

Números enteros
Guía teórica
1er semestre 2024

Tema: El conjunto de los números enteros.

- El conjunto de los **números enteros** (\mathbb{Z}) es la unión entre los conjuntos formados por los números naturales, sus inversos aditivos y el cero.

$$\mathbb{Z} = \mathbb{Z}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}^+$$

- Los **números enteros positivos** (\mathbb{Z}^+) son los números naturales y se pueden escribir con o sin el signo +.
- Los **números enteros negativos** (\mathbb{Z}^-) son los inversos aditivos de los números naturales y se escriben con el signo -.
- Cualquier número entero positivo es mayor que 0, mientras que cualquier número entero negativo es menor que cero.
- **Vaor absoluto:** distancia que existe en la recta numérica entre un número y el cero.

Actividades propuestas

1. Completa con los signos $>$, $<$ o $=$.

a. -5 _____ 6

b. 0 _____ 7

c. $|5|$ _____ -4

d. -11 _____ -12

e. $|-12|$ _____ -3

f. $|18|$ _____ $|-18|$

g. -15 _____ -15

h. -1 _____ -101

2. Evalúa si las afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F).

a. _____ El inverso aditivo de -2 es 2 .

b. _____ El tercer subterráneo de un edificio se puede representar con el número 3 .

c. _____ El valor absoluto de un número es su inverso aditivo.

d. _____ La distancia entre dos números en la recta numérica siempre se representa con un número entero positivo.

e. _____ El termómetro marcó 6 grados Celsius bajo cero, es decir, -6 °C.

f. _____ Al cero no lo antecede un signo porque es positivo.

g. _____ Todo número es mayor que su inverso aditivo.

h. _____ Todos los números negativos son menores que cualquier número positivo.

3. Representa cada situación con un número entero.

a. Juan tiene una deuda de \$15.400.

- b. El submarino llegó hasta 340 metros de profundidad.
 - c. El termómetro registró una temperatura de 18 grados Celsius.
 - d. El colegio está a 300 m de distancia de la casa de Pedro.
 - e. Todos los meses recivo \$25.000.
 - f. La montaña rusa tiene una altua de 85 m.
 - g. El automóvil retrocedio 15 metros.
 - h. Aristóteles nació el año 384 a. C.
4. Ubica los números en la recta numérica
- a. $-1, 2, -4, -6$ y 1
 - b. $-7, 0, -10, -5, -6, 5$ y 8
 - c. $25, -15, 5, 10, -20$ y -10
 - d. $-45, 60, -10, -30, 20$ y -35
5. Ordena los siguientes hechos históricos, de acuerdo al año en que sucedieron.
- a. ____ En 1492 Cristóbal Colón llegó a América.
 - b. ____ En el año 476 d. C. finalizó la etapa conocida como Edad Antigua.
 - c. ____ La segunda guerra mundial terminó el año 1945.
 - d. ____ La invnción de la escritura data del año 3.000 a. C.
 - e. ____ En el año 1789 se produjo la revolución francesa.
 - f. ____ Hace 3 millones de años a. C. aproximadamente, aparecer la primera especie o forma humana llamada Australopitecos.
 - g. ____ El año 1989 fue la caída del muro de Berlín.
 - h. ____ En el siglo VII a. C. Homero escribió “La Odisea”.
 - i. ____ Hacia los años 530 a. C. los discípulos de Pitágoras, en Grecia, enseñaron qu el mundo no tenía forma de disco.
 - j. ____ El 14 de marzo del 2018 falleció el científico Stephen Hawking.

Tema: Adición y sustracción de números enteros.

- Para sumar números enteros de igual signo, se suman sus valores absolutos y se conserva el signo de los sumandos.

$$3 + 5 = 8$$

$$-3 + (-5) = -8$$

- Para sumar números enteros con distinto signo, se calcula la diferencia de los valores absolutos de los números y se conserva el signo del sumando de mayor valor absoluto.

$$-5 + 2 = -3$$

$$6 + (-11) = -5$$

- Al restar dos números enteros se puede sumar al minuendo el inverso aditivo del sustraendo.

$$25 - (-4) = 25 + 4 = 29$$

$$-20 - 5 = -20 + (-5) = -25$$

- Las adiciones y sustracciones de números enteros también pueden ser resueltas en la recta numérica.

