

# Números racionales y potencias

Guía teórica

1er semestre 2024

## Tema: Números racionales

- El conjunto de los números racionales  $\mathbb{Q}$ : El conjunto de los números racionales se define como el conjunto de todas aquellas fracciones entre números enteros donde el denominador sea distinto de 0. De manera más formal,  $\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} / a, b \in \mathbb{Z} \wedge b \neq 0 \right\}$ .
- Orden en  $\mathbb{Q}$ : Una técnica para saber que número racional es menor o mayor que otro consiste en comparar las fracciones de la siguiente manera.

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \Leftrightarrow a \cdot d < b \cdot c, \quad \text{o bien,} \quad \frac{a}{b} > \frac{c}{d} \Leftrightarrow a \cdot d > b \cdot c$$

- Subconjuntos de  $\mathbb{Q}$ : Todo número natural o entero es posible escribirlo como una fracción cuyo numerador es dicho valor y su denominador es 1. Luego:  $\mathbb{N} \subset \mathbb{Q}$  y también  $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$ .
- Transformación de decimales periódicos y semiperiódicos negativos a fracción: Para estos casos, se procede como de costumbre poniendo el signo “-” al resultado.

$$-3,\overline{56} = -\frac{356 - 3}{99} = -\frac{353}{99}$$

$$-34,9\overline{67} = -\frac{34967 - 3496}{900} = -\frac{31471}{900}$$

## Actividades propuestas

1. Identifica si cada número dado pertenece a  $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$  y/o  $\mathbb{Q}$ .

a. -8

d.  $5,\overline{78}$

f.  $\frac{3}{6}$

h.  $-4\frac{2}{3}$

b. 432

e.  $-35,5\overline{43}$

g.  $23,0\overline{01}$

i.  $-\frac{43}{990}$

c.  $-52,\overline{25}$

2. Ordena de menor a mayor los siguientes conjuntos de números racionales.

a.  $5,1; 5,\overline{01}; 5,0\overline{1}; 5,\overline{1}; 5,0\overline{01}; 5,\overline{001}; 5,00\overline{1}$

d.  $-\frac{7}{9}; -\frac{9}{7}; -\frac{9}{90}; -\frac{79}{99}; -\frac{97}{99}; -\frac{7}{90}; -\frac{79}{90}; -\frac{97}{90}$

b.  $-0,1; -0,\overline{01}; -0,0\overline{1}; -0,\overline{1}; -0,\overline{001}; -0,00\overline{1}$

e.  $-3,\overline{5}; -\frac{7}{2}; -14,0\overline{6}; 0,\overline{25}; 0,0\overline{25}; -\frac{50}{3}; \frac{1}{4}$

c.  $\frac{3}{5}; \frac{5}{3}; \frac{1}{9}; \frac{1}{3}; \frac{5}{9}; \frac{35}{99}; \frac{53}{99}; \frac{11}{90}$

f.  $12,15; \frac{5}{90}; -3,6\overline{64}; 10,0\overline{51}; 10,05\overline{1}; 0,00\overline{5}; \frac{1}{2}$

3. Escribe  $\mathbb{Q}^+$  o  $\mathbb{Q}^-$  si la variable es posible representarla por un número racional positivo o uno negativo. De ser posible representarla con ambos, escribe  $\mathbb{Q}$ .

a. Tiempo en horas.

d. Saldo en la cuenta corriente.

b. Estatura en metros.

e. Profundidad de un submarino.

c. Temperatura en grados Celsius.

f. Masa corporal en kilogramos.

**Tema:** Aproximación de números decimales

- Redondeo: Redondear un número a una determinada cifra es una técnica de aproximación que considera la cifra decimal inmediatamente siguiente a la que determine la aproximación, según el siguiente criterio:
  - Si dicha cifra es menor que 5, las cifras se conservan.
  - Si dicha cifra es igual o mayor que 5, la cifra por aproximar aumenta una unidad.
- Truncamiento: Se consideran solo las cifras decimales a partir de un orden posicional determinado.
- Cuando se aproxime un número, ya sea por redondeo o truncamiento, se dirá que ha sido por defecto si dicha aproximación es menor al valor exacto; mientras que si es mayor, se dirá que es por exceso.
- El error absoluto corresponde a la diferencia, en valor absoluto, entre el valor a aproximar y la aproximación. Este valor se da al aproximar con cualquier técnica.

