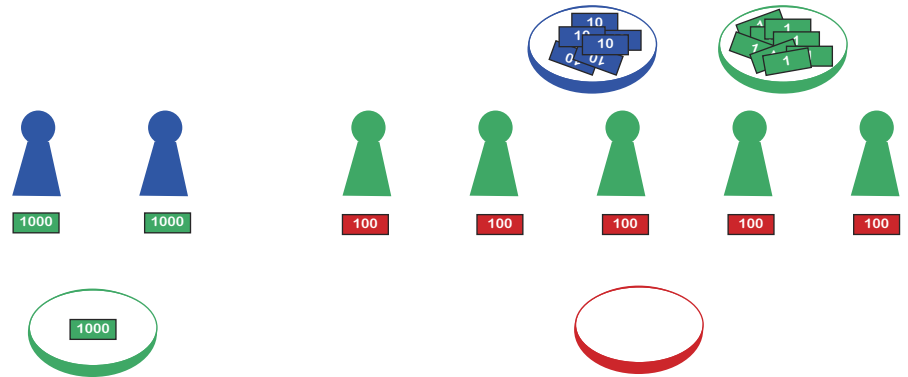
## La presentación

Escriba un dividendo que el niño compondrá en sellos dentro de las cubetas. Escriba el divisor en una etiqueta respetando los colores. En nuestro ejemplo tomaremos: 3568 : 25 =  
Diga al niño que es imposible sacar 25 bolos verdes, no hay bastantes. Entonces tomará 2 bolos azules y 5 bolos verdes.



El niño ya está acostumbrado a que el azul simbolice las decenas, pero no dude en especificárselo para partir de bases seguras: recuérdale lo de los decuriones y los legionarios.

Ponga la cubeta de los 1000 debajo de los bolos azules y la de las 100 debajo de los bolos verdes. Empiece la distribución como en el caso de un divisor de una sola cifra (p. 120), pero dando cada vez a los bolos verdes 10 veces menos que lo que acaba de distribuir a los bolos azules.



Cambie el sello de 1000 por 10 sellos de 100. Suba y devuelva la cubeta vacía de los 1000. Mueva la cubeta de los 100 debajo de los bolos azules y distribuya 1 sello de 100 a cada bolo azul. Quedan 8. Ponga la cubeta de los 10 debajo de los bolos verdes y distribúyalos. Queda 1. Distribuya 1 sello de 100 a cada bolo azul. Cambie 1 sello de 100 (quedan 5 y ahora hay 11 sellos de 10). Distribuya 1 sello de 10 a cada bolo verde. Distribuya 1 sello de 100 a cada bolo azul y 1 sello de 10 a cada bolo verde. Quedan 3 sellos de 100 y 1 sello de 10.

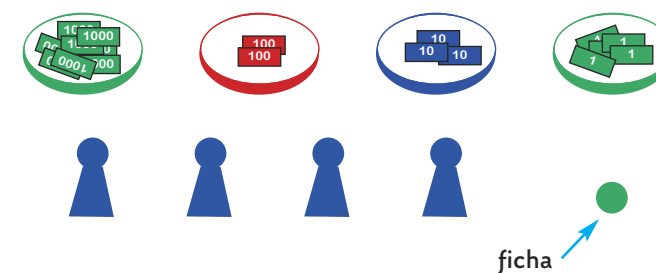
Continúe así hasta que se agoten los sellos de 100 y cada vez haga hincapié en que a cada bolo verde le da 10 veces menos que a cada bolo azul. Devuelva la cubeta vacía de los 100 y desplace la cubeta de 10 hasta ponerla debajo de los bolos azules.

# Dibujo 1

[illegible]

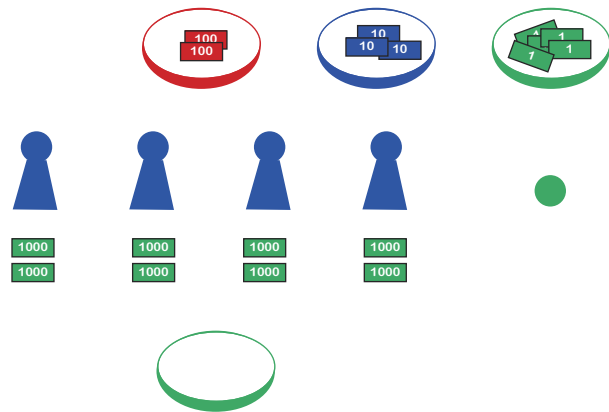
## El caso particular del 0 en el divisor

### Situación inicial

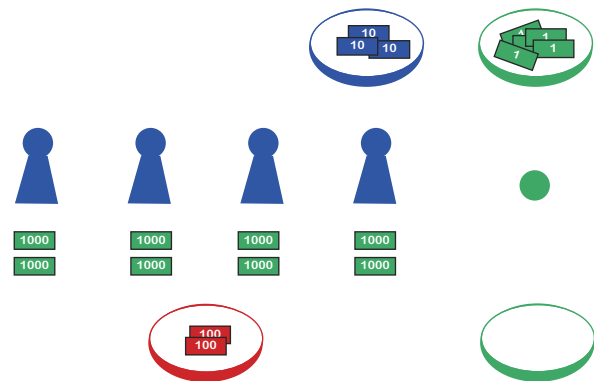




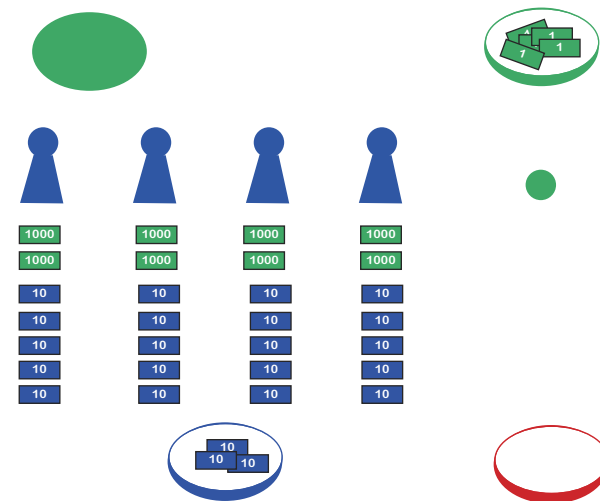
Distribución  
de los sellos de 1000



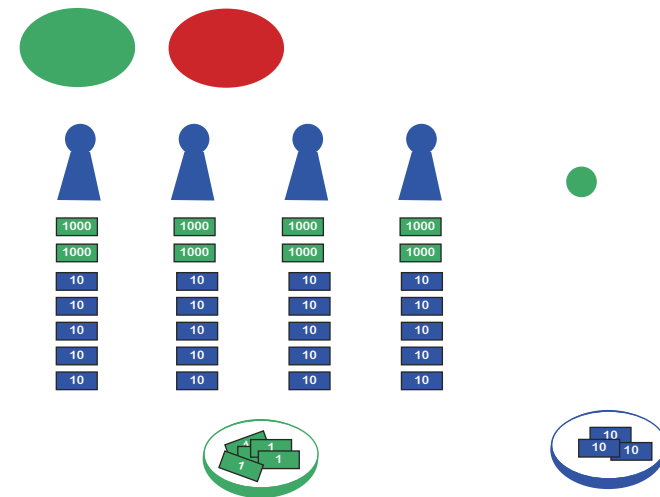
Antes del cambio  
de 2 sellos de 100  
en 20 sellos de 10



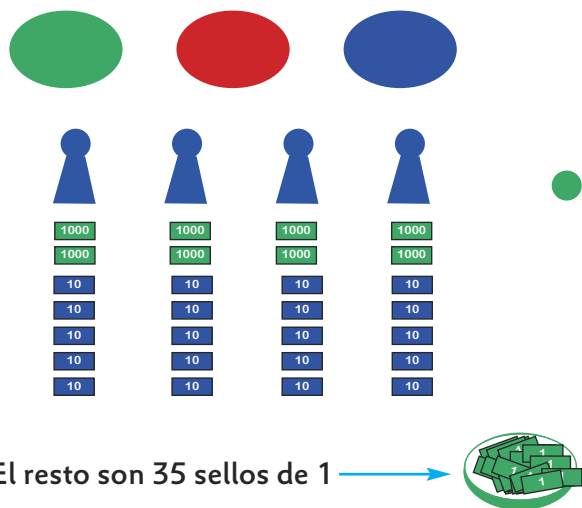
Después de la distribución  
de los sellos de 10



Antes del cambio  
de los sellos de 10  
restantes



Resultado final



La parte del decurión es **2050**  
y el resultado es:  
**8235 : 40 = 205** resto 35

Finalmente, claro está, el niño podría querer contar lo que ha recibido un bolo azul para encontrar el resultado. Ayúdele volviendo a hablarle del decurión: debe partir lo que ha recibido en 10. El decurión tiene 2 sellos de 1000, 0 sellos de 100, 5 sellos de 10 y 0 sellos de 1. Recuerdele que lo que recibe el soldado es 10 veces menos que lo que recibe el decurión.

Por tanto, «¿10 veces menos que 2000, ¿es? -200. -10 veces menos que 50, ¿es? -5». Escriba el resultado (205), sin olvidar el resto (35).

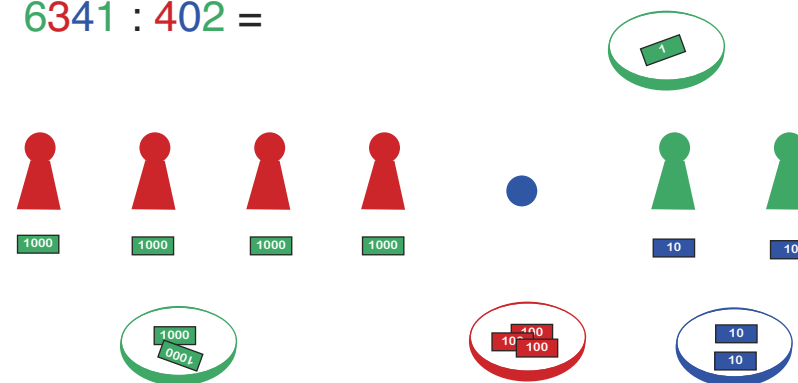
El niño hará numerosas divisiones de este tipo, una al día, con y sin 0 en el divisor, antes de pasar a la siguiente actividad.

## La división con los sellos (divisor de 3 cifras)

En este caso también el principio y el material son exactamente los mismos que para la división con un divisor de 2 cifras. Sin embargo, usted introducirá los bolos rojos (los centuriones) que reciben un sello de 100 cuando los bolos azules (los decuriones) reciben un sello de 10 y los bolos verdes (los soldados) un sello de 1. Para el resto, diríjase a la p. 124. Para el caso particular del 0 en el divisor, utilizará siempre las fichas, azul si el 0 está en las decenas del divisor, y verde si se encuentra en las unidades. Es posible también que tenga dos 0. Coloque entonces una ficha azul y una ficha verde en el lugar de los bolos de los mismos colores. Esto permitirá al niño no olvidar la diferencia que debe haber entre lo que recibe el bolo rojo y lo que obtiene el bolo verde, por ejemplo. En estos casos particulares, es muy importante desplazar minuciosa y metódicamente las cubetas para no olvidar ninguna categoría.

0 en las decenas:  
la situación antes del primer cambio

$$6341 : 402 =$$



# Preparación para la memorización de operaciones

En el momento en que aborde la memorización de la suma con el niño, ya habrá visto la suma con las perlas y habrá trabajado con las primeras tablas de Seguin. Necesitará memorizar la tabla de la suma para no verse frenado en todas las actividades de cálculo paralelas, el trabajo con los sellos o con el ábaco por ejemplo (véase más adelante). Para consolidar el principio de la operación antes de pasar a la memorización sistemática con la tabla de las regletas (pp. 150 y 199), proponemos al niño el juego de la serpiente positiva, que permite permanecer en lo concreto de las perlas.

Para todos los trabajos de memorización, no dude, sobre todo si el niño es pequeño, en servirle de escriba mientras su escritura, aún inexperta, ponga en riesgo su concentración.

## La serpiente positiva, principio de la memorización de la suma

Este juego permite consolidar el cálculo y la numeración. Presenta la ventaja de que el niño puede trabajar sin necesidad de lápiz ni papel. El concepto de serpiente le gusta a la mayoría de niños, pero puede darse el caso de que el simple nombre de serpiente altere a ciertos niños. Si eso ocurre, ¡improvise! La serpiente se puede convertir en un magnífico collar para contar.

Según la longitud de la serpiente el niño puede verse obligado a hacer decenas de operaciones sin desmayo.

La explicación es un poco larga. ¡Incluso para nosotros! Pero no se deje impresionar; es un material muy fácil de usar.

### El material

El material se puede hacer en casa... con algo de paciencia y destreza. Implique a toda la familia (o a todo el equipo pedagógico, si trabaja en una escuela).

Se compone de:

- 10 barras de 9 perlas azul marino
- 10 barras de 8 perlas azul claro
- 10 barras de 7 perlas blancas
- 10 barras de 6 perlas marrones
- 10 barras de 5 perlas azul turquesa
- 10 barras de 4 perlas amarillas
- 10 barras de 3 perlas rosas
- 10 barras de 2 perlas verdes
- 10 perlas rojas sueltas

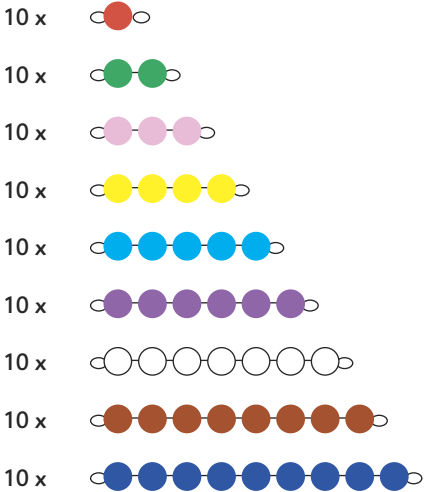
Las perlas rojas sueltas también deben enfilarse en un trocito de alambre. Si no, ruedan y no permanecen en el lugar donde las hemos dejado.

Podrá constatar que los colores corresponden a los de la tabla de Pitágoras (véase el libro *Montessori Paso a paso / Vida práctica - Vida sensorial*).

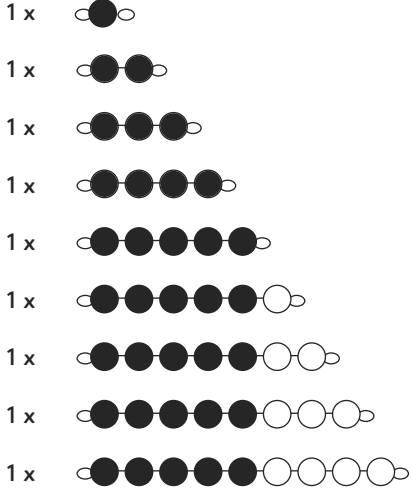
A estas se les añaden las perlas negras y blancas del cambio y, por último, un «jinete» de cartón que permite contar fácilmente las perlas. Se trata simplemente de un trocito de cartulina con una muesca, que se utiliza como guía para contar las perlas y como referencia en las pausas, para saber dónde estamos.

Asimismo, utilizará las barras de 10 perlas doradas del banco de las perlas (véase la p. 38).

Es más agradable trabajar encima de un mantel individual o una alfombra pues las perlas ruedan menos sobre el tejido que sobre una superficie lisa.



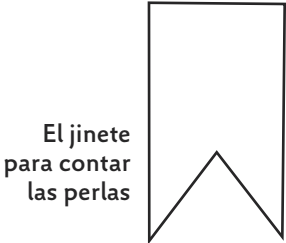
Las barras positivas



Las barras del cambio positivo



Las barras prestadas por el banco de los números



### La presentación

La presentación se debe hacer de manera extraordinariamente lenta y progresiva. Se trata de operaciones complejas que exigen trabajar con mucho orden y concentración. A pesar de contar con el jinete, al poner las barras a un lado se puede cometer todo tipo de errores simplemente por un descuido. Le aconsejamos encarecidamente que practique varias veces usted solo la manipulación de la serpiente positiva antes de utilizarla con un niño. A continuación, procederá en dos etapas o, mejor dicho, en dos niveles sucesivos: primero sin cambio, con una serpiente múltiple de 10, luego utilizando el cambio.

#### 1<sup>er</sup> nivel

Pida al niño que coja y coloque una alfombra. Vaya a buscar con el niño la caja de las barras de colores. Saque también la caja de las barras de 10 perlas doradas del banco de los números. Anuncie que es un gran día: «¡Vamos a hacer una serpiente!».

Empiece a hacer la serpiente delante del niño, colocando 2 barras cuyo total de perlas sea 10. En nuestro dibujo paso a paso, hemos hecho serpientes rectilíneas para mayor claridad, ¡pero su serpiente puede ondular ligeramente! Tampoco exagere: las ondulaciones no deben complicar el cómputo.

Pida al niño que continúe la serpiente poniendo una barra cuando le toque el turno. Coloque a continuación una barra complementaria para obtener un total de 10 perlas. Deje de nuevo al niño elegir y poner una barra. Ponga la barra complementaria para hacer 10. Y proceda de este modo hasta obtener una serpiente de 40 perlas. Cierre la caja de las perlas para evitar que el niño se distraiga y, sobre todo, para evitar mezclarlas. Como una imagen vale más que mil palabras... y como dos juntas aún valen más, vea en las p. 138 y siguientes el proceso ilustrado paso a paso.

Indique al niño que va a transformar la serpiente de colores en una serpiente dorada. Coja el jinete y empiece a contar las perlas en voz alta empezando por la izquierda. Cuando llegue a 10, coloque una barra dorada encima de las 2 barras de colores que ya ha contado. Diga: «Son 10. Es lo mismo. La cambiamos». Retire las barras de colores de la serpiente y póngalas a un lado. Luego vuelva a contar las perlas de colores de la serpiente, partiendo de 1. Y así sucesivamente hasta que no le quede más que 4 barras doradas. Admiren juntos la nueva serpiente.

Este trabajo exige mucha concentración por parte del niño. Durante las primeras veces, usted estará a su lado.

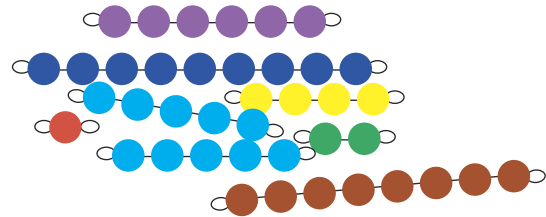
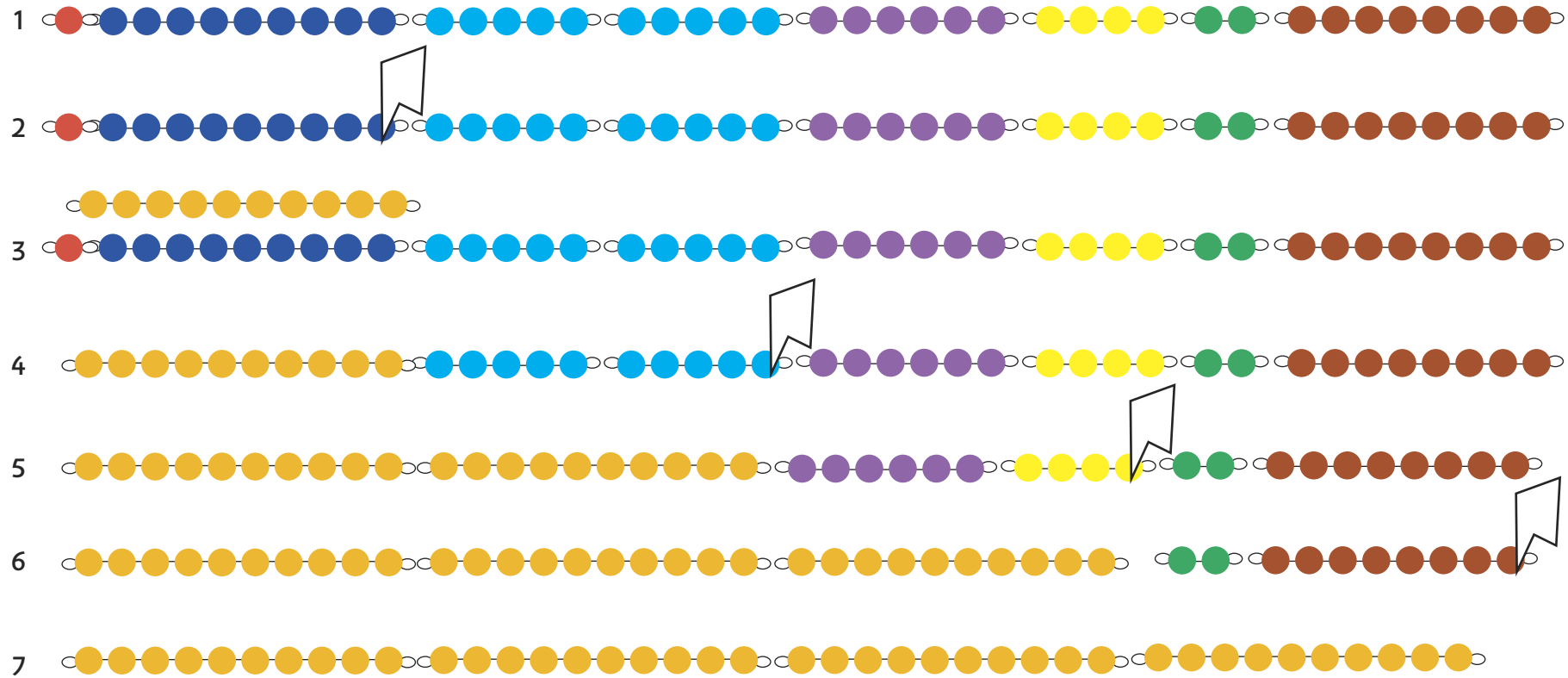
Después de la segunda o tercera serpiente, le enseñará a comprobar que no se ha equivocado. Ponga las 4 barras doradas verticalmente espaciándolas entre sí (véase el dibujo de autocorrección de la p. 140). Luego coja la barra de colores más larga y póngala al lado de la primera barra dorada. «Mira, ¿qué barra de colores puedo poner aquí para que sean iguales?». Elija la barra de colores que corresponda y póngala contra la barra dorada, debajo de la barra de color que debe completar para llegar a 10. Y así sucesivamente hasta que no quede ninguna barra suelta. Al final, tenemos 4 columnas dobles formadas cada una por una barra dorada y, al lado, barras de color cuya suma de perlas es igual a 10.

Volverá a empezar durante varios días, e incluso varias semanas, la construcción y la utilización de la serpiente positiva de primer nivel. Usted participará en la construcción, el niño contará solo y usted se quedará con él hasta que acabe la comprobación. Posteriormente, participe siempre en la construcción de la serpiente, de tal modo que contenga únicamente grupos de 10 perlas. Claro que puede alargar la serpiente. El niño lo hará de manera natural.

Progresivamente el niño se impregna de las figuras coloreadas y memoriza sin dificultad los complementos de 10; para ver 10, se necesita una perla roja y una barra azul de 9 perlas o una barra amarilla de 3 perlas y una barra blanca de 7, etc.

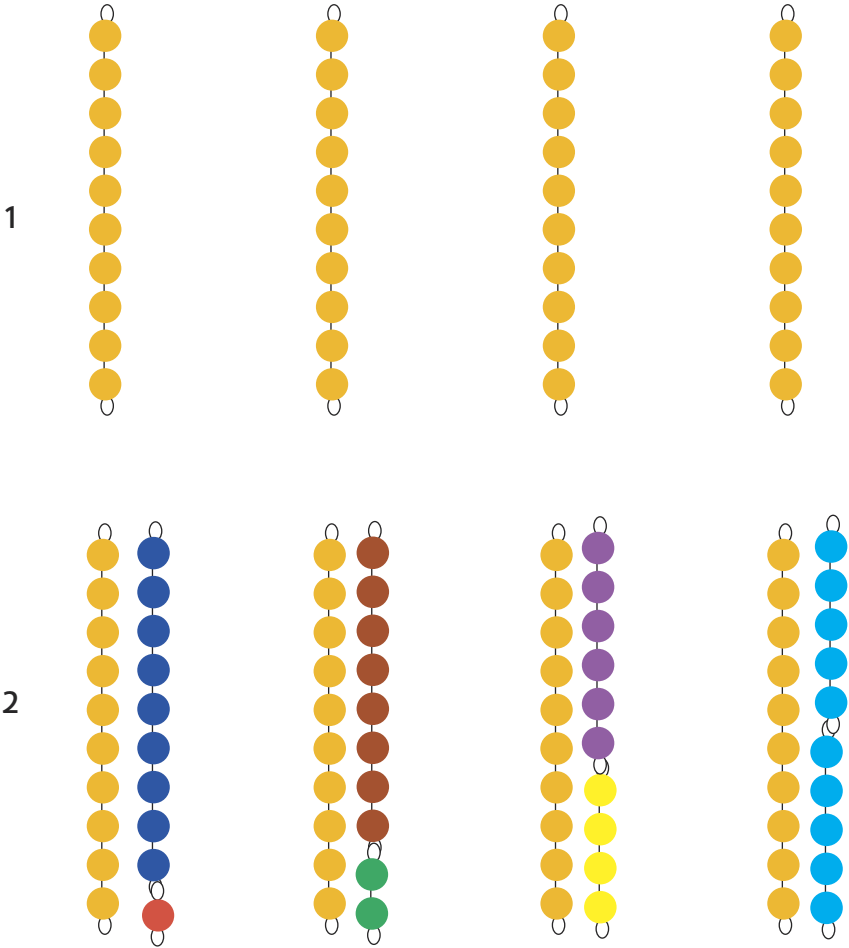
Se adentrará poco a poco y se dará cuenta de que 10 puede estar formado por tres números, como  $4 + 4 + 2$ , o incluso por 4 números:  $3 + 3 + 3 + 1$ ...

## La serpiente positiva: 1<sup>er</sup> nivel paso a paso



1. Construcción de la serpiente. El dibujo aparece cortado en 2 para que se vea bien en la doble página, pero su serpiente estará entera, sin separación entre las perlas azules y las perlas violetas.
2. Conteo de la 1<sup>a</sup> decena.
3. Sustitución de la 1<sup>a</sup> decena por una barra dorada. Descarte de las barras de color sustituidas.
- 4, 5, 6, 7: Continuación del conteo, sustitución y descarte de las barras sustituidas hasta el final de la serpiente.

La serpiente positiva:  
control del error del 1<sup>er</sup> nivel



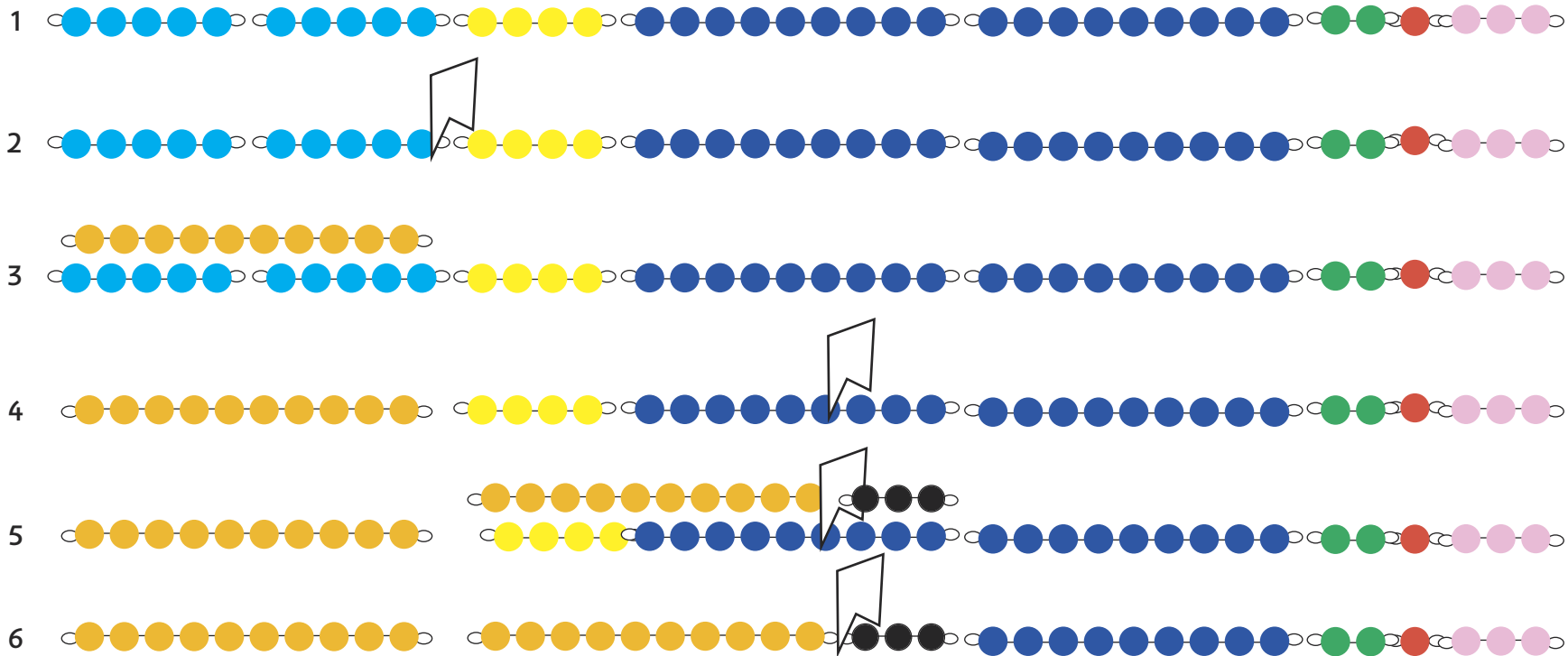
2<sup>o</sup> nivel

Cuando el niño se encuentre cómodo en el 1<sup>er</sup> nivel y su autocorrección, pase a la utilización de las barras de cambio positivas, negras y blancas. Para ello, empiece por construir la serpiente como de costumbre, con dos grupos de perlas que equivalgan a una decena. Luego deje que el niño construya el final de la serpiente como quiera, sin hacer una serpiente demasiado larga. Anuncie que ese día le gustaría contar a usted. Seguramente, después de las dos primeras decenas tiene muchas posibilidades de que al contar llegue a 10 en mitad de una barra de color. Coloque la barra dorada, pero enseñe que no puede quitar la barra de color, pues quedan perlas que no ha contado. «Tendremos que cortarla en dos». Anuncie que tiene una solución: son las barras de cambio positivo.