Actividades propuestas

6. Resuelve las siguientes operaciones.

a. $-7 + 6$

b. $22 + 53$

c. $34 + (-15)$

d. $-15 + 16$

e. $-3 + (-56)$

f. $-17 - (-12)$

g. $-5 + (-4) + 9$

h. $-24 - (-31) + 45$

i. $56 + |-32| - (-19)$

j. $|-1| + 1 - (-1)$

k. $|46| + 8 - 98 - |12|$

l. $19 + 12 + (-27) - |-29|$

m. $|-23| - |32| + (-78)$

n. $-67 - (-55) + (-70)$

ñ. $-136 - (-234) + |-81| - |-104|$

o. $-23 - (-489) - (-37) - (-48)$

p. $-28 + (-38) - (-93) - (-29)$

q. $-1 + (-1) - (-1) + 1 + (-1) - (-1)$

7. Calcula mentalmente el valor de x para que cumpla la igualdad.

a. $x + 5 = 18$

b. $x + (-4) = 20$

c. $3 + x = 12$

d. $x + 6 = -2$

e. $12 + x = 4$

f. $2 + x = -17$

g. $-23 + x = -29$

h. $x - (-6) = 14$

i. $x - (-10) = 0$

j. $12 - x = 13$

k. $15 - x = -15$

l. $x - (-32) = 32$

m. $11 = x - 9$

n. $-15 - x = -28$

8. Completa las tablas.

	a	b	$a + b$	$a - b$	$b - a$
	2	6			
a.	-1	7			
	4	-8			
	-3	-9			

b.

x	y	z	$x + y - z$	$x - y - z$
2	-3	-1		
4	0	-11		
-5	-2	-7		

9. Resuelve los siguientes problemas.

- La temperatura ambiental de un negocio de productos congelados es de 15°C , mientras que en el interior del congelador está a 12°C bajo cero. ¿Cuál es la diferencia entre la temperatura ambiental y la del congelador?
- Después de subir 9 pisos, el ascensor de un edificio llegó al quinto piso. ¿Desde qué piso comenzó a subir el ascensor?
- Un submarino se encontraba a 140 metros de profundidad. Si ascendió 70 metros, ¿a qué profundidad llegó?
- Pitágoras nació el año 580 a. C. y murió el año 501 a. C. ¿Cuántos años vivió Pitágoras?
- En cierto momento, un avión vuela a 2.200 metros de altura sobre el nivel del mar y un buzo se encuentra a 250 metros de profundidad del mar. ¿Cuál es la diferencia entre las distancias del avión y el buzo, respecto al nivel del mar?
- Un día de invierno, a las 7:00 hrs el termómetro marcó -3°C . Luego, a las 13:00 hrs la temperatura ascendió 8°C respecto a la anteriormente mencionada. Si hasta las 16:00 hrs subió 2°C , luego, desde las 16 hrs hasta las 23:00 bajó 4°C y, finalmente, desde las 23:00 hrs hasta las 6 hrs del día siguiente, bajó 5°C más, ¿qué temperatura marcó el termómetro en la última medición?

10. Resuelve las siguientes adiciones y sustracciones de números enteros.

- $(12 + 4) - (18) + (-4)$
- $|-15 + (-13) + 6|$
- $42 + [16 - (-3) + (-4)]$
- $(-23 + (-17)) - (28 - (-10))$
- $|5 - (-19)| + |-93 + (-83)|$
- $18 + (28 - (-78 + 29) - 1)$
- $(65 - |41 - 42| + (-37) - (-11)) + (-23)$
- $-(81 + (-71) - (-52) + 18)$
- $(24 + (-12)) - |26 - (-25)| - (-32 - (-17))$
- $-(16 - (-19 + (-15)) - (-1 - (-21) - |-32|))$

Tema: Multiplicación de números enteros.

- Al multiplicar números enteros de iguales signos, el resultado siempre será positivo.
- Al multiplicar números enteros de distinto signo, el resultado siempre será negativo.
- Las siguientes propiedades se cumplen para todo número entero:
 - Conmutatividad: $a \cdot b = b \cdot a$, donde a y b son números enteros.
 - Asociatividad: $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$, donde a, b y c son números enteros.
 - Clausura: $a \cdot b = k$, donde a, b y k son números enteros.
 - Distributividad: $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$, donde a, b y c son números enteros.
 - Elemento neutro: $a \cdot 1 = a$, donde a es un número entero.