**Actividades propuestas**

4. Redondea a la décima, centésima y luego a la milésima los siguientes números decimales.

a. $-34,25$	e. $15,\overline{50}$	i. $-863,0\overline{9}$
b. $1.328,05$	f. $-63,0\overline{53}$	j. $0,0007$
c. $-445,44$	g. $79,81$	k. $990,8\overline{5}$
d. $2.453,09\overline{1}$	h. $378,99$	l. $1.256,\overline{99}$

5. Trunca a la décima, centésima y luego a la milésima los siguientes números decimales

a. $-34,25$	e. $15,\overline{50}$	i. $-863,0\overline{9}$
b. $1.328,05$	f. $-63,0\overline{53}$	j. $0,0007$
c. $-445,44$	g. $79,81$	k. $990,8\overline{5}$
d. $2.453,09\overline{1}$	h. $378,99$	l. $1.256,\overline{99}$

6. Señala si las aproximaciones de las actividades anteriores fueron por defecto o por exceso.

7. Calcula el error absoluto de cada aproximación realizada en las actividades anteriores.

**Tema:** Adición y sustracción en  $\mathbb{Q}$ , Propiedades.

- **Adición y sustracción en  $\mathbb{Q}$ :** La adición y sustracción de números racionales son operaciones binarias que pueden ser resueltas aplicando:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + b \cdot c}{b \cdot d} \qquad \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d - b \cdot c}{b \cdot d}$$

- **Clausura:** Al sumar números racionales siempre se obtiene un número racional.
- **Asociativa:** Sean  $a$ ,  $b$  y  $c$  tres números racionales:  $a + (b + c) = (a + b) + c$
- **Conmutativa:** Sean  $a$  y  $b$  dos números racionales:  $a + b = b + a$
- **Elemento neutro:** Sea  $a$  un número racional:  $a + 0 = a$
- **Inverso aditivo (Opuesto):** Sea  $a$  un número racional:  $a + (-a) = 0$ . El inverso aditivo de  $a$  es  $-a$
- Restar un número racional equivale a sumar su inverso aditivo, es decir,  $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a}{b} + \left(-\frac{c}{d}\right)$ .

### Actividades propuestas

8. Resuelve las adiciones de números racionales. Expresa el resultado como fracción irreducible.

a.  $-\frac{1}{5} + \frac{1}{2}$

b.  $-\frac{7}{8} + \frac{1}{4}$

c.  $-\frac{19}{17} + \frac{1}{5}$

d.  $\frac{25}{4} + \left(-\frac{1}{8}\right)$

e.  $-\frac{1}{4} + \frac{7}{8} + \frac{15}{2}$

f.  $-\frac{5}{6} + \frac{7}{9} + \frac{1}{3}$

g.  $\frac{25}{12} + \left(-\frac{5}{6}\right) + \left(-\frac{15}{4}\right)$

h.  $-\frac{1}{2} + \frac{17}{24} + \frac{7}{8}$

i.  $\frac{3}{6} + 0,45 + \left(-\frac{1}{7}\right)$

j.  $-\frac{1}{2} + 0,9 + \left(-\frac{3}{10}\right)$

k.  $\frac{7}{9} + 0,5 + \left(-\frac{24}{18}\right)$

l.  $45,45 + \left(-\frac{500}{11}\right) + \frac{11}{500}$

9. Resuelve las sustracciones de números racionales. Expresa el resultado como fracción irreducible.

a.  $-\frac{3}{7} - \frac{2}{5}$

b.  $-\frac{6}{11} - \frac{5}{12}$

c.  $-\frac{21}{19} - \frac{2}{3}$

d.  $\frac{12}{7} - \left(-\frac{5}{2}\right)$

e.  $-\frac{21}{4} - \frac{5}{6} - \frac{7}{12}$

f.  $-\frac{3}{4} - \frac{3}{8} - \frac{7}{12}$

g.  $\frac{28}{25} - \left(-\frac{3}{5}\right) - \left(-\frac{1}{10}\right)$

h.  $-\frac{2}{75} - \frac{7}{25} - \frac{3}{50}$

i.  $\frac{1}{2} - 0,33 - \left(-\frac{4}{25}\right)$

j.  $-\frac{4}{7} - 1,6 - \left(-\frac{3}{35}\right)$

k.  $\frac{4}{9} - 0,3\bar{1} - \left(-\frac{2}{5}\right)$

l.  $87,78 - \left(-\frac{103}{33}\right) - \frac{1}{11}$

10. Resuelve las adiciones y sustracciones de números racionales. Expresa el resultado como fracción irreducible.

a.  $-\frac{4}{5} + \frac{8}{7} + \frac{2}{35}$   
 b.  $-\frac{5}{2} - \frac{8}{3} + \frac{5}{6}$   
 c.  $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{17}{24}$   
 d.  $\frac{4}{9} - \frac{1}{3} + \frac{5}{2}$   
 e.  $\frac{1}{2} - \frac{7}{8} - \frac{3}{4}$   
 f.  $-\frac{5}{12} + \frac{5}{3} - \frac{5}{6}$   
 g.  $-\frac{7}{2} + \frac{4}{5} - \frac{3}{4}$   
 h.  $\frac{15}{9} - \frac{17}{36} + \frac{23}{18}$