Invite al niño a hacer, a un lado, una escalera negra y blanca con las barras de cambio, para resaltar visualmente que las perlas son negras hasta 5 y blancas a partir de ahí. Mientras las vaya poniendo, cuente 1, 2, 3..., hasta la última, 9. Luego tome la que le servirá para reemplazar la barra de color de la serpiente y póngala encima, al lado de la barra dorada. Retire la barra de color y descártela, junto a las otras que ya ha retirado. Vuelva a contar a partir de la primera perla negra. Cuando se vuelva a presentar el caso, vuelva a hacer el cambio, lentamente.

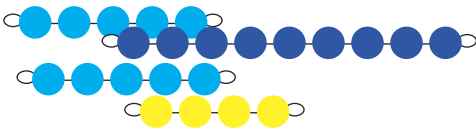
Atención, proceda con extrema lentitud para que el niño registre bien las sustituciones y su motivo. Acentúe también el orden y la precisión con las que reemplaza las barras en los lugares precisos: las barras de colores sustituidas se unen a las que ya se han retirado. Las barras de cambio positivo que habían sido reemplazadas pueden regresar a su lugar en medio de las barras de cambio en espera.

La serpiente positiva: 2º nivel paso a paso

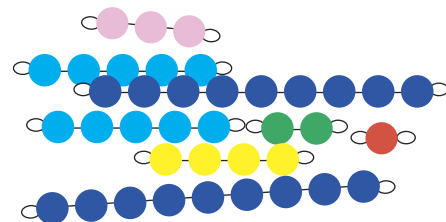


Continúa en la p. 144

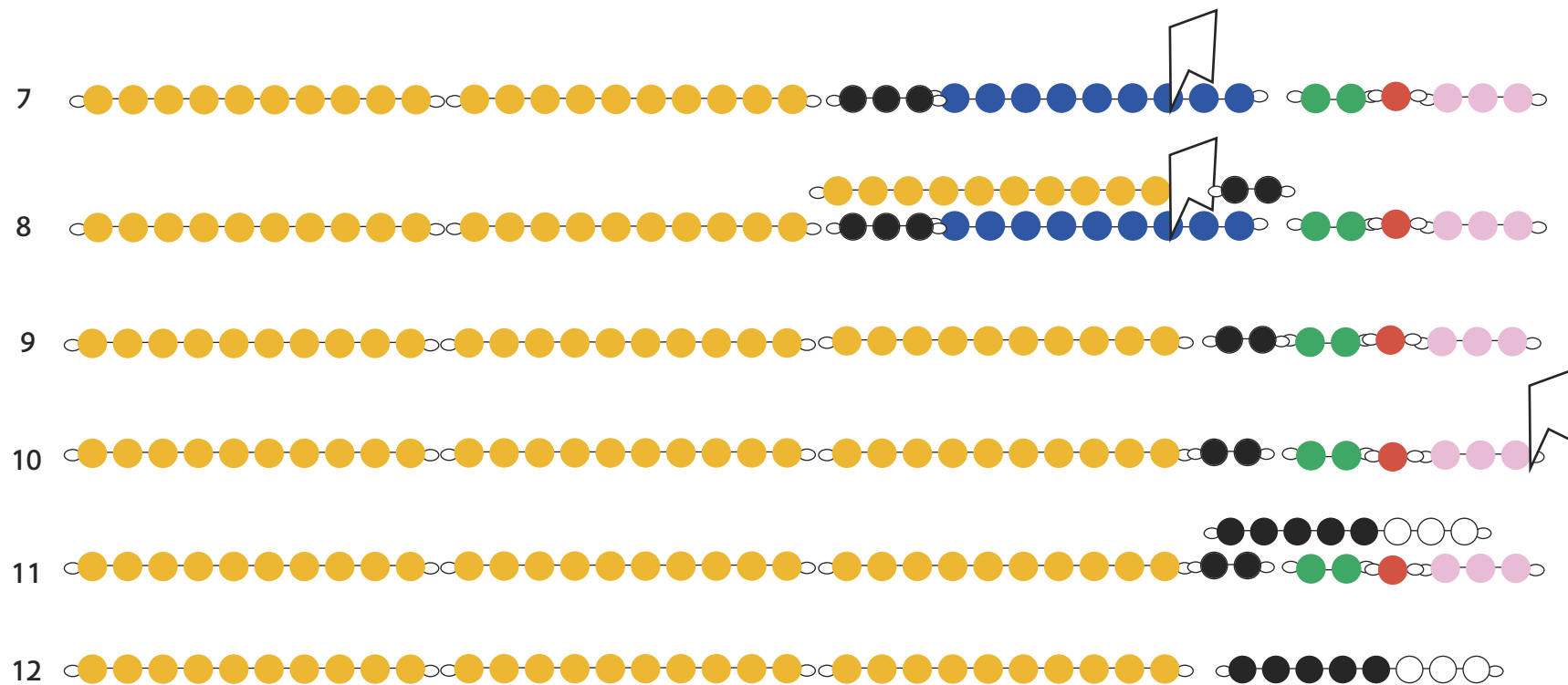
1. Construcción de la serpiente (cortada en 2 en el dibujo).
2. Conteo de la 1ª decena.
3. Sustitución por una barra dorada.
4. Descarte de las barras azul claro reemplazadas y conteo de la decena siguiente.
5. Sustitución por una barra dorada + una barra de cambio porque contamos 10 en mitad de una barra de color.
6. Descarte de las barras amarilla y azul reemplazadas. Volvemos a contar a partir de la 1ª perla negra.







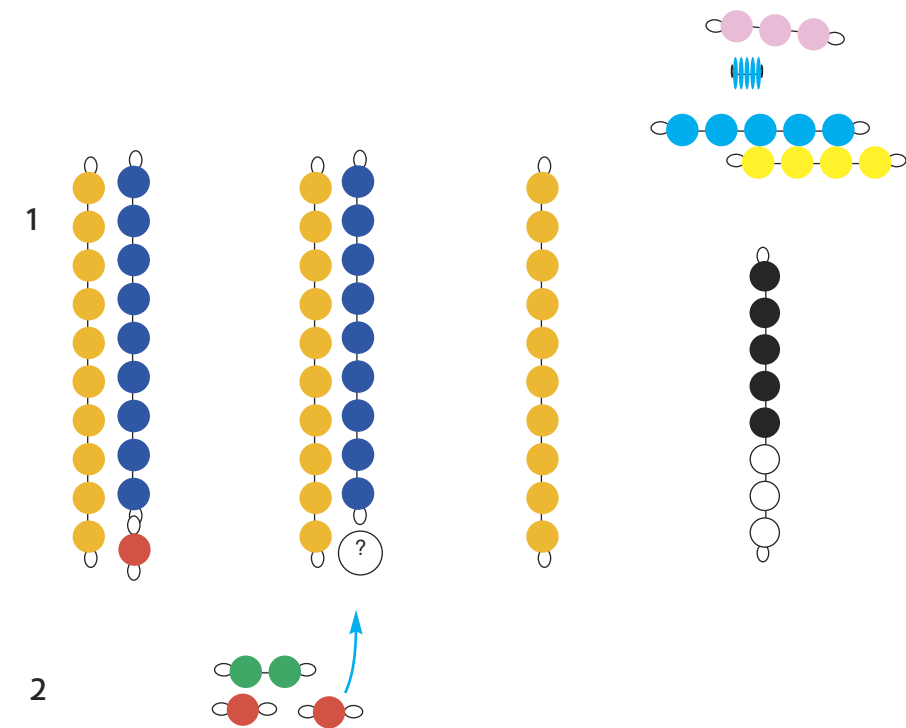
144



7. Conteo de la decena siguiente (incluidas las 3 perlas negras).
8. Sustitución por una barra de 10 dorada + una barra de cambio de 2.
9. La barra de cambio sustituida (3 perlas) se guarda en la escalera del cambio. La barra azul se pone a un lado.
10. Conteo de las últimas perlas a partir de la 1ª perla negra.
11. Sustitución por una barra de cambio.
12. Se guardan las perlas de cambio sustituidas y se descartan las perlas de color sustituidas. La serpiente hace 3 de diez y 8.

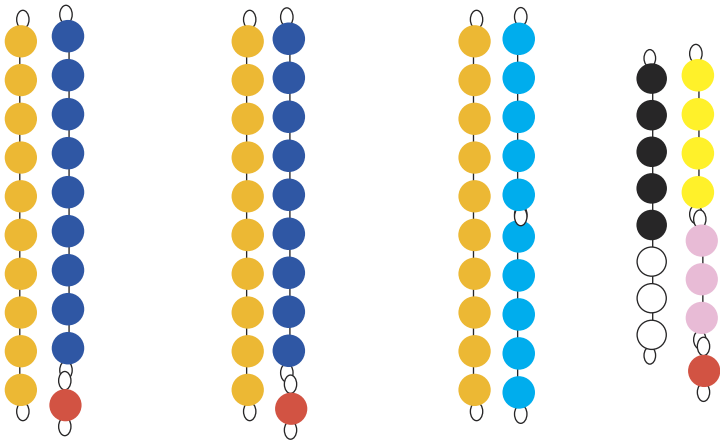
145

La serpiente positiva:  
control del error del 2º nivel



1. Se disponen verticalmente las barras doradas y la barra de cambio que queda en la serpiente.  
Se ponen al lado las barras de color que han sido reemplazadas o descartadas, empezando por la más grande y se completa hasta 10.
2. Se cambia la barra verde para acabar la 2ª columna.  
Se guarda minuciosamente la barra verde reemplazada.

3



3. Se continúa colocando las perlas de color que quedan al lado de las perlas doradas y de las perlas del cambio, siempre de izquierda a derecha y siempre empezando por las barras más grandes.
- La cuenta es correcta, pues hay exactamente el mismo número de perlas a derecha que a izquierda, en cada columna.

Las barras doradas, y eventualmente una barra de cambio positivo, se van colocando de manera ordenada encima de la serpiente hasta reemplazarla por completo. Admiren juntos la bella serpiente dorada. Véanse los dibujos paso a paso en la p.138.

El control del error se hace como en la serpiente múltiple de 10. Una barra dorada por columna, luego la barra negra y blanca. Coloque a continuación las barras de color, empezando siempre por las más largas. En un momento dado, tendrá que cambiar las barras para equilibrar la cuenta, tal como muestra el dibujo de control del error de la p. 146. Incluso cuando el niño haga solo todo el proceso de la serpiente positiva con cambio, participe durante cierto tiempo en el control del error para hacer los últimos cambios. Si no, y simplemente por un pequeño error de cambio, el niño se arriesga a creer que se ha equivocado en su serpiente cuando no es este el caso. Finalmente, cuando el niño trabaje completamente solo, si se equivoca y se desanima, desdramatice y no intente corregirlo. «Ya harás otra mañana. ¡Todo el mundo se equivoca, incluso los adultos! Y no es grave. Podemos volver a empezar».

La memorización tendrá lugar en paralelo a su descubrimiento de las demás operaciones, en sus aspectos cada vez más complejos (véase el cronograma de la p. 12 y siguientes).

En la pedagogía Montessori, el niño no aprende de memoria, claro está, las tablas de sumar, de multiplicar, etc. Las construye él solo y las memoriza después de hacer numerosas operaciones. La idea general es ser exhaustivo y riguroso sin llegar a aburrir al niño.

Básicamente, la memorización se da en el mismo orden que la operación; se trata primero de hacer construir al niño la tabla de la operación (tabla de sumar, tabla de multiplicar, etc.). Es necesario ser sistemático para que el niño comprenda el mecanismo. Se utiliza para ello las fichas de operaciones

sobre las que se trabaja en orden ( $1 + 1 =$ ,  $1 + 2 =$ , etc.). Para la suma y la resta, el trabajo con las fichas se hace en la tabla de regletas. Para la multiplicación y la división se hace en la tabla perforada.

En un segundo tiempo, se trata de memorizar «sin repetir como un loro» y sin aburrirse. Se presenta al niño todo tipo de herramientas, que constituyen tanto adivinanzas como desafíos y que están destinados a hacerle hacer una y otra vez las operaciones para memorizar los resultados. Estas herramientas son las tablas de resultados, llenas o no, acompañadas de etiquetas de operaciones individuales.

# La memorización de la suma con la tabla de regletas

## El material

Comprende:

- La tabla de regletas, con las regletas rojas y las regletas azules.
- Las fichas de operaciones.

## La utilización

Usará la tabla de las regletas, las fichas, la tabla de control, un cuaderno o un papel y un lápiz.

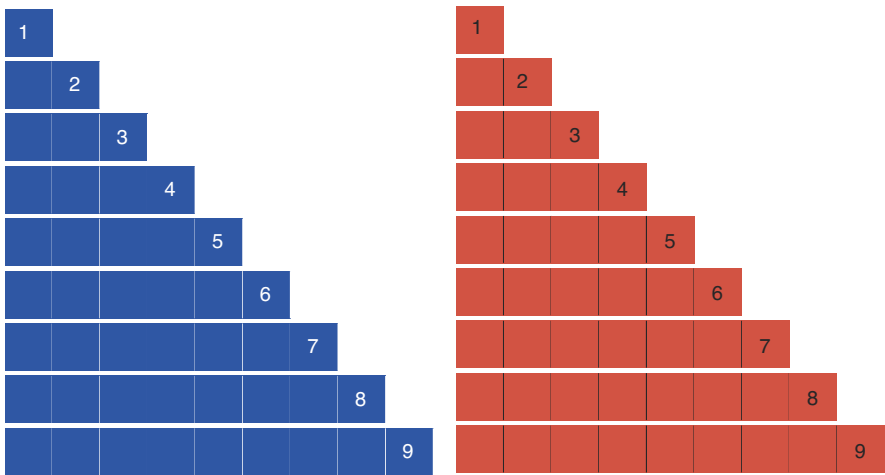
Comience presentando la tabla al niño. Hágale leer los números del 1 al 18 y enséñele la gruesa línea roja vertical con la que termina la primera decena. Invite al niño a hacer una escalera con las regletas azules mientras usted coloca las rojas como en el dibujo, encima de la tabla. Las regletas azules están encima de la primera decena, las rojas encima de la segunda.

La disposición en escalera permite al niño no perder de vista el «tamaño» de los números: más grande, más pequeño y su secuencia. Es un trabajo preparatorio esencial para la labor de memorización de las tablas.

Muestre la ficha del 1 al niño y empiece con él la primera operación:  $1 + 1$ . Pídale al niño que la lea. Después dígame que, para encontrar el resultado, van a utilizar la tabla y las regletas.

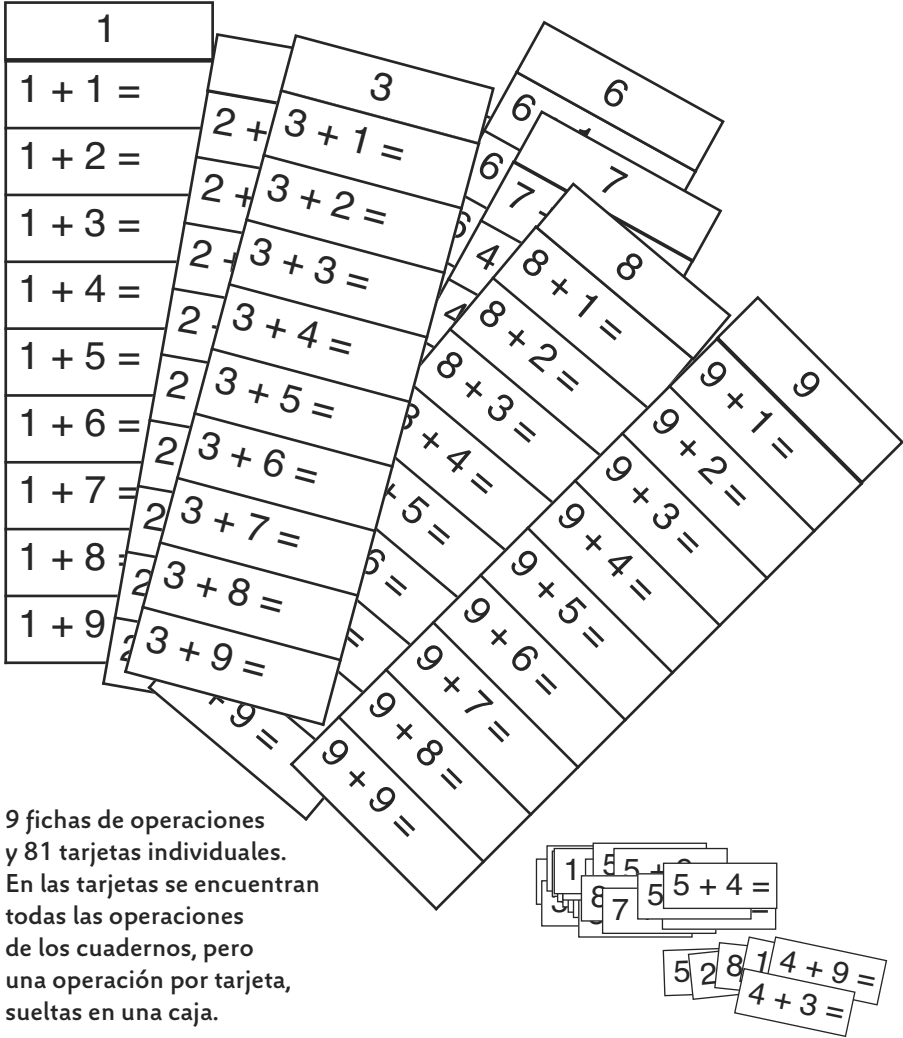
Coloque la regleta azul de 1 debajo de la tabla y, justo al lado, la del 1 rojo. Diga:  $1 + 1 = 2$  y enseñe que el resultado está encima de la última casilla roja: es el 2. Pídale al niño que escriba el resultado en el papel. Si aún no está muy versado en la escritura, escriba usted al dictado del niño. Haga lo mismo para la operación siguiente:  $1 + 2$  y deje, a continuación, que el niño siga solo.

## La tabla de regletas y las regletas



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

Las fichas de operaciones



En una segunda sesión, anime al niño a acabar las sumas de la ficha del 1, usando cada vez la misma regleta azul, pero cambiando siempre la regleta roja. Así comprende el principio «sistemático» de la tabla de sumar para cada uno de los números: se va añadiendo cada vez una cantidad más grande. De este modo se facilita la memorización. El niño puede hacer una ficha completa por sesión (como mínimo 5 operaciones). El niño no debe aburrirse. No está obligado a trabajar en orden; si prefiere trabajar en la tabla de la suma del 4 o del 8 antes de la del 2, no hay ningún problema. Pero debe acabar una ficha antes de empezar otra.

A medida que avanza, el niño encuentra el resultado contando, pero también puede leerlo en la parte superior de la tabla. No presenta para él ninguna dificultad. Lo importante es que comprenda el principio de la construcción de las tablas. La memorización va teniendo lugar progresivamente, poco a poco, pues es el resultado del trabajo y de la atención del niño, incluso cuando simplemente lee el resultado; el niño no está pasivo y no reacciona mecánicamente. Al final de la sesión, el niño hace las comprobaciones en el tablero de control. Enséñele a encontrar las operaciones hechas y a verificar el resultado, escrito en rojo.

Comentario para aquellos que escolarizan al niño en casa: empiece a guardar y a datar todos los escritos. Le resultarán de utilidad en caso de inspección, para demostrar el trabajo y la progresión del niño.

El tablero de control

$1 + 1 = 2$	$2 + 1 = 3$	$3 + 1 = 4$	$4 + 1 = 5$	$5 + 1 = 6$	$6 + 1 = 7$	$7 + 1 = 8$	$8 + 1 = 9$	$9 + 1 = 10$
$1 + 2 = 3$	$2 + 2 = 4$	$3 + 2 = 5$	$4 + 2 = 6$	$5 + 2 = 7$	$6 + 2 = 8$	$7 + 2 = 9$	$8 + 2 = 10$	$9 + 2 = 11$
$1 + 3 = 4$	$2 + 3 = 5$	$3 + 3 = 6$	$4 + 3 = 7$	$5 + 3 = 8$	$6 + 3 = 9$	$7 + 3 = 10$	$8 + 3 = 11$	$9 + 3 = 12$
$1 + 4 = 5$	$2 + 4 = 6$	$3 + 4 = 7$	$4 + 4 = 8$	$5 + 4 = 9$	$6 + 4 = 10$	$7 + 4 = 11$	$8 + 4 = 12$	$9 + 4 = 13$
$1 + 5 = 6$	$2 + 5 = 7$	$3 + 5 = 8$	$4 + 5 = 9$	$5 + 5 = 10$	$6 + 5 = 11$	$7 + 5 = 12$	$8 + 5 = 13$	$9 + 5 = 14$
$1 + 6 = 7$	$2 + 6 = 8$	$3 + 6 = 9$	$4 + 6 = 10$	$5 + 6 = 11$	$6 + 6 = 12$	$7 + 6 = 13$	$8 + 6 = 14$	$9 + 6 = 15$
$1 + 7 = 8$	$2 + 7 = 9$	$3 + 7 = 10$	$4 + 7 = 11$	$5 + 7 = 12$	$6 + 7 = 13$	$7 + 7 = 14$	$8 + 7 = 15$	$9 + 7 = 16$
$1 + 8 = 9$	$2 + 8 = 10$	$3 + 8 = 11$	$4 + 8 = 12$	$5 + 8 = 13$	$6 + 8 = 14$	$7 + 8 = 15$	$8 + 8 = 16$	$9 + 8 = 17$
$1 + 9 = 10$	$2 + 9 = 11$	$3 + 9 = 12$	$4 + 9 = 13$	$5 + 9 = 14$	$6 + 9 = 15$	$7 + 9 = 16$	$8 + 9 = 17$	$9 + 9 = 18$

## El doble de los números

Escriba la operación del doble de los números en una hoja de papel, por orden y una debajo de la otra:  $1 + 1 =$  ;  $2 + 2 =$  ; etc. El niño pondrá en la tabla de las regletas aquellas que correspondan al primer doble (el 1 azul y el 1 rojo). Las dejará en su sitio y escribirá el resultado antes de pasar al siguiente. Haga hincapié en el hecho de que se encuentra el mismo número a un lado y a otro del signo +. Muéstrole también que la regleta azul y la regleta roja tienen cada vez la misma cifra.

Para finalizar, constate que ha utilizado todas las regletas. Dígale que al resultado de estas sumas le llamamos «el doble». 2 es el doble de 1, porque  $1 + 1 = 2$ , 6 es el doble de 3, porque  $3 + 3 = 6$ , etc.

Una o dos sesiones bastarán para descubrir los 9 dobles.

## La «fábrica de números»

Siempre con la tabla de regletas, pregúntele al niño cómo puede «fabricar» 8, por ejemplo, utilizando una regleta azul y otra roja. Proceda de manera sistemática, buscando todas las formas de «fabricar» un número: «Pongo la regleta azul de 1 (de 2, de 3, etc.) ¿qué regleta debes poner para obtener 8?». Usted o el niño anoten en un papel, unas debajo de las otras, todas las operaciones:  $8 = 1 + 7$ ,  $8 = 2 + 6$ ,  $8 = 3 + 5$ , etc. El niño coloca las regletas, escribe la operación y deja las regletas en su sitio hasta que acaba todas las sumas del mismo número. Entonces haga que se fije en el aumento progresivo de la longitud de la regleta azul y de la disminución de la regleta roja. Asimismo, la primera cifra de la suma aumenta progresivamente y la segunda disminuye.

El niño hace todas las sumas de un número por sesión.

## La memorización de la suma con las tablas de los dedos

### El material

Aquí simplemente hacemos una lista. Los dibujos detallan la explicación antes de cada uso.

Consta de:

- Las tarjetas de operaciones (o de combinaciones) recortadas, ordenadas en una caja o una cesta.
- Las etiquetas individuales de los resultados.
- Las tablas de control: el tablero completo, el tablero simplificado (sin los resultados redundantes) y la tabla de los dedos.
- Las tablas de trabajo: la tabla de los dedos partida, la tabla de los dedos simplificada y la tabla de los dedos vacía.

### La presentación de las tablas de control

El material necesario es, al principio, el tablero de control, una fotocopia de este tablero y un lápiz, y, para finalizar, el tablero simplificado. Cuando acabe la tarea de «fabricar números», pregúntele al niño si detecta en la hoja las operaciones que se parecen. En nuestro ejemplo, señalará  $8 = 1 + 7$  y  $8 = 7 + 1$ . Diga: «Tienes razón. Es lo mismo. No tendremos necesidad de acordarnos de todo».

Proponga entonces hacer juntos una tabla en la que suprimirán una de las dos combinaciones cada vez que haya dos resultados parecidos. Para ello, trabaje con una fotocopia del tablero de control completo. En orden, de arriba abajo y de izquierda a derecha, el niño rayará con el lápiz cada combinación de la que encuentre el equivalente en otro lugar de la tabla.

Cuando acabe, enséñele el tablero de control simplificado (página siguiente). A partir de ahora, si él quiere, solo utilizará esa tabla.

El tablero de control simplificado

1 + 1 = 2									
1 + 2 = 3	2 + 2 = 4								
1 + 3 = 4	2 + 3 = 5	3 + 3 = 6							
1 + 4 = 5	2 + 4 = 6	3 + 4 = 7	4 + 4 = 8						
1 + 5 = 6	2 + 5 = 7	3 + 5 = 8	4 + 5 = 9	5 + 5 = 10					
1 + 6 = 7	2 + 6 = 8	3 + 6 = 9	4 + 6 = 10	5 + 6 = 11	6 + 6 = 12				
1 + 7 = 8	2 + 7 = 9	3 + 7 = 10	4 + 7 = 11	5 + 7 = 12	6 + 7 = 13	7 + 7 = 14			
1 + 8 = 9	2 + 8 = 10	3 + 8 = 11	4 + 8 = 12	5 + 8 = 13	6 + 8 = 14	7 + 8 = 15	8 + 8 = 16		
1 + 9 = 10	2 + 9 = 11	3 + 9 = 12	4 + 9 = 13	5 + 9 = 14	6 + 9 = 15	7 + 9 = 16	8 + 9 = 17	9 + 9 = 18	



La utilización de la tabla de los dedos

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

La lectura es la de una tabla de dos entradas:  $5 + 4 = 9$ . En azul el trayecto del índice izquierdo. En rosa el del índice derecho.

Se le llama tabla de los dedos porque nos servimos de los dos índices para utilizarla: el índice izquierdo recorre la fila del primer número de la suma, el índice derecho desciende a lo largo de la columna del segundo número de la suma y los dos se juntan en la casilla del resultado. Como el niño aún no ha utilizado nunca una tabla de doble entrada, tómese el tiempo necesario para enseñarle su funcionamiento. Para usar la tabla de los dedos, necesitará también las tarjetas de las combinaciones recortadas. Invite al niño a elegir una tarjeta de la caja. Saca por ejemplo  $5 + 4 =$ . Escribe la operación en la hoja de papel o se la dicta.

En la tabla de los dedos, enséñele que debe poner el índice izquierdo en el 5 rojo y el índice derecho en el 4 azul. Su dedo izquierdo va hacia la derecha a lo largo de la fila del 5, su dedo derecho desciende por la columna del 4. Se encuentran en el 9. Es decir,  $5 + 4 = 9$ . El niño apunta el resultado en la nota. O usted lo escribe mientras él se lo dicta. Así hará entre 6 y 10 sumas, siempre sacando las tarjetas de combinaciones al azar. Cuando haya acabado de escribir todas las sumas de la sesión, las verificará en el tablero de control.