Actividades propuestas

11. Resuelve las siguientes multiplicaciones de números enteros.

a. $3 \cdot (-4)$

b. $-5 \cdot (-7)$

c. $18 \cdot 2$

d. $-1 \cdot (-19)$

e. $-12 \cdot (-12)$

f. $-27 \cdot 8$

g. $65 \cdot (-4)$

h. $-73 \cdot 6$

i. $0 \cdot (-188)$

j. $81 \cdot 2$

k. $12 \cdot (-5) \cdot 3$

l. $-1 \cdot (-6) \cdot (-1)$

m. $-1 \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1)$

n. $-4 \cdot (-6) \cdot 10$

12. Escribe el factor que falta en las siguientes multiplicaciones de números enteros.

a. $12 \cdot \underline{\hspace{1cm}} = -36$

b. $\underline{\hspace{1cm}} \cdot 4 = 28$

c. $\underline{\hspace{1cm}} \cdot (-2) = -34$

d. $-9 \cdot \underline{\hspace{1cm}} = -9$

e. $-15 \cdot \underline{\hspace{1cm}} = 60$

f. $\underline{\hspace{1cm}} \cdot (-13) = -78$

g. $\underline{\hspace{1cm}} \cdot 24 = -72$

h. $19 \cdot \underline{\hspace{1cm}} = 95$

i. $\underline{\hspace{1cm}} \cdot 11 = -77$

j. $-13 \cdot \underline{\hspace{1cm}} = 169$

k. $\underline{\hspace{1cm}} \cdot (-7) = 245$

l. $-4 \cdot \underline{\hspace{1cm}} = -100$

13. Escribe cada propiedad de la multiplicación que se utilizó en los pasos correspondiente.

$$\begin{aligned}
 -6 \cdot (2 + 8) + [-4 \cdot 1] \cdot (-3) &= -6 \cdot (2 + 8) + (-4) \cdot [1 \cdot (-3)] \\
 &= -6 \cdot (2 + 8) + (-4) \cdot (-3) \\
 &= (-6 \cdot 2) + (-6 \cdot 8) + (-4) \cdot (-3) \\
 &= -12 + (-48) + (-4) \cdot (-3) \\
 &= -12 + (-48) + 12 \\
 &= -12 + 12 + (-48) \\
 &= -48
 \end{aligned}$$

14. Evalúa si las afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F).

a. $\underline{\hspace{1cm}} a, b \in \mathbb{Z} \Rightarrow a \cdot b > 0$

- b. _____ $a, b, c \in \mathbb{Z} \Rightarrow a \cdot b \cdot c \in \mathbb{Z}$
- c. _____ -1 es el elemento neutro para la multiplicación en \mathbb{Z}
- d. _____ $a < 0 \wedge b < 0 \Rightarrow a \cdot b > 0$

15. Completa las tablas.

a.

a	b	$a \cdot b$	$a \cdot (-b)$	$-a \cdot (-b)$
3	2			
-1	1			
-6	-4			
-8	-10			

b.

x	y	z	$x \cdot (-y) \cdot z$	$x \cdot (y - z)$
0	-3	-1		
2	5	-4		
-8	-6	1		

16. Escribe la operación correspondiente de cada problema y luego resuelve.

- Una mini empresa está pasando por una crisis económica. Cada día tiene una pérdida de \$70.000. ¿Cuánto dinero perdió durante la última semana?
- Marcela ahorra cada día \$2.500. ¿Cuánto dinero lleva ahorrado en 20 días?
- Daniel compró 5 discos en una tienda de música. si cada disco tenía un valor de \$7.990, ¿cuánto dinero gasto por los discos?
- el día más frío del año, desde las 00:00 horas la temperatura descendió 3 °C por hora, hasta las 08:00 hrs. ¿Cuál fue la variación total de temperatura entre dicho lapso de tiempo?
- Debido a un virus respiratorio, en un colegio se contagian, en promedio, 4 estudiantes por día. Al cabo de 15 días, ¿cuántos estudiantes estarán contagiados?
- Carla gasta semanalmente \$1.500 en frutas. ¿Cuánto dinero gastará en 4 meses? considera 4 semanas por mes.
- Juan tiene un plan de telefonía móvil, con un cargo fijo de \$9.990 y un cobro extra de \$5 por minuto. ¿cuánto dinero debe pagar Juan en total, si se excedió en dos horas y media?
- En la biblioteca municipal, por cada día de demora del prestamo de un libro, se cobra una multa de \$400. ¿Cuánto se debe pagar de multa, si un libro se entregó 8 días atrasado?
- Un automóvil avanza a una rapidez constante de 70 km/h. ¿Cuál es la distancia recorrida luego de 3 horas y media?
- El cotavo básico quiere realizar una rifa en el colegio y tiene 180 boletos disponibles. Si cada boleto cuesta \$1.500, ¿cuánto dinero podrían ganar con todas las rifas vendidas?
- Un avión comercial vuela a 3.000 m de altura y por cada minuto, desciende 20 m. ¿Cuál es su altura luego de media hora de vuelo?

Tema: División de números enteros.

- Al dividir números enteros de iguales signos, el resultado siempre será positivo; mientras que, al dividir números enteros de distintos signos, el resultado siempre será negativo.
- En la división no es posible establecer las propiedades conmutativa, asociativa, distributiva o clausura, pero sí la de elemento neutro: $a \div 1 = a$, donde a es cualquier número entero.
- Inverso multiplicativo: $a \cdot \frac{1}{a} = 1$.
- La regla de signos en la división es igual a la regla de signos de la multiplicación.

$$\begin{array}{cccccc} + & \cdot & + & = & + \\ - & \cdot & - & = & + \\ + & \cdot & - & = & - \\ - & \cdot & + & = & - \end{array}$$

Actividades propuestas

17. Resuelve las siguientes multiplicaciones de números enteros.