

¿Para que se utilizan las series de Tiempo?

- Hoy en día las organizaciones requieren conocer el comportamiento futuro de ciertos fenómenos con el fin de planificar, prevenir, es decir, se utilizan para predecir lo que ocurrirá con una variable en el futuro a partir del comportamiento de esa variable en el pasado.
- Para realizar predicciones a corto y mediano plazo, por ejemplo, ver que ocurrirá con la demanda de un cierto producto, las ventas a futuro, decisiones sobre inventario, insumos, entre otros.

Definición

- Se llama ***Serie de Tiempo*** a un conjunto de observaciones sobre valores que toma una variable (cuantitativa) en diferentes momentos del tiempo.
- Una ***Serie de Tiempo*** es una colección o conjunto de mediciones de cierto fenómeno o experimento registrados secuencialmente en el tiempo, en forma equiespaciada (a intervalos de tiempo iguales).

Procesos estocásticos

- **Definición:** Un proceso estocástico es una sucesión $\{X_t\}$ para $t = \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots$ de variables aleatorias ordenadas en el tiempo (en el caso de series temporales).
- **Definición:** Una Serie de Tiempo es una realización del proceso estocástico, es decir, es una observación de T variables aleatorias ordenadas en el tiempo.

Ejemplos de Series de Tiempo

- ***Economía:*** Precios de un artículo, tasas de desempleo, tasa de inflación, índice de precios, precio del dólar, precio del cobre, precios de acciones, ingreso nacional bruto.
- ***Meteorología:*** Cantidad de agua caída, temperatura máxima diaria, Velocidad del viento (energía eólica), energía solar.
- ***Geofísica:*** Series sismológicas.

Ejemplos de Series de Tiempo

- **Química:** Viscosidad de un proceso, temperatura de un proceso.
- **Demografía:** Tasas de natalidad, tasas de mortalidad.
- **Medicina:** Electrocardiograma, electroencefalograma.
- **Marketing:** Series demanda, gastos, utilidades, ventas, ofertas.

More On ^DJI

QUOTES

[Summary](#)

Components

[Options](#)[Historical Prices](#)

CHARTS

[Interactive](#)[Basic Chart](#)[Basic Tech. Analysis](#)

NEWS & INFO

[Headlines](#)