Al final, reúna con una goma elástica todas las tarjetas de operaciones resueltas para guardarlas en la caja sin mezclarlas con las demás. Sesión tras sesión, el número de cartas reunidas en la goma se hará más grande. El niño puede sentirse orgulloso de su progresión tangible: ¡ya ha hecho TODO ESO!

La utilización de la tabla de los dedos partida

A la media tabla de la suma también se le llama tabla partida, pues se ha suprimido las redundancias y solo presenta los resultados una vez. Se utiliza como la anterior, con las tarjetas de las combinaciones recortadas. En esta etapa, el niño ya tiene 5 maneras de repetir cada suma con un material distinto. La memorización sigue su curso, sin que se dé cuenta. El niño ya conoce los resultados sin la necesidad de encontrarlos gracias a la tabla. Corre el riesgo de aburrirse y prestar menos atención y ser menos sistemático. Sin embargo, necesita seguir practicando la suma para memorizar perfectamente todos los resultados. Para reavivar su interés, muéstrele el nuevo material que representa la tabla partida.

Además de la tabla partida, utilizará las cartas de las combinaciones, un papel y un lápiz. El niño saca una carta de operación, la lee, la copia en el papel. Usted le enseñará cómo funciona la tabla partida.

1	2								
2	3	4							
3	4	5	6						
4	5	6	7	8					
5	6	7	8	9	10				
6	7	8	9	10	11	12			
7	8	9	10	11	12	13	14		
8	9	10	11	12	13	14	15	16	
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

Trayecto de los dedos cuando las dos cifras de la suma son pares o cuando las dos son impares.  
Ejemplo:  $6 + 4 = 10$ .  
En azul el trayecto del índice izquierdo.  
En rosa el del índice derecho.

1	2								
2	3	4							
3	4	5	6						
4	5	6	7	8					
5	6	7	8	9	10				
6	7	8	9	10	11	12			
7	8	9	10	11	12	13	14		
8	9	10	11	12	13	14	15	16	
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

Otro modo de usarla: cuando el índice derecho choca con la última casilla, desciende en vertical hasta encontrar la línea del índice izquierdo.

Empiece por dos números pares. Por  $4 + 6$ , por ejemplo: el índice izquierdo sigue la fila del 4 hasta el final, mientras el índice derecho sigue la del 6 también hasta el final. Cuando los dos dedos llegan a la última casilla de su fila, deben subir o bajar los peldaños de la escalera, uno hacia el otro (el izquierdo baja, el derecho sube, el mismo número de peldaños) para encontrarse en la casilla del resultado: 10. Véase el dibujo aquí a la izquierda y abajo a la izquierda otro modo de usarla. Al final el niño escribe el resultado en el papel. Ahora deje que saque él solo las tarjetas que quiera. Quédese a su lado hasta que saque una carta de combinación que contenga un número impar y un número par. Dígame entonces que va a tener una sorpresa. Desliza los dedos, salta un número igual de escalones uno hacia el otro y... se encuentra en el vacío. Enséñele entonces que en este caso, vamos hacia una casilla del interior de la tabla; el resultado se encuentra en la primera casilla donde los dedos se juntan (véase el dibujo de la página siguiente). El niño termina la sesión sacando sucesivamente 4 o 5 tarjetas de combinaciones. Cada vez las lee, las vuelve a anotar en la hoja de papel, busca el resultado con los dedos en la tabla partida y lo escribe en el papel. Si es necesario, lo verifica en el tablero de control simplificado.

### La tabla de los dedos partida simplificada

Esta tabla se utiliza exactamente como la anterior. Naturalmente, debe presentarla al niño antes de dejársela usar solo. Anuncie que tiene algo nuevo para él y enséñele la tabla. De ahora en adelante, solo podrá servirse de ella. El cambio progresivo de materiales tiene, como mínimo, dos ventajas: por un lado, renueva el interés del niño, por otro, jalona su progresión mostrando al niño que pasa de una herramienta que contiene mucha información a otra que contiene bastante menos. Lo que se suprime... ¡es lo que ya tiene en la cabeza! ¡Bravo!

1	2								
2	3	4							
3	4	5	6						
4	5	6	7	8					
5	6	7	8	9	10				
6	7	8	9	10	11	12			
7	8	9	10	11	12	13	14		
8	9	10	11	12	13	14	15	16	
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

Trayecto de los dedos cuando las dos cifras de la suma son: una par y la otra impar. Por ejemplo:  $7 + 4 = 11$   
 En azul el trayecto del índice izquierdo, en rosa el del índice derecho.  
 También hay una 2ª manera de proceder: cuando el índice derecho choca contra la última casilla, desciende en vertical (trayecto señalado en verde) hasta reencontrar la línea del índice izquierdo.

1	2								
2	3	4							
3		5	6						
4			7	8					
5				9	10				
6					11	12			
7						13	14		
8							15	16	
9								17	18

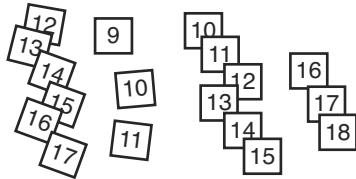
La tabla de los dedos partida simplificada.

### La tabla de los dedos vacía y las etiquetas de resultados

El material necesario está formado por la tabla vacía, que también se llama «bingo o lotería», y las etiquetas de los resultados. La tabla de los dedos con resultados y la tabla de control servirán para la comprobación. Para evitar que se mueva todo, sobre todo si guarda la tabla medio llena de una sesión a otra, ponga un poco de masilla adhesiva reutilizable en el revés de las etiquetas a medida que el niño las vaya colocando en el lugar correcto de la tabla. Al niño le encantará hacerlo él solo.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1									
2									
3									
4									
5									
6									
7									
8									
9									

La tabla vacía y las etiquetas individuales de resultados para colocar, debajo.



### La 1ª utilización

Muestre al niño, como un reto, la tabla sin resultados (o vacía), y su funcionamiento. «Ahora, ya sabes muchos resultados. Vas a rellenar la tabla con todos los resultados que sepas. Puedes usar la tabla con resultados para los que aún no sepas». El niño debe reconstruir la tabla de la suma buscando él mismo los resultados. Se le plantea el desafío de encontrar el resultado, pues el material incita a rellenar por completo la tabla. Si sabe el resultado, lo anuncia, busca la tarjeta correspondiente y la pone en el lugar correcto. Después saca una nueva tarjeta. Si no sabe el resultado, lo busca en la tabla que contiene los resultados, utilizando los dedos, pero sin colocar la tarjeta. Cuando haya agotado todas las tarjetas, podrá volver a la tabla partida e intentar «tapar» los huecos. Anímelo, poco a poco se las arreglará para llenarla toda. Al final de cada sesión, el niño controlará los resultados con ayuda de la tabla de los dedos o el tablero de control.

### La 2ª utilización

Funciona igual que la utilización anterior, pero en este caso el niño reagrupa todas las tarjetas de un mismo valor, por ejemplo las 9 tarjetas del 10. Pone una etiqueta en su sitio correcto, escribe la operación y el resultado en la hoja de papel (por ejemplo:  $10 = 8 + 2$ ). Luego pasa a la tarjeta siguiente. Al final de la sesión verifica los resultados.

## La memorización de la suma: las otras herramientas

### El cálculo mental

Paralelamente al empleo de las diversas tablas, y para cultivar la abstracción, se hace el cálculo mental. Espere a que el niño se encuentre manifiestamente cómodo con las numerosas combinaciones y, al menos al principio para darle confianza, asegúrese de plantearle preguntas que sepa responder. En sesiones cortas, propóngale operaciones de distintos tipos: ¿cuánto es  $9 + 1 = ?$ , pero también:  $7 + \text{¿qué número} = 9?$  o: ¿qué número  $+ 5 = 7?$  o:  $8 = \text{¿qué número} + \text{qué número}?$  Todos estos ejercicios constituyen asimismo un entrenamiento para la resta, que el niño ya ha empezado a abordar con el sistema decimal y el principio de la memorización de la suma.

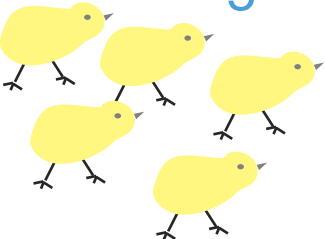
### Los pequeños problemas

Los pequeños problemas se presentan bajo diversas formas:

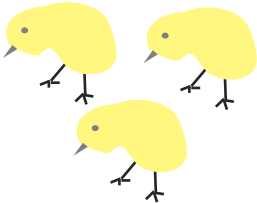
- Dibujos que ilustran una situación, y que se usan cuando el niño aún no sabe leer bien.
- Frases ilustradas. En este caso, la pregunta está en una cara y el dibujo en la otra.
- Enunciados no ilustrados.

Los dos últimos tipos de presentación están reservados al niño que sabe leer. En el último caso, el niño puede primero dibujar la situación. Esto le ayudará a comprender el enunciado antes de intentar resolver el problema. En las páginas siguientes encontrará algunos ejemplos de los tres tipos, en forma de cartas que el niño debe sacar, y una serie de pequeños problemas redactados. Usted puede componer otros, sea utilizando elementos fotocopiados, recortados y pegados, para la ilustración, sea buscando imágenes o situaciones en las revistas. A menos que

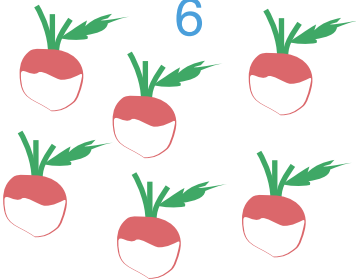
sepa dibujar, lo cual sería ideal, pues podría componer los pequeños problemas en directo, ante los ojos del niño. De todos modos, recuerde: el aspecto estético o afectivo del material es muy importante.




5




3



6




1



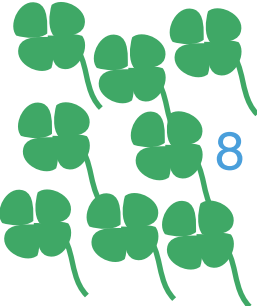
3

+




?

=





8

Anverso



9





10

Reverso

¿Cuántas abejas viven en la colmena?

### Anverso



### Reverso

¿Cuántos huevos tiene que poner la señora Alondra para tener los mismos que la señora Gorrión?  
¿Cuántos pajaritos nacerán en total?

Lunes, Lila compra 5 pegatinas.  
Martes, compra 3 más.  
¿Cuántas tiene en total?

### Ejemplos de problemas escritos

En los enunciados, reemplace X por el nombre del niño o la niña con el que trabaja o el de sus hermanos y hermanas, primos, primas, amigos, amigas, vecinos, vecinas.

- Papá y X plantan lechugas. Ya han plantado 8 y aún quieren plantar 4. ¿Cuántas lechugas tendrán en total?
- Hago tortillas. Hago 4 para mi familia y 6 para los vecinos ¿Cuántas tortillas tengo?
- X mira pasar los coches por la calle. Ha visto 7 que vienen por la izquierda y 9 que vienen por la derecha. ¿Cuántos coches ha visto en total?
- Mi penacho indio tiene 11 plumas. El tuyo tiene 7 plumas. ¿Cuántas plumas tenemos en total?
- X ha pagado 2 euros en la panadería y 5 euros en el colmado. ¿Cuánto se ha gastado?
- X es muy fuerte. Levanta 6 kilos en cada mano. ¿Cuántos kilos levanta en total?
- Me guardo 8 conchas en el bolsillo izquierdo y 3 en el derecho. ¿Cuántas conchas tengo en total?

# La serpiente negativa, principio de la memorización de la resta

La memorización de la resta es un aprendizaje más delicado que el de la suma, pues el niño debe contar al revés en la línea numérica, justo cuando apenas comienza a sentirse a gusto con los grandes números. El material aquí descrito es una ayuda para abordarla de manera divertida, como un juego o un reto intelectual.

Puede trabajar en la memorización cuando el niño haya visto ya la resta sin retención con las perlas doradas. Empezará por la serpiente negativa. El trabajo con las tablas de memorización se hará en paralelo al descubrimiento de la resta con retención (véase el cronograma de la página 12) y a medida que vaya progresando. Por ejemplo, el niño no abordará la tabla de los dedos vacía (p.165) hasta que no haya memorizado numerosos resultados, lo que evita que se le planteen dificultades a la vez que se le proporciona la satisfacción de constatar sus progresos.

Al igual que con la suma, el juego de la serpiente, aquí negativo, sirve de transición entre el trabajo con las perlas y el de las tablas de operaciones. No abordará la serpiente negativa hasta que haya presentado la resta con las perlas doradas del banco, y el niño haya hecho al menos una decena de operaciones con las perlas doradas. Asimismo, no queme etapas; por el momento, no aborde más que el primer nivel de la serpiente negativa.

## El material

Como material se utilizan las perlas de colores, las barras de 10, las barras negras y blancas y el jinete de la serpiente positiva, a lo cual se añaden las barras grises negativas y las barras rosas y blancas del cambio negativo. Una vez más, si quiere hacer el material usted mismo, reclute voluntarios.

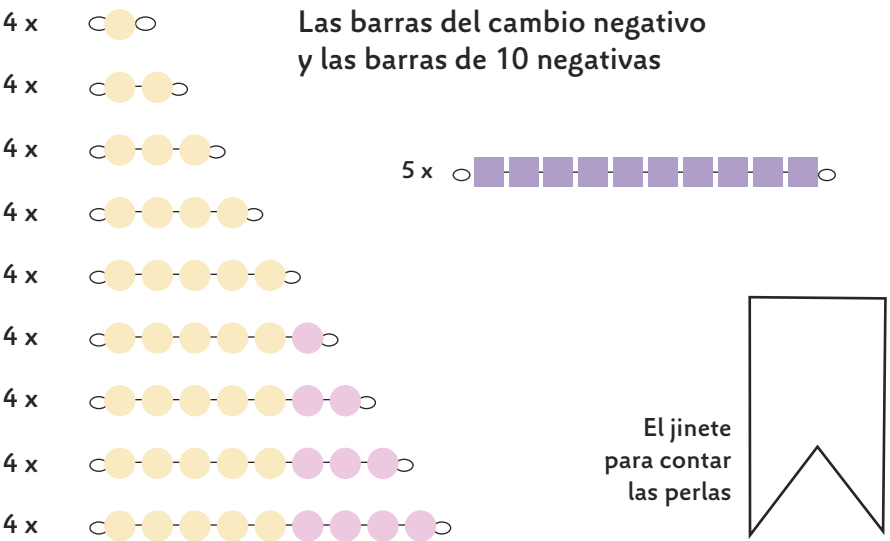
El material de barras grises negativas consta de:

- 10 barras de 9 perlas grises
- 10 barras de 8 perlas grises
- 10 barras de 7 perlas grises
- 10 barras de 6 perlas grises
- 10 barras de 5 perlas grises
- 10 barras de 4 perlas grises
- 10 barras de 3 perlas grises
- 10 barras de 2 perlas grises
- 10 perlas grises sueltas

Cuando las barras contengan más de 5 perlas, se intercala una arandela blanca o roja después de la 5ª perla. En las tiendas también se encuentran barras grises un poco distintas: no hay separación, pero las perlas son algo más oscuras después de la 5ª.



A las anteriores se añaden las perlas de madera rosas y blancas del cambio negativo, ligeramente más pequeñas que las otras, y las barras de 10 perlas negativas que tienen diferente forma, (pueden ser ovaladas o pueden ser cuadradas).



### La presentación

El desarrollo es un poco más complicado que la serpiente positiva. Redoble las precauciones: practique la operación varias veces hasta el final, antes de realizarla con el niño, para dominarla bien y para descubrir posibles escollos; después, cuando haga la demostración, proceda despacio y en orden, descomponiendo cada gesto. Si no, esta actividad corre el riesgo de parecer un auténtico juego de manos donde las barras se reemplazan o desaparecen como por arte de magia, sin que el niño entienda nada.

También en este caso, la presentación se hace por niveles: primero con un resto positivo y sin cambio negativo; a continuación, con un resto positivo y usando las barras de cambio negativo; y finalmente con las barras de cambio negativo y un resto negativo.

Para completar el texto que sigue y hacer la explicación más digerible, hemos descompuesto los tres niveles paso a paso en la ilustración. Véase la p. 176.

### 1<sup>er</sup> nivel

Empiece anunciando que la serpiente de hoy es muy especial. Tendrá unas barras de perlas «¡que se comen a las otras!». El niño instalará su alfombra. Luego usted irá a buscar con él la caja de las perlas de color, las perlas blancas y negras del cambio positivo y la caja de las perlas de la serpiente negativa. Presente las perlas negativas. Haga hincapié el hecho de que son grises y que las que tienen más de 5 perlas llevan una arandela blanca o roja (o perlas más oscuras) después de la 5ª perla. Invite al niño a construir una escalera con las perlas negras y blancas del cambio positivo.

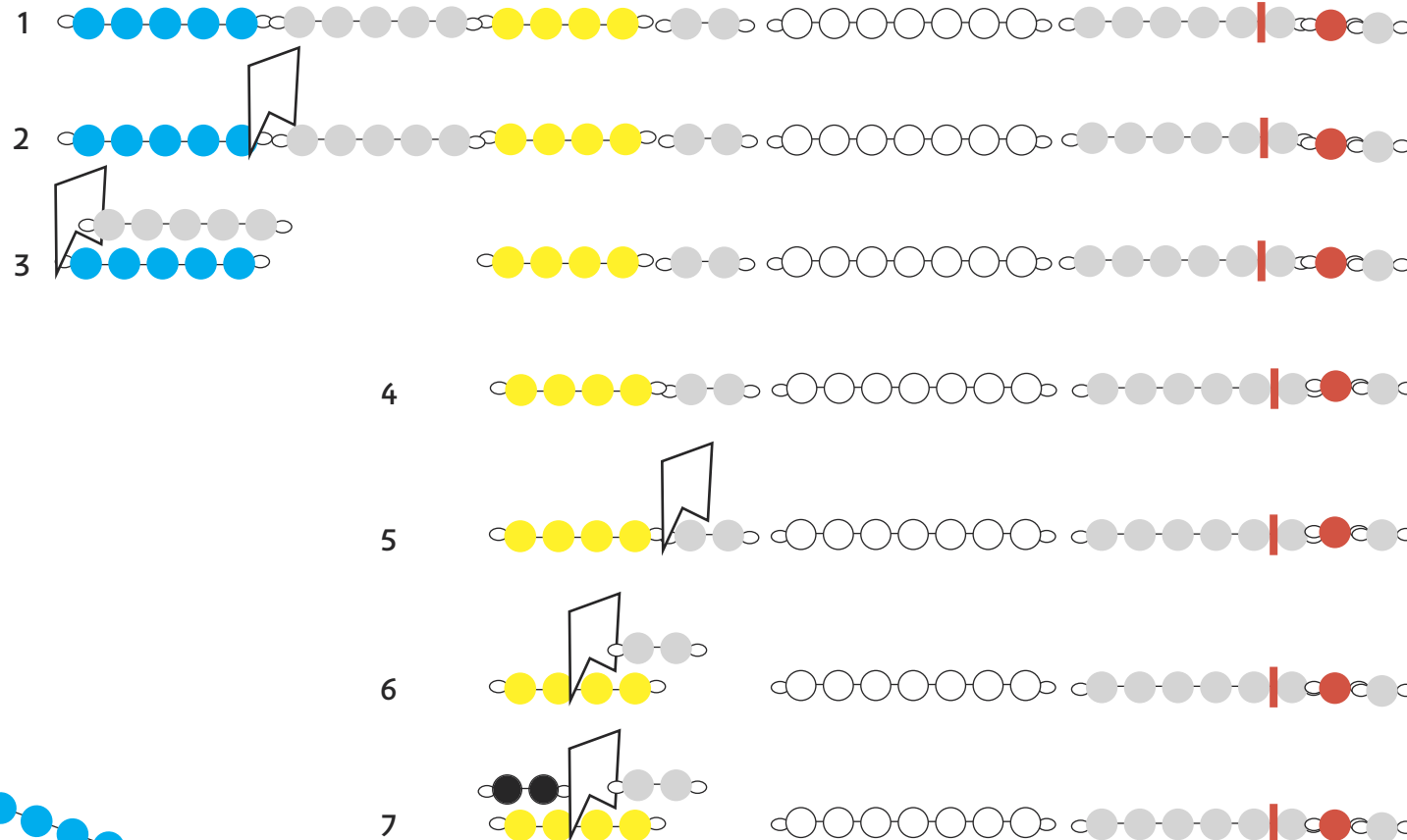
Construya la serpiente delante del niño, alternando barras positivas y barras negativas. Para este nivel, vigile que el número de perlas de color sea superior al de las perlas grises y que el resultado sea positivo en todo momento. Para que esto ocurra siga los siguientes consejos al construir la serpiente:

1) empiece por la izquierda con una barra positiva bastante grande, enlárcela a una barra negativa más pequeña; 2) repítalo en cada grupo positivo-negativo. Esto da, por ejemplo:  $[+ 5 - 4]$   $[+ 4 - 2]$   $[+ 7 - 6]$  (5 es superior a 4, 4 es superior a 2, 7 es superior a 6).

Para hacerlo más sencillo, al menos al principio, evite que el número positivo pase de 9 delante de una barra negativa. Esto le evitará tener que hacer cambios con la barra de 10 dorada.



## La serpiente negativa: 1<sup>er</sup> nivel paso a paso



Continúa en la p. 178

1. Construya la serpiente (el dibujo aparece cortado en 2 para que se vea bien en la doble página, pero su serpiente estará entera).

2. Cunte las perlas de color que hay hasta la barra gris. Luego cunte las perlas grises.

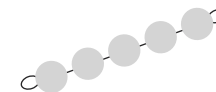
3. Retroceda hacia la izquierda tantas perlas como perlas grises haya.

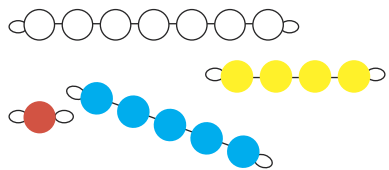
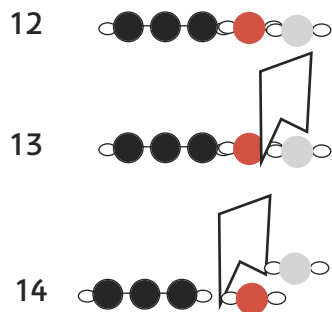
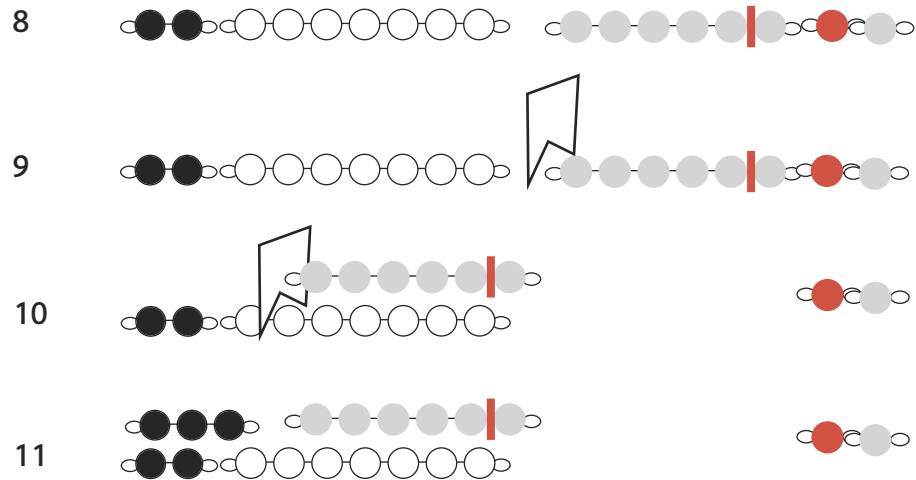
4. Aparte (a la izquierda) las perlas de color «comidas» y (a la derecha) las perlas grises que se las han «comido».

5. Cunte las perlas de color hasta la primera perla gris. Cunte las perlas grises.

6. Retroceda hacia la izquierda.

7. Cambie con las perlas de cambio positivo, dado que las perlas grises solo «comen» dos perlas de color.





8. Descarte las perlas amarillas «comidas» y las perlas grises que las han «comido».

9. Cuente las perlas negras y las perlas de color.

10. Vuelva atrás y cuente tantas perlas de color como perlas grises haya.

11. Cambie, pues las perlas grises no «comen» toda la barra de color.

12. Aparte las perlas de color y las perlas grises.

Las perlas de cambio «comidas» se guardan en la escalera de perlas de cambio.

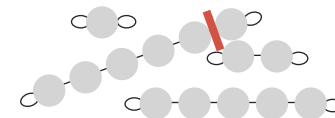
13. Cuente las perlas de cambio y las perlas de color.

Cuenta las perlas grises.

14. Retroceda tantas perlas de color como perlas grises haya.

15. Aparte la perla de color y la perla gris.

El resto son 3 perlas.



Empiece a contar en voz alta con el jinete, de izquierda a derecha, como en la serpiente positiva. Cuando llegue a una barra negativa, cójala y póngala encima de la barra de color que acaba de contar. Retroceda hacia la izquierda con el jinete, diciendo «menos» y contando tantas perlas de color como perlas contenga la barra negativa. Si quedan perlas, sustitúyalas por una barra de cambio positivo (negra y blanca). Apártela a su izquierda, bien lejos, donde están las barras de color. Si lo desea, puede utilizar una bandejita o una cubeta. Ponga también las perlas grises a un lado, a la derecha. Reanude la cuenta de izquierda a derecha, en la primera perla de color o en la primera perla de cambio positivo, y empiece a contar desde 1.

En la barra gris siguiente, repita la operación: ponga la barra gris encima de la barra de color, retroceda tantas perlas como contenga y proceda a la sustitución del resto por una barra negra y blanca. Así sucesivamente hasta el final. Debería terminar con una barra negra (o negra y blanca). Comente al niño: «¿Has visto?! ¡La serpiente se ha vuelto muy pequeña!».

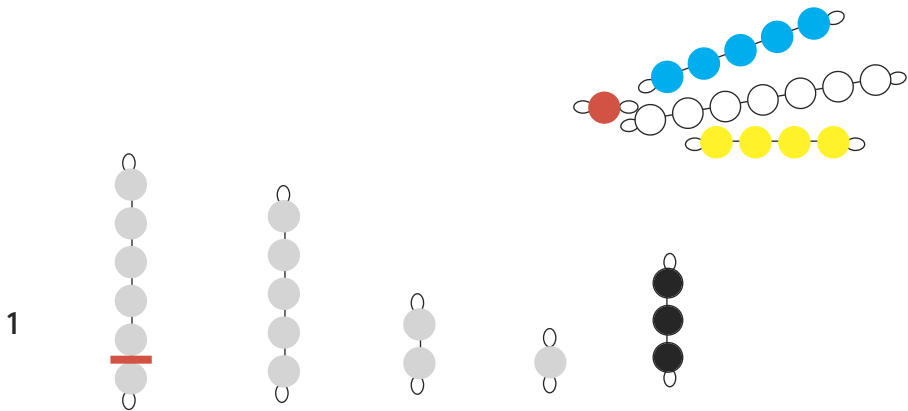
Para el control del error, coloque alineadas en columnas las barras grises, empezando, como de costumbre, por las más grandes, y completándolas con la barra negra (o negra y blanca) restante. Después ponga al lado de cada columna las barras de color, empezando por las más grandes. Si es necesario para «cortar una barra en dos», proceda a los cambios, pero preste atención y haga los cambios en las cajas correctas. Véase el ejemplo ilustrado de autocorrección para el nivel 1 en la p. 182.

Haga numerosas demostraciones, con serpientes distintas. Luego, construya la serpiente con el niño, pero controle siempre que haya el equilibrio positivo/negativo necesario para evitar un resultado negativo y, por tanto, un cambio negativo. Para hacerlo de una manera natural,

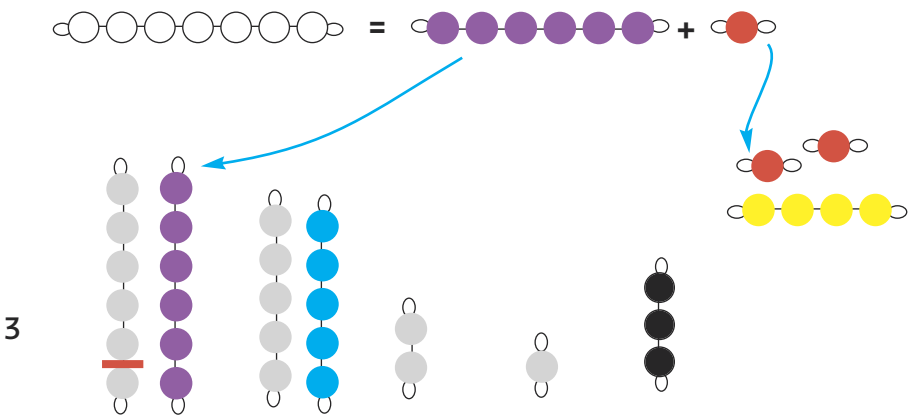
cuando termine puede decir, por ejemplo: «¡Mira, le he añadido un morro, o una lengua larga a nuestra serpiente!». Y le pone delante una última barra positiva. A continuación, le toca el turno al niño para mover ficha y empezar a contar. Incluso aunque se sienta a sus anchas, continúe construyendo la serpiente con él para dominar la cuestión del cambio y del resto negativos.

Al cabo de cierto tiempo, añada una pequeña dificultad y construya la serpiente con un gran número de perlas positivas. Entonces, será necesario utilizar las barras doradas de vez en cuando para reemplazar las barras de color y las barras negras y blancas, pues el cálculo será superior a 10.

La serpiente negativa 1<sup>er</sup> nivel: control del error



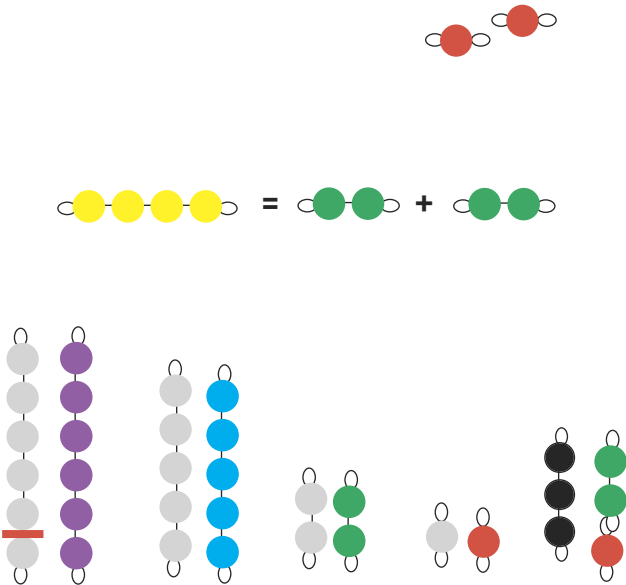
2 : cambio\*



4 : cambio

= +

5



\* Se cambia en la etapa 2 en lugar de usar las barras de 5 y 1, pues la regla es empezar siempre por la barra más larga. Ídem para el cambio de la etapa 4. Para la etapa 5, como solo quedan barras muy pequeñas no hace falta cambio.

## 2° nivel

Cuando el niño esté verdaderamente cómodo con la serpiente negativa de 1<sup>er</sup> nivel, puede pasar al 2°, es decir, utilizar las barras de cambio negativo. En esta etapa, introducirá el cambio negativo, pero aún no el resultado negativo.

No obstante, sin ninguna prisa. Pueden transcurrir varias semanas entre el 1<sup>er</sup> y el 2° nivel. Es esencial estar muy atento a la comprensión del niño: siempre debe haber comprendido perfectamente una etapa, antes de pasar a la siguiente con total confianza.

Como siempre, el niño va a buscar el material y lo lleva hasta su alfombra. Empezar por construir una serpiente con él, controlando que tenga las siguientes características: el total de perlas negativas siempre debe ser inferior al de las perlas positivas, pero no forzosamente en todo momento. Por ejemplo:

$+6 - 2 + 2 - 8 + 5 - 3 + 4 - 1$ . De este modo, tendrá un resultado final positivo, pero quizás resultados intermedios negativos. Vea el ejemplo desarrollado paso a paso en el dibujo de la p. 186. Le recomendamos que lo siga leyendo las explicaciones, así le resultará más comprensible.

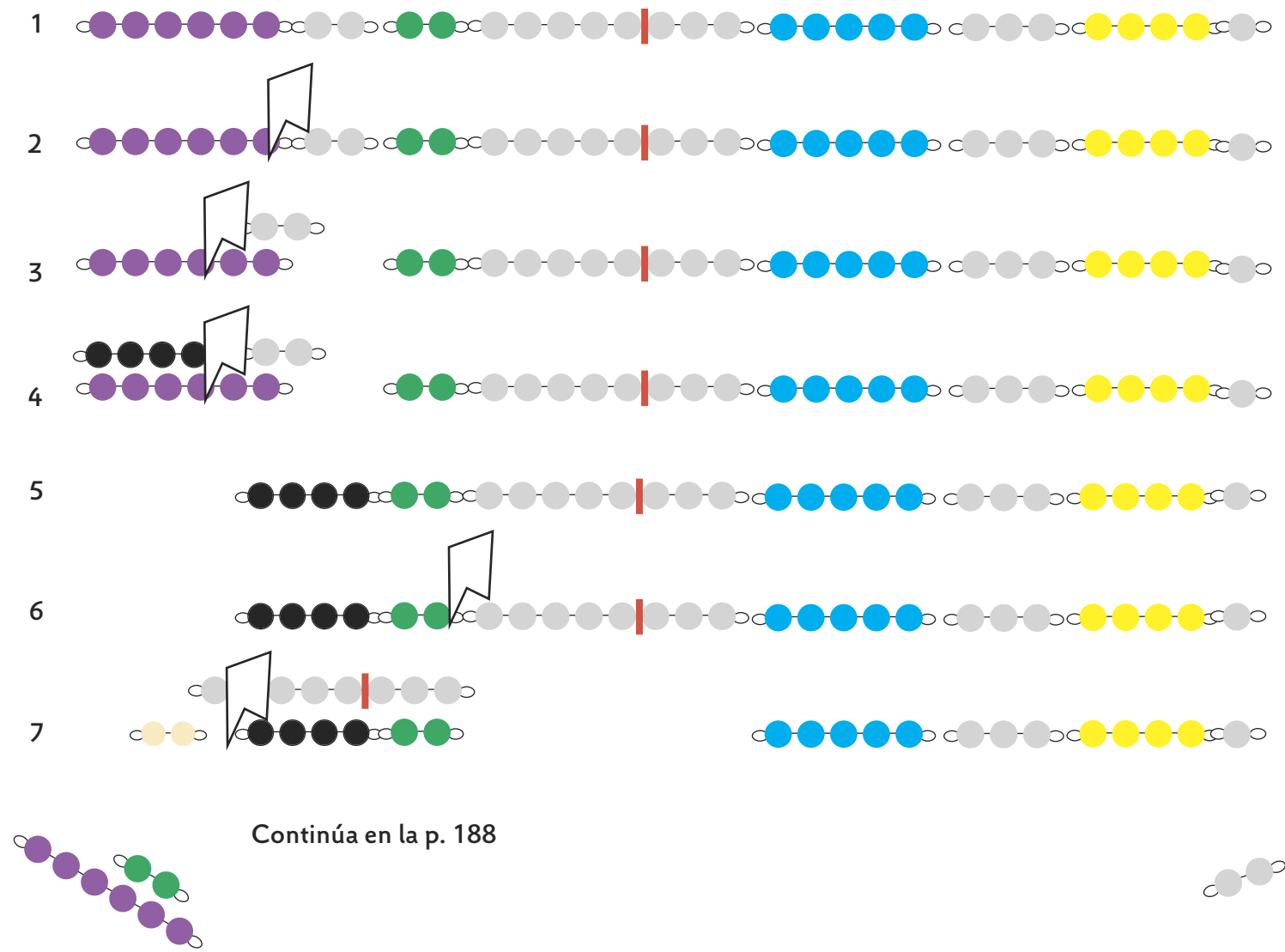
Anuncie que tiene ganas de contar. En un momento dado, deténgase ante la imposibilidad de contar las perlas hasta el final cuando retroceda: no hay bastantes. Dígale al niño que hará lo mismo que con la serpiente positiva: hay perlas especiales para esta situación. Saque las perlas de cambio negativas. Son de madera, más pequeñas, de color natural, hasta 5, y rosas después del 5. En las tiendas también se encuentran rosas y blancas. Póngalas delante del niño para que las vea bien y luego descártelas y colóquelas alineadas (véase el dibujo del material). Invite al niño a construir una escalera con las perlas de cambio negativo, tal como había hecho con las perlas de cambio positivo.

Coja la barra que necesita en el caso presente (en nuestro ejemplo es la barrita de 2) y póngala a la izquierda del todo de la serpiente. Suprima la barra de color que ha sido «comida» y apártela con las otras barras de color ya suprimidas. Si una barra de cambio positivo ha sido igualmente comida, guárdela con cuidado con el cambio positivo.

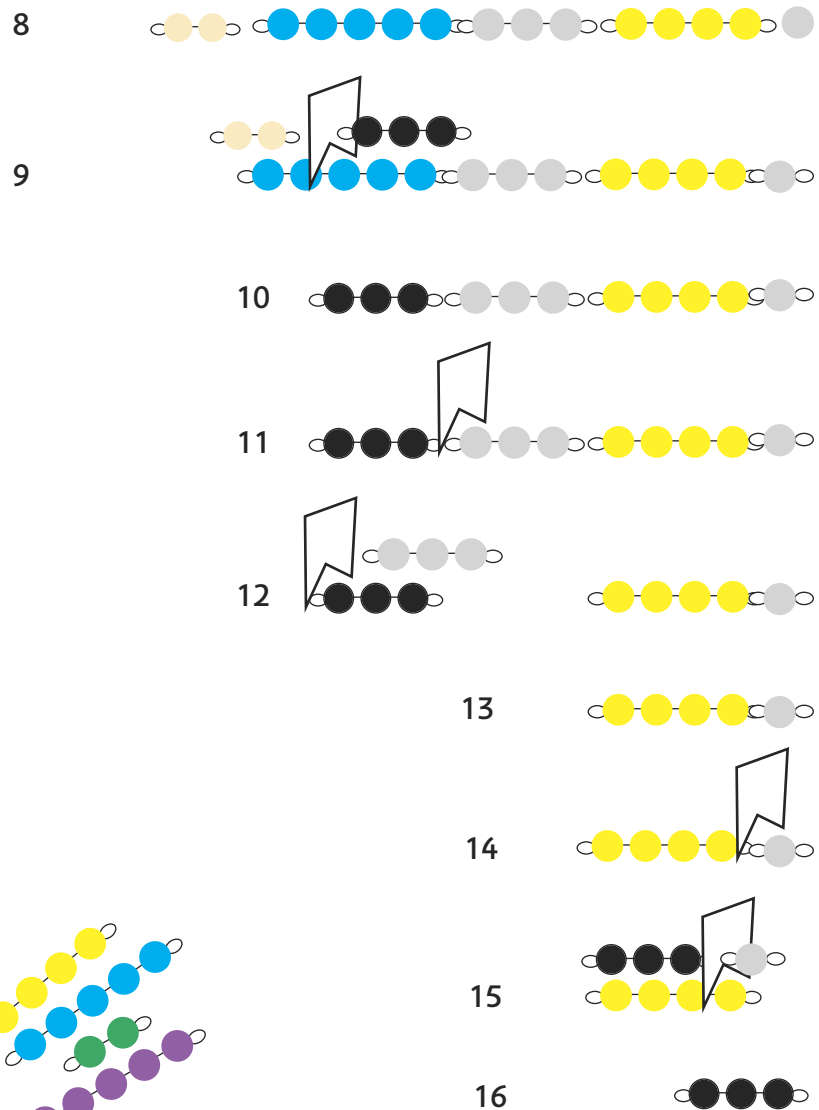
Como su serpiente empieza ahora con una barra negativa, ¡hay que darle de comer! Póngala encima de la barra de color siguiente y cuente las perlas que debe comer. Proceda al cambio. Descarte las perlas de color. Y así sucesivamente hasta el final. Solo queda una barrita (o una sola perla) negra y blanca (o ninguna en absoluto). En nuestro ejemplo, quedan 3 perlas. Comente el hecho de que la serpiente se ha vuelto muy pequeña.

Para el control del error, coloque las barras grises en sentido vertical empezando por las más grandes. Añada la barra negra del resto, si hay alguna. Luego ponga las barras de color al lado, empezando por las más grandes y procediendo a un cambio si es necesario. Véase el dibujo de la p. 190.

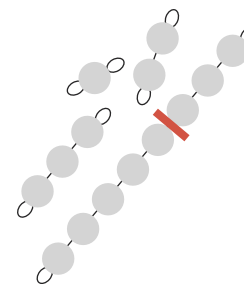
La serpiente negativa: 2º nivel paso a paso



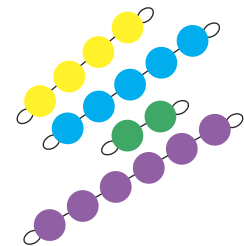
1. Construya la serpiente (el dibujo aparece cortado en 2 para que se vea bien en la doble página, pero su serpiente estará entera).
2. Cuento las perlas de color hasta la barra gris.  
Cuento las perlas grises.
3. Retroceda hacia la izquierda tantas perlas como perlas grises haya.
4. Cambio positivo (perlas negras y blancas), pues la cuenta coincide en medio de una barra de color.
5. Aparte a un lado las perlas de color (a la izquierda) y las perlas grises que se las han «comido» (a la derecha).
6. Cuento a partir de la primera perla negra. Cuento las perlas grises.
7. Retroceda hacia la izquierda y cambie con las perlas de cambio negativo, dado que las perlas grises aún deben «comer» dos perlas de color.



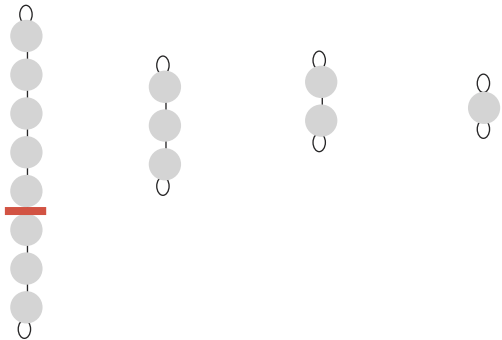
8. Descarte la barra verde (a la izquierda) y la gris (a la derecha). La barra de cambio positivo «comida» se guarda en su sitio.
9. La barra de cambio negativo debe «comer» dos perlas de la barra azul. Cambio positivo, pues la cuenta cae en medio de la barra azul.
10. Descarte la barra azul (a la izquierda). La barra de cambio negativo se guarda con las perlas de cambio negativo.
11. Cuente a partir de la 1ª perla negra. Cuente las perlas grises.
12. Retroceda hacia la izquierda tantas perlas de color como perlas grises haya.
13. Aparte la barra gris (a la derecha). La barra negra se guarda en su sitio en la escalera de perlas de cambio positivo.
14. Cuente las perlas de color. Cuente las perlas grises.
15. Retroceda hacia la izquierda, cuente y cambie, pues la perla gris solo debe «comer» una perla amarilla.
16. Aparte la barra amarilla (a la izquierda) y la perla gris (a la derecha). El resto son 3 perlas.



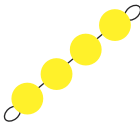
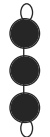
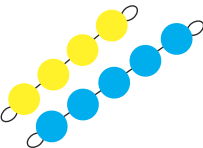
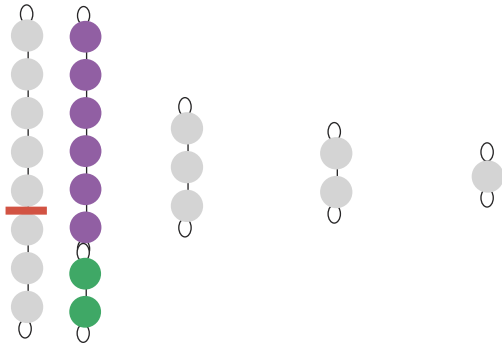
La serpiente negativa:  
control del error del 2º nivel



1

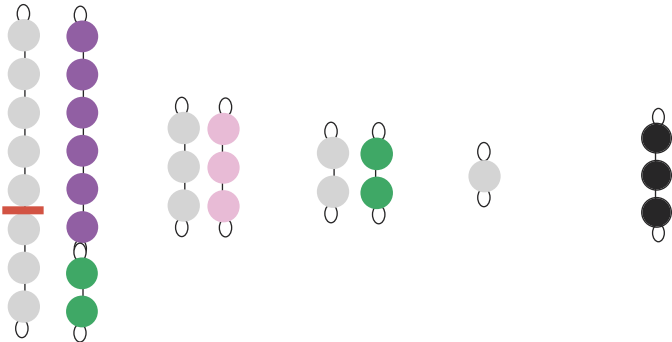


2



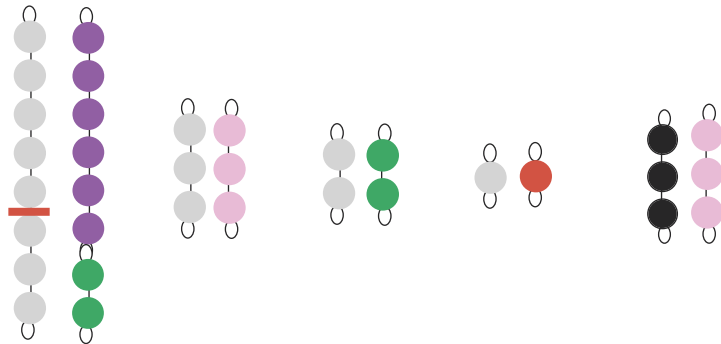
3 : cambio  =  + 

4



5 : cambio  =  + 

6





### 3<sup>er</sup> nivel

Cuando el niño domine a la perfección el 2º nivel, pase al 3º: ahora se trata de una serpiente negativa con cambio negativo y resultado negativo. Para ello, la serpiente simplemente debe contener más perlas negativas que perlas positivas. Véase el ejemplo desarrollado paso a paso en la p. 194. El desarrollo es sensiblemente el mismo que para el 2º nivel. La primera diferencia reside en el hecho de que probablemente deberá hacer uno o varios cambios con una barra de 10 negativa. La diferencia esencial procede del hecho de que la barra que restará será una barra de cambio negativo (de madera y rosa) y no una barra de cambio positivo (negra y blanca).

El control del error se hace colocando primero las barras negativas grises en sentido vertical, siempre empezando por la más grande, luego poniendo al lado las barras de color, a las que añadirá la barra de cambio negativo del resultado. Véase la p. 198.

Haga muchas otras serpientes con el niño. Luego deje que progresivamente las vaya haciendo él solo.

### Para ir más allá

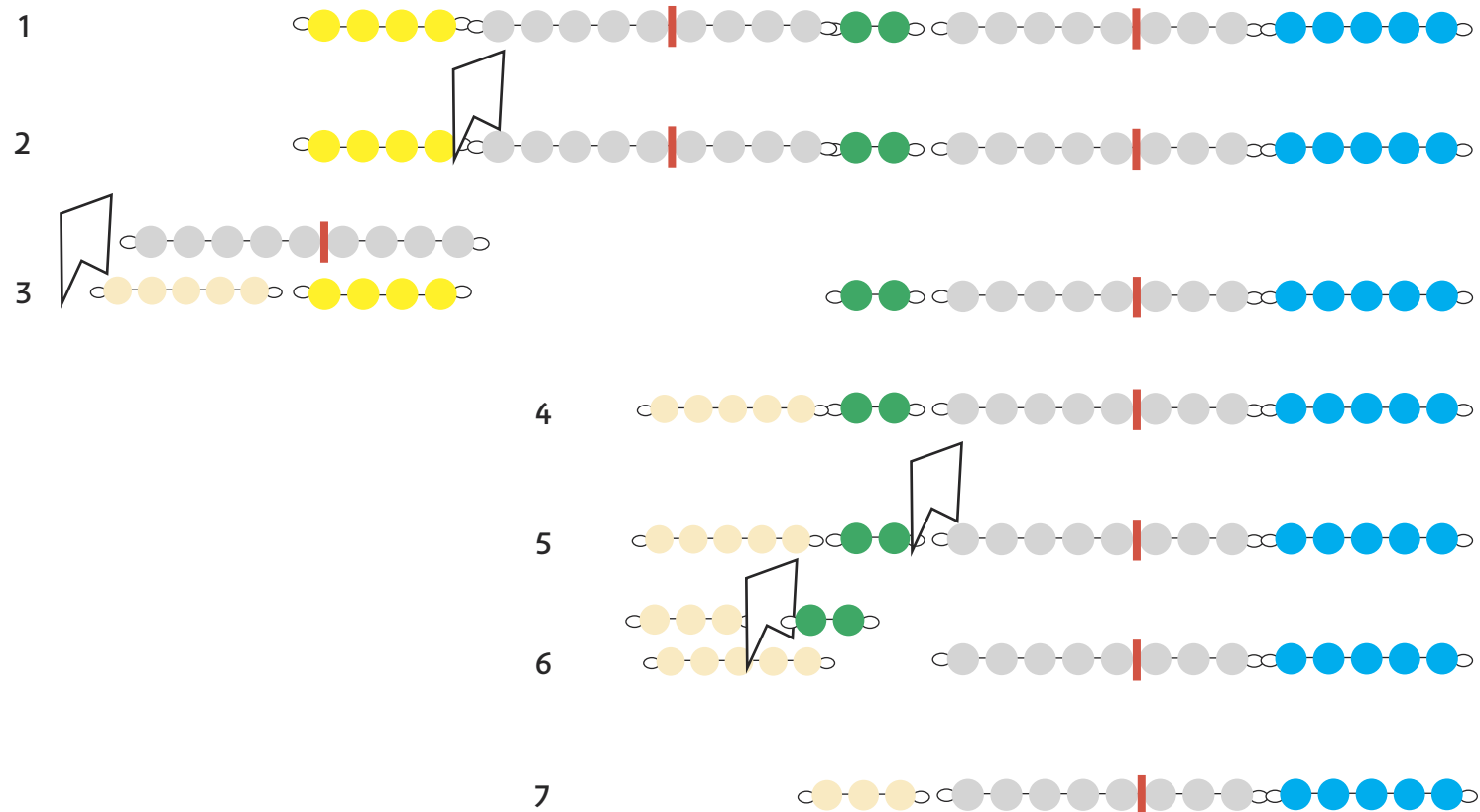
Cuando el niño se encuentre en la tercera parte de la memorización de la resta (véase más adelante), retome los 3 niveles de la serpiente negativa, pero esta vez sin utilizar el jinete. Se servirá únicamente del cálculo mental, lo que da, por ejemplo, para el caso descrito en la p. 194 (3<sup>er</sup> nivel):  $+4 - 9 = -5$ ;  $-5 + 2 = -3$ ;  $-3 - 8 = -11$  (cambio por una barra negativa de -10 y una perla suelta);  $-11 + 5 = -6$ .

Claro que será importante decir + o - para cada barra positiva o negativa, por un lado, para que el cálculo sea correcto y, por otro, para que el niño se percate de que el signo del resultado permanece igual cuando los signos de los dos números de la operación son los mismos (por

ejemplo:  $+4 + 3 = +7$  y  $-3 - 6 = -9$ ). En el caso contrario, el resultado lleva el signo del valor más alto y el número es la diferencia entre los dos (por ejemplo:  $-9 + 3 = -6$ ;  $+8 - 3 = +5$ ).

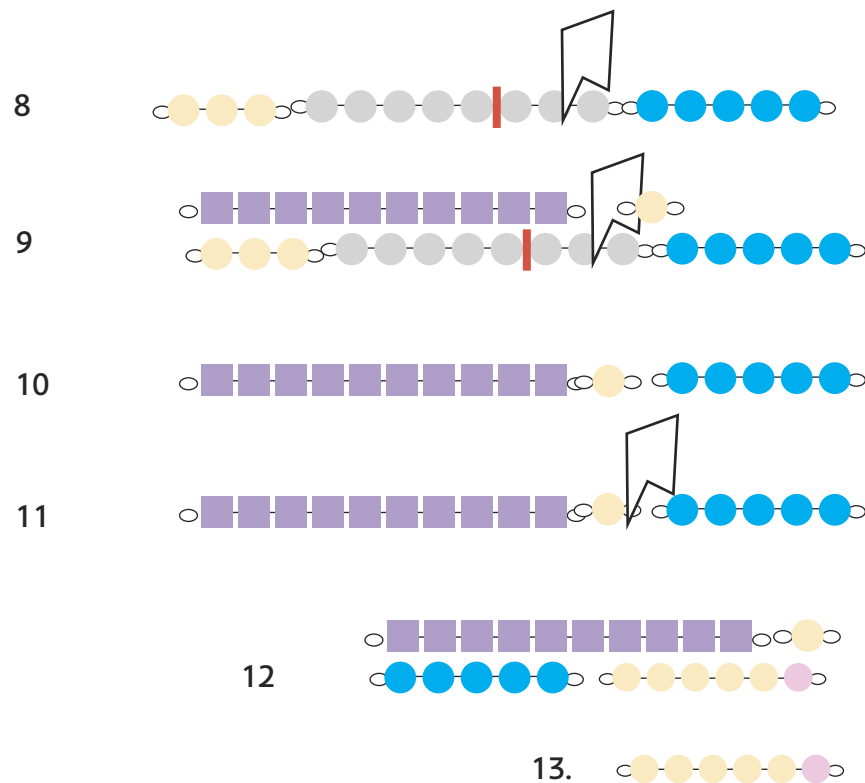
La serpiente negativa es una auténtica ayuda para la memorización de la resta. Como sucede con todo el material Montessori, el niño repetirá numerosas veces las actividades, tan a menudo y tanto tiempo como sea necesario.

La serpiente negativa: 3<sup>er</sup> nivel paso a paso

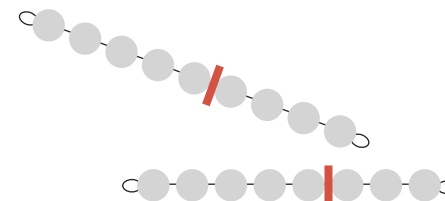
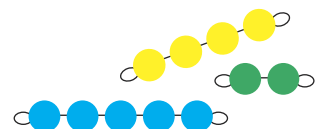


- 1. Construya la serpiente (el dibujo aparece cortado en 2 para que se vea bien en la doble página, pero su serpiente estará entera).
- 2. Cunte las perlas de color hasta la barra gris. Cunte las perlas grises.
- 3. Retroceda hacia la izquierda tantas perlas como perlas grises haya. Añada las perlas del cambio negativo, pues no hay bastantes perlas de color para «comer».
- 4. Aparte las perlas amarillas (a la izquierda) y las perlas grises (a la derecha).
- 5. Las perlas del cambio negativo deben «comer» 5 perlas. Cunte las perlas de color.
- 6. Cambio negativo, pues faltan 3 perlas para «comer».
- 7. Aparte las perlas verdes «comidas». La barra de 5 del cambio negativo está guardada en la escalera del cambio negativo.

Continúa en la p. 196



8. Cuento las perlas del cambio negativo y las perlas negativas.
9. Cambie con la decena negativa y una perla del cambio negativo.
10. Guarde las perlas de cambio negativo reemplazadas.
- Aparte las perlas grises (a la derecha).
11. Cuento las perlas negativas.
- Cuento las perlas azules.
12. Cambio negativo, pues faltan 6 perlas para «comer».
13. Descarte las perlas azules (a la izquierda). Guarde en su sitio la decena negativa y la perla de cambio negativo reemplazadas.
- El resto es una barra de 6 negativa.



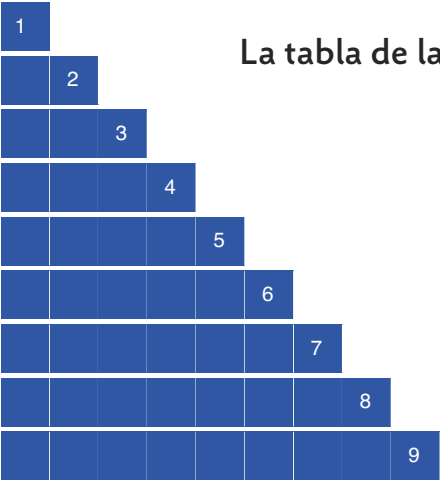
© Ecole Vivante Sylvia Dorance



## El material

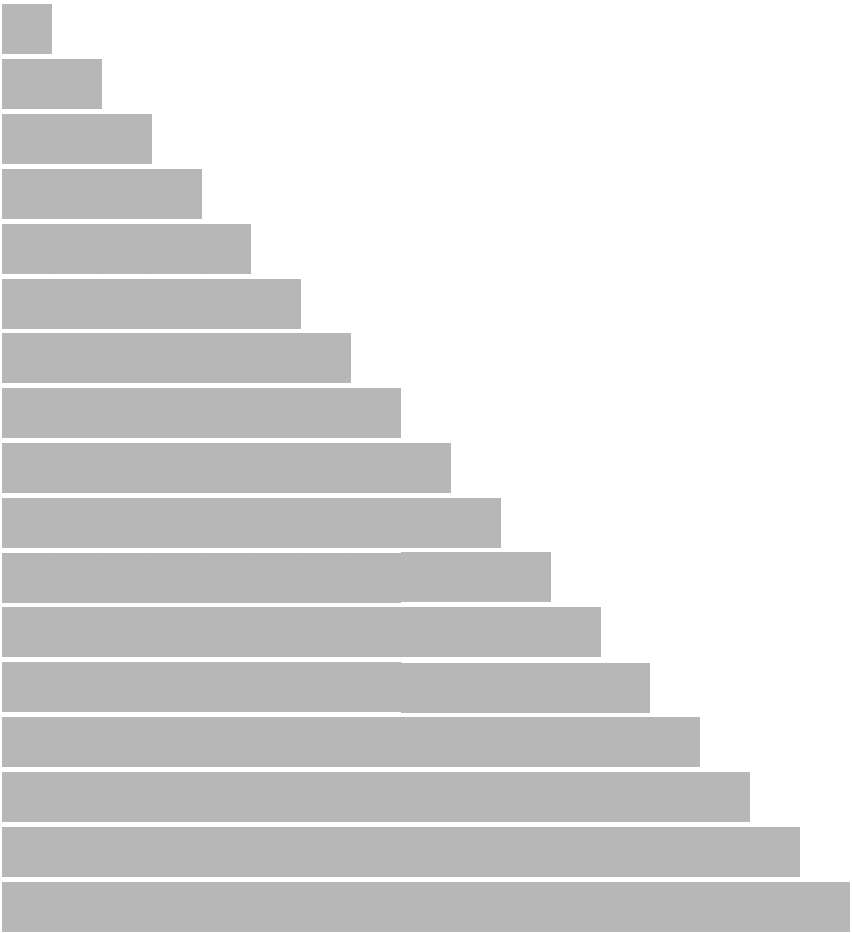
- ## Las fichas de operaciones





La tabla de las regletas

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18



La 1ª utilización

Coloque en escalera, encima de la tabla de regletas, las regletas grises (a la derecha) y las regletas azules (a la izquierda) en orden. Empiece por la ficha de 18. Lea «18 - 9 =». Ponga la regleta azul del 9 tal como se muestra en el dibujo. Enseñe al niño que el resultado es la primera cifra de la izquierda después del fin de la regleta. En este caso, naturalmente, 9. Señale el resultado con el dedo y escríbalo en la ficha. A continuación, pase a la ficha del 17.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
																	9

Busque con el niño la regleta gris que pueda tapar todo lo que sea mayor que 17. Colóquela como muestra el dibujo de la derecha. El niño leerá la primera operación de la ficha (17 - 9), ponga la regleta azul del 9, empezando debajo del 17 (véase el dibujo). Señale el 8, diga 17 - 9 = 8. El niño escribe el resultado en la ficha. Ahora le toca hacer él solo la segunda operación de la ficha del 17. Continúe hasta 1 - 1.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	
																	9

La 2ª utilización: descomposición de un número

El niño descubrirá la relación entre la resta y la suma. Utilizará el mismo material que en la actividad anterior, pero añadirá las regletas rojas de la memorización de la suma.

Anuncie al niño que van a buscar todas las posibilidades de fabricar un número. Coloque con él todas las regletas encima de la tabla de las regletas, siempre del mismo modo, en orden creciente o decreciente. Como estamos en la resta, las regletas azules se quedan a la derecha y son las rojas las que se colocan a la izquierda.

Elija un número para hacer la presentación. Por ejemplo, el 12. Coja la ficha del 12 y empiece a hacer la primera resta: 12 - 9. Como de costumbre, tape todos los números superiores a 12 con la regleta gris correspondiente y ponga la regleta azul del 9, diga: «Tengo 12. Si le resto 9, me quedan 3». Busque la regleta roja del 3 y colóquela inmediatamente delante de la regleta azul (véase el dibujo en la página siguiente).

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12						
		3									9						
			4								8						

Deje las regletas en su lugar y pase a  $12 - 8 =$ . Ponga la regleta azul del 8, lea el resultado: 4. Ponga la regleta roja del 4 delante y contigua a la azul. El niño continúa  $12 - 7$ ,  $12 - 6$ , etc. Llega a  $12 - 2$  y el niño se bloquea porque no encuentra ninguna regleta roja adecuada. Anúnciele que con este material no se puede tener un resultado (una diferencia) mayor que 9, pero que más tarde podrá hacer restas cuyo resultado sea mayor que 9.

Como de costumbre, el niño hace entre 6 y 10 operaciones de este tipo al día.

### La 3ª utilización: introducción del 0 en la resta

El material es el mismo que en la tarea anterior. La tarea es la misma, pero en sentido inverso y empezando por restar 0 (salvo para los números superiores a 9, siempre para evitar resultados superiores a 9). Por ejemplo:  $6 - 0 =$ , después  $6 - 1 =$ , etc.

## La memorización de la resta con las tablas de los dedos

### La tabla de los dedos

#### El material

- La tabla de los dedos (dibujo inferior).
- Las combinaciones recortadas y el tablero de control (página siguiente).

	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9								
9	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	8							
	8	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	7						
		7	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	6					
			6	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	5				
				5	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	4			
					4	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	3		
						3	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	2	
							2	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	1
								1	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

#### La utilización

Presente la tabla al niño. Seleccione para el niño un número pequeño de combinaciones. Presente este trabajo como un juego de adivinanzas. Elija una combinación al azar (por ejemplo:  $13 - 6 =$ ). Léala y luego escríbala. Enseñe al niño cómo utilizar la tabla de trabajo para encontrar la respuesta; señale el 13 rojo con el índice derecho y diga: «13», luego el 6 azul con el índice izquierdo y diga «menos 6». Desplace el índice derecho hacia abajo y el índice izquierdo hacia la derecha. Los dos índices se encontrarán en la casilla del 7. Diga «igual a 7». Escriba el resultado en la hoja de papel.

Ahora le toca el turno al niño. Ya conoce el principio que ha practicado para la memorización de la suma. Debe verificar los resultados al cabo de unas 6 o 10 operaciones, corregir si es necesario y guardar con una goma elástica las tarjetas de las combinaciones ya tratadas.

El tablero de control

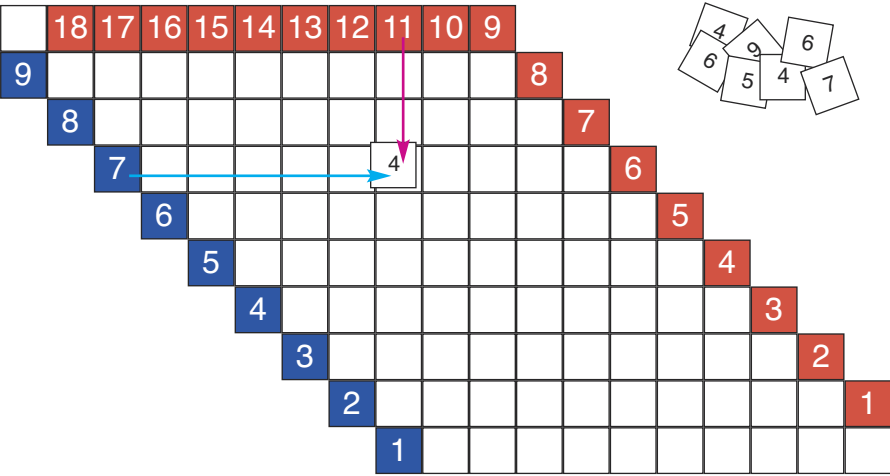
1 - 1 = 0	2 - 2 = 0	3 - 3 = 0	4 - 4 = 0	5 - 5 = 0	6 - 6 = 0	7 - 7 = 0	8 - 8 = 0	9 - 9 = 0	10 - 10 = 0	11 - 11 = 0	12 - 12 = 0	13 - 13 = 0	14 - 14 = 0	15 - 15 = 0	16 - 16 = 0	17 - 17 = 0	18 - 18 = 0
	2 - 1 = 1	3 - 2 = 1	4 - 3 = 1	5 - 4 = 1	6 - 7 = 1	7 - 6 = 1	8 - 7 = 1	9 - 8 = 1	10 - 9 = 1	11 - 10 = 1	12 - 11 = 1	13 - 12 = 1	14 - 13 = 1	15 - 14 = 1	16 - 15 = 1	17 - 16 = 1	18 - 17 = 1
		3 - 1 = 2	4 - 2 = 2	5 - 3 = 2	6 - 5 = 2	7 - 5 = 2	8 - 6 = 2	9 - 7 = 2	10 - 8 = 2	11 - 9 = 2	12 - 10 = 2	13 - 11 = 2	14 - 12 = 2	15 - 13 = 2	16 - 14 = 2	17 - 15 = 2	18 - 16 = 2
			4 - 1 = 3	5 - 2 = 3	6 - 4 = 3	7 - 4 = 3	8 - 5 = 3	9 - 6 = 3	10 - 7 = 3	11 - 8 = 3	12 - 9 = 3	13 - 10 = 3	14 - 11 = 3	15 - 12 = 3	16 - 13 = 3	17 - 14 = 3	18 - 15 = 3
				5 - 1 = 4	6 - 2 = 4	7 - 3 = 4	8 - 4 = 4	9 - 5 = 4	10 - 6 = 4	11 - 7 = 4	12 - 8 = 4	13 - 9 = 4	14 - 10 = 4	15 - 11 = 4	16 - 12 = 4	17 - 13 = 4	18 - 14 = 4
					6 - 1 = 5	7 - 2 = 5	8 - 3 = 5	9 - 4 = 5	10 - 5 = 5	11 - 6 = 5	12 - 7 = 5	13 - 8 = 5	14 - 9 = 5	15 - 10 = 5	16 - 11 = 5	17 - 12 = 5	18 - 13 = 5
						7 - 1 = 6	8 - 2 = 6	9 - 3 = 6	10 - 4 = 6	11 - 5 = 6	12 - 6 = 6	13 - 7 = 6	14 - 8 = 6	15 - 9 = 6	16 - 10 = 6	17 - 11 = 6	18 - 12 = 6
							8 - 1 = 7	9 - 2 = 7	10 - 3 = 7	11 - 4 = 7	12 - 5 = 7	13 - 6 = 7	14 - 7 = 7	15 - 8 = 7	16 - 9 = 7	17 - 10 = 7	18 - 11 = 7
								9 - 1 = 8	10 - 2 = 8	11 - 3 = 8	12 - 4 = 8	13 - 5 = 8	14 - 6 = 8	15 - 7 = 8	16 - 8 = 8	17 - 19 = 8	18 - 10 = 8
									10 - 1 = 9	11 - 2 = 9	12 - 3 = 9	13 - 4 = 9	14 - 5 = 9	15 - 6 = 9	16 - 7 = 9	17 - 18 = 9	18 - 9 = 9



# La tabla de los dedos vacía

## El material

- La tabla de los dedos vacía.
  - Las combinaciones recortadas.
  - Las etiquetas de resultados. Son viñetas del formato de las casillas de la tabla vacía, que el niño colocará en el lugar correcto para rellenar la tabla. Si quiere evitar hacer las etiquetas de los resultados, el niño podrá también escribir directamente sobre una tabla vacía fotocopiada o impresa con la ayuda del ordenador.
- La ventaja de las etiquetas de resultados móviles es que el niño puede trabajar sin lápiz y dedicar su energía únicamente a la búsqueda del resultado. La manipulación de las etiquetas responde igualmente a la necesidad de movimiento del niño.
- El tablero de control o la tabla de los dedos para la verificación.



# La utilización

## Etapas

**Etapas**  
Elija una tarjeta de combinación (por ejemplo:  $11 - 7 =$ ), léala, diga que ya sabe el resultado, busque la etiqueta de resultado 4 y colóquela donde corresponda en la tabla (dibujo de la izquierda). Ahora le toca el turno al niño. Si duda o no sabe un resultado, se servirá de la tabla de los dedos con resultados o del tablero de control.

Al acabar, como siempre, el niño verifica su trabajo y guarda el material.

## Etapas

**Etapas**  
Ahora se trata de encontrar todas las combinaciones que tienen el mismo resultado. El niño coge todas las etiquetas idénticas (por ejemplo: los 7). Esto le permite saber cuántas combinaciones debe encontrar. Enseñe el funcionamiento al niño. Diga, por ejemplo: « $16 - 9 = 7$ », encuentre la casilla correcta desplazando los dedos índices vertical y horizontalmente, desde las casillas 16 y 9. Coloque una etiqueta del 7 en la intersección. Ahora le toca el turno al niño.

# Otras herramientas de memorización de la resta

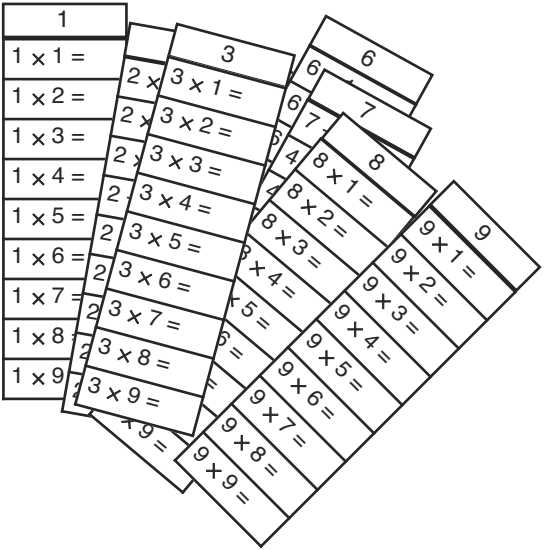
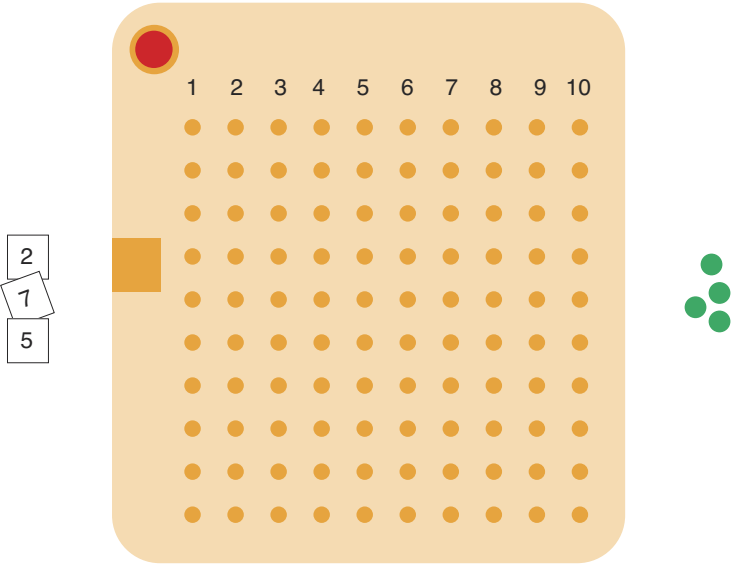
Proponga al niño pequeños problemas del mismo estilo de los que vimos para la memorización de la suma (p. 167). Como es mayor, puede simplemente darle el texto y proponerle que dibuje el problema antes de resolverlo. Para él será una manera de analizar bien el enunciado antes de pasar a la búsqueda de la solución.

# La memorización de la multiplicación con la tabla perforada

En principio ya puede empezar el trabajo con las herramientas de memorización, pues el niño ha comprendido la naturaleza de la multiplicación y ha hecho al menos una decena de multiplicaciones con las perlas doradas (p. 65). La progresión de la memorización puede hacerse, por tanto, paralelamente a la del descubrimiento de la complejidad de la operación (con y sin retención, sumando y luego multiplicando). En la práctica, como puede hacerlo todo a la vez, se empieza más tarde con la memorización de la multiplicación. Véase el cronograma de la p. 12 para las franjas de edad aproximadas. Con este material el niño fabrica sus propias tablas de multiplicación, en lugar de repetirlas mecánicamente, lo que sin duda facilitará su memorización. La tabla perforada permite al niño memorizar visualmente la disposición de las perlas en una multiplicación. Cada vez se repite visiblemente el mismo número: se multiplica.

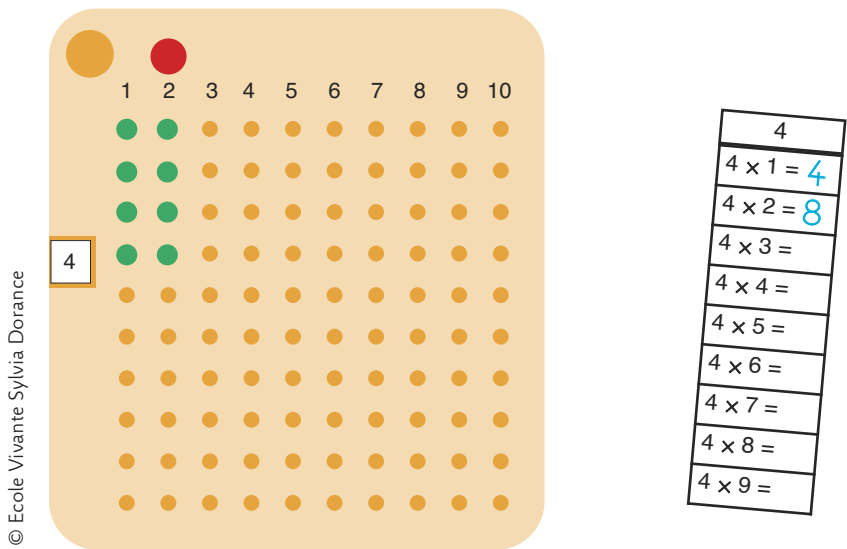
## El material

- La tabla perforada. Es de madera con 100 agujeros para recibir las perlas. Tiene también un agujero más grande arriba a la izquierda para alojar la ficha roja que sirve para marcar la columna del multiplicador sobre la que se trabaja. Finalmente tiene una hendidura en el lado izquierdo destinada a albergar la cartulina del multiplicando. La puede hacer usted mismo usando una perforadora.
- 100 perlas idénticas. Es evidente que su diámetro debe adaptarse al tamaño de los agujeros para que no rueden, ni sea muy difícil retirarlas.
- Pequeñas cartulinas con los números del 1 al 10.
- Las fichas de las combinaciones, del mismo estilo de las empleadas para la memorización de la suma o de la resta.



La utilización

Enseñe al niño que las cifras de arriba son los multiplicadores, es decir, el número por el que se multiplica el multiplicando. Enséñele las cartulinas y explique que se trata de multiplicandos, es decir, los números que vamos a multiplicar. Tome una ficha. Evite la del 1, en concreto, y las de cifras grandes, pues la demostración sería demasiado larga: el 4 es perfecto. Deslice la cartulina del 4 en la muesca de la tabla, lea la 1ª operación (4 x1 =). Coloque la ficha roja encima de la columna del multiplicador 1 y coloque 4 perlas en los agujeros de la columna del 1. Cuente las 4 perlas en voz alta, diga: «4 que tomo 1 vez o multiplico por 1 = 4» y escriba el resultado de la operación. Lea la 2ª operación «4 que tomo 2 veces o multiplico por 2». Ponga la ficha encima del 2 y añada 4 perlas. Señale la 4ª perla del resultado precedente y cuente a partir de 4 hasta 8. Anuncie: «4 que tomo 2 veces o multiplico por 2 = 8» y escriba el resultado. El niño continúa solo, aunque usted se quede a su lado como secretario.



El niño no necesita tablero de control, pues puede contar cada vez el resultado, lo cual refuerza el trabajo de memorización. El niño comprenderá que las cifras escritas en la ficha no tienen el mismo rol: la 1ª representa una cantidad, la 2ª el multiplicador. En 4 x 4, 3 x 3, 5 x 5, etc., haga hincapié en el cuadrado formado por las perlas, sin insistir en el tema.

Enseguida se percatará de que la manera tradicional de decir las tablas (4 veces 1, 4; 4 veces 2, 8; 4 veces 3, 12...) no corresponde a la realidad. Ejemplo para la tabla de 4: siempre es 4 que tomamos una vez, dos veces, tres veces, etc. Por tanto, deberíamos decir 1 vez 4, 2 veces 4, etc. Preste atención a la manera de formular las multiplicaciones según las tablas.

Más tarde, el niño se sentirá cómodo con la propiedad conmutativa de la multiplicación; en un sentido u otro el resultado es el mismo. En el cuadro de una primera memorización, aquello que debe retener el niño, debe tener sentido...

Pequeño recordatorio: Las fichas de las tablas son soportes que evitan que el niño se frene en los cálculos debido a los ejercicios de caligrafía. De modo que aún puede hacerle de secretario durante algunos meses, hasta que para él sea casi igual de rápido escribir que pensar. Lo mejor es preparar las fichas delante del niño para que comprenda el principio. El día en que esté preparado, escribirá sus propias tablas solo.

El niño hará varias veces la misma tabla, es decir con el mismo número. El trabajo es forzosamente lento a causa de la manipulación de las perlas, pero es el tiempo que se concede a la memorización.

# La memorización de la multiplicación con las tablas de los dedos

El principio es exactamente el mismo que el de las tablas de los dedos de la suma con las combinaciones recortadas. Claro que las tablas de los dedos de la multiplicación son distintas (véase el dibujo), pero su uso es exactamente el mismo que el de la tabla con resultados, la tabla partida o la tabla vacía. Véase desde la p. 160 hasta la p. 165. Enseñe al niño que, al igual que el tablero de control de la suma, el de la multiplicación puede simplificarse. Primero haga que se fije en los resultados redundantes y luego preséntele el tablero de control nº 2 (véase los tableros de las pp. 216 y 218).

## Las otras herramientas

En ellas tampoco hay nada nuevo en relación a la suma. Véase la p. 167 para los pequeños problemas.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

La tabla de los dedos con resultados

2	4								
3	6	9							
4	8	12	16						
5	10	15	20	25					
6	12	18	24	30	36				
7	14	21	28	35	42	49			
8	16	24	32	40	48	56	64		
9	18	27	36	45	54	63	72	81	
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

La tabla de los dedos simplificada

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2									
3									
4									
5									
6									
7									
8									
9									
10									

La tabla de los dedos vacía

# El tablero de control

$1 \times 1 = 1$	$2 \times 1 = 2$	$3 \times 1 = 3$	$4 \times 1 = 4$	$5 \times 1 = 5$	$6 \times 1 = 6$	$7 \times 1 = 7$	$8 \times 1 = 8$	$9 \times 1 = 9$	$10 \times 1 = 10$
$1 \times 2 = 2$	$2 \times 2 = 4$	$3 \times 2 = 6$	$4 \times 2 = 8$	$5 \times 2 = 10$	$6 \times 2 = 12$	$7 \times 2 = 14$	$8 \times 2 = 16$	$9 \times 2 = 18$	$10 \times 2 = 20$
$1 \times 3 = 3$	$2 \times 3 = 6$	$3 \times 3 = 9$	$4 \times 3 = 12$	$5 \times 3 = 15$	$6 \times 3 = 18$	$7 \times 3 = 21$	$8 \times 3 = 24$	$9 \times 3 = 27$	$10 \times 3 = 30$
$1 \times 4 = 4$	$2 \times 4 = 8$	$3 \times 4 = 12$	$4 \times 4 = 16$	$5 \times 4 = 20$	$6 \times 4 = 24$	$7 \times 4 = 28$	$8 \times 4 = 32$	$9 \times 4 = 36$	$10 \times 4 = 40$
$1 \times 5 = 5$	$2 \times 5 = 10$	$3 \times 5 = 15$	$4 \times 5 = 20$	$5 \times 5 = 25$	$6 \times 5 = 30$	$7 \times 5 = 35$	$8 \times 5 = 40$	$9 \times 5 = 45$	$10 \times 5 = 50$
$1 \times 6 = 6$	$2 \times 6 = 12$	$3 \times 6 = 18$	$4 \times 6 = 24$	$5 \times 6 = 30$	$6 \times 6 = 36$	$7 \times 6 = 42$	$8 \times 6 = 48$	$9 \times 6 = 54$	$10 \times 6 = 60$
$1 \times 7 = 7$	$2 \times 7 = 14$	$3 \times 7 = 21$	$4 \times 7 = 28$	$5 \times 7 = 35$	$6 \times 7 = 42$	$7 \times 7 = 49$	$8 \times 7 = 56$	$9 \times 7 = 63$	$10 \times 7 = 70$
$1 \times 8 = 8$	$2 \times 8 = 16$	$3 \times 8 = 24$	$4 \times 8 = 32$	$5 \times 8 = 40$	$6 \times 8 = 48$	$7 \times 8 = 56$	$8 \times 8 = 64$	$9 \times 8 = 72$	$10 \times 8 = 80$
$1 \times 9 = 9$	$2 \times 9 = 18$	$3 \times 9 = 27$	$4 \times 9 = 36$	$5 \times 9 = 45$	$6 \times 9 = 54$	$7 \times 9 = 63$	$8 \times 9 = 72$	$9 \times 9 = 81$	$10 \times 9 = 90$
$1 \times 10 = 10$	$2 \times 10 = 20$	$3 \times 10 = 30$	$4 \times 10 = 40$	$5 \times 10 = 50$	$6 \times 10 = 60$	$7 \times 10 = 70$	$8 \times 10 = 80$	$9 \times 10 = 90$	$10 \times 10 = 100$

El tablero de control simplificado

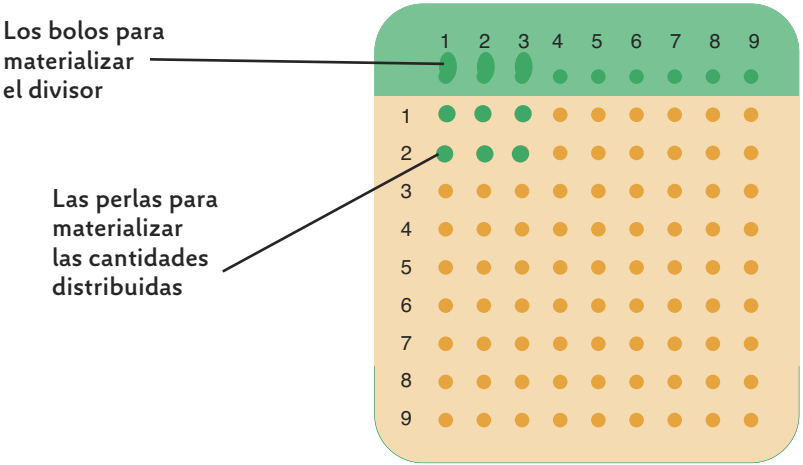
1 × 1 = 1										
1 × 2 = 2	2 × 2 = 4									
1 × 3 = 3	2 × 3 = 6	3 × 3 = 9								
1 × 4 = 4	2 × 4 = 8	3 × 4 = 12	4 × 4 = 16							
1 × 5 = 5	2 × 5 = 10	3 × 5 = 15	4 × 5 = 20	5 × 5 = 25						
1 × 6 = 6	2 × 6 = 12	3 × 6 = 18	4 × 6 = 24	5 × 6 = 30	6 × 6 = 36					
1 × 7 = 7	2 × 7 = 14	3 × 7 = 21	4 × 7 = 28	5 × 7 = 35	6 × 7 = 42	7 × 7 = 49				
1 × 8 = 8	2 × 8 = 16	3 × 8 = 24	4 × 8 = 32	5 × 8 = 40	6 × 8 = 48	7 × 8 = 56	8 × 8 = 64			
1 × 9 = 9	2 × 9 = 18	3 × 9 = 27	4 × 9 = 36	5 × 9 = 45	6 × 9 = 54	7 × 9 = 63	8 × 9 = 72	9 × 9 = 81		
1 × 10 = 10	2 × 10 = 20	3 × 10 = 30	4 × 10 = 40	5 × 10 = 50	6 × 10 = 60	7 × 10 = 70	8 × 10 = 80	9 × 10 = 90	10 × 10 = 100	

# La memorización de la división con la tabla perforada

Hasta que el niño no haya visto la división con las perlas y haya empezado la división con los sellos, no presente la memorización de la división. El primer material que usará será la tabla perforada, que no le resultará totalmente extraña, pues se parece mucho a la de la multiplicación. Sin embargo, no la utilizará de la misma manera: aquí la finalidad no reside realmente en hacerle construir una tabla de dividir, sino en que profundice en la noción de divisibilidad de un número y descubra, mediante la experiencia concreta, que la división es una operación que no es por fuerza perfectamente exacta y acabada (la mayoría de las divisiones tienen, en efecto, un resto).

## El material

Conforme avance en sus progresos, el niño utilizará cada vez menos material. Enumeramos aquí todo lo que necesita al principio.



- La tabla perforada verde, 9 bolos para destacar los divisores, 81 perlas verdes para materializar los dividendos, una cubeta.
- La ficha de 2 columnas en la que se anotarán las operaciones.
- La tabla de los dedos con resultados de la división.
- La tabla de los dedos vacía.
- Las combinaciones recortadas.

## La ficha de 2 columnas

Operación	Resto
$81 : 9 = 9$	
$80 : 9 = 8$	8

## Las combinaciones

81 : 9 =	72 : 9 =	72 : 8 =	64 : 8 =
63 : 9 =	63 : 7 =	56 : 8 =	56 : 7 =
54 : 9 =	54 : 6 =	49 : 7 =	48 : 8 =
48 : 6 =	45 : 9 =	45 : 5 =	42 : 7 =
42 : 6 =	40 : 8 =	40 : 5 =	36 : 9 =
36 : 6 =	36 : 4 =	35 : 7 =	35 : 5 =
32 : 8 =	32 : 4 =	30 : 6 =	30 : 5 =
28 : 7 =	28 : 4 =	27 : 9 =	27 : 3 =
25 : 5 =	24 : 8 =	24 : 6 =	24 : 4 =
24 : 3 =	21 : 7 =	21 : 3 =	20 : 5 =
20 : 4 =	18 : 9 =	18 : 6 =	18 : 3 =
18 : 2 =	16 : 8 =	16 : 4 =	16 : 2 =
15 : 5 =	15 : 3 =	14 : 7 =	14 : 2 =
12 : 6 =	12 : 4 =	12 : 3 =	12 : 2 =
10 : 5 =	10 : 2 =	9 : 9 =	9 : 3 =
9 : 1 =	8 : 8 =	8 : 4 =	8 : 2 =
8 : 1 =	7 : 7 =	7 : 1 =	6 : 6 =
6 : 3 =	6 : 2 =	6 : 1 =	5 : 5 =
5 : 1 =	4 : 4 =	4 : 2 =	4 : 1 =
3 : 3 =	3 : 1 =	2 : 2 =	2 : 1 =
1 : 1 =			

### La tabla de los dedos con resultados

[illegible]

### La tabla de los dedos vacía para la división

[illegible]



La utilización

Presente la tabla al niño. Dígale que sirve para hacer divisiones y que van a dividir 18, por ejemplo. Cuente 18 perlas verdes, colóquelas en la cubeta. Diga que lo van a dividir por 9. Coloque 9 bolos en la parte superior de la tabla para materializar el divisor. Escriba la operación en la ficha de 2 columnas.

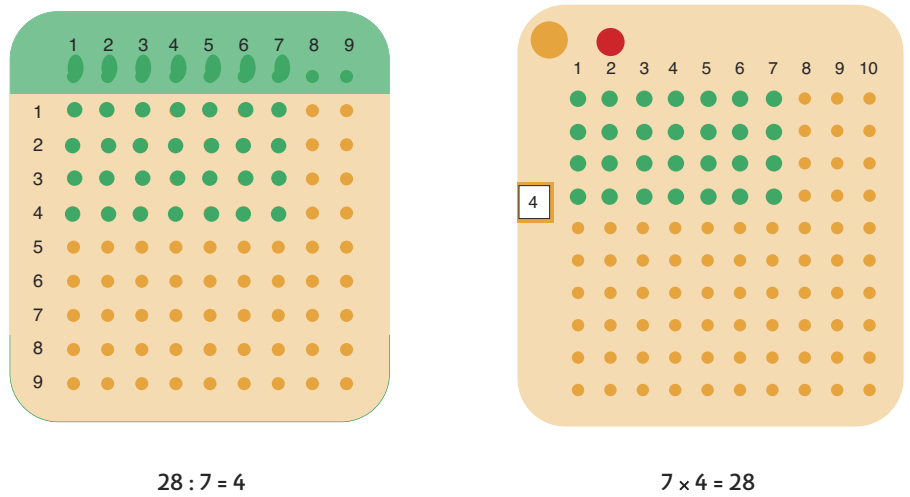
Luego, empiece a distribuir las perlas. Enseñe que ha dado 2 perlas a cada bolo  $18 : 9 = 2$ . Apunte el resultado en la ficha. Anuncie ahora que van a dividir 18 por 8. Guarde todas las perlas con el niño, cuente otra vez 18, que colocará dentro de la cubeta. Quite un bolo del divisor y vuelva a contar los bolos para mostrarle que ahora hay 8. Anote la operación en la ficha. Distribuya las perlas. Ha dado 2 perlas a cada bolo y sobran 2. Escriba el resultado: 2 y el resto 2 en la ficha. Invite al niño a continuar con  $18 : 7$ ,  $18 : 6$ , etc. Pueden escribir juntos las operaciones en la ficha y luego dejarle encontrar el resultado y el resto.

Al cabo de un rato, recalque el hecho de que hay divisiones con resto y otras sin resto. Pida al niño que subraye, a partir de ahora, las operaciones en las que no haya resto, a medida que las vaya encontrando. El niño seguirá con 17 en el dividendo, y luego 16, 15, etc. ¡aunque no necesariamente el mismo día! Prepárele pequeñas listas de operaciones, para un mismo dividendo y en el orden para el divisor (por ejemplo:  $35 : 9$ ,  $35 : 8$ ,  $35 : 7$ , etc.), en la ficha.

Todos los números pueden explorarse de esta manera, pero le aconsejamos, después de un trabajo de exploración libre, que guíe al niño hacia los números para dividir que existen entre los resultados de las tablas de multiplicar. Sino la experiencia se volverá un fastidio en seguida. Con el tiempo, puede hacer que el niño repare en la relación que existe entre la división y la multiplicación, una es la inversa de la otra, gracias

a la comparación entre una división en la tabla perforada de la división y una multiplicación inversa en la tabla perforada de la multiplicación colocada al lado. Pero no insista si ve que el niño no «conecta».

Evidencia de la relación entre multiplicación y división



El niño podrá copiar todas las divisiones sin resto para fabricar sus propias tablas de dividir en las fichas de operaciones, tal como hizo sus tablas de sumar, de multiplicar...

## La memorización de la división con las tablas de los dedos

La utilización de las tablas de memorización de la división es parecida a la que ya conoce para las otras operaciones.

Para la tabla con resultados, saque una combinación recortada, enseñe al niño cómo encontrar el resultado deslizando los dedos.

Escriba la operación.

Para la tabla vacía, saque una etiqueta de resultado y encuentre su lugar en la tabla.

Variante: saque las etiquetas de resultado eligiendo las mismas (por ejemplo: todos los 2). Colóquelas todas en la tabla vacía.

## Las otras herramientas

Para la división, igual que hizo en las otras operaciones, creará para finalizar pequeños problemas (véase los de la suma de la p. 167).

## El paso a la abstracción

### El ábaco

Se aborda el trabajo con el ábaco cuando el niño ya se siente perfectamente cómodo con los sellos y cuando domina perfectamente el principio de la suma y de la resta. El ábaco es una herramienta educativa extraordinariamente interesante y útil porque permite representar los números grandes de manera compacta.

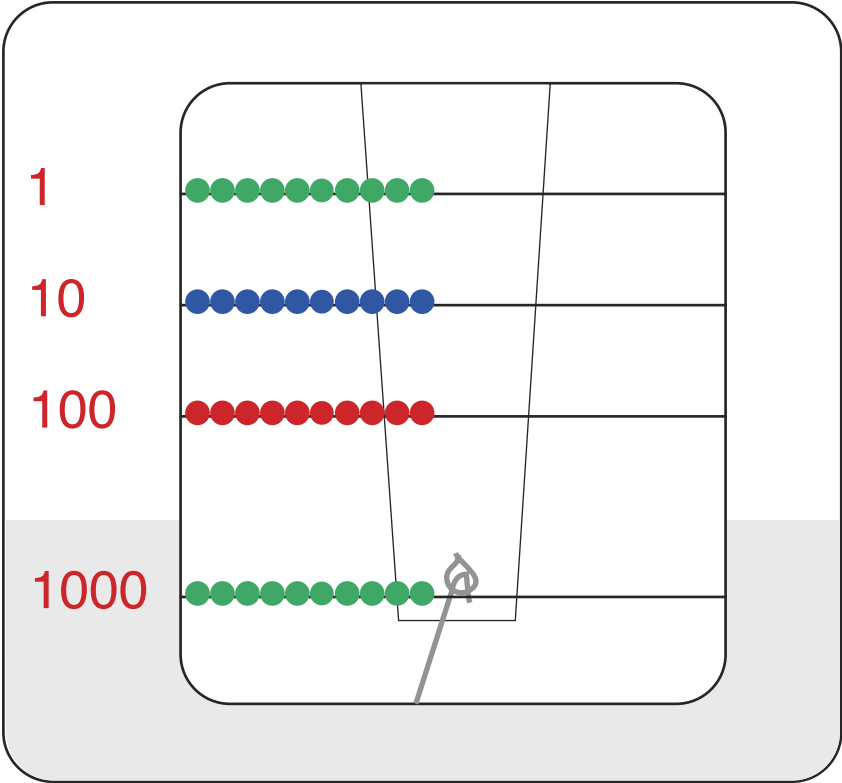
### El material

De hecho, no hay uno sino dos ábacos (el pequeño, que se para en los millares, y el grande, que llega hasta el millón). Como es un material que se ha de comprar, pues es difícil fabricarlo, puede prescindir de momento del ábaco pequeño y trabajar directamente con el grande, explicando al niño que, por ahora, solo utilizará la parte superior.

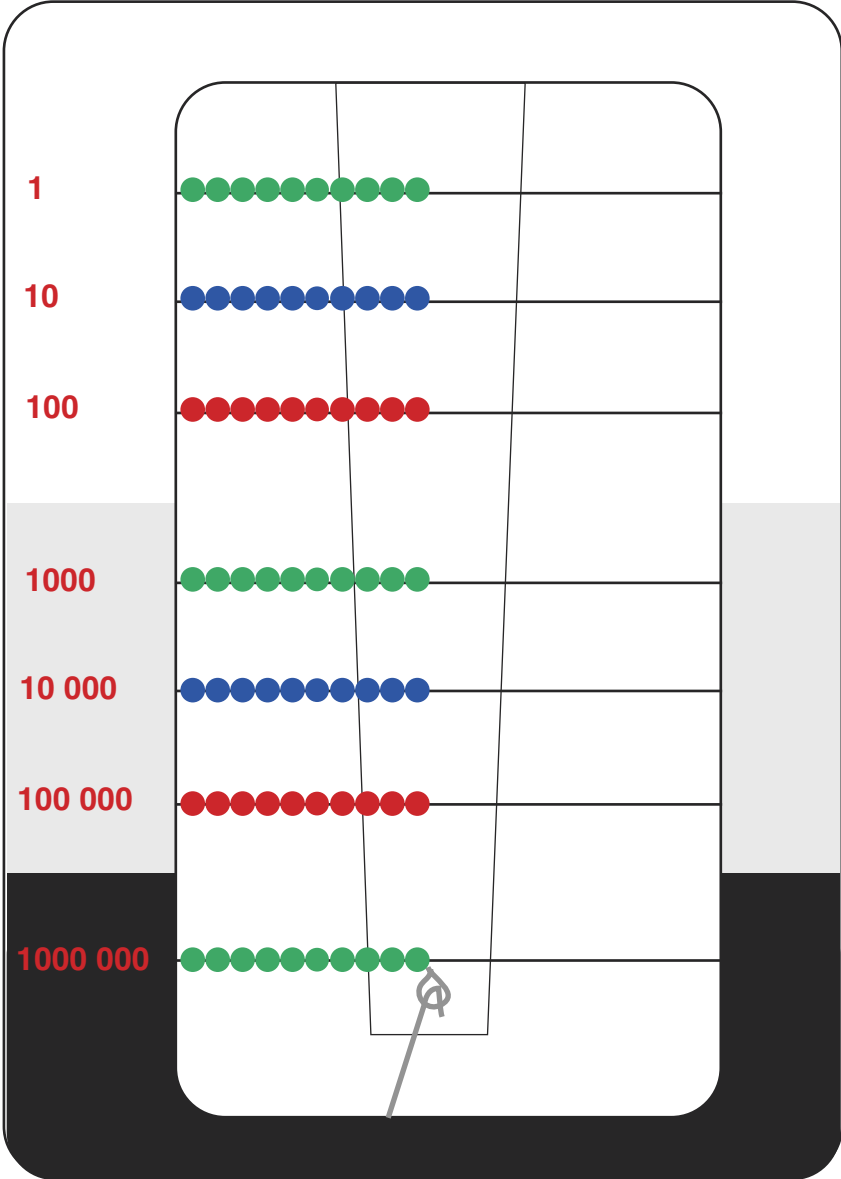
Si fabrica usted mismo los ábacos, preste atención al color de las perlas. Es el mismo que el de los sellos: verde para las unidades, azul para las decenas, rojo para las centenas y, otra vez, verde para las unidades

de 1000, azul para las decenas de 1000, rojo par las centenas de 1000 y, para finalizar, de nuevo verde para las unidades de millón. Hay 10 perlas en cada fila.  
Para la primera presentación y también para la utilización posterior, necesitará igualmente los sellos y, posiblemente, las perlas del sistema decimal.

Los ábacos



228



229

### La presentación

Anuncie al niño que hoy le enseñará un material nuevo, el ábaco, que permite hacer todo tipo de operaciones. Diríjase con él hacia el lugar donde se guarda el ábaco y deje que lo lleve hasta la mesa. Enséñele a sostenerlo de pie, bloqueándolo con el gancho. Ponga todas las perlas de las filas a la izquierda. Insista en el hecho de que poner las perlas hacia la izquierda es como guardar en el banco las perlas que ya no sirven.

Ponga una perla suelta del banco o un sello de 1 y pregunte al niño: «¿Cuánto es?». Él responderá: «Es 1». Aísle entonces una perla verde colocándola completamente hacia la derecha y diga: «En el ábaco, esto es 1». Luego enséñele una barra de perlas o un sello de 10. «¿Cuánto es? -Es 10 (o 1 decena)». Aísle una perla azul y diga: «En el ábaco, esto es 10 o 1 decena». Y haga lo mismo en la fila de 100 con un cuadrado del sistema decimal o un sello de 100 y en la fila de 1000 con un cubo o un sello de 1000.

Proceda mediante una lección en 3 tiempos:

**Tiempo 1:** Desplace una perla de las unidades hacia la derecha: «Es 1». Déjela en su sitio. Desplace una perla de las decenas hacia la derecha: «Es 10», etc. Luego diga: «Enséñame 1, enséñame 10, etc.».

**Tiempo 2:** «¿Qué es esto? -1», etc., al principio en orden y luego en desorden.

**Tiempo 3:** «Fabrícame 1, 10», etc., primero en orden y luego en desorden. Cuando haya adquirido este conocimiento, pase al cómputo sistemático, hilera por hilera. Prepare 4 largas líneas paralelas en una página, como para una suma, pero prolongue más las líneas. La línea verde de la izquierda se encuentra ligeramente separada de las otras tres.

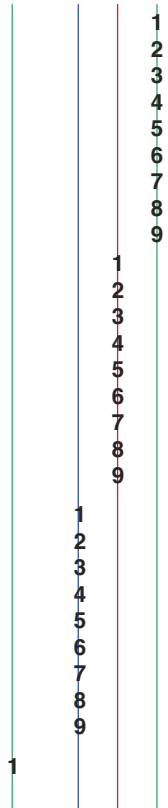
Corra una perla verde de las unidades hacia la derecha mientras cuenta 1. En la hoja, escriba 1, en negro, en la línea verde de la derecha. Mueva

hacia la derecha una segunda perla verde, que se pegará a la primera y cuente 2. Escriba 2 en negro, en la línea verde de la derecha, debajo del 1. Así sucesivamente hasta 9. El niño posiblemente contará y lo manipulará él solo a partir de 4 o 5.

Cuando el niño haya movido la última perla verde y contado 10, y antes de que lo anote en la hoja, pregúntele qué suele hacer cuando tiene 10 perlas. «Cambio. -Pues aquí lo mismo, mira». Entonces pase todas las perlas verdes hacia la izquierda. Formule: «Diez unidades son lo mismo que 1 decena». Y desplace una perla de 10, azul, hacia la derecha. Diga: «Una decena», luego escriba 1 en la línea azul.

A continuación, cuente «dos» mientras desplaza otra decena hacia la derecha y escriba 2. Lo mismo para el cambio de 10. Así llegamos a escribir 9 en la línea roja de las centenas y cambiamos por una unidad de 1000 (una perla verde desplazada hacia la derecha), antes de escribir 1 en la línea verde de los millares. Si no tiene bastante lugar en la hoja blanca, puede juntar con celo dos hojas. Esto bastará para una sesión.

En la siguiente sesión, vuelva a buscar el ábaco con el niño y recupere la hoja de la sesión anterior. Pregúntele al niño si se acuerda de lo que hicieron juntos la última vez y vuelva a empezar el cálculo. Al final de algunos números, el niño continuará solo.





Quédese a su lado. Cuando llegue a 10, diga: «Una decena. Una decena, ¿cuántas unidades son? -10». Añadirá un 0 en la línea de las unidades, debajo del 9. Diga: «Una decena son 10 unidades».

Desplace una segunda perla azul hacia la derecha y diga: «2 decenas». Y muestre al niño que se añade un 0 bajo la línea de las unidades para formar 20. Déjele seguir contando y, posiblemente, escribiendo hasta 90 incluso. Entonces hará el cambio. Pregúntele: «1 centena, ¿cuántas decenas son? -10». Escriba un 0 bajo la línea azul de las decenas. «Y una centena, ¿cuántas unidades son? -100». Escriba un último 0 en la línea verde de las unidades y lea «100». Subrayando con el dedo el 1 y los 2 ceros. El niño seguirá hasta 900 y... 1000.

Cuando el niño tenga por la mano las filas de perlas del ábaco y la manera de anotar los números en columnas en el papel, propóngale hacer ejercicios. Puede:

- o bien formar en el ábaco los números que usted escriba en las columnas de colores jerárquicos trazadas en una hoja,
- o bien escribir los números que usted formará en el ábaco.

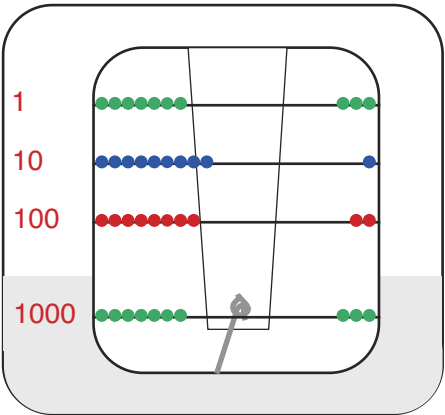
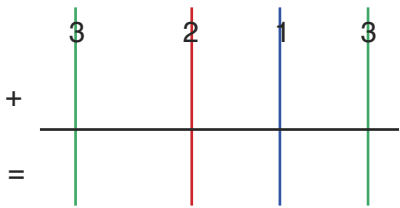
Debe dominarlo perfectamente antes de seguir.

## La suma estática con el ábaco

Como de costumbre, proceda por etapas de dificultad creciente. El material necesario es siempre el mismo: el ábaco, una hoja de papel en blanco, el bolígrafo de 4 colores.

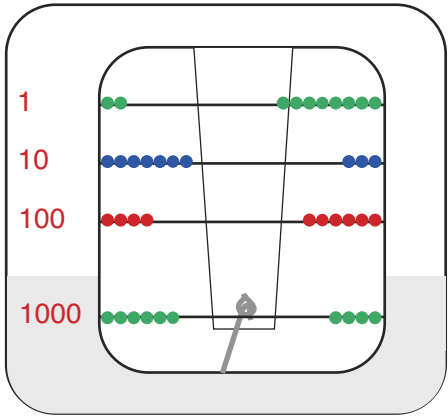
### Etapas 1

Prepare el ábaco: todas las perlas deben estar pegadas a la izquierda (en el banco). Trace en una hoja las líneas verticales habituales para la suma. Escriba el primer número de 4 cifras que van a sumar (3213 en nuestro ejemplo). El niño lo reproduce en el ábaco deslizando las perlas hacia la derecha. Atención: debe empezar por las unidades, luego por las decenas, etc., en el orden habitual de la suma.

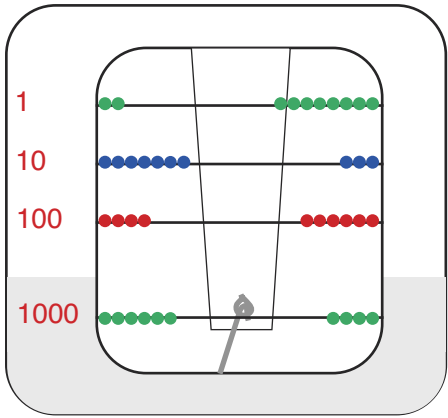


Escriba un segundo número, el que va a añadir (1425 en nuestro ejemplo). Tenga cuidado y elija números cuya suma sea inferior a 10, para que no haya retención. El niño mueve las nuevas perlas, que se pegan a las que ya están colocadas a la derecha del ábaco.

	3	2	1	3
+	1	4	2	5
=				



Después debe contar las perlas que están a la derecha, debajo de cada hilera. «¿Cuántas unidades?». El niño cuenta: «1, 2...», hasta 8, luego anota el resultado en la columna de las unidades. «¿Cuántas decenas? -3», etc. Y va anotando el resultado de la suma en el papel. El niño hará así 2 o 3 sumas al día durante varios días, antes de pasar a la etapa 2.

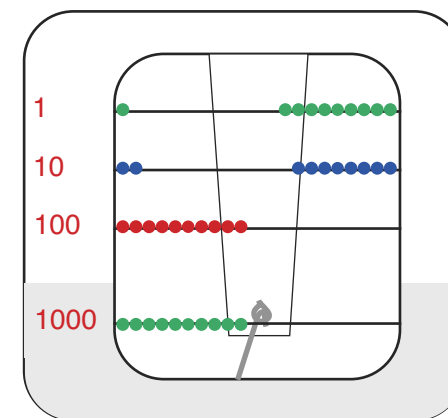
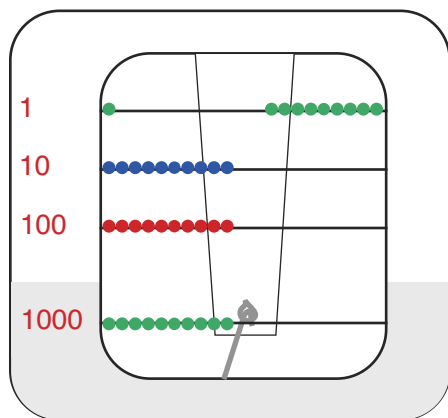


	3	2	1	3
+	1	4	2	5
=	4	6	3	8

## Etapla 2

Usted pone la suma, pero escribe los dos números de la suma al mismo tiempo. Cuando proceda a la presentación, diga al niño que a partir de ahora van a sumar primero todas las unidades. El niño forma en el ábaco primero las unidades de arriba, luego las de abajo, a continuación las cuenta y usted le pide que escriba el resultado de las unidades. Seguidamente forma las decenas de arriba, luego las de abajo, las cuenta y pone el resultado de las decenas. Y así sucesivamente para las centenas y los millares (véase el ejemplo paso a paso en la página siguiente). Siga preparando al niño 2 o 3 sumas al día.

$$\begin{array}{r}
 4 \quad 2 \quad 7 \quad 3 \\
 + 2 \quad 5 \quad 1 \quad 6 \\
 \hline
 =
 \end{array}$$



$$\begin{array}{r}
 4 \quad 2 \quad 7 \quad 3 \\
 + 2 \quad 5 \quad 1 \quad 6 \\
 \hline
 = \quad \quad \quad 8 \quad 9
 \end{array}$$

etc.

### Etapla 3

La base y el desarrollo son los mismos que los de la etapa 2, pero arrégleselas para que las cifras de arriba sean más grandes que las de abajo y proponga al niño, si quiere, que haga la suma sin el ábaco y luego la compruebe con el ábaco. En nuestro ejemplo: «5 + 3? -8». Es la etapa del «ábaco mental». El niño escribe 8 y luego lo comprueba con el ábaco o, si no sabe el resultado, cuenta directamente con el ábaco. Continúe preparándole una suma cada día.

$$\begin{array}{r}
 4 \quad 2 \quad 7 \quad 3 \\
 + 2 \quad 5 \quad 1 \quad 6 \\
 \hline
 = \quad \quad \quad \quad 9
 \end{array}$$

## La suma dinámica con el ábaco

Antes de que el niño haga su primera suma con retención en el ábaco, hágale hacer una nueva suma con los sellos, para que se le quede en la cabeza la noción de cambio (véase la p. 95).  
Luego, el niño irá a buscar el ábaco y lo instalará.

Como de costumbre, ponga la suma en una hoja, utilizando las líneas verticales de colores. Escriba el primer número grande. Elija números bastante grandes (7, 8 y 9) para que la suma con los del segundo número sea superior a 10. El niño forma este primer número con las perlas del ábaco empezando por las unidades.

Escriba el segundo número y luego fórmelo en el ábaco. En nuestro ejemplo tomamos  $5978 + 1354$ . Habrá ya 8 perlas de las unidades a la derecha del ábaco cuando empiece a contar. Cuente: «1, 2» mientras desplaza 2 perlas hacia la derecha pegándolas a las otras 8. Con gestos lentos y precisos, mueva las 10 perlas verdes completamente hacia la izquierda diciendo «Cambio 10 unidades en 1 decena» y desplace una perla azul de las decenas hacia la derecha, pegándola a las 7 ya presentes. Luego cuente las perlas verdes que quedan: «3 y 4». Constate que hay 2 unidades. Y anote 2 como resultado de las unidades. Pase entonces a las decenas, luego a las centenas, luego a los millares, siempre haciendo el cambio (invite al niño a decir en voz alta lo que ha transformado y a anotar el resultado). Siempre descomponiendo bien cada una de sus acciones.

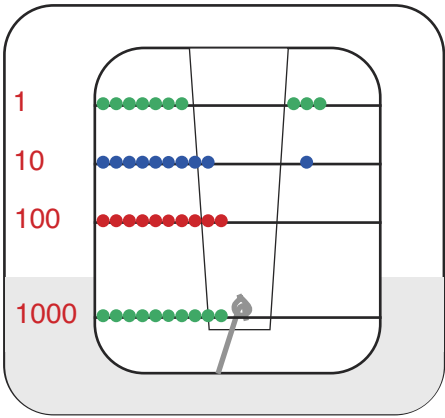
Ahora le toca el turno al niño. Ponga una suma con retención. El niño hace las cuentas en el ábaco, cambia cuando lo requiere y anota los resultados. Por el momento siga hablando de cambio. Cuando el niño se

sienta totalmente cómodo con el cambio en el ábaco, es el momento de poner en evidencia la retención. El trabajo con la tabla de los puntos se hace en paralelo para pasar del cambio a la noción de retención.

### Etapas 1

Regrese al ábaco para este último trabajo sobre la suma. El niño trabajará categoría por categoría, además irá escribiendo el resultado de la suma.

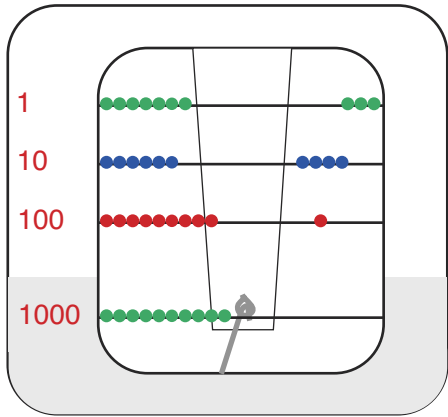
Empiece por una suma muy simple, de dos números. Por ejemplo:  $3765 + 4178$ , que anota, como de costumbre, en las líneas verticales de color. Anuncie que va hacer en el ábaco lo mismo que en la tabla de los puntos: contar por categoría. Señale las 5 unidades del primer número y cuente 5 perlas verdes que desplazará hacia la derecha. Señale el 8 de las unidades del segundo número. Cuente las perlas diciendo «más 1, 2, 3, 4, 5». Anuncie que cambiará: mueva todas las perlas hacia la izquierda, separe una perla azul hacia la derecha, sin llevarla hasta el extremo. Luego siga contando las unidades: «6, 7 y 8». Aún no pegue las perlas verdes completamente a la derecha. Obtendrá la configuración siguiente:





Lea «13», luego desplace todas las perlas hasta el extremo derecho y escriba «3» como resultado de la operación, en la columna de las unidades.

Pase a las decenas. Haga notar al niño que ya hay una perla azul. Señale el 6 del primer número y cuente 6 perlas azules que pegará a la de la derecha. Señale el 7 del segundo número, diga: «más 1, 2, 3, 4, 5». Haga el cambio moviendo todas las perlas azules hacia la izquierda y desplazando una perla roja hacia la derecha, sin pegarla al extremo. Siga contando las decenas «4, 5, 6, 7» corriendo las perlas hacia la derecha sin pegarlas al extremo. Su configuración es la siguiente:



Lea «14» y mueva todas las perlas completamente a la derecha. Escriba «4» en el resultado de las decenas de la suma. Y lo mismo para las centenas y para los millares.

### Etapa 2

Conservamos el mismo ejemplo para la explicación:  $3765 + 4178$ . Pero en la etapa 2 solo se da al final de ciertas operaciones del estilo de la etapa anterior. En este estadio, el niño, que ya ha hecho un gran número de ejercicios de memorización, empieza a obtener directamente los resultados en su cabeza:  $5 + 8 = 13$ , etc. Por tanto, mueve directamente 3 perlas verdes y 1 azul. Enséñele cómo anotamos la retención en pequeño encima de la columna contigua de la izquierda, al hacer la operación.

«Has dicho  $5 + 8 = 13$  y has puesto el 3 debajo, como resultado de las unidades. Y mira, el 1 de las decenas lo ponemos aquí arriba, en pequeño, encima de la columna de las decenas (dibujo aquí abajo). Así no corremos el riesgo de olvidarnos». Continúe la operación con el niño, enseñándole que tiene en cuenta la retención en el cálculo. Y muéstrole que, si quiere, puede utilizar el ábaco solo para comprobar las sumas. ¡Felicítelo por sus progresos!

	3	7	6	5
			1	
+	4	1	7	8
=				3

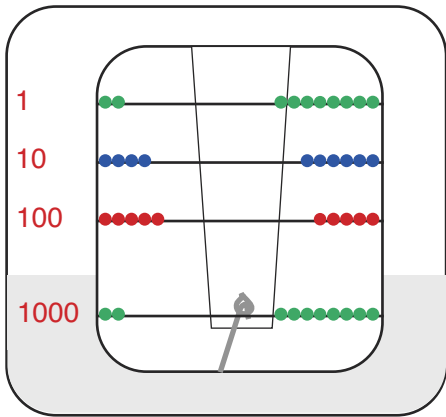
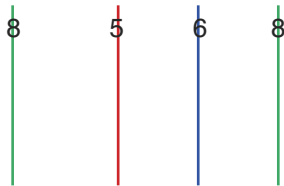
# La resta estática con el ábaco

En esta etapa, el niño ha comprendido que, en la resta, se quita una cantidad a otra.

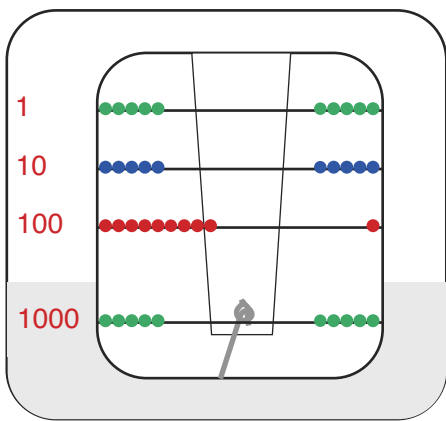
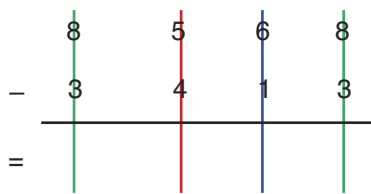
Ya ha hecho este trabajo de manera concreta con las perlas doradas y de manera más abstracta con los sellos. El ábaco le permitirá pasar a la abstracción completa.

## Etapa 1

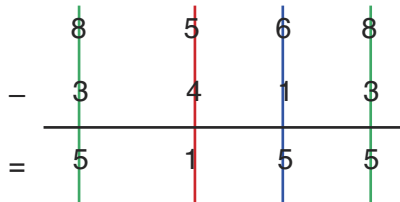
En una hoja en blanco escriba un número de 4 cifras sobre las líneas de colores. Elija cifras bastante grandes para asegurarse de que no tendrá retención en la resta. El niño forma el número en el ábaco.



Escriba el signo - y un segundo número teniendo cuidado de que no haya retención en la resta. Pida al niño que quite el segundo número al primero, en el ábaco. El niño moverá las perlas hacia la izquierda, empezando por las unidades.



Después leerá el resultado, es decir, contará las perlas que quedan a la derecha, y escribirá el resultado en la hoja, sobre la columna de las unidades.



Prepare para cada día, durante varios días, una resta de este tipo para que el niño trabaje con autonomía.

## Etapa 2

Comience igual que en la etapa 1. El niño forma el 1er número en el ábaco. Escriba a continuación el 2º número y pídale al niño que quite las unidades y anote seguidamente el resultado antes de pasar a las decenas, etc. Prepare cada día algunas operaciones de este tipo para el trabajo autónomo. Cuando el niño se sienta perfectamente cómodo, podrá pasar a la etapa 3.

### Etapa 3

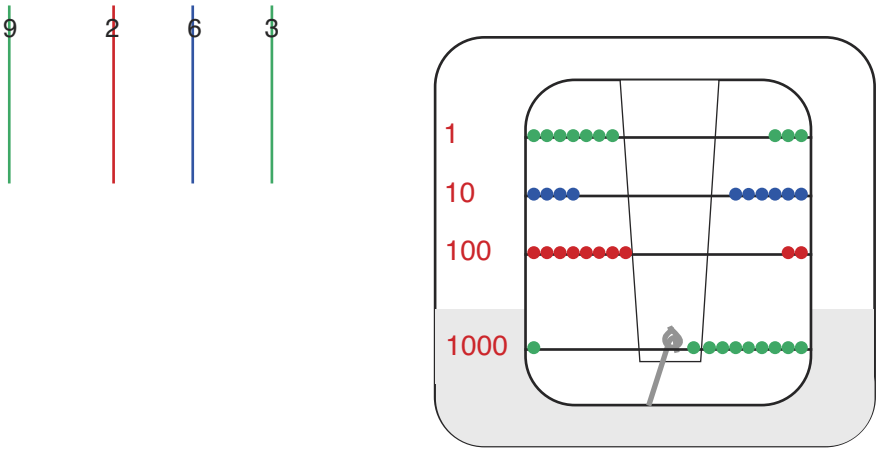
Todo se desarrolla como para la etapa 2, pero en cuanto el niño termine la operación y anote el resultado de los millares, usted reescribirá la operación (sin resultado) y enseñará al niño a hacerla sin el ábaco, sobre el papel. Tomemos como ejemplo  $8568 - 3413$ . Se pone la operación sobre las líneas de colores. Muestre las cifras de las unidades y diga: « $8 - 3 = ?$ ». El niño responderá «5». Usted lo escribe. Pase a la cifra de las decenas y proceda del mismo modo hasta el resultado de los millares. Manifieste entonces su admiración: «¡Muy bien, ya sabes hacer una resta tú solo, sin el ábaco!».

El niño hará así las operaciones durante algún tiempo, antes de abordar la resta sin retención. Siempre podrá controlar el resultado con la ayuda del ábaco.

### La resta dinámica con el ábaco

#### Etapa 1

Como de costumbre, usted escribe un número de 4 cifras sobre las líneas de colores jerárquicas y el niño lo forma en el ábaco.



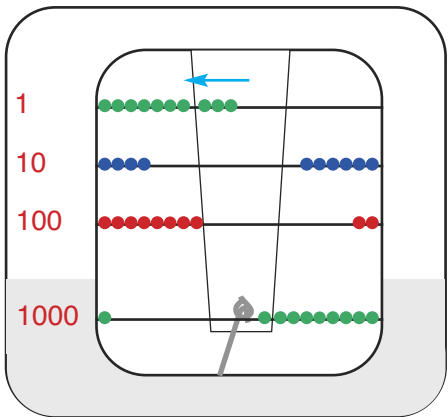
Para la continuación, véase los dibujos paso a paso siguientes. Escriba el 2º número y enseñe al niño cómo proceder en el ábaco. Señale la cifra de las unidades del 2º número; en nuestro ejemplo se trata de un 8. Mueva las perlas de derecha a izquierda, en la fila de las unidades, una a una y contando en voz alta 1, 2, 3. No hay más perlas de unidades a la derecha. Cambie una perla de 10 volviéndola a poner hacia la izquierda y añadiendo 10 perlas de unidades a la derecha. Siga contando las perlas de las unidades que volverá a colocar de nuevo hacia la izquierda: 4, 5... 8.

Solo quedan 5 perlas en la fila de las decenas. Hágaselo notar al niño. Luego señale el 2 de las decenas que hay que restar y deslice 2 perlas

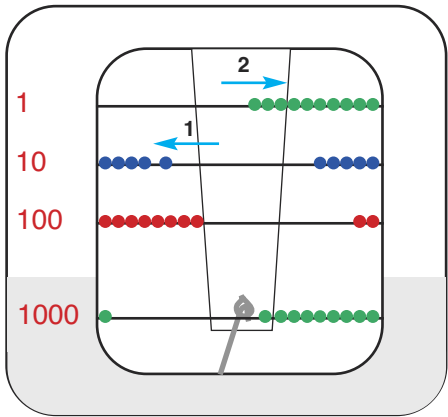
hacia la izquierda mientras las cuenta. Para las centenas hará lo mismo que ha hecho para las unidades. Puede observar la configuración en los dibujos 6, 7 y 8. Para los millares haga constatar al niño que no hay más que 8 en el banco, señale el 2 de los millares que hay que restar y vuelva a colocar 2 perlas de derecha a izquierda, contando en voz alta. Pida al niño que escriba el resultado en la hoja y después lo lea: 6535.

$$\begin{array}{r} 9 \quad 2 \quad 6 \quad 3 \\ - 2 \quad 7 \quad 2 \quad 8 \\ \hline = \end{array}$$

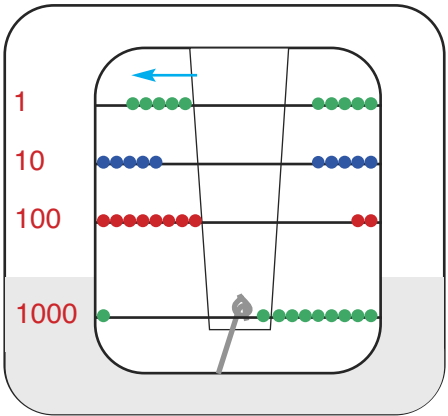
1



2

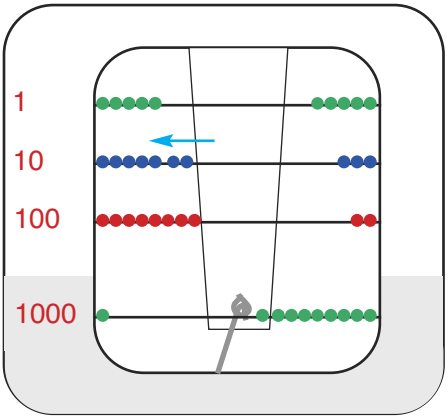


246

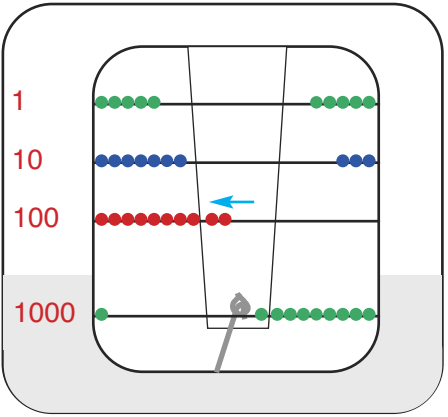


3

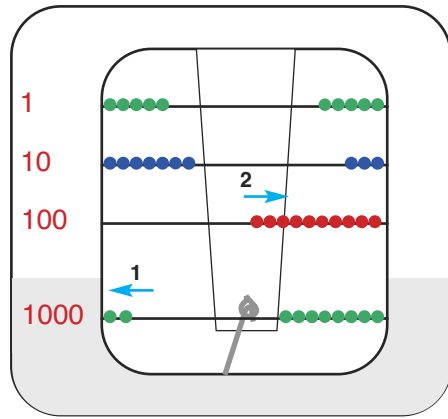
4



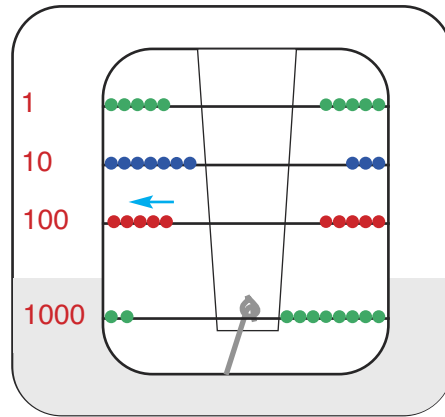
5



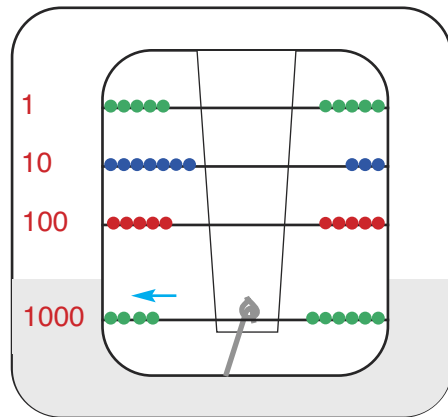
247



6



7



8

248

$$\begin{array}{r}
 9 \quad 2 \quad 6 \quad 3 \\
 - 2 \quad 7 \quad 2 \quad 8 \\
 \hline
 = 6 \quad 5 \quad 3 \quad 5
 \end{array}$$

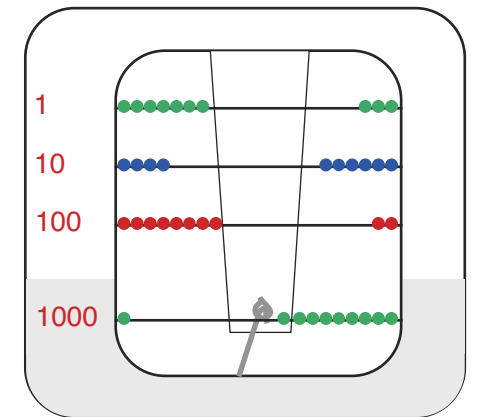
Ahora le toca al niño hacer la operación, pero siempre será usted quien elegirá los números, para asegurarse de que la cifra de los millares que hay que restar no sea superior a la de los millares del 1<sup>er</sup> número. Prepare varias operaciones por día para el niño hasta que se sienta seguro.

## Etapa 2

No aborde esta etapa hasta que el niño prácticamente haya acabado la memorización de la resta. La diferencia con la etapa 1 reside en el hecho de que, aunque aún utilice el ábaco, el niño calculará mentalmente e irá escribiendo el resultado a medida que lo tenga en la hoja en blanco o en el cuaderno.

Conservamos el mismo ejemplo para la demostración paso a paso. Escriba la operación entera en la hoja de papel. El niño forma el 1<sup>er</sup> número en el ábaco.

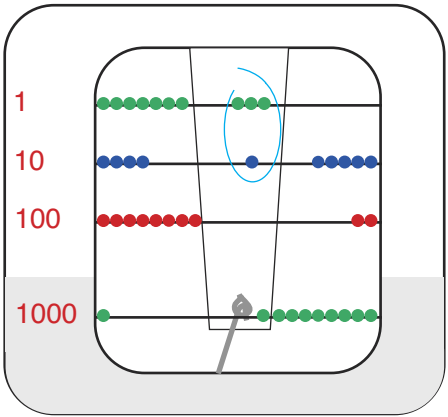
$$\begin{array}{r}
 9 \quad 2 \quad 6 \quad 3 \\
 - 2 \quad 7 \quad 2 \quad 8 \\
 \hline
 =
 \end{array}$$



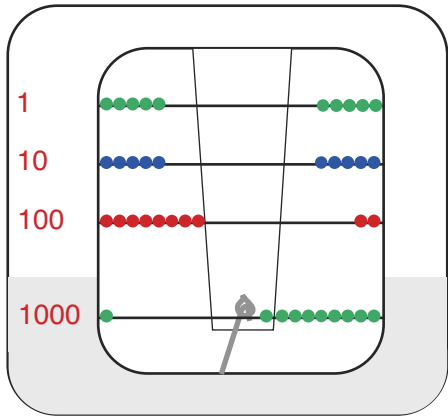
Usted le enseñará a continuación cómo proceder. Diga: «8 restado de 3 (o 3 menos 8) es imposible, ¿verdad? Vamos a cambiar una perla de 10».

249

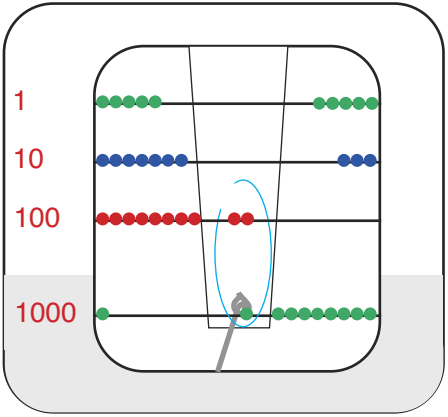
Coloque las perlas como en el dibujo y diga «13 - 8 = ?».



El niño, que se encuentra, recordemos, al final de la memorización, deberá responder «5». Vuelva a poner las 3 unidades y la decena a la izquierda y mueva 5 unidades a la derecha. Obtendrá la siguiente configuración:



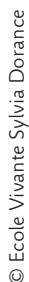
Pida al niño que escriba el resultado de las unidades en la hoja y prosiga con las decenas, pero recalque antes al niño que ya no hay 6, sino 5 perlas en la línea de las decenas. «5 - 2 = ?». «3». El niño desliza 2 perlas de las decenas hacia la izquierda y escribe el resultado «3» en la línea azul de la operación, en la hoja de papel. Seguirá por las centenas «2 - 7 es imposible. Entonces 12 - 7 = ?». Mientras habla, mueva una perla de los millares hacia la izquierda.



El niño responde «5», y usted moverá las 2 perlas de las centenas y la perla de los millares hacia la izquierda. Desplace 5 perlas de las centenas hacia la derecha (dibujo de la página siguiente). El niño escribe el resultado.

Por último, pase a los millares, haciendo notar al niño que ya no hay 9, sino 8 perlas a la derecha. «8 - 2 = ?». «6». El niño desplaza las 2 perlas verdes hacia la izquierda y escribe el resultado en el papel.

Para el trabajo en autonomía, escriba la operación en línea para el niño (por ejemplo: 7843 - 2351 =). Él la pondrá verticalmente en las líneas de colores y hará la operación en el ábaco mientras va anotando el resultado.



Quando el niño haya hecho muchas operaciones del mismo tipo y se sienta a sus anchas, después de acabar la última, reescriba la operación, vuelva a empezar en el ábaco y vaya anotando los resultados, esta vez poniendo en evidencia la retención, en pequeño y en rojo, sobre el papel. Tomemos, como siempre, el mismo ejemplo:  $9263 - 2728 =$   
« $13 - 8 = 5$ ». «5» «Escribo 5 y pongo un -1 aquí para no olvidarme».  
« $6 - 1 = 5$ ;  $5 - 2 = 3$ . Anoto 3.  $12 - 7 = 5$ . Anoto el resultado 5 y el -1 pequeño al lado del 9.  $9 - 1 = 8$ .  $8 - 2 = 6$ . Anoto el resultado 6». Esto es lo que da en el papel:

252

Haga hincapié en el tema de la posición de la retención. Hay dos maneras de anotarla: o bien ponemos -1 arriba, o bien +1 abajo, de este modo:

Elija usted. Para nosotros la retención tomada sobre el número de arriba es más coherente, pues corresponde a un cambio entre las categorías del mismo número, el número que hay que restar no cambia. Además, se trata siempre de una resta y no de una suma dentro de la resta.

# La aproximación a las fracciones

## Los círculos fraccionados

El carácter sensorial de este material permite al niño descubrir muy pronto la idea de fracción. Para hacer operaciones con fracciones, es necesario, no obstante, que domine las operaciones en sí. Por ese motivo colocamos este material aquí.

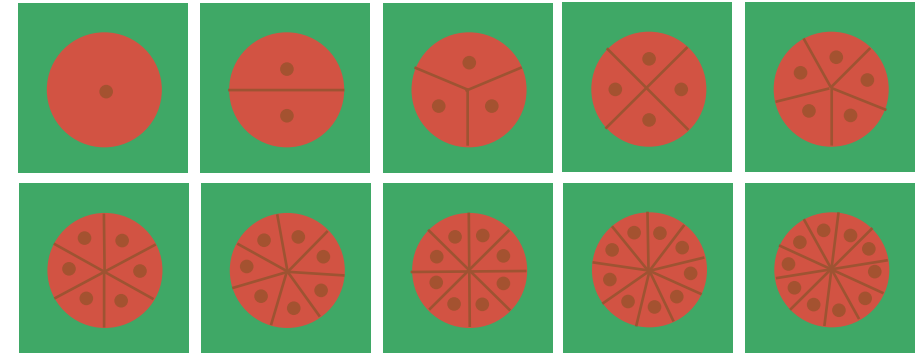
### El material

Se compone de 10 círculos rojos (de hecho, son discos) encajados en los soportes verdes. El 1<sup>er</sup> círculo está entero, provisto de un botón para cogerlo. El segundo está cortado en 2 mitades, con 2 botones, el 3<sup>o</sup> está cortado en tercios, el 4<sup>o</sup> en cuartos, y así hasta el 10<sup>o</sup>, cortado en décimos, provistos cada uno de un botón de agarre. Este material se puede fabricar en casa, pero hace falta mucha maña, por un lado, para los cortes circulares y, por otro, para la exactitud de las medidas.

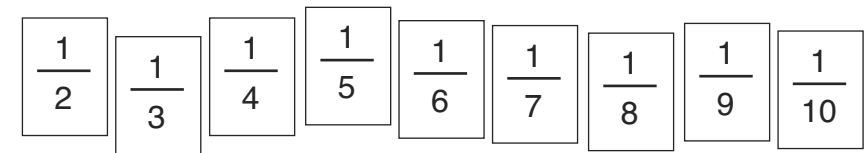
También utilizará las etiquetas de las fracciones, las etiquetas de las cifras, las barras negras de cartulina y una perla dorada del banco.

## El material de las fracciones

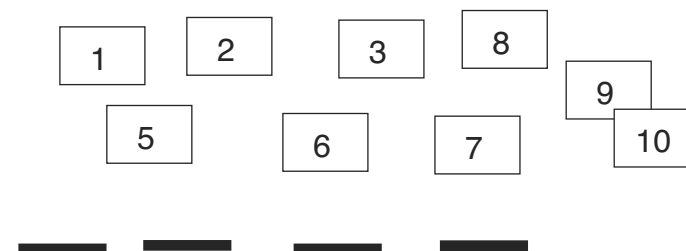
### Los círculos fraccionados



### Las etiquetas de las fracciones



### Las etiquetas de las cifras (varios ejemplares) y las barras negras





La presentación

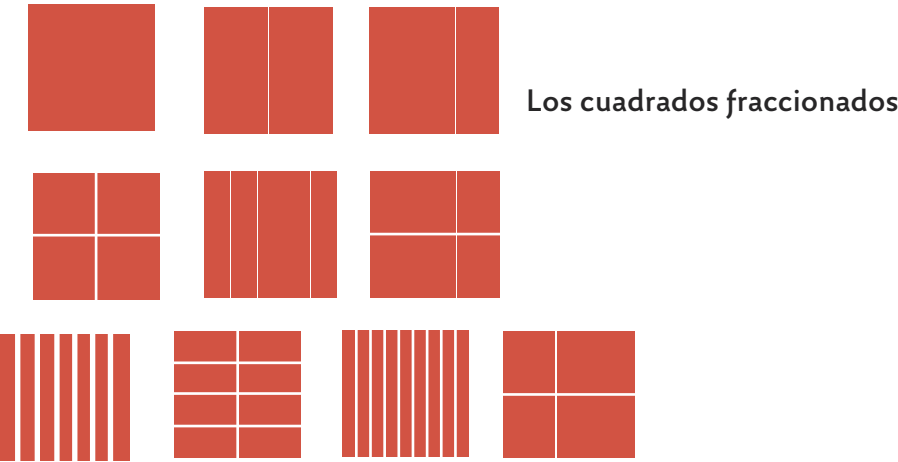
Antes incluso de aprender el nombre de las fracciones, el niño explora el concepto de manera sensorial, como si fuera un puzle. Levanta las piezas de un círculo fraccionado, analiza la equivalencia de las piezas y las vuelve a poner en el círculo. Más tarde, usted mezclará las piezas y el niño deberá encontrar las correctas para recomponer cada círculo.

El vocabulario a través de la lección en 3 tiempos<sup>1</sup>

Vaya con el niño hacia el lugar donde se guardan los círculos fraccionados. Lleve el primer soporte a la mesa. Haga una lección en 3 tiempos con los 3 primeros círculos fraccionados (mitad, tercio y cuarto).

Tiempo 1: «Esto es una mitad, hay 2 mitades». «Esto es un tercio, hay 3 tercios». «Esto es un cuarto, hay 4 cuartos».

Tiempo 2: «Enséñame una mitad». «Enséñame un tercio». «Enséñame un cuarto», (en orden y luego en desorden). «Enséñame 1 mitad, 2 mitades, 1 tercio, 2 tercios, 3 tercios, etc.».



1. Véase p. 273.

Tiempo 3: Le enseñará una sección y le preguntará «¿Qué es esto?», en orden y luego en desorden. Enseñe diversas secciones de la misma familia juntas ( $\frac{2}{4}$ ,  $\frac{3}{3}$ , etc.) y pregunte «¿Qué es esto?».

Cuando domine el vocabulario, pase a las tres familias siguientes, luego a las dos que faltan.

Asimismo, para demostrar que las fracciones no solo tienen que ver con los círculos, puede presentar un cuadrado fraccionado, en 2, 3, 4, etc. partes iguales. Superpóngalas y demuestre que las partes que pertenecen a la misma familia (mitades, tercios, cuartos, etc.) son completamente iguales. Muestre también que se puede ir más allá de  $\frac{1}{10}$ . Diga que  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{2}{4}$ ,  $\frac{1}{2}$ ... son fracciones. Puede explicar al niño la etimología de la palabra o darle palabras de la misma familia para que comprenda mejor el sentido de la palabra «fracción»: fraccionar es cortar; una fractura... ¡quizás ya lo sepa!

La escritura de las fracciones

El niño coloca los dos soportes de los círculos fraccionados encima de la mesa. Usted le presenta las barras negras y las etiquetas de las cifras. Diga: «Dado que los círculos están partidos, ponemos una barra». Saque el círculo de las mitades y coloque la barra de manera horizontal, debajo, dejando espacio encima, y encima de la barra. «¿De qué familia es? -De las mitades. -Entonces ponemos 2 debajo de la barra». Precise que el número que ponemos debajo, y que da nombre a la familia, se llama «denominador». Vuelva a empezar con el círculo de los tercios, luego con el de los cuartos... El niño continúa hasta el círculo de los décimos. Pida al niño que guarde los círculos en sus soportes y vuelva a colocar las etiquetas a un lado. Lance pequeños desafíos al niño; saque un círculo y póngalo delante del niño. Él deberá colocar una barra negra y poner debajo la etiqueta correcta del denominador. Saque un nuevo círculo y proceda del mismo modo.

En una nueva sesión, vuelva a lanzar 2 o 3 pequeños desafíos. Coloque un círculo fraccionado (el de los cuartos, por ejemplo) y, una vez el niño haya colocado la etiqueta del 4 debajo de la barra, retire 2 secciones. Diga: «¿Cuántos cuartos hay? -2. -Entonces pongo la etiqueta 2 encima de la barra. Hay 2 cuartos». Esto que ponemos arriba, que dice cuántas secciones hay, se llama «numerador». Haga abundantes ejercicios del mismo tipo con el niño. Cada vez, pídale que lea la fracción.

## Las actividades

### El «montón» de fracciones

El niño saca una sección al azar. Debe decir lo que ha cogido y escribir la fracción con las etiquetas y la barra negra. Lo repite varias veces. Luego coge varias secciones de la misma familia y efectúa las mismas operaciones.

### Las etiquetas de las fracciones

Utilice las etiquetas que expresan fracciones completas y siempre 1 como numerador. El niño las mezcla y luego saca una al azar. La lee y luego la coloca en la sección que corresponda.

### Los carteles

El niño dibuja los círculos fraccionados colocando las secciones una tras otra sobre un papel para trazar el contorno.

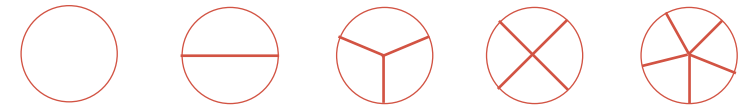
Así puede recortar, pegar...

Escribe debajo las fracciones correspondientes a cada dibujo: 1/1, 2/2, 3/3 etc.

### Las equivalencias

Saque el círculo entero de su soporte y proponga al niño reemplazarlo por las mitades, luego por los tercios, luego por los cuartos. Al hacerlo, va contando cuántas mitades, tercios, cuartos...

El niño dibuja lo que ha hecho y escribe las fracciones (dibujo inferior). Cuando haya terminado la serie de equivalencias con el círculo entero, propóngale hacer lo mismo con las diferentes secciones, empezando por el semicírculo.



$$\frac{1}{1} = \frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{4}{4} = \frac{5}{5}$$



$$\frac{6}{6} = \frac{7}{7} = \frac{8}{8} = \frac{9}{9} = \frac{10}{10}$$



$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10}$$



$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9}$$

Para ello, retire por ejemplo  $1/2$  círculo y propóngale al niño rellenar el espacio vacío con tercios o con cuartos, etc.

Pídale que trabaje de manera sistemática, explorando las soluciones por orden. Precise también que debe completar siempre por completo el espacio vacío, no puede utilizar juntas secciones que pertenezcan a familias diferentes y adviértale de que no siempre se puede rellenar el espacio vacío ( $1/2$  nunca será equivalente a  $x/3$ , por ejemplo). El niño dibujará y escribirá las fracciones que encuentre.

Con este material, el niño pequeño puede familiarizarse con las operaciones de las fracciones, que tradicionalmente se abordan en secundaria.

## Las primeras operaciones con fracciones

### La suma de fracciones con el mismo denominador

El niño comprende que cuando se suman fracciones con el mismo denominador (es decir, de la misma familia), se obtiene una fracción más grande de la misma familia

Tome por ejemplo 3 quintos de su soporte y escriba la fracción. Saque otro quinto y anote «+  $1/5 =$  ». Ponga junto lo que le haya salido. Cuente y luego anote el resultado:  $3/5 + 1/5 = 4/5$ .

También puede introducir las operaciones sin la fase de escritura.

### La resta de fracciones con el mismo denominador

Del mismo modo, cuando el niño resta una fracción de otra con el mismo denominador, constate que le queda una fracción más pequeña del mismo denominador (de la misma familia).

Si conservamos el mismo ejemplo, saque 3 quintos, anote la fracción. Quite un quinto.

Cuente y escriba el resultado:  $3/5 - 1/5 = 2/5$ .

### La multiplicación de fracciones con el mismo denominador

Coja una fracción (por ejemplo:  $1/5$ ) varias veces (por ejemplo: 4 veces).

Escriba la multiplicación:  $1/5 \times 4 =$ . Añada las piezas, cuente y visualice el resultado. Luego escríbalo:  $1/5 \times 4 = 4/5$ .

## Conclusión

Nos gustaría, para concluir, recordar ciertas particularidades de la pedagogía Montessori en el ámbito de las matemáticas, para que usted se pueda apoyar en ellas en su enseñanza.

- En el enfoque Montessori, el movimiento y la acción son indisolubles del aprendizaje. El niño busca, cuenta, manipula, compara, se corrige en tiempo real, descubre el mecanismo del sistema decimal por el desplazamiento de las cantidades y los cambios, la división por el reparto efectivo de las cantidades, etc. La memorización se ve facilitada, toda vez que el niño experimenta por sí mismo.
- La pedagogía Montessori da sentido a las cifras. Contar, por ejemplo, no es saber de memoria la seriación de los números, sino incrementar las cantidades. Hacer cálculos es establecer y comprender las relaciones (entre las cifras, los números, las cantidades y los símbolos, etc.). El niño aprende las cifras, los números, las operaciones, pero también y sobre todo comprende el sentido de lo que hace: el fundamento del sistema decimal, la naturaleza de la suma (juntar), de la resta (quitar), de la multiplicación (juntar varias veces cantidades idénticas), de la división (repartir en partes iguales), etc.

- Gracias a la inteligencia del material, desde muy pronto el niño puede hacer malabarismos con los números en el universo de las cifras muy grandes. Es gratificante, alentador y esto le hace descubrir el lado fascinante de las matemáticas: el infinito de los números, el hecho de que con simplemente 10 cifras podemos escribir cualquier número, etc. Nada más lejos de la repetición anodina, cansina y estéril de la numeración, de las tablas de multiplicar...

- No se aprende nada sin estar preparado y haber comprendido. Cada aprendizaje se hace de manera natural, conducido por el descubrimiento y la impregnación previa de sus componentes. De este modo, cuando se trate de la resolución matemática de problemas, el niño sabrá formular las preguntas correctas y después utilizar las operaciones correctas con la información correcta. El niño adquiere así un espíritu y un desarrollo científico que le servirán en todos sus estudios posteriores.

- Por último, verá que cuando se trabaja con niños aplicando la pedagogía Montessori, estos avanzan a su ritmo, progresivamente, sin estrés. Podrá observar la intensidad con la que trabajan y el placer que les produce aprender. Hemos recorrido juntos el material Montessori de cálculo y matemáticas para niños y niñas de 3 a 6 años. Incluso hemos superado esta edad, voluntariamente, para que los niños más avanzados puedan tener «materia prima». Lo hemos dicho y lo volvemos a decir: por una parte, las edades que damos son solo indicaciones y, por otra, la pedagogía Montessori permite a menudo avanzar más deprisa que el sistema tradicional.

## Anexo

El texto que sigue a continuación constituye la introducción del libro **Montessori paso a paso: Vida práctica, Vida sensorial**. Lo retomamos aquí con objeto de que los lectores que no tengan este libro dispongan, cuando menos, de las informaciones fundamentales y absolutamente necesarias para comprender bien la pedagogía Montessori.

### Principios fundamentales

Los materiales Montessori no solo resultan muy seductores para niños y niñas, sino también para madres y padres y docentes. Resultan tan atractivos que casi eclipsan la pedagogía a la que sirven. Sin embargo, es imprescindible conocer el espíritu de dicha pedagogía para utilizarlos de una manera cabal y, sobre todo, para aplicar exhaustivamente las ideas de Maria Montessori en materia de educación.

### El niño, una persona de pleno derecho

Para Maria Montessori, como para todos los teóricos y prácticos de la pedagogía activa, el niño es una persona de pleno derecho, con sus propios gustos, con libre albedrío, con una personalidad que se debe tener en cuenta y respetar, del mismo modo que la de un adulto. Si se constriñe al niño sin razón, si se le imponen esfuerzos sin que realmente comprenda para qué le van a servir, en pocas palabras, si se le trata como a una «persona a medio hacer» a la que se le puede dar órdenes sin explicárselas y obligar a hacer tareas aburridas simplemente diciéndole que es por su bien, la educación no funciona, y además es injusto. Puede funcionar durante un tiempo, con niños que no tienen ningún problema para aprender y que se someten sin conciencia a la disciplina impuesta por los adultos. Pero incluso estos niños progresarán mucho más, y de buena gana, si se les ofrece la posibilidad de ser actores y autores, libres y voluntarios, de su propio aprendizaje.

En la práctica, esta concepción del niño implica que se hable con él del empleo del tiempo, del ritmo de aprendizaje y que, en la elección de actividades, se tengan en cuenta sus gustos en general y sus apetencias en distintos momentos del día. Según Maria Montessori, el niño debe poder elegir libremente sus actividades y abandonarlas cuando se canse. Por supuesto, esto no significa que debamos permitirle hacer todo lo que quiera y de cualquier manera. No obstante, si pensamos, por ejemplo, que el niño debería perseverar en una tarea determinada, es necesario convencerlo pero nunca obligarlo. También hay que saber anticiparse y prever sesiones cortas y variadas, con el fin de renovar su interés. Por último, hay que dar al niño reiteradas oportunidades de reconocer los frutos de los esfuerzos que hace para aprender, y valorar sus éxitos, por pequeños que sean, en lugar de recalcar sus fracasos.

### Favorecer la autonomía para facilitar el aprendizaje

Un modo de motivar a los niños y despertar sus ganas de aprender se resume en la famosa fórmula de la pedagogía Montessori: «Ayúdame a hacerlo solo». Un bebé quiere gatear y luego caminar solo. Se libera trastrabillando del brazo que lo retiene. Regresa de manera natural hacia ese brazo, pues nota que necesita ayuda para recuperar el equilibrio. Después vuelve a partir, con renovada confianza, hacia «nuevas aventuras». Progresará gracias a pequeñas victorias y aprende cada día más. Maria Montessori recomienda que se siga esta andadura natural en la enseñanza escolar. El adulto muestra un nuevo concepto o un nuevo gesto, luego deja que el niño intente reproducirlo o usarlo el solo. El adulto debe resaltar y valorar el hecho de que el niño lo haga solo: «Ahora tú».

¡Ante todo, paciencia! A veces, sentimos la gran tentación de quitar el objeto de las manos del niño que no lo logra enseguida, hacerlo por él y volvérselo a demostrar. O de soplarle el principio de la solución, si su reflexión dura demasiado tiempo o toma un camino equivocado. Estos

gestos, estas palabras, estas intervenciones demasiado rápidas y no solicitadas por el niño son en realidad pruebas, a sus ojos, de su lentitud, de su fracaso, de la dificultad insuperable para él de la tarea que se le ha encomendado o del desafío que supone. Nada mejor para lograr que se rinda y se niegue a esforzarse. La injerencia del adulto es a menudo un obstáculo para su desarrollo.

Por el contrario, si el adulto le anima («¡Bien, casi lo tienes!») o lo observa sin impaciencia y se limita a brindarle, si es necesario, un consejo o más información, logrará infundirle confianza. El niño sabe que puede tomarse su tiempo. No se estresa. Se concentra en lo que hace, en lugar de repetirse de manera obsesiva que no lo va a conseguir. Se divierte explorando e intentándolo repetidas veces. Se convierte en un juego en el que sabe que puede ganar. Y cuando lo consigue... ¡Qué satisfacción! Lo ha hecho solo. Y quiere pasar a la siguiente etapa.

### Los períodos sensibles

Si bien Maria Montessori considera que el niño es una persona de pleno derecho, siempre habla de él como una persona peculiar, pues todo gira en torno al hecho de aprender. Y como la científica que es, Montessori distingue en el niño, en todos los niños, una serie de «períodos sensibles», especialmente dedicados a ciertos aprendizajes. Montessori los describe así:

- el período sensible del lenguaje, que sitúa aproximadamente entre los 2 meses y los 6 años,
- el período sensible de la coordinación de movimientos ( $\pm$  desde los 18 meses hasta los 4 años),
- el período sensible del orden ( $\pm$  desde el nacimiento hasta los 6 años),
- el período sensible del aguzamiento de los sentidos ( $\pm$  desde los 18 meses hasta los 5 años),
- el período sensible del comportamiento social ( $\pm$  desde los 2 años y medio hasta los 6 años),

- el período sensible de los pequeños objetos (un período muy corto en el transcurso del segundo año).

Veamos, los períodos sensibles tienen distinta duración y pueden co-existir. Durante estos períodos, el niño está particular e instintivamente interesado en un dominio preciso y, por tanto, es especialmente preparado para aprender todo aquello que le concierne. El pedagogo y la pedagoga deben aprovechar la ocasión y ajustar en consecuencia los contenidos de su enseñanza. Maria Montessori es muy categórica al respecto. Según ella, si dejamos pasar el período óptimo, el aprendizaje fluido, simple y fácil no es posible. Luego exigirá mayores esfuerzos y no siempre dará sus frutos.

Es necesario ser capaz de detectar los períodos sensibles en el niño o los niños a los que se les imparte enseñanza. Y no son del todo evidentes, sobre todo al principio de un período, cuando, según Maria Montessori, la sensibilidad en cuestión permanece interna, oculta. Más tarde, se revela en una atención, una concentración, ciertas tentativas manifiestas. Durante el período sensible, el niño se siente atraído, como un amante, por un aspecto de su entorno que le permitirá desarrollarse. Se puede aprender mucho si se observan sus actitudes y sus reacciones.

Para tranquilidad del lector, hacemos hincapié en el hecho de que estos períodos, a excepción del último, duran entre tres y seis años, lo cual nos da cierto margen. También se puede constatar que corresponden más o menos a la tan manida afirmación: «Los seis primeros años son vitales», pero ello no nos tiene que asustar.

La existencia y la manifestación de los «períodos sensibles» dan paso a la idea de que lo importante no es la edad, sino el momento en que el niño está verdaderamente preparado para aprender con facilidad. El propósito de la educación es plantar las semillas del conocimiento en la estación adecuada. El buen momento para aprender viene determinado no por el calendario de un programa impuesto, sino por la observación de las necesidades del niño.

Para precisar mejor cuáles son los períodos sensibles según Maria Montessori, lo más sencillo es leerla directamente. He aquí un extracto de su libro *El niño: el secreto de la infancia*. Montessori se basa en las experiencias del científico holandés De Vries, que fue el primero en emplear la noción «períodos sensibles», aunque no en referencia a los niños sino a los insectos.

«Tomaremos como ejemplo el citado por De Vries de un humilde gusano, la oruga, que se convertirá en una simple mariposa. Sabemos que las orugas crecen rápidamente y se alimentan con voracidad: son verdaderas destructoras de plantas. En nuestro caso se trata de una oruga que, durante los primeros días de vida, no puede alimentarse de las grandes hojas de los árboles, sino solo de pequeñas hojas tiernas que se encuentran en la punta de las ramas. Ahora bien, la buena madre mariposa, guiada por su instinto, pondrá los huevos en el extremo opuesto; es decir, en el ángulo que forma la rama con la intersección del tronco, prepara para su descendencia un lugar seguro y protegido. ¿Quién indicará a las pequeñas orugas, recién salidas del huevo, que las hojas tiernas que necesitan están allá a lo lejos, en la punta extrema y opuesta de la rama? La oruga posee una aguda sensibilidad hacia la luz: la luz la atrae, la luz le fascina, se va saltando, con ese movimiento propio de las orugas, hacia la luz más viva, hasta el extremo de la rama; allá se encuentra, hambrienta, con las hojas tiernas que constituirán su alimento. Es curioso constatar que, cuando este período termina, es decir, cuando la oruga ha crecido y puede alimentarse de otro modo, pierde dicha sensibilidad hacia la luz; al cabo de cierto tiempo, la luz le resulta indiferente: el instinto se apaga. El momento de utilidad ha pasado y, a partir de ahora, la oruga se va por otras vías a buscar otros medios de subsistencia. No es que la oruga se haya vuelto ciega a la luz, es que se ha vuelto indiferente. Esto es lo que nos ayuda de inmediato a comprender el punto esencial de la cuestión en relación a los niños: la diferencia entre un estímulo que le conduce a realizar actos maravillosos y sorpren-

denes, y una indiferencia que lo vuelve ciego y torpe. El adulto no tiene ningún poder desde el exterior sobre estos estados. De modo que, si el niño no ha podido obedecer las directrices de su período sensible, se desaprovecha la ocasión de lograr una conquista natural, y se desaprovecha para siempre.»

### **Crear un ambiente sereno y un clima de confianza y de diálogo**

«Sin duda, nuestra pedagogía da al ambiente una importancia tan grande que constituye el fundamento de toda la construcción pedagógica.»

La creación de un clima favorable, por un lado, a la percepción de los períodos sensibles por parte del adulto y, por otro, al pleno desarrollo del niño, constituye una condición fundamental de la enseñanza Montessori. La calma permite expresarse sin estrés, escuchar al otro, concentrarse en lo que uno hace. Evita la fatiga nerviosa inútil. En una clase Montessori, se habla bajo, se evita el ruido. Como todo el mundo hace lo que tiene ganas de hacer, no hay tensión ni impaciencia. Por tanto, si la enseñanza tiene lugar en casa, plantéese desconectar el teléfono y no permita que nada le interrumpa una demostración o un trabajo común con el niño. Así le demostrará la importancia que usted concede a dicho trabajo.

El orden es también una condición importante: permite comprender fácilmente e infunde confianza. Cada material se coloca donde el niño lo pueda encontrar sin esfuerzo y donde pueda guardarlo él solo cuando acabe de utilizarlo. El mobiliario está adaptado a la altura de los niños y permite un almacenamiento cómodo. Y por último, el diálogo y el respeto mutuo son esenciales, para construir el entorno de trabajo, para solucionar los problemas, si se plantean y para evitar las crisis debidas a la incomprensión. La confianza y el respeto mutuo pasan por el diálogo, pero también por el ejemplo que dan las personas adultas; estas deben actuar también en concordancia con lo que dicen, mostrarse abiertas, comprensivas, pacientes. Si le piden al niño respeto y orden, los adultos deben empezar por mostrarlos ellos cada día.



## El trabajo en grupo

«El niño Montessori» de 3 a 6 años trabaja la mayoría de las veces solo. No obstante, para los niños mayores y para ciertos ejercicios o para utilizar una parte del material, el banco de números, por ejemplo, es preferible trabajar en pequeños grupos. Si esto no es posible, será importante trabajar en grupo en otras situaciones.

Como el grupo incluye niños de diferentes edades, resulta enriquecedor para todos el hecho de que los más pequeños trabajen con los más mayores en ciertas actividades. De este modo, se estimula a los pequeños, que son «potenciados al alza».

Los mayores se toman en serio su rol de tutores y sienten que están desempeñando una misión de confianza.

## El interés múltiple del material Montessori

### *Sensual, estético, lúdico*

Entremos en el meollo de la cuestión, en lo que constituye y constituirá uno de los factores del éxito de la pedagogía Montessori : el material. Con sus colores, a menudo se parece a los cubos de los juegos de construcción o a los juegos educativos para los más pequeños. Claramente está hecho para seducir, dado su aspecto estético y lúdico, y no es por casualidad. No se trata de objetos destinados a endulzar el mal trago de una enseñanza amarga. Si está concebido para agradar es porque así no solo atrae y retiene la atención de los niños, sino porque además permite percibir, comprender y memorizar el contenido de la enseñanza a través de los sentidos. Cuando compara la perla (la unidad), la barra de 10 perlas, los cuadrados de 100 y el cubo de 1000, el niño toca con los dedos, tanto en el sentido literal como en el figurado, las nociones bastante abstractas del sistema decimal y su jerarquía. O cuando pasa los dedos sobre las letras rugosas, con los ojos cerrados, el niño memoriza su forma y las hace suyas mediante el tacto. La manipulación permite una aprehensión inmediata, agradable y duradera. Recordemos, por otro lado, que el

período sensible de la agudización de los sentidos va desde los 18 meses hasta los 5 años y que, durante todo este tiempo, el niño es particularmente receptivo a lo que pasa por el tacto.

### *Un material de desarrollo*

Si bien permite cautivar la atención del niño y facilita su aprendizaje, el material Montessori es mucho más que un material pedagógico. Es un material de desarrollo cuya intención no es simplificar el trabajo de los educadores, sino ayudar al desarrollo interior y al crecimiento del niño. Si se da al niño la libertad de acceder a él y manipularlo tanto como le dé la gana, el material responderá a sus necesidades.

Por otro lado, el material ha sido concebido para permitir un paso sistemático y regular desde lo más sencillo hasta lo más complejo, en un orden fácil de seguir y adaptable al nivel y al ritmo de progresión de cada niño.

En definitiva, cada tipo de material induce a prácticas pedagógicas particulares y graduales que, una vez se ha recibido formación, son relativamente sencillas de aplicar.

Asimismo, es necesario tomar conciencia y abstenerse de aplicar estas prácticas como si fueran recetas inamovibles y dogmáticas; hay que tener en cuenta las reacciones del niño, su ritmo de aprendizaje, las especificidades de su personalidad, ya que pueden llevarnos a modificar ciertos puntos. Y esta flexibilidad es aún más importante con los niños que presentan alguna discapacidad, con niños autistas, etc.

Es posible que, después de preparar con esmero el material previsto para cierta etapa de aprendizaje, el niño no sienta ningún interés por él, simplemente porque, después de un tiempo, ha comprendido el concepto que usted desea que aprenda. O, por el contrario, quizás deba volver atrás porque ha notado que es demasiado pronto para introducir un nuevo material o que ha ido demasiado deprisa (usted también tiene derecho a equivocarse).



Cada material tiene un objetivo directo y preciso, pero prepara indirectamente para las actividades posteriores. Son estas preparaciones indirectas las que provocan, por ejemplo, «la explosión» repentina de la capacidad de lectura o escritura, de un día para otro, pues todos los componentes necesarios para estas actividades se han preparado de manera independiente. Asimismo, la construcción de conexiones lógicas en el transcurso de las actividades de Vida práctica contribuye a la capacidad de pensar del niño.

## El aspecto tranquilizador de los rituales

### *La presentación*

Nombre siempre la actividad que desea hacer con el niño: usted sabe lo que quiere enseñar al niño, pero él no.

Vaya con él hacia el lugar donde haya instalado el material. El niño sabrá así dónde encontrarlo y dónde guardarlo. De este modo, no solo le está ayudando a orientarse, sino también favoreciendo su autonomía.

A lo largo de toda la presentación tenga en mente el «punto de interés» del niño, es decir, el elemento que le motivará y hará que su trabajo sea apasionante. Claro que él no sabe cómo ni para qué le preparan estas actividades, pero en cada material hay un detalle o un gesto que le gustará.

Sus movimientos deben ser desglosados y precisos. El niño no los copiará para imitarle, sino porque así tendrá la ocasión de explorar nuevos gestos o nuevos conceptos. Por tanto, es esencial que comprenda la lógica, el propósito y la secuencia.

Aborde las cosas en un orden y no dude en recurrir a la repetición o la variación de las actividades, siempre que no aburran al niño, ya que permiten la memorización de gestos o de conceptos.

### *La instalación*

El niño coloca el material sobre una alfombra o en una mesita para crear «su» espacio de trabajo. Cuando termina, el niño lo guarda antes de ir

a buscar otro material. Esta dinámica participa del ambiente tranquilizador y sereno de cuyas ventajas hemos hablado antes, e imprime también en el niño el hábito de trabajar con cuidado y método, en un espacio despejado y ordenado.

## La lección en tres tiempos

### *Un ritual importante de la pedagogía Montessori*

La lección en tres tiempos es un proceso destinado a facilitar el descubrimiento y la adquisición de nuevo vocabulario por parte del niño, y se aplica en cualquier ámbito: el aprendizaje de las letras, las cifras, las formas geométricas... El aspecto ritual y sistemático de este modo de presentar el nuevo vocabulario es útil porque, por un lado, permite al niño anticiparse y comprender al instante la consigna y las cuestiones, y por otro, le permite centrarse en los contenidos sin preocuparse por la forma que toma la lección.

Pero el aspecto más importante de la lección en tres tiempos reside en el hecho de que no quema ninguna etapa del aprendizaje; da al niño el tiempo necesario para que haga perfectamente suyo cualquier vocabulario nuevo. No se presenta solo una vez, sino que se da durante varios días, y no propone, en general, más que unas pocas palabras a la vez, tres o cuatro como máximo, para no sobrecargar la memoria.

### *Los tres tiempos*

En la primera fase de la lección en tres tiempos, se relaciona el objeto o el concepto con su vocabulario correspondiente.

La segunda fase, que dura más tiempo, ayuda al niño a memorizar el vocabulario y su relación con un objeto o concepto determinado.

Por último, en la tercera fase se verifica que el niño lo haya asimilado correctamente. Esta asimilación le permitirá reutilizar el vocabulario en otros contextos.

### Un ejemplo

El desarrollo de la lección en tres tiempos es una constante que encontrará a menudo en nuestras obras prácticas. Para describir con detalle y en concreto en qué consiste la lección en tres tiempos veremos a continuación el ejemplo de las cifras rugosas.

#### Tiempo 1

Para esta lección y en aras de la claridad, usted elegirá tres cifras contrastadas, por ejemplo el 4, el 2 y el 7. Coloque delante del niño y aislada la pieza del 4, por ejemplo. Toque la cifra resiguiendo su forma con la yema de los dedos, en el sentido de la escritura. Diga: «Este es el 4». Y así sucesivamente con cada una de las tres piezas. Cuando haya colocado las tres piezas, vuelva a cogerlas por orden y vaya nombrándolas mientras las toca. Puede repetirlo al día siguiente, antes de pasar al tiempo 2.

#### Tiempo 2

El segundo tiempo toma la forma de un juego de adivinanzas. Esta fase es a la vez más agradable y estimulante para el niño, pues constituye una especie de desafío intelectual. Coloque las tres piezas sobre la alfombra, en el orden de la primera presentación. Pida al niño: «Muéstreme el 4», «Muéstreme el 2», «Muéstreme el 7». Una vez hecho esto, mezcle las piezas, para estimular al niño, y vuelva a empezar el ejercicio. Poco a poco, el niño es capaz de reconocer las cifras, en cualquier orden, y asociarlas a su nombre. Hay que evitar poner al niño en aprietos, por este motivo el segundo tiempo es el período más largo. Dura más sesiones y debe repetirse hasta que sea evidente que el niño domina a la perfección la asociación forma-nombre (¡pero el adulto debe dejarlo antes de que el niño se aburra!).

¡Atención! Esta etapa «repetitiva», aunque lúdica, se suele pasar por alto, cuando es la que consolida la memoria en construcción.

#### Tiempo 3

El tiempo 3 no se plantea hasta que el niño ha manifestado una gran fluidez en el tiempo 2. En el caso de nuestro ejemplo, el niño nombra las tres cifras sin dificultad. Aísle una pieza al azar delante del niño y pregúntele: «¿Qué es esto?». Proceda de la misma manera con las otras piezas. En esta etapa, el niño deberá demostrar fluidez en el vocabulario. Hasta que no sea capaz de nombrar todas las cifras sin vacilación, no se podrá considerar que las ha asimilado perfectamente ni se le podrá proponer tres nuevas cifras.

### Un punto esencial: la autocorrección

Por último, pero no por ello menos importante, el material de la pedagogía Montessori permite la autocorrección. En el lenguaje propiamente montessoriano, le llamamos «control del error» y va más allá de la noción habitual de la autocorrección. Lo importante no es la idea de la corrección de un resultado, sino la toma de conciencia instantánea por parte del niño. Tanto si se trata de encajar formas geométricas en unos soportes o de tablas de operaciones «llenas» o «vacías», el niño encuentra en la mayoría de materiales una confirmación o una invalidación inmediata de sus elecciones y de sus resultados.

El control del error presenta dos enormes ventajas:

Primera, el niño puede trabajar con total autonomía desde el principio. Puede ir y coger el material que ya conoce cuando le apetezca, igual que guardarlo y, entretanto, puede practicar solo, sin una persona adulta, y verificar la exactitud de lo que hace.

Segunda, posteriormente, no es la persona adulta la que dice: «esto es cierto» o «esto es falso». El niño se da cuenta solo. No cae ninguna guillotina, a menudo asociada a un juicio más o menos explícito. El niño aprende así a autoevaluarse y a asumir sus errores. Ni se mortifica ni se inhibe. Sabe simplemente dónde está y qué debe mejorar.

De hecho, durante la presentación de un material, el adulto podrá equivocarse de vez en cuando, reírse de su error y después reparar dicho error delante del niño. La idea es desdramatizar las situaciones de error y evitar darle el aspecto de un fracaso. El error no es más que un paso, una señal positiva para una mejor toma de conciencia.

## La pedagogía Montessori y usted

### *Nada de estrés*

Este párrafo y los dos siguientes están dirigidos en particular a las personas que trasladan la escuela a casa. A pesar de los muchos consejos y la información, todo comienzo siempre produce cierta inquietud. De repente, se encontrará solo o sola ante la tarea de crear su propia escuela para su hijo, desde los materiales que debe fabricar hasta la manera de organizarse. Relativice, tome cierta perspectiva, siéntase libre. Ponga en práctica progresivamente lo que ha aprendido, sin intentar hacerlo todo a la vez. Tómese tal vez dos o tres semanas para organizarse, aunque su hijo o hija tenga que seguir como si estuviera «de vacaciones». No pasa nada. Tendrá todo el tiempo del mundo para recuperar este ligero retraso, pues se avanza más en casa que en clase. Y, sin duda, trabajará mejor si está bien preparado y si usted está tranquilo o tranquila. Cuando comience, no se culpabilice si no ocurre exactamente lo que le han descrito. Los procedimientos de la pedagogía Montessori, por muy definidos que estén, no están escritos sobre piedra. El espíritu inventivo y audaz de Maria Montessori lo demuestra. Confíe en su propio razonamiento, en las reacciones de su hijo, piense que, a medida que pasen las semanas, cada vez dominará más la situación. Y, por último, no olvide que las sesiones de aprendizaje son también buenos momentos que pasa con su hijo.

### *La fabricación del material*

Comprar todo el material resulta extraordinariamente caro. La mayoría de padres que ponen en práctica la escuela Montessori en casa se fabrican una buena parte del material ellos mismos. Es largo y fastidioso.

Si puede, quede con otros padres que estén en su mismo caso para llevar a cabo veladas de bricolaje, será más divertido y alentador. No intente hacerlo todo de golpe. Y, más tarde, no sufra si su hijo va más adelantado que la fabricación del material, porque esto demuestra simplemente que aprende rápido y bien, y ese es el objetivo, ¿no le parece? En cambio, cuide la factura. Uno de los éxitos de los materiales es su aspecto estético. Pula la madera con papel de lija antes de usarlos; utilice pinturas brillantes; imprima las letras, las cifras y los tableros, en lugar de trazarlos a mano y colorearlos; péguelos sobre cartulina sólida y plastifíquelos; los van a manipular muchísimo. Y prepárese también para ver su obra maltrecha. No pierda la calma, explique al niño que debe tener cuidado para que los demás niños puedan usar también el material e igualmente por respeto a su trabajo.

## ¿Y la creatividad? ¿Y la inventiva?

Si bien la pedagogía Montessori se ve facilitada y «guiada» por la utilización del material y es rápidamente eficaz, no se trata de aplicar de manera inmutable y mecánica unas recetas, sin plantear preguntas. El espíritu inventivo e innovador de la pedagogía Montessori tiene tanta importancia como los materiales. No olvidemos la propia personalidad de Maria Montessori, que desafió las prohibiciones y el qué dirán para convertirse, en 1896, en la primera mujer médico de Italia. Todo su planteamiento fue audaz y original. Su concepción de la pedagogía es todo menos rígida. Su enfoque no deriva de un método en el sentido estricto, sino de una acertada observación del niño. Sería una ofensa quedarnos con los materiales y olvidarnos del espíritu, profundamente dinámico. No podemos dejar de recomendarle que evite la mera reproducción y que desarrolle la creatividad, también la de los niños con los que trabaje.

---

Las citaciones del anexo vienen de Montessori, María. *El niño, el secreto de la infancia*. The Montessori-Pierson Publishing Company, Ámsterdam, 2013.