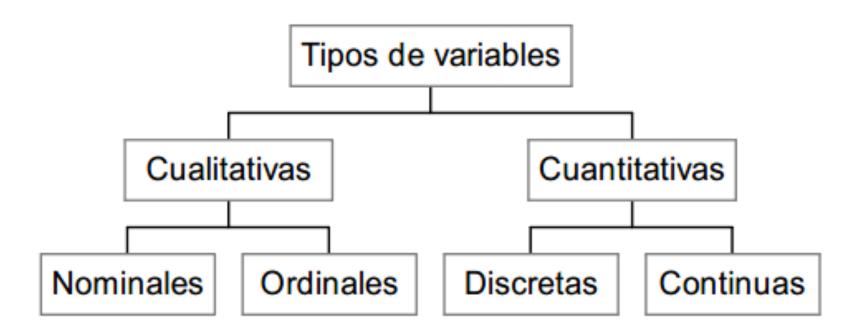
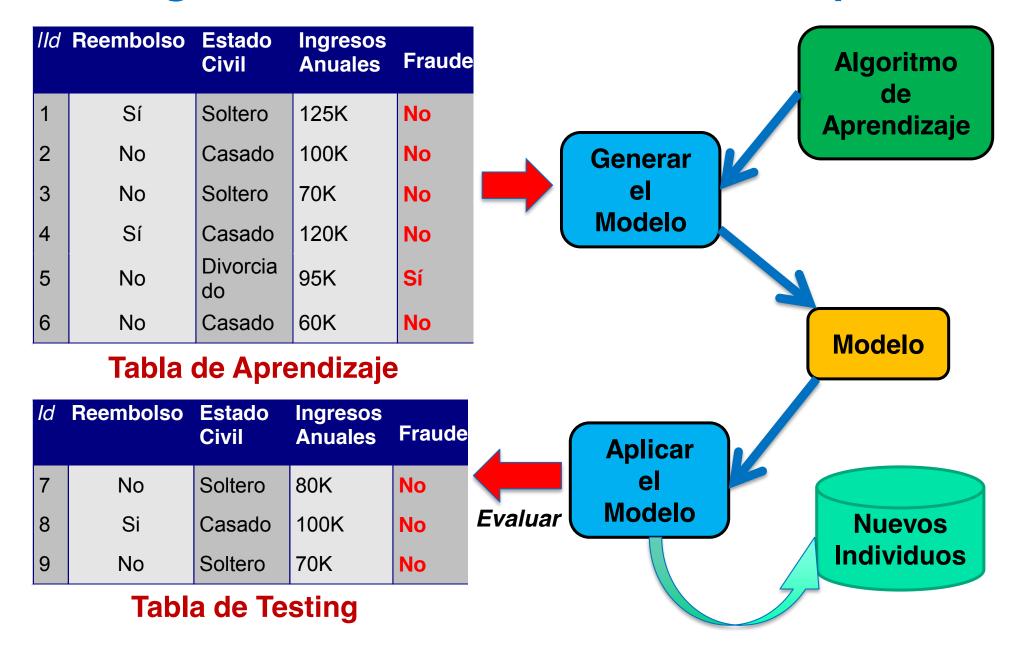


Máquinas de Soporte Vectorial

## Tipos de Variables



#### Modelo general de los métodos de Clasificación



#### Clasificación: Definición

- Dada una colección de registros (conjunto de entrenamiento) cada registro contiene un conjunto de variables (atributos) denominado x, con un variable (atributo) adicional que es la clase denominada y.
- El objetivo de la clasificación es encontrar un modelo (una función o algortimo) para predecir la clase a la que pertenecería cada registro, esta asignación una clase se debe hacer con la mayor precisión posible.
- Un conjunto de prueba (tabla de testing) se utiliza para determinar la precisión del modelo. Por lo general, el conjunto de datos dado se divide en dos conjuntos al azar de el de entrenamiento y el de prueba.

#### Definición de Clasificación

- Dada una base de datos  $D = \{t_1, t_2, ..., t_n\}$  de tuplas o registros (individuos) y un conjunto de clases  $C = \{C_1, C_2, ..., C_m\}$ , el **problema de la clasificación** es encontrar una función  $f: D \to C$  tal que cada  $t_i$  es asignada una clase  $C_j$ .
- f: D → C podría ser una Red Neuronal, un Árbol de Decisión, un modelo basado en Análisis Discriminante, o una Red Beyesiana.

Ejemplo: Créditos en un Banco

Tabla de Aprendizaje

Variable Discriminante

/OL	DEMARRR.DI	MExditoViviendaPeq					
	Id	MontoCredito	IngresoNeto	CoeficienteCre	MontoCuota	GradoAcademico	BuenPagador
•	1	2	4	3	1	4	1
	2	2	3	2	1	4	1
	3	4	1	1	4	2	2
	4	1	4	3	1	4	1
	5	3	3	1	3	2	2
	6	3	4	3	1	4	1
	7	4	2	1	3	2	2
	8	4	1	3	3	2	2
	9	3	4	3	1	3	1
	10	1	3	2	2	4	1
*	NULL	NULL	NULL	NULL	NULL	NULL	WULL

Con la Tabla de Aprendizaje se entrena (aprende) el modelo matemático de predicción, es decir, a partir de esta tabla se calcula la función **f** de la definición anterior.

# Ejemplo: Créditos en un Banco **Tabla de Testing**

Variable Discriminante

OLDEMARRR.DMEiviendaPeqPRED OLDEMARRR.DMExditoViviendaPeq							
	Id	MontoCredito	IngresoNeto	CoeficienteCre	MontoCuota	GradoAcademico	BuenPagador
•	11	3	3	3	3	1	2
	12	2	2	2	2	1	1
	13	2	2	3	2	1	1
	14	1	3	4	3	2	2
	15	1	2	4	2	1	1
*	NULL	NULL	NULL	NULL	NULL	NULL	NULL

- Con la Tabla de Testing se valida el modelo matemático de predicción, es decir, se verifica que los resultados en individuos que no participaron en la construcción del modelo es bueno o aceptable.
- Algunas veces, sobre todo cuando hay pocos datos, se utiliza la Tabla de Aprendizaje también como de Tabla Testing.

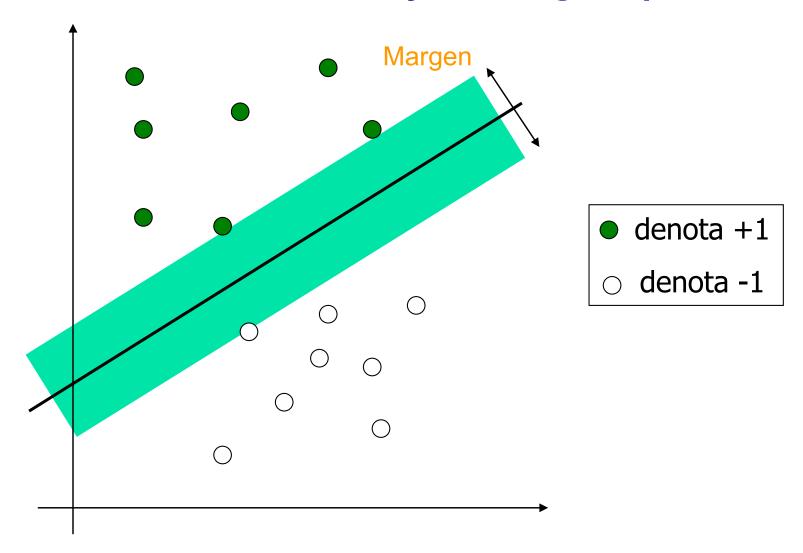
#### Ejemplo: Créditos en un Banco Nuevos Individuos

Variable Discriminante

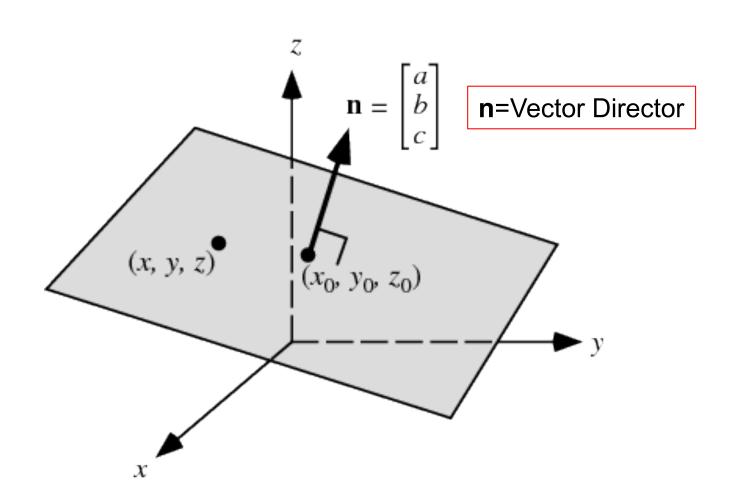
OLDEMARRR.DMExeditoViviendaNI							
	Id	MontoCredito	IngresoNeto	CoeficienteCre	MontoCuota	GradoAcademio	BuenPagador
	100	4	4	2	2	3	?
	101	1	4	3	2	4	?
	102	3	2	3	4	2	?
<b>*</b> *	NULL	NULL	NULL	NULL	NULL	NULL	NULL

Con la Tabla de Nuevos Individuos se predice si estos serán o no buenos pagadores.

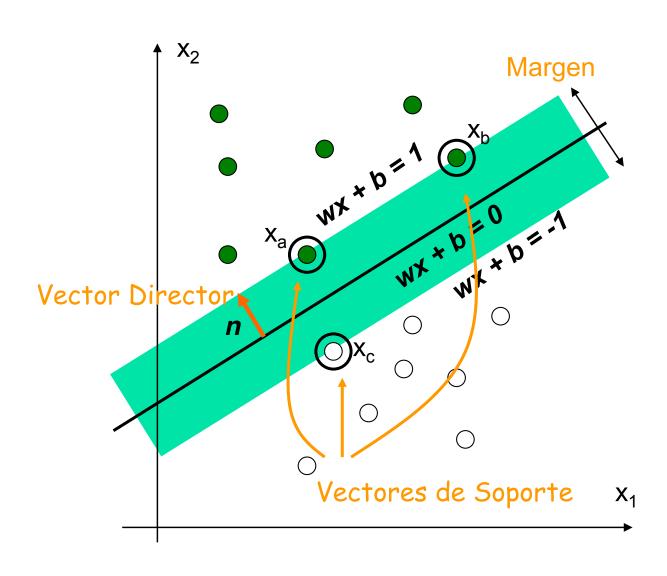
Idea: Las <u>Máquinas de Soporte Vectorial</u> (Support Vector Machines) tratan de encontrar el hiperplano que separe a las clases con el mayor "margen" posible.



## ¿Por qué se denominan Máquinas de Soporte Vectorial (Support Vector Machines)?



## ¿Por qué se denominan Máquinas de Soporte Vectorial (Support Vector Machines)?

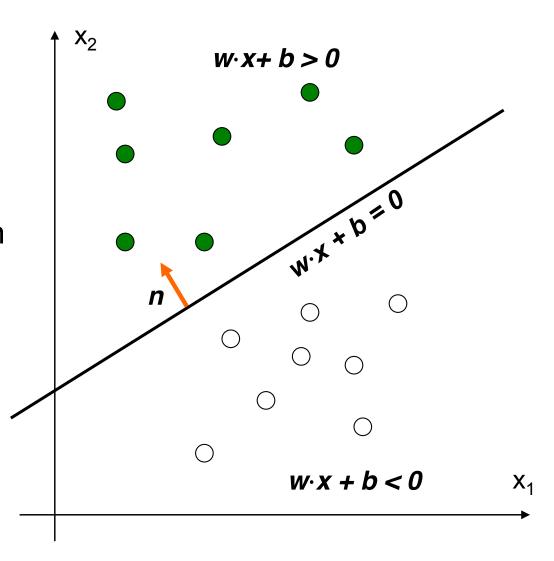


g(x) es una función lineal:

$$g(\mathbf{x}) = \mathbf{w} \cdot \mathbf{x} + b$$

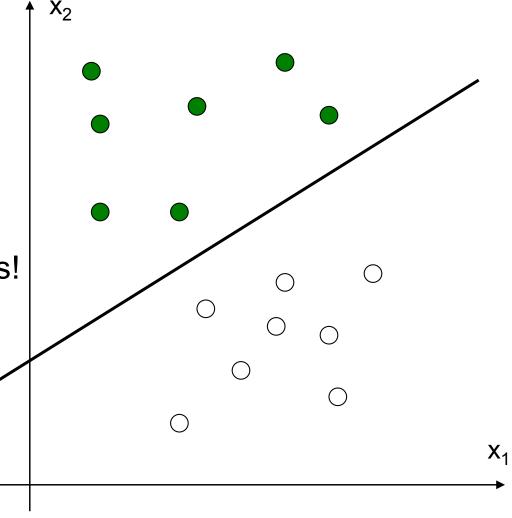
- Se busca un hiperplano en el espacio de las variables
- n es el vector normal del hiperplano

$$\mathbf{n} = \frac{\mathbf{w}}{\|\mathbf{w}\|}$$



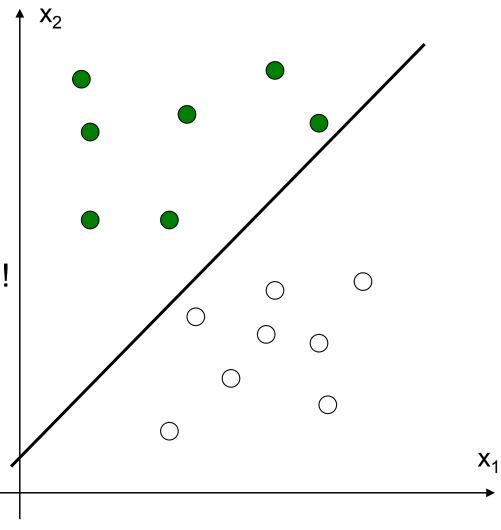
¿Cómo clasificar estos puntos mediante una función discriminante lineal reduciendo al mínimo el error?

Podrían existir una cantidad infinita de posibles hiperplanos!



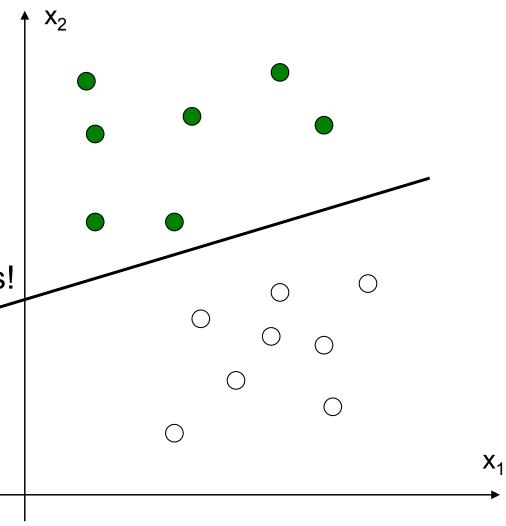
¿Cómo clasificar estos puntos mediante una función discriminante lineal reduciendo al mínimo el error?

Podrían existir una cantidad infinita de posibles hiperplanos!



¿Cómo clasificar estos puntos mediante una función discriminante lineal reduciendo al mínimo el error?

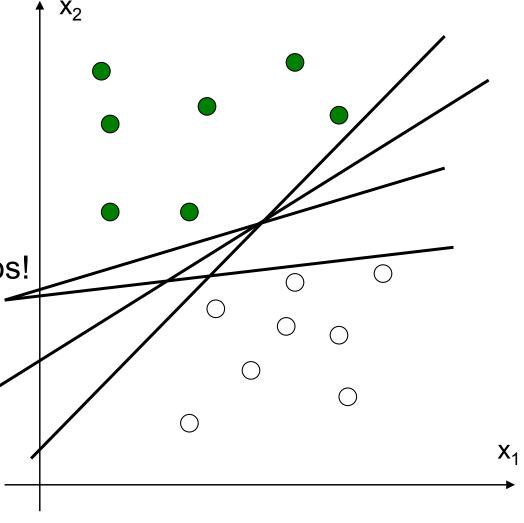
Podrían existir una cantidad infinita de posibles hiperplanos!



¿Cómo clasificar estos puntos mediante una función discriminante lineal reduciendo al mínimo el error?

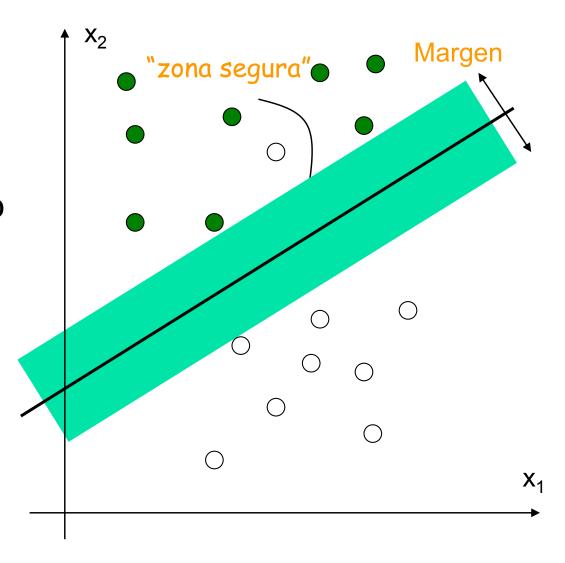
Podrían existir una cantidad infinita de posibles hiperplanos!

¿Cuál es el mejor?



#### Clasificador lineal con el margen más amplio

- La función discriminante lineal con el máximo margen es la mejor
- El margen se define como la ancho que limita los datos (podría no existir)
- ¿Por qué es la mejor?
  - Generalización robusta y resistente a los valores atípicos

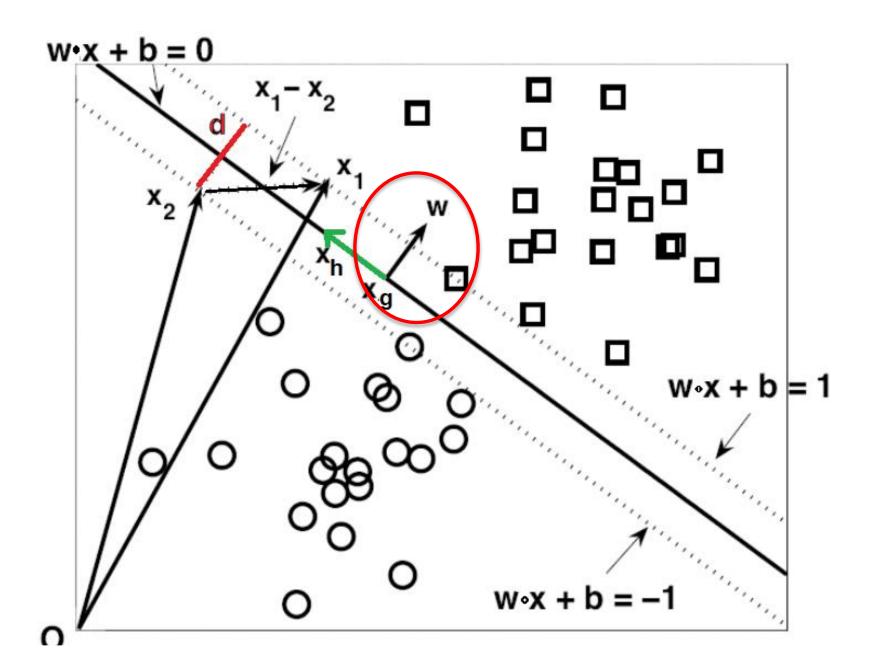


## Formulación del Problema: Máquinas de Soporte Vectorial

- Supongamos que tenemos un problema de clasificación donde la variable a predecir es binaria y que tenemos n casos de entrenamiento  $(x_i, y_i)$  para i = 1, 2, ..., n donde  $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, ..., x_{ip})$ , es decir, los  $x_i$  son los predictores y  $y_i$  es la variable a predecir.
- Asumimos que  $y_i \in \{-1,1\}$  denota la etiqueta de clase.
- La frontera de decisión de puede escribir como:

$$w \cdot x + b = 0$$

Donde w y b son los parámetros del modelo.



## Formulación del Problema: Máquinas de Soporte Vectorial

Teorema: w es perpendicular a la frontera de decisión.

**Teorema:** El margen *d* se puede calcular como:

$$d = \frac{2}{\parallel w \parallel}$$

## Formulación del Problema: Máquinas de Soporte Vectorial

Además maximizar:

$$d = \frac{2}{\parallel w \parallel}$$

Es equivalente a minimizar:

$$f(w) = \frac{\parallel w \parallel^2}{2}$$

## Resolver un Problema Optimización

Un problema de programación cuadrática con restricciones lineales

$$\min_{w} \frac{\parallel w \parallel^2}{2}$$

Sujeto a:  $y_i(w \cdot x_i + b) \ge 1$  para i = 1, 2, ..., n

Minimización de Lagrange



$$L_P(w,b,\lambda_i) = \frac{\|w\|^2}{2} - \sum_{i=1}^n \lambda_i (y_i(w \cdot x_i + b) - 1)$$

con  $\lambda_i \geq 0$  (los  $\lambda$  se llaman multiplicadores de Lagrange)

#### Ejemplo

Dada la siguiente tabla de datos calcule los parámetros del modelo w y b.

<b>x</b> <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	у	Lagrange Multiplier
0.3858	0.4687	1	65.5261
0.4871	0.611	-1	65.5261
0.9218	0.4103	-1	0
0.7382	0.8936	-1	0
0.1763	0.0579	1	0
0.4057	0.3529	1	0
0.9355	0.8132	-1	0
0.2146	0.0099	1	0

$$w_1 = \sum_{i} \lambda_i y_i x_{i1} = 65.5621 \times 1 \times 0.3858 + 65.5621 \times -1 \times 0.4871 = -6.64.$$

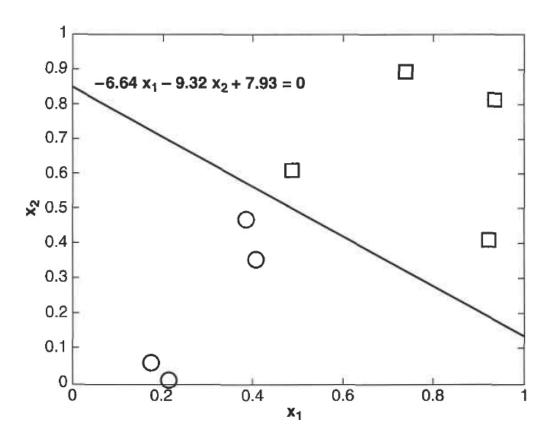
$$w_2 = \sum_{i} \lambda_i y_i x_{i2} = 65.5621 \times 1 \times 0.4687 + 65.5621 \times -1 \times 0.611 = -9.32.$$

#### Ejemplo

$$b^{(1)} = 1 - \mathbf{w} \cdot \mathbf{x}_1 = 1 - (-6.64)(0.3858) - (-9.32)(0.4687) = 7.9300.$$

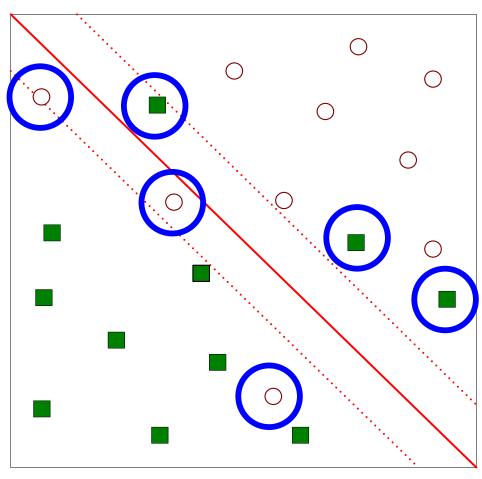
$$b^{(2)} = -1 - \mathbf{w} \cdot \mathbf{x}_2 = -1 - (-6.64)(0.4871) - (-9.32)(0.611) = 7.9289$$

Promediando los b's se tiene que b = 7.92945 luego redondeando b = 7.93.

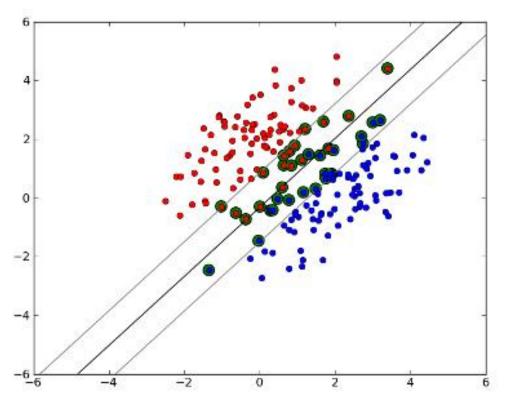


### Máquinas de Soporte Vectorial

¿Qué pasa si el problema no es linealmente separable?



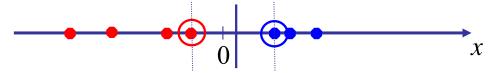
Margen de soporte débil (más vectores de soporte)



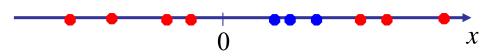
- ➤ El número de vectores de soporte entra a jugar cuando los datos no son linealmente separable, o sea, no existe un hiperplano que separe las 2 clases en los datos.
- En este caso el método trata entonces de encontrar un *margen débil*, lo cual quiere decir que permite que algunos puntos de ambas clases queden dentro del margen, esto se logra permitiendo más vectores de soporte lo cual hace que el error aumente.
- Esto se hace porque de contrario entonces no existiría el plano de separación, claro el precio es un mayor error.

## MVS no linealmente separables

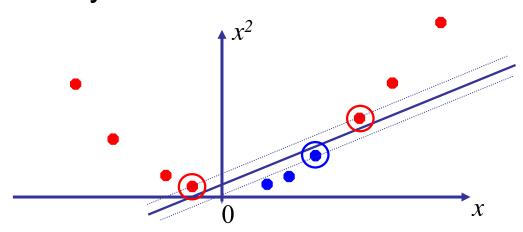
Datos linealmente separables:



Datos no linealmente separables:

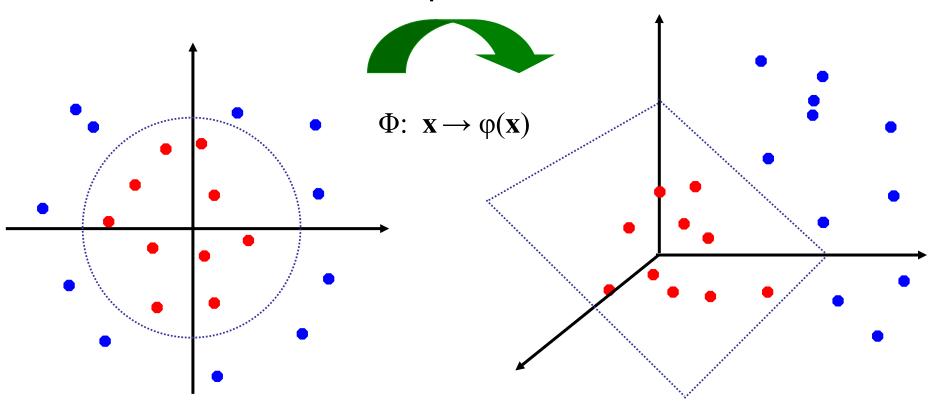


La idea es... Encontrar una función para trasladar los datos a un espacio de mayor dimensión:

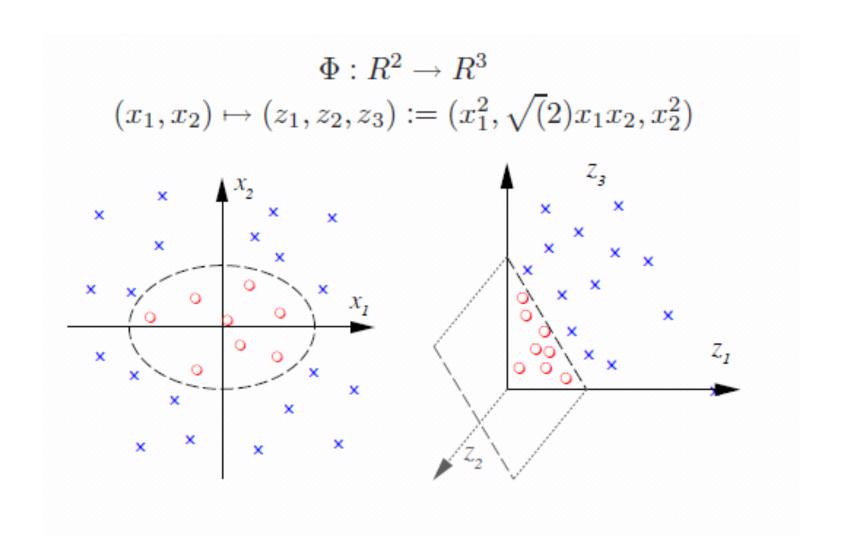


## MVS no linealmente separables

Idea general: Los datos de entrada se puede trasladar a algún espacio de mayor dimensión en el que la Tabla de Entrenamiento sí sea separable:



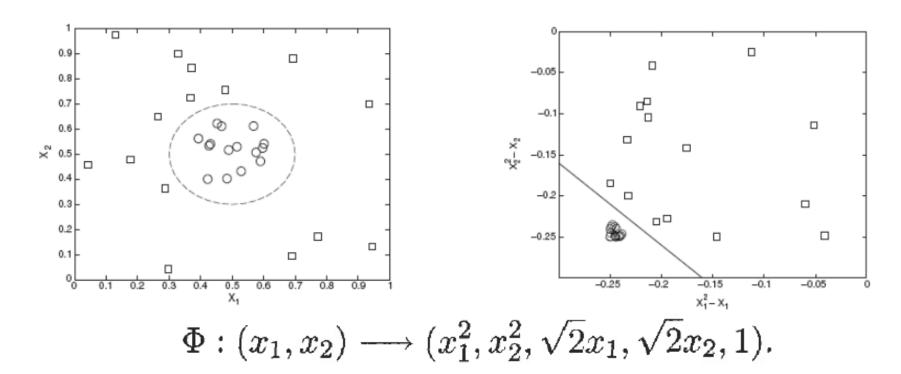
## MVS no linealmente separables



## El Truco del Núcleo (Kernel Trick)

 La funciones de transformación del espacio vectorial pueden ser vistas como un producto punto.

#### Ejemplo:



## El Truco del Núcleo (Kernel Trick)

*Ejemplos:* Algunas funciones núcleo *K* usadas son:

$$K(x,y) = (x \cdot y + 1)^p$$

$$K(x,y) = e^{-\|x-y\|^2/(2\sigma^2)}$$

$$K(x, y) = \tanh(kx \cdot y - \delta)$$

#### SVM en Rattle

#### > library(rattle)

Rattle: A free graphical interface for data mining with R. Versión 2.6.21 Copyright (c) 2006-2012 Togaware Pty Ltd. Escriba 'rattle()' para agitar, sacudir y rotar sus datos.

#### > rattle()

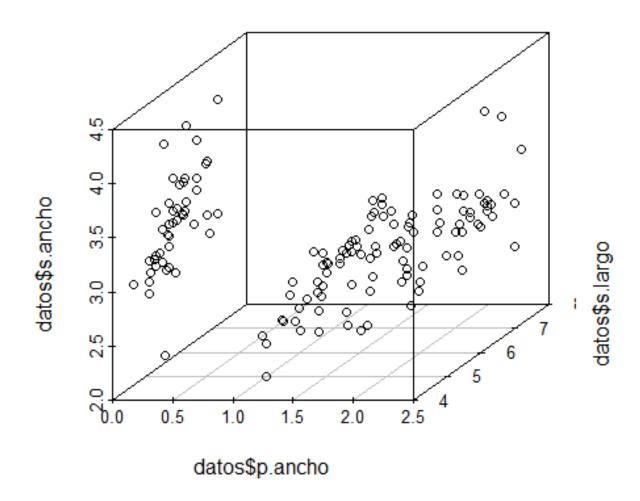
## Ejemplo 1: IRIS.CSV

Ejemplo con la tabla de datos IRIS IRIS Información de variables:

- 1.sepal largo en cm
- 2.sepal ancho en cm
- 3.petal largo en cm
- 4.petal ancho en cm
- 5.clase:
  - Iris Setosa
  - Iris Versicolor
  - Iris Virginica



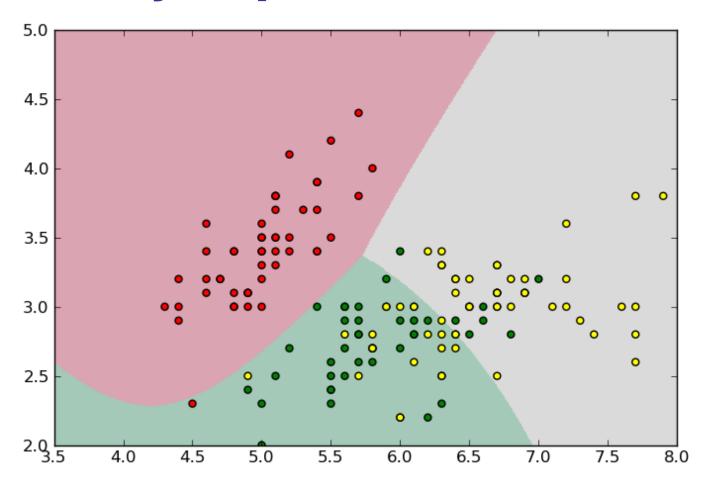
	Α	В	С	D	E
1	s.largo	s.ancho	p.largo	p.ancho	tipo
2	5.1	3.5	1.4	0.2	setosa
3	4.9	3.0	1.4	0.2	setosa
4	4.7	3.2	1.3	0.2	setosa
5	4.6	3.1	1.5	0.2	setosa
6	5.0	3.6	1.4	0.2	setosa
7	5.4	3.9	1.7	0.4	setosa
8	4.6	3.4	1.4	0.3	setosa
9	5.0	3.4	1.5	0.2	setosa
10	4.4	2.9	1.4	0.2	setosa
11	4.9	3.1	1.5	0.1	setosa
12	5.4	3.7	1.5	0.2	setosa
13	4.8	3.4	1.6	0.2	setosa
14	4.8	3.0	1.4	0.1	setosa
15	4.3	3.0	1.1	0.1	setosa
16	5.8	4.0	1.2	0.2	setosa
17	5.7	4.4	1.5	0.4	setosa
18	5.4	3.9	1.3	0.4	setosa
19	5.1	3.5	1.4	0.3	setosa
20	5.7	3.8	1.7	0.3	setosa
21	5.1	3.8	1.5	0.3	setosa
22	5.4	3.4	1.7	0.2	setosa
23	5.1	3.7	1.5	0.4	setosa
24	4.6	3.6	1.0	0.2	setosa
25					



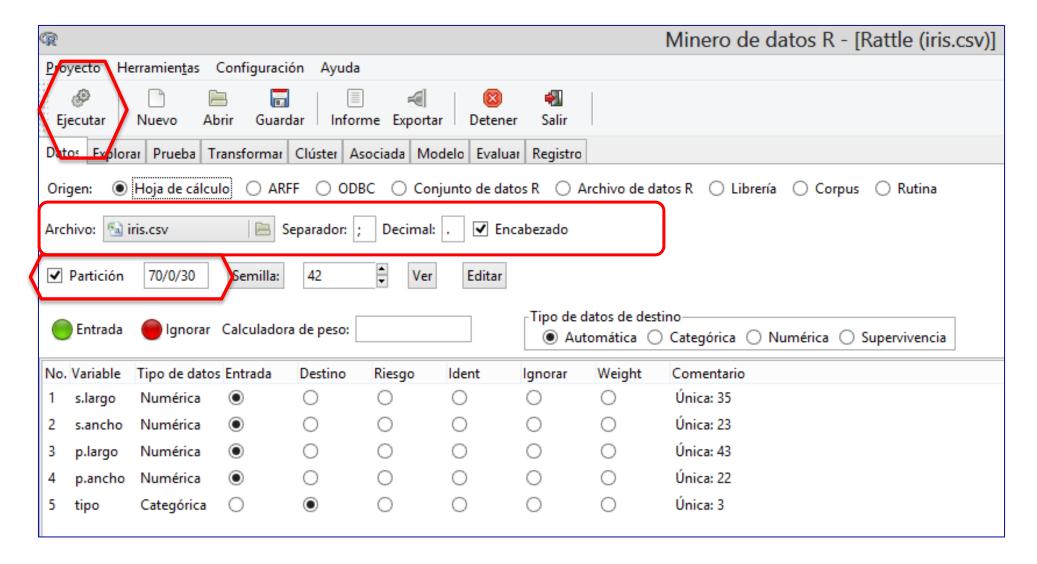


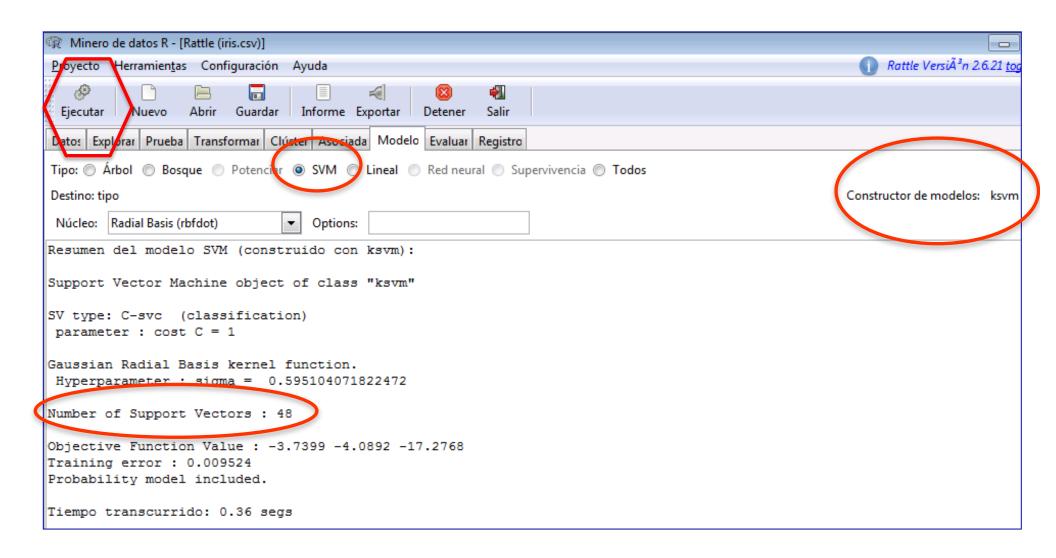
- > library(scatterplot3d)
- > scatterplot3d(datos\$p.ancho,datos\$s.largo,datos\$s.ancho)

## Ejemplo 1: iris.csv



#### SVM en Rattle





# ¿Cómo evaluar la calidad del Modelo Predictivo?

# Matriz de confusión (Matriz de Error)

- La Matriz de Confusión contiene información acerca de las predicciones realizadas por un Método o Sistema de Clasificación, comparando para el conjunto de individuos en de la tabla de aprendizaje o de testing, la predicción dada versus la clase a la que estos realmente pertenecen.
- La siguiente tabla muestra la matriz de confusión para un clasificador de dos clases:

		Predicción		
		Negativo	Positivo	
Valor	Negativo	а	b	
Real	Positivo	С	d	

# Ejemplo: Matriz de confusión

		Predicción	
		Mal Pagador	Buen Pagador
Valor	Mal Pagador	800	200
Real	Buen Pagador	500	1500

- 800 predicciones de <u>Mal Pagador</u> fueron realizadas correctamente, para un 80%, mientras que 200 no, para un 20%.
- 1500 predicciones de <u>Buen Pagador</u> fueron realizadas correctamente, para un 75%, mientras que 500 no (para un 25%).
- En general 2300 de 3000 predicciones fueron correctas para un 76,6% de efectividad en las predicciones. *Cuidado*, este dato es a veces engañoso y debe ser siempre analizado en la relación a la dimensión de las clases.

		Predicción		
		Negativo	Positivo	
Valor	Negativo	а	b	
Real	Positivo	С	d	

- La <u>Precisión</u> P de un modelo de predicción es la proporción del número total de predicciones que son correctas respecto al total. Se determina utilizando la ecuación: P = (a+d)/(a+b+c+d)
- Cuidado, este índice es a veces engañoso y debe ser siempre analizado en la relación a la dimensión de las clases.

# Ejemplo: Matriz de confusión

		Predicción		
		Fraude	No Fraude	
Valor Real	Fraude	0	8	
	No Fraude	3	989	

- Cuidado, este índice es a veces engañoso y debe ser siempre analizado en la relación a la dimensión de las clases.
- En la Matriz de Confusión anterior la Precisión P es del 98,9%, sin embargo, el modelo no detectó ningún fraude.

		Predicción		
		Negativo	Positivo	
	Negativo	a	b	
Real	Positivo	С	d	

- La <u>Precisión Positiva</u> (*PP*) es la proporción de casos positivos que fueron identificados correctamente, tal como se calcula usando la ecuación: *PP = d/(c+d)*
- En el ejemplo anterior Precisión Positiva PP es del 99,6%.

		Predicción		
		Negativo	Positivo	
Valor	Negativo	a	b	
Real	Positivo	С	d	

- La <u>Precisión Negativa</u> (*PN*) es la proporción de casos negativos que fueron identificados correctamente, tal como se calcula usando la ecuación: *PN = a/(a+b)*
- En el ejemplo anterior Precisión Negativa PN es del 0%.

		Predicción		
		Negativo	Positivo	
Valor	Negativo	а	b	
Real	Positivo	С	d	

- Falsos Positivos (FP) es la proporción de casos negativos que fueron clasificados incorrectamente como positivos, tal como se calcula utilizando la ecuación: FP = b/(a+b)
- Falsos Negativos (FN) es la proporción de casos positivos que fueron clasificados incorrectamente como negativos, tal como se calcula utilizando la ecuación: FN = c/(c+d)

		Predicción		
		Negativo	Positivo	
Valor	Negativo	а	b	
Real	Positivo	С	d	

- Asertividad Positiva (AP) indica la proporción de buena predicción para los positivos, tal como se calcula utilizando la ecuación: AP = d/(b+d)
- Asertividad Negativa (AN) indica la proporción de buena predicción para los negativos, tal como se calcula utilizando la ecuación: AN = a/(a+c)

# **Curva ROC**

 <u>Especificidad</u> (SPC) Representa la proporción de Verdaderos negativos.

$$SPC=a/(a+d)$$
.

Curva ROC (Receiver Operating Characteristic) es una representación gráfica de la sensibilidad frente a la especificidad para un sistema clasificador binario según se varía el umbral de discriminación.

# Matriz de confusión para más de 2 clases

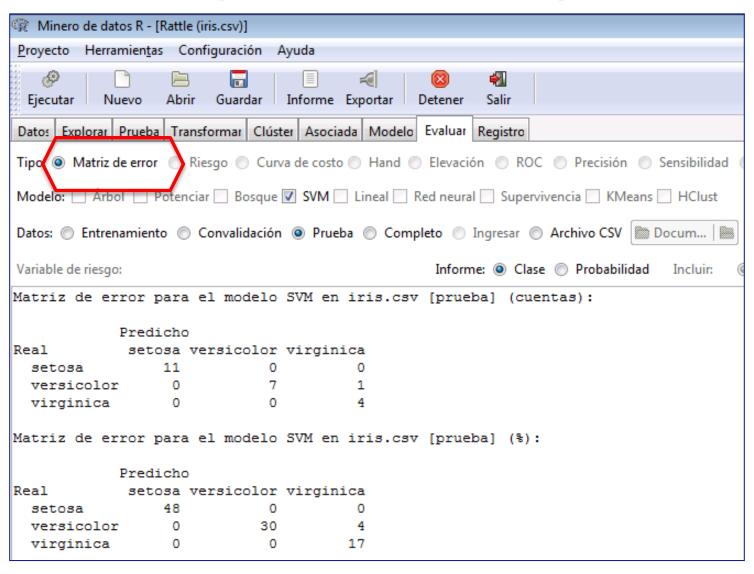
- La Matriz de Confusión puede calcularse en general para un problema con p clases.
- En la matriz ejemplo que aparece a continuación, de 8 alajuelenses reales, el sistema predijo que 3 eran heredianos y de 6 heredianos predijo que 1 era un limonense y 2 eran alajuelenses. A partir de la matriz se puede ver que el sistema tiene problemas distinguiendo entre alajuelenses y heredianos, pero que puede distinguir razonablemente bien entre limonenses y las otras provincias.

		Predicción			
		alajuelense	herediano	limonense	
	alajuelense	5	3	0	
Valor Real	herediano	2	3	1	
Neai	limonense	0	2	11	

# Índices de Calidad

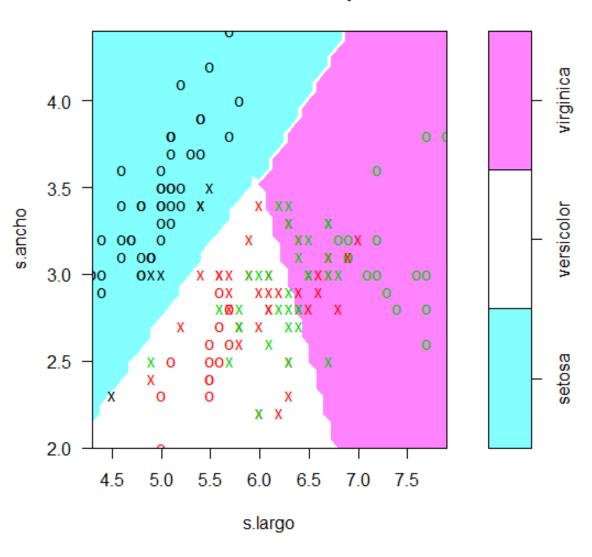
- Precisión Global
  - P=0,7 (o sea 70%)
- Precisión en cada variable:
  - P(Alajuelense)=0.625 (o sea 63%)
  - P(Herediano )=0.5 (o sea 50%)
  - P(Limonense)=0.846 (o sea 85%)

# Matriz de confusión en Rattle (Matriz de Error)



# Usando solo 2 variables para poder graficar

## **SVM** classification plot



# Ejemplo 2: Credit-Scoring

## MuestraAprendizajeCredito2500.csv MuestraTestCredito2500.csv

- > setwd("C:/Users/Oldemar/Google Drive/Curso Mineria Datos II Optativo/Datos")
- > taprendizaje<-read.csv("MuestraAprendizajeCredito2500.csv",sep = ";",header=T)

>	taprendizaje					
	MontoCredito	IngresoNeto	CoefCreditoAvaluo	${\tt MontoCuota}$	GradoAcademico	BuenPagador
1	1	1	1	1	1	Si
2	3	1	1	1	1	Si
3	2	1	1	1	1	Si
4	1	2	1	1	1	Si
5	1	1	1	1	1	Si
6	2	1	1	1	1	Si
7	4	1	1	1	1	Si
8	1	2	1	1	1	Si
9	1	2	1	1	1	Si
10	) 3	2	1	1	1	Si
11	1	1	1	1	1	Si
12	2 1	2	1	1	1	Si
13	3	1	1	1	1	Si
14	3	1	1	1	1	Si
15	5 2	1	1	1	1	Si
16	5 3	1	1	1	1	Si
17	7 3	1	1	1	1	Si

## Descripción de Variables

#### **MontoCredito**

1=Muy Bajo

2=Bajo

3=Medio

4=Alto

#### **MontoCuota**

1=Muy Bajo

2=Bajo

3=Medio

4=Alto

## IngresoNeto

1=Muy Bajo

2=Bajo

3=Medio

4=Alto

## GradoAcademico

1=Bachiller

2=Licenciatura

3=Maestría

4=Doctorado

## CoeficienteCreditoAvaluo

1=Muy Bajo

2=Bajo

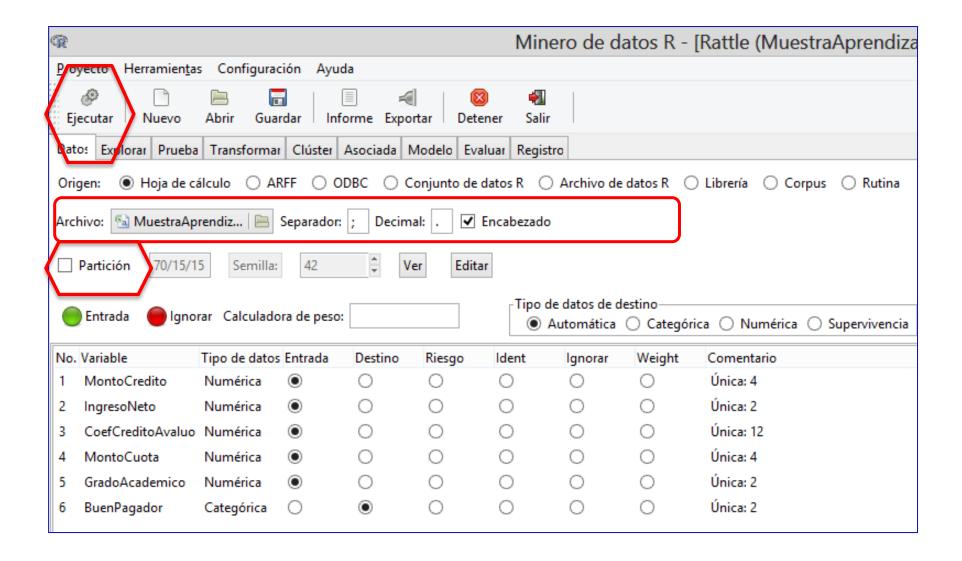
3=Medio

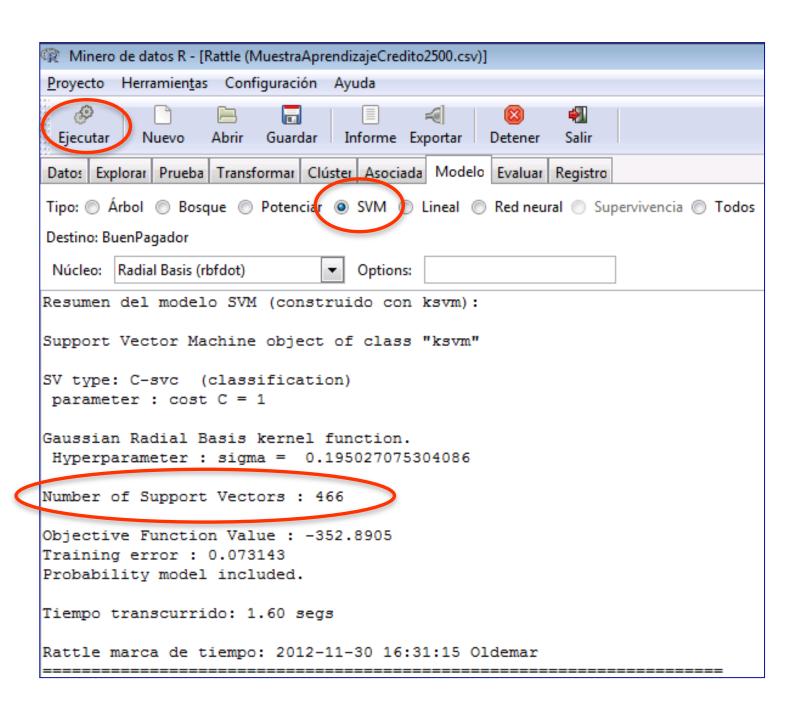
4=Alto

## BuenPagador

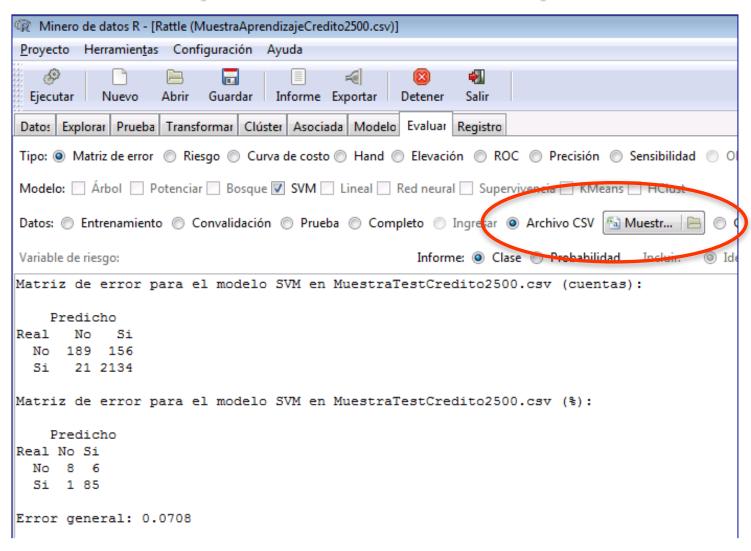
1=NO

2=Si





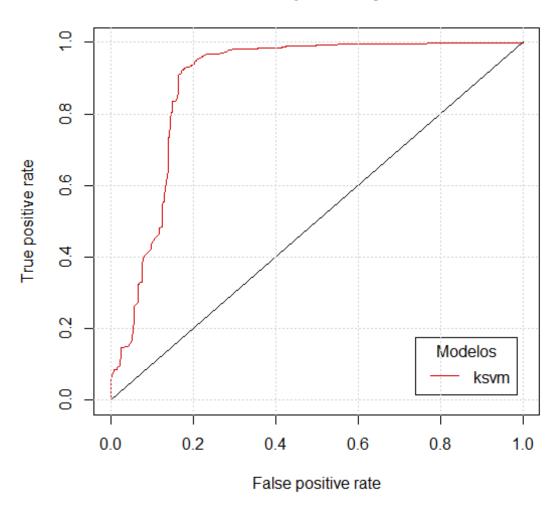
# Matriz de confusión en Rattle (Matriz de Error)



# **Curva ROC**

- Una curva ROC compara la tasa de falsos positivos con la de verdaderos positivos.
- El área bajo la curva ROC = 0.8880

## Curva ROC MuestraAprendizajeCredito2500.csv



# Curvas ROC - Árboles y SVM

## Curva ROC MuestraAprendizajeCredito2500.csv [validar]