i.  $\frac{3}{4} + \frac{4}{5} - \frac{12}{25}$   
 j.  $-\frac{1}{60} + \frac{1}{40} + \frac{1}{100}$   
 k.  $-\frac{13}{25} - (-0,2) - 0,05$   
 l.  $-\frac{4}{9} + 0,0\overline{1} - \left(-\frac{9}{11}\right)$   
 m.  $-\frac{2}{3} - 0,2\overline{3} - (-5,\overline{3})$   
 n.  $-\left(-\frac{51}{18}\right) - 0,\overline{4} + \frac{5}{6}$   
 ñ.  $-\left(-\frac{5}{9}\right) - (-0,3) - \frac{7}{90}$

11. Expresa los resultados de la actividad 10 como números decimales.

12. Utiliza la siguiente tabla y resuelve las siguientes operaciones dadas por los valores correspondientes a cada par de números. Expresa el resultado como fracción irreducible.

Puntos	1	2	3	4	5	6
1	0,8	$\frac{3}{5}$	$-10,\overline{6}$	$-0,\overline{01}$	-3,21	$41,1\overline{2}$
2	$0,1\overline{7}$	$-2,\overline{21}$	$-0,00\overline{1}$	$1,12\overline{1}$	$-\frac{1}{90}$	$0,\overline{7}$
3	$0,\overline{8}$	0,5	$\frac{8}{99}$	$-2,0\overline{2}$	$-3,\overline{03}$	$5,\overline{01}$
4	$-\frac{1}{6}$	$7,0\overline{70}$	$-1,1\overline{8}$	-2,1	$-4,\overline{5}$	0,6
5	$5,1\overline{4}$	$3,2\overline{1}$	$-\frac{4}{9}$	$1,\overline{1}$	$21,98\overline{9}$	$41,0\overline{1}$
6	-4,8	$0,4\overline{5}$	$-12,\overline{3}$	$0,\overline{32}$	$3,32\overline{9}$	$\frac{7}{2}$

a.  $(2 \text{ y } 2) + (1 \text{ y } 5)$   
 b.  $(1 \text{ y } 6) + (3 \text{ y } 6)$   
 c.  $(3 \text{ y } 4) + (1 \text{ y } 4)$   
 d.  $(4 \text{ y } 3) + (2 \text{ y } 5)$   
 e.  $(6 \text{ y } 2) + (3 \text{ y } 3)$   
 f.  $(5 \text{ y } 3) - (1 \text{ y } 1)$   
 g.  $(4 \text{ y } 1) - (6 \text{ y } 6)$   
 h.  $(4 \text{ y } 6) - (4 \text{ y } 3)$

i.  $(6 \text{ y } 1) - (2 \text{ y } 5)$   
 j.  $(3 \text{ y } 3) - (4 \text{ y } 4)$   
 k.  $(5 \text{ y } 1) + (1 \text{ y } 1) - (3 \text{ y } 5)$   
 l.  $(6 \text{ y } 5) + (2 \text{ y } 4) - (4 \text{ y } 2)$   
 m.  $(6 \text{ y } 6) + (1 \text{ y } 6) + (3 \text{ y } 1)$   
 n.  $(4 \text{ y } 4) - (2 \text{ y } 5) + (4 \text{ y } 5)$   
 ñ.  $(1 \text{ y } 5) + (4 \text{ y } 3) - (5 \text{ y } 6)$

13. Expresa los resultados de la actividad 12 como números decimales.

**Tema:** Multiplicación y división en  $\mathbb{Q}$ , Propiedades.

- **Multiplicación y división en  $\mathbb{Q}$ :** La multiplicación y división de números racionales son operaciones binarias que pueden ser resueltas aplicando:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d} \quad \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

- **Clausura:** Al multiplicar números racionales siempre se obtiene un número racional.
- **Asociativa:** Sean  $a$ ,  $b$  y  $c$  tres números racionales:  $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$
- **Conmutativa:** Sean  $a$  y  $b$  dos números racionales:  $a \cdot b = b \cdot a$
- **Elemento neutro:** Sea  $a$  un número racional:  $a \cdot 1 = a$
- **Inverso multiplicativo (Recíproco):** Sea  $a$  un número racional:  $a \cdot \frac{1}{a} = 1$ . El inverso multiplicativo de  $a$  es  $\frac{1}{a}$
- Dividir números racionales equivale a multiplicar por el inverso multiplicativo del divisor, es decir,  $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \left(\frac{d}{c}\right)$ .

**Actividades propuestas**

14. Resuelve las multiplicaciones de números racionales. Expresa el resultado como fracción irreducible.

a.  $-\frac{2}{7} \cdot \frac{3}{8}$

b.  $-\frac{5}{12} \cdot \frac{6}{25}$

c.  $-\frac{18}{13} \cdot \frac{13}{54}$

d.  $\frac{35}{7} \cdot \left(-\frac{9}{5}\right)$

e.  $-\frac{1}{4} \cdot \frac{8}{7} \cdot \frac{2}{17}$

f.  $-\frac{6}{11} \cdot \frac{7}{9} \cdot \frac{1}{2}$

g.  $\frac{24}{13} \cdot \left(-\frac{39}{6}\right) \cdot \left(-\frac{13}{4}\right)$

h.  $-\frac{7}{8} \cdot \frac{12}{49} \cdot \frac{1}{2}$

i.  $\frac{10}{29} \cdot 1,33 \cdot \left(-\frac{58}{3}\right)$

j.  $-\frac{4}{5} \cdot 0,8 \cdot \left(-\frac{5}{4}\right)$

k.  $\frac{9}{8} \cdot 0,3\overline{5} \cdot \left(-\frac{25}{12}\right)$

l.  $23,\overline{23} \cdot \left(-\frac{11}{100}\right) \cdot \frac{9}{46}$

15. Resuelve las divisiones de números racionales. Expresa el resultado como fracción irreducible.

a.  $-\frac{3}{16} \div \frac{5}{8}$

b.  $-\frac{6}{11} \div \frac{15}{22}$

c.  $-\frac{24}{9} \div \frac{8}{3}$

d.  $\frac{150}{49} \div \left(-\frac{50}{7}\right)$

e.  $-\frac{20}{5} \div \frac{16}{25} \div \frac{1}{2}$

f.  $-\frac{5}{7} \div \frac{4}{3} \div \frac{2}{9}$

g.  $\frac{21}{17} \div \left(-\frac{7}{34}\right) \div \left(-\frac{1}{10}\right)$

h.  $-d\frac{4}{7} \div \frac{7}{4} \div \frac{16}{49}$

i.  $\frac{1}{8} \div 0,25 \div \left(-\frac{8}{31}\right)$

j.  $-\frac{7}{9} \div 1,5 \div \left(-\frac{259}{99}\right)$

k.  $\frac{1}{2} \div 0,\overline{3} \div (-0,25)$

l.  $1,\overline{798} \div \left(-\frac{11}{2}\right) \div \frac{599}{9}$

16. Resuelve las operaciones de números racionales. Expresa el resultado como fracción irreducible.

a.  $\frac{2}{7} \cdot \frac{1}{2} - \frac{9}{14}$

b.  $-\frac{5}{2} + \frac{5}{4} \cdot \frac{1}{8}$

c.  $\frac{3}{14} + \frac{3}{4} \div \frac{7}{4}$

d.  $\frac{2}{9} \div \frac{4}{7} - \frac{3}{4}$

e.  $\frac{3}{100} + \frac{1}{5} \div \frac{5}{12}$

f.  $-\frac{1}{6} + \frac{5}{4} \div \frac{7}{11}$

g.  $-\frac{5}{2} - \frac{9}{11} \div \frac{7}{12}$

h.  $\frac{3}{10} \div \frac{9}{16} + \frac{8}{18}$

i.  $\frac{1}{4} - \frac{2}{3} \div \frac{9}{25}$

j.  $-\frac{5}{60} \cdot \frac{3}{2} - \frac{5}{90}$

k.  $-\frac{24}{13} + (-0,2) \div 0,05$

l.  $-\frac{99}{990} \cdot 0,\overline{01} + \left(-\frac{9}{10}\right)$

m.  $-\frac{3}{5} - 0,0\overline{3} \div (-4,\overline{3})$

n.  $-\left(-\frac{21}{12}\right) \div 0,\overline{7} - \frac{3}{8}$

17. Transforma los siguientes enunciados del lenguaje natural en expresiones numéricas y calcula su resultado.

a. Resta el cuadrado del número 5 al doble de la adición de 3 y 9.

b. Divide el cuadrado de la diferencia entre 17 y 5 por el triple de la adición de 5 y 3.

c. Eleva a tres la adición entre 0,7 y 2,3 y disminuye su resultado por el cuádruple de la diferencia entre 8,7 y 5,2.

d. El producto entre el número 8 y la adición de sus primeros dos sucesores se aumenta por el triple de la diferencia entre 115,7 y 7,7.

18. Transforma la expresión numérica a lenguaje natural y calcula el resultado.

a.  $3(3 - 9) + 10$

b.  $6(7 + 8) + 2(32,7 - 12,34)$

c.  $(4 - 17)^2$

d.  $(3 + 8)^2 \div 11$