Dow Jones Industrial Average (^DJI) - DJI

14,532.58 ↑ 84.83 (0.59%) 10:19AM EDT

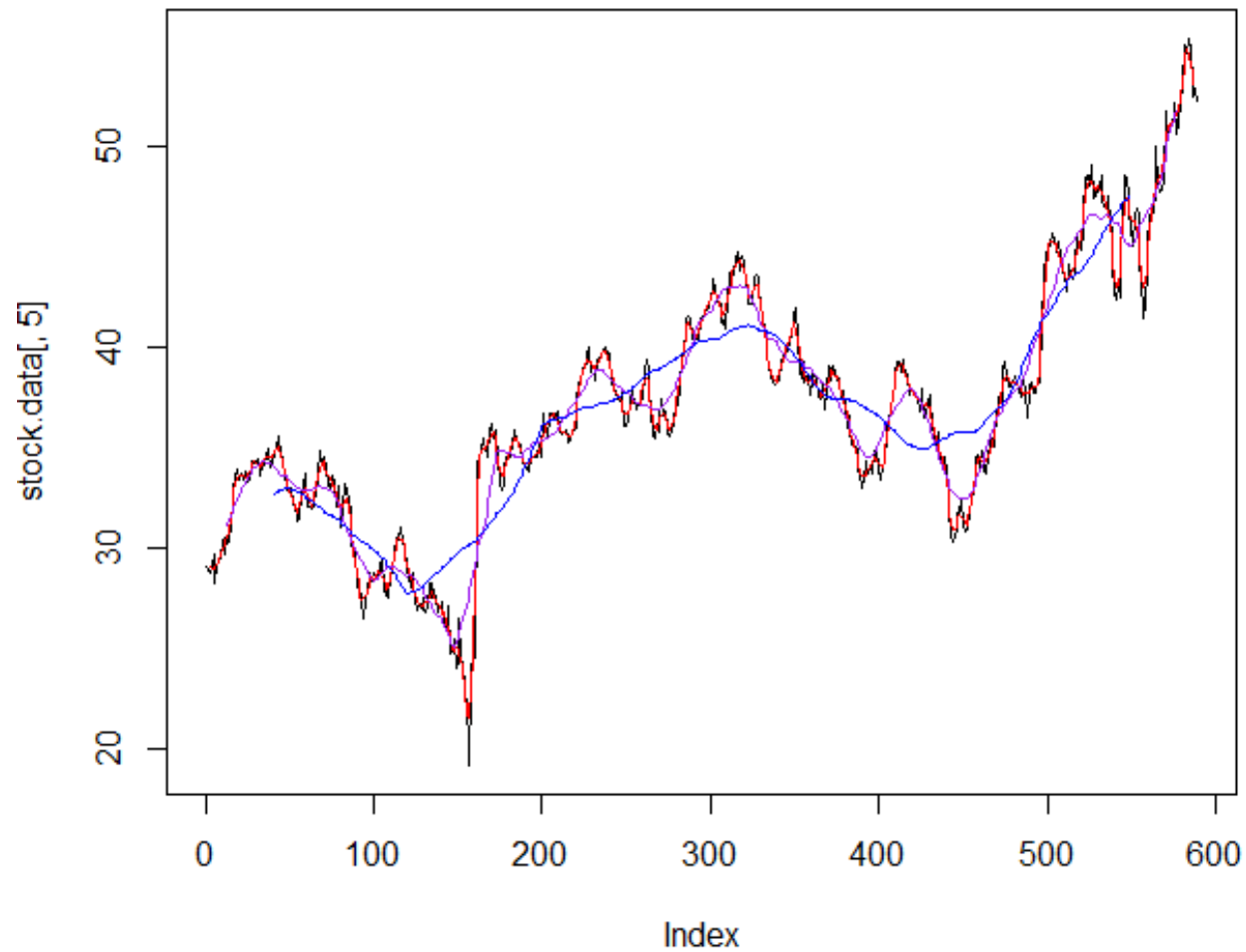
Components

[Get Component](#)[All](#) | [A](#) | [B](#) | [C](#) | [D](#) | [G](#) | [H](#) | [I](#) | [J](#) | [K](#) | [M](#) | [P](#) | [T](#) | [U](#) | [V](#) | [W](#) | [X](#)1 - 30 of 30 | [First](#) | [Previous](#) | [Next](#) | [Last](#)

Components for ^DJI

Symbol	Name	Last Trade	Change	Volume
AA	Alcoa Inc.	8.47 10:19AM EDT	↑ 0.05 (0.53%)	1,525,107
AXP	American Express Company	66.83 10:19AM EDT	↑ 0.73 (1.10%)	594,440
BA	The Boeing Company	86.38 10:19AM EDT	↑ 1.53 (1.80%)	900,013
BAC	Bank of America Corporation	12.36 10:19AM EDT	↓ 0.04 (0.35%)	24,517,880
CAT	Caterpillar Inc.	87.09 10:19AM EDT	↑ 0.45 (0.52%)	901,270
CSCO	Cisco Systems, Inc.	20.85 10:19AM EDT	0.00 (0.00%)	4,820,584
CVX	Chevron Corporation	120.51 10:19AM EDT	↑ 0.33 (0.28%)	514,951
DD	E. I. du Pont de Nemours and Company	48.77 10:19AM EDT	↓ 0.34 (0.69%)	1,151,498
DIS	The Walt Disney Company	56.57 10:19AM EDT	↑ 0.36 (0.64%)	918,399
GE	General Electric Company	23.21 10:19AM EDT	↓ 0.03 (0.13%)	5,274,882
HD	The Home Depot, Inc.	70.17 10:19AM EDT	↑ 0.70 (1.00%)	872,635
HPQ	Hewlett-Packard Company	23.27 10:19AM EDT	↑ 0.17 (0.74%)	4,057,345
IBM	International Business Machines Corporation	212.13 10:19AM EDT	↑ 1.39 (0.66%)	330,939
INTC	Intel Corporation	21.47 10:19AM EDT	↑ 0.32 (1.49%)	6,323,499

Suavizado de la Serie en R



Filtros lineales y suavizado de una Serie de Tiempo

- ***Promedios móviles:*** Es el método de predicción bastante simple, en el que se selecciona un número ***N***, y se obtiene la media o promedio de la variable para los ***N*** datos, permitiendo que el promedio se mueva conforme se observan los nuevos datos de la variable en cuestión.
- Esto “suaviza” posibles oscilaciones fuertes o datos atípicos.

Ejemplo

Serie X(t)	Promedio móvil con N=3	Pronóstico	Error
10			
18			
29	19		
15	20.7	19	- 4.0
30	24.7	20.7	9.3
12	19	24.7	- 12.7
16	16	19	- 3.0

Filtros lineales y suavizado de una Serie de Tiempo

$$T_t = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \lambda_i X_{t+i}$$

- $a = 2 : \lambda_i = \{\frac{1}{5}, \frac{1}{5}, \frac{1}{5}, \frac{1}{5}, \frac{1}{5}\}$

- $a = 12 : \lambda_i = \underbrace{\{\frac{1}{25}, \dots, \frac{1}{25}\}}_{25 \text{ times}}$

$$T_t = \frac{1}{2a+1} \sum_{i=-a}^a X_{t+i}$$

- $a = 40 : \lambda_i = \underbrace{\{\frac{1}{81}, \dots, \frac{1}{81}\}}_{81 \text{ times}}$

Componentes de una Serie de Tiempo

☒ Tendencia

☒ Ciclo

☒ Estacionalidad

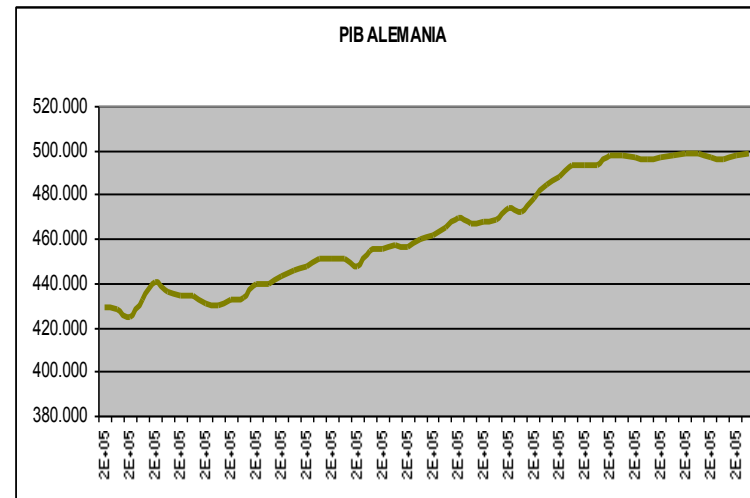
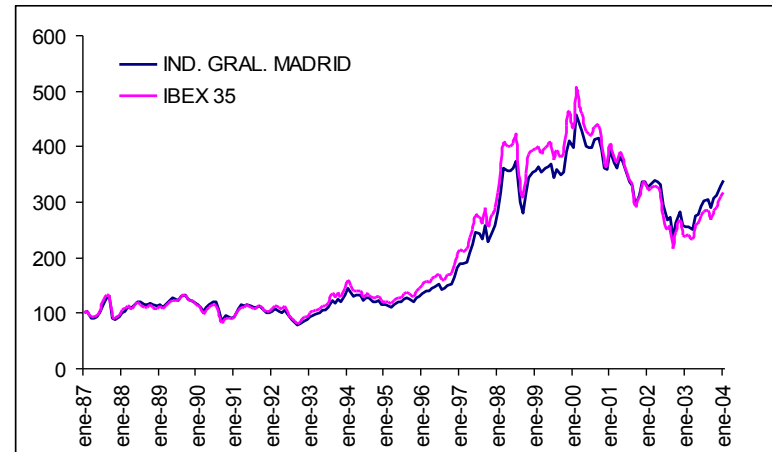
☒ Movimiento Aleatorio

Componentes de una Serie de Tiempo

⬆ TENDENCIA

Patrón de evolución sostenido a mediano y largo plazo de la serie.

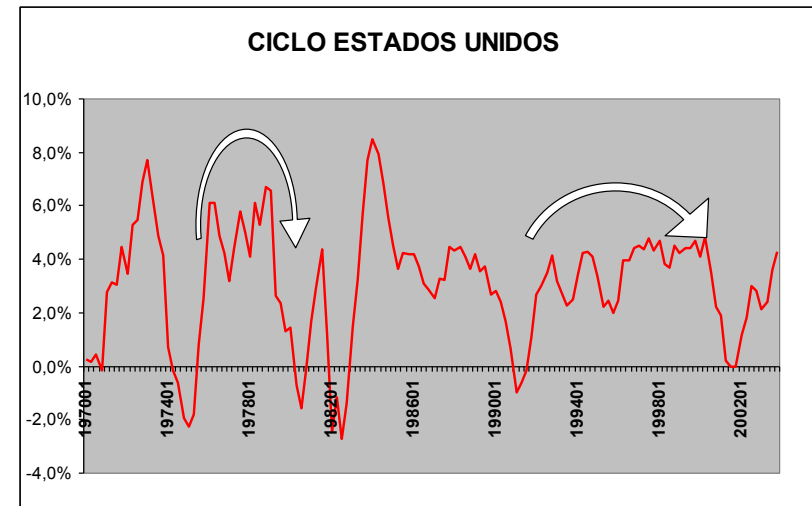
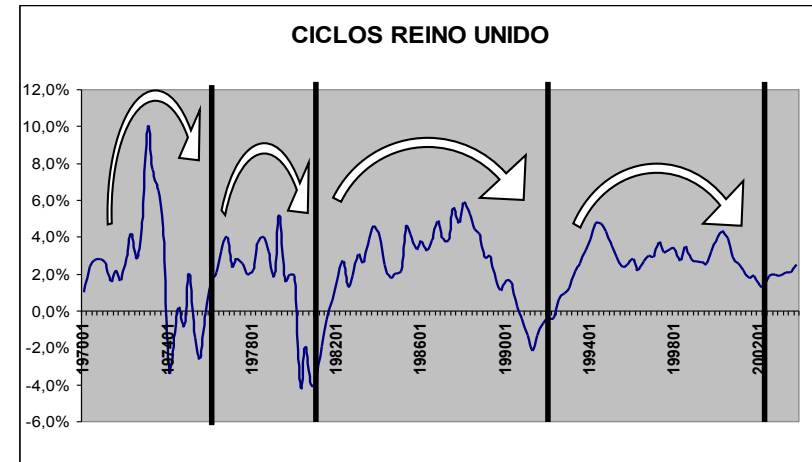
Creecer, decrecer o estable



Componentes de una Serie de Tiempo

⏮ CICLO

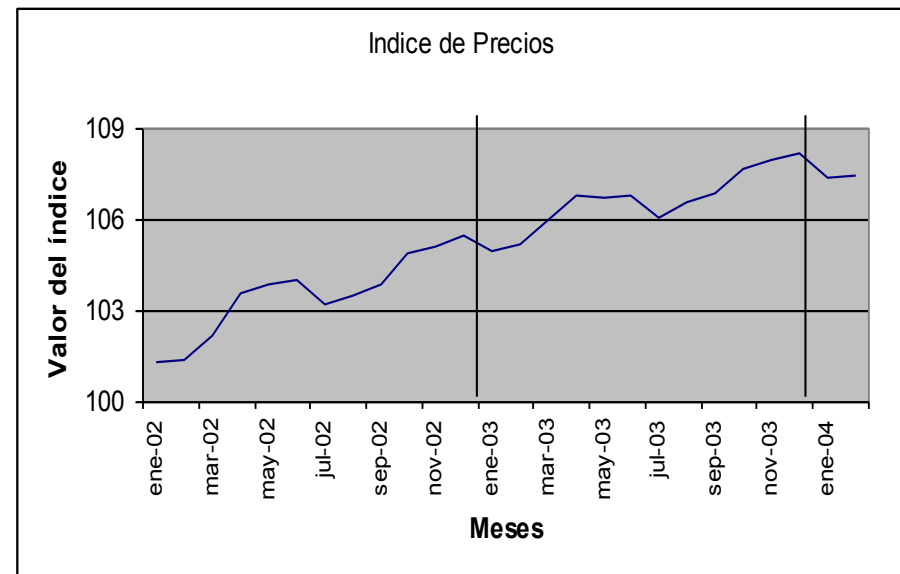
Movimiento oscilatorio por encima y por debajo de la tendencia de una serie temporal



Componentes de una Serie de Tiempo

ESTACIONALIDAD

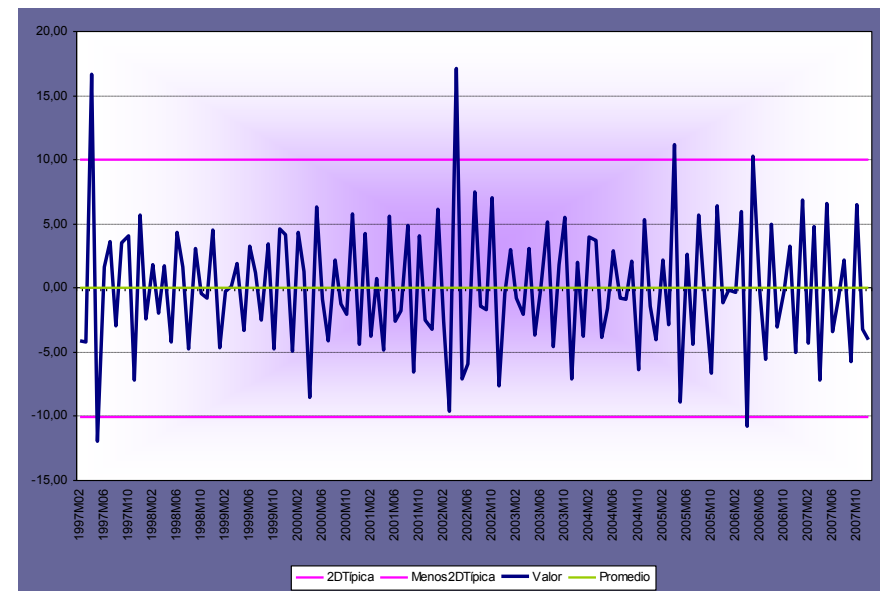
Oscilaciones de una serie temporal que se completa dentro de un periodo largo (un año) y se repiten más o menos de forma invariable en los periodos (años) sucesivos.



COMPONENTES

▲ ALEATORIO

Oscilaciones de una serie temporal que se atribuyen a factores fortuitos, aleatorios y esporádicos



Descomposición de la Serie

Esquemas alternativos de descomposición de una serie temporal:

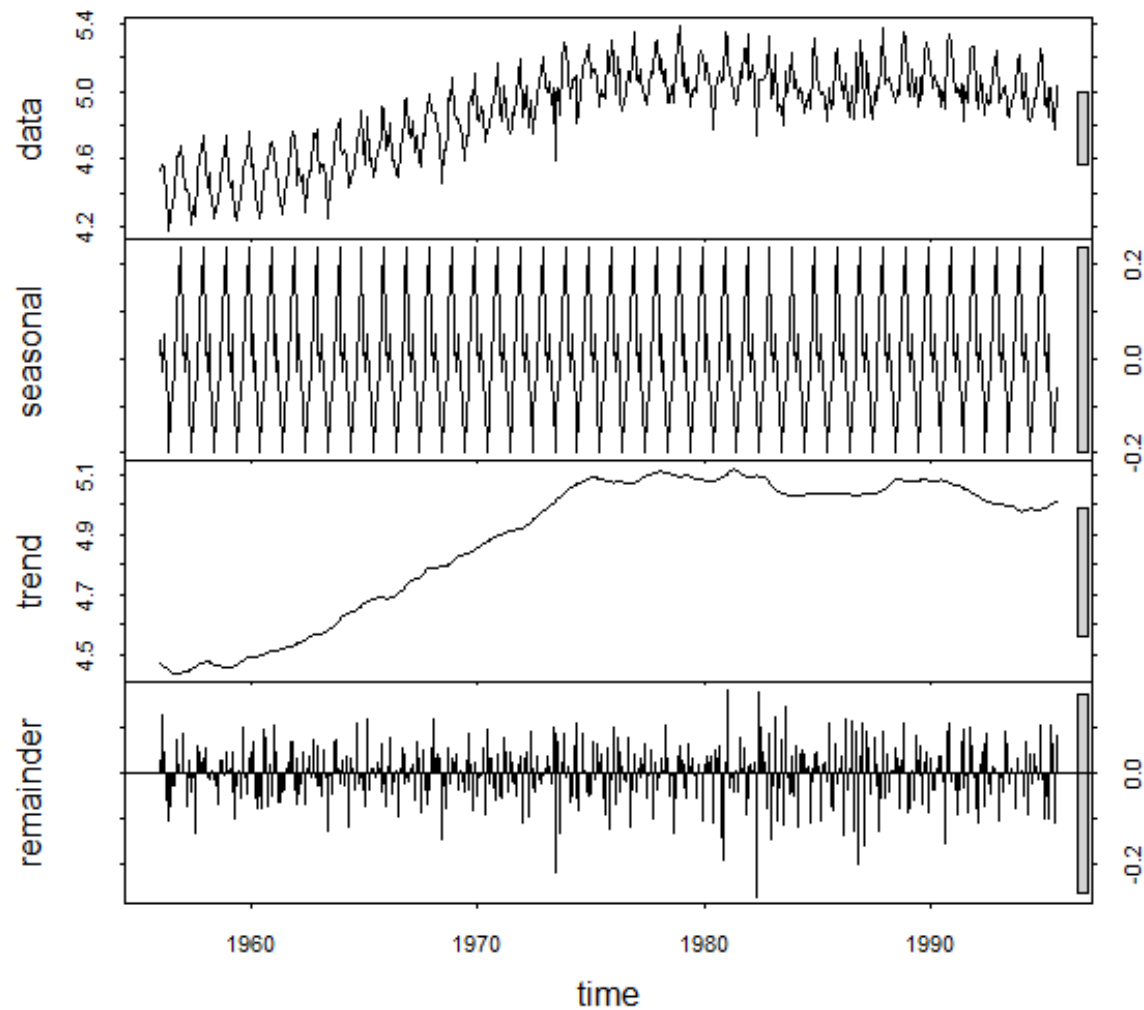
- ADITIVO:

$$X_t = T_t + C_t + S_t + A_t$$

- MULTIPLICATIVO:

$$X_t = T_t * C_t * S_t * A_t$$

Descomposición de la Serie en R



Clasificación descriptiva de las series

Las series temporales se pueden clasificar en:

- **Estacionarias:** Una serie es estacionaria cuando es estable a lo largo del tiempo, es decir, cuando la media y varianza son constantes en el tiempo. Esto se refleja gráficamente en que los valores de la serie tienden a oscilar alrededor de una media constante y la variabilidad con respecto a esa media también permanece constante en el tiempo.
- **No estacionarias:** Son series en las cuales la tendencia y/o variabilidad cambian en el tiempo. Los cambios en la media determinan una tendencia a crecer o decrecer a largo plazo, por lo que la serie no oscila alrededor de un valor constante.

Procesos Estocásticos

- Desde un punto de vista intuitivo, un proceso estocástico se describe como una secuencia de datos que evolucionan en el tiempo.
- Las series temporales se definen como un caso particular de los procesos estocásticos.

Proceso estocástico estacionario

- Un proceso estocástico se dice que es estacionario si su media y su varianza son constantes en el tiempo y si el valor de la covarianza entre dos periodos depende solamente de la distancia entre estos dos periodos de tiempo y no del tiempo en el cual se ha calculado la covarianza.

$$\text{Media} \quad E(X_t) = E(X_{t+k}) = \mu$$

$$\text{Varianza} \quad V(X_t) = V(X_{t+k}) = \sigma^2$$

$$\text{Covarianza} \quad \gamma_k = E[(X_t - \mu)(X_{t+k} - \mu)]$$

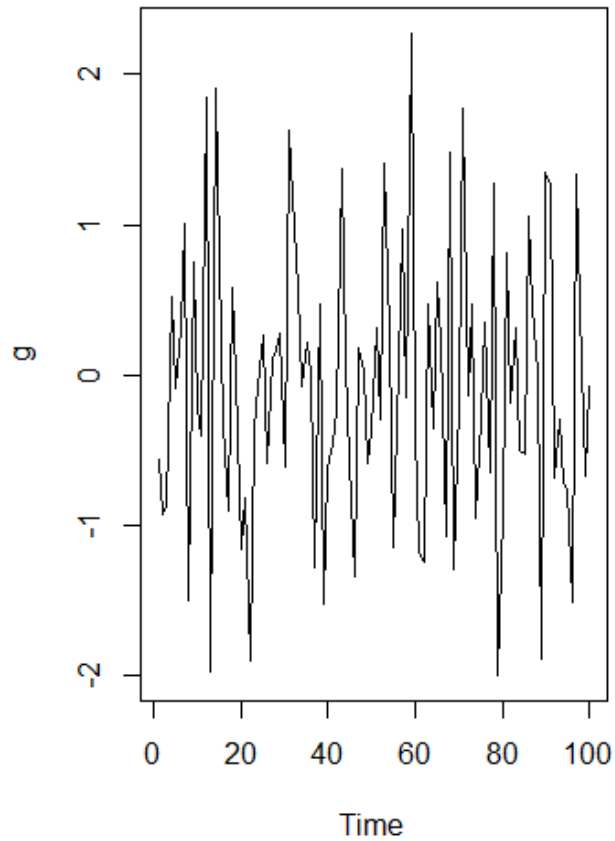
Ruido blanco (“white noise”)

- Un ruido blanco es un caso simple de los procesos estocásticos, en el cual los valores son independientes e idénticamente distribuidos a lo largo del tiempo con media cero e igual varianza, es decir:

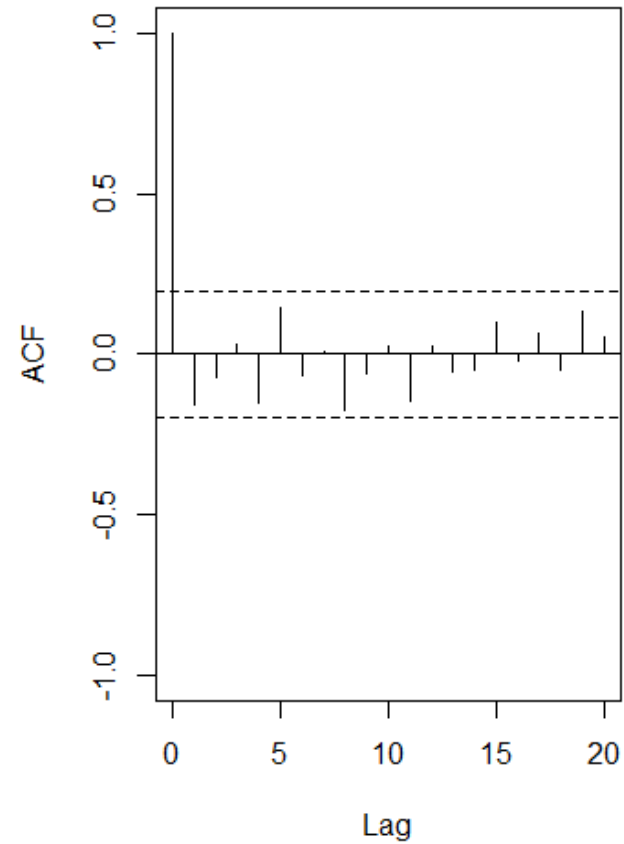
$$\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2) \quad \text{cov}(\varepsilon_{t_i}, \varepsilon_{t_j}) = 0 \quad \forall t_i \neq t_j$$

Simulación de un Ruido blanco en R

$N(0,1)$

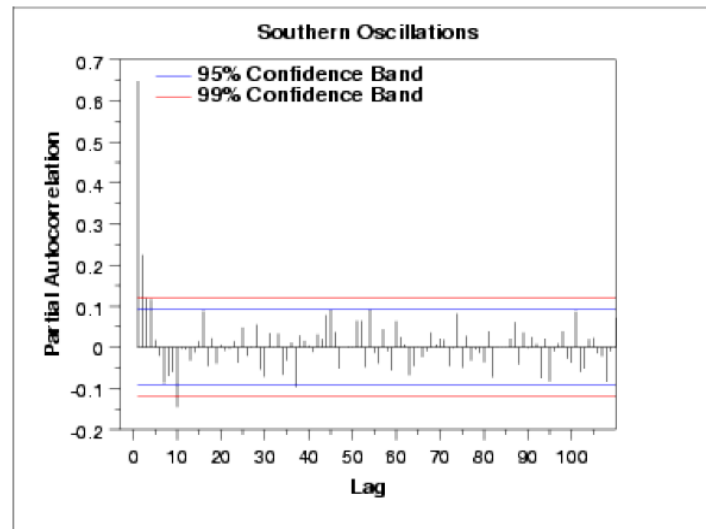


Autocorrelación Simple



Diferencias y Atrasos

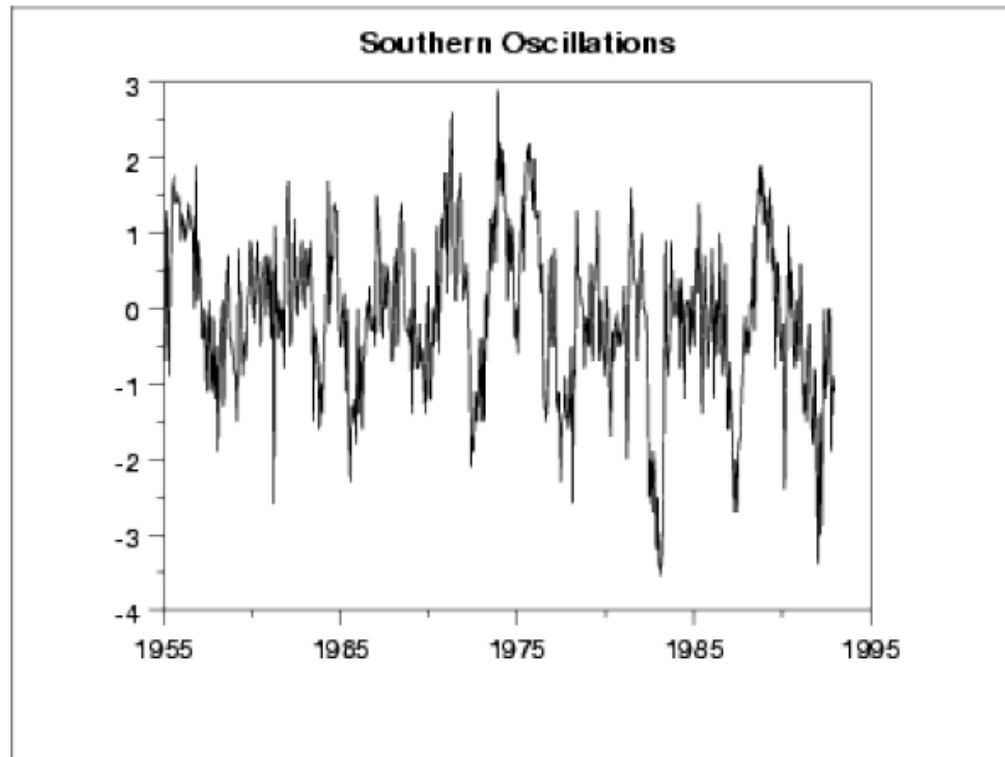
- Las diferencias se calculan entre los valores de los datos de la serie de tiempo, sirven para identificar patrones de tendencia y estacionalidad.
- Los atrasos (lags), son valores anteriores con los que se determina el siguiente valor pronosticado.



Autocorrelación

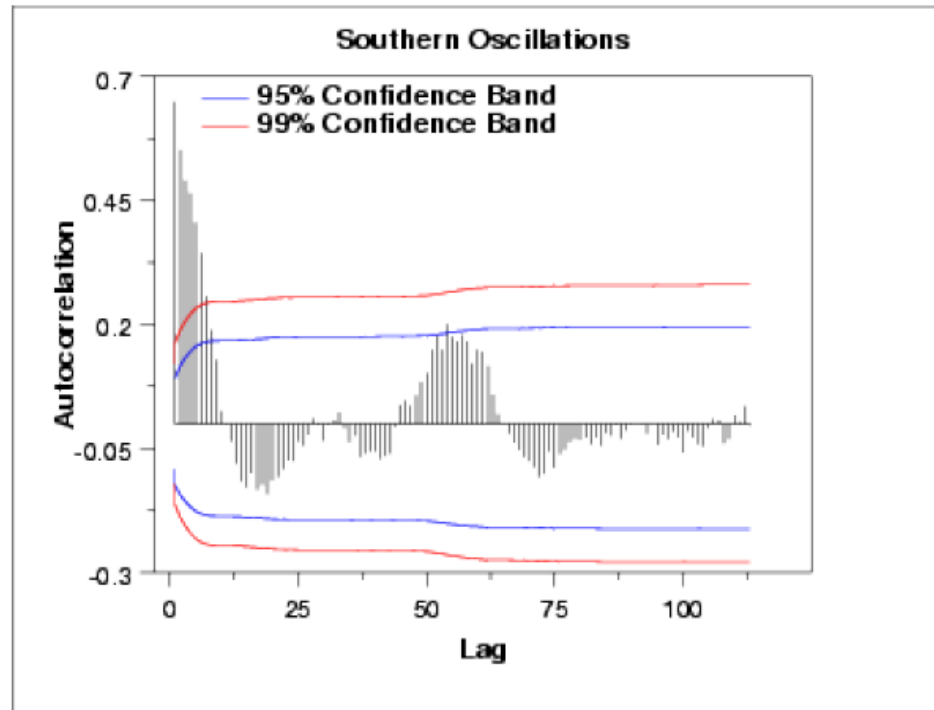
- La autocorrelación: es la correlación entre observaciones de una serie de tiempo separadas por K unidades de tiempo, su gráfica se denomina función de autocorrelación (ACF), su análisis permite seleccionar los términos a ser incluidos en el modelo ARIMA.
- Una gráfica de autocorrelación, permite identificar estacionalidad donde no es fácil de apreciar, como se observa en la gráfica siguiente:

Ejemplo de Autocorrelación



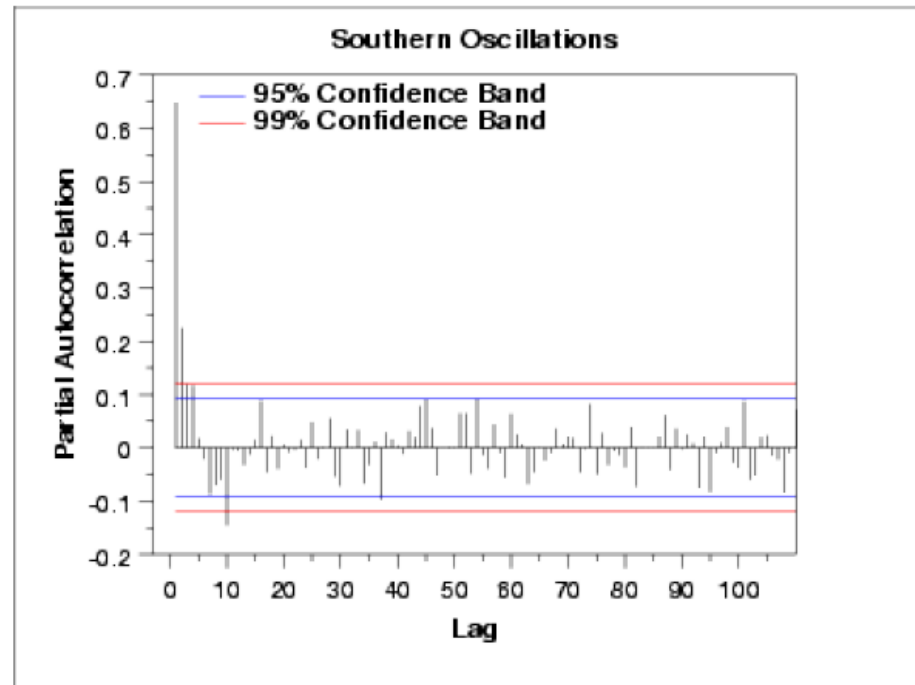
Esta gráfica indica cierto nivel de estacionalidad

Gráfica de Autocorrelación



La gráfica muestra ambos un decaimiento exponencial con oscilaciones sinusoidales amortiguadas, esto indica que un modelo autoregresivo de orden mayor a uno puede ser apropiado, el orden puede determinarse con una gráfica de autocorrelación parcial como sigue:

Gráfica de Autocorrelación Parcial



De la gráfica se muestran picos de orden 2 que exceden los límites de confianza, por lo que el modelo debe tener este orden ARIMA(2).

Camino aleatorio (“Random Walk”)

- Un camino aleatorio o camino al azar es un proceso estocástico X_t , en el cual la primera diferencia es un ruido blanco, esto es:

$$\nabla X_t = \varepsilon_t$$

Autocorrelación Simple (ACF)

- En ocasiones en una serie de tiempo los valores que toma una variable en el tiempo no son independientes entre sí, sino que un valor determinado depende de los valores anteriores, existen dos formas de medir esta dependencia de las variables.
- La autocorrelación mide la correlación entre dos variables separadas por k periodos:

$$\rho_j = \text{corr}(X_j, X_{j-k}) = \frac{\text{cov}(X_j, X_{j-k})}{\sqrt{V(X_j)}\sqrt{V(X_{j-k})}}$$

Autocorrelación Parcial (PACF)

- La autocorrelación parcial mide la correlación entre dos variables separadas por k periodos cuando se considera la dependencia creada por los retardos intermedios existentes entre ambas.

$$\pi_j = \text{corr}(X_j, X_{j-k} / X_{j-1} X_{j-2} \dots X_{j-k+1})$$

$$\pi_j = \frac{\text{cov}(X_j - \hat{X}_j, X_{j-k} - \hat{X}_{j-k})}{\sqrt{V(X_j - \hat{X}_j)} \sqrt{V(X_{j-k} - \hat{X}_{j-k})}}$$

Procesos Autoregresivos AR(p)

- Los modelos autoregresivos se basan en la idea de que el valor actual de la serie, X_t puede explicarse en función de valores p pasados $X_{t-1}, X_{t-2}, \dots, X_{t-p}$, donde p determina el número de rezagos necesarios para pronosticar un valor actual. Es decir:

$$X_t = \phi_0 + \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + \varepsilon_t$$

donde ε_t es un proceso de ruido blanco y $\phi_0, \phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$ son los parámetros del modelo.

Procesos Autoregresivos de orden 1 AR(1)

En los proceso $AR(1)$ la variable X_t está determinado únicamente por el valor pasado, esto es X_{t-1} .

$$X_t = \phi X_{t-1} + \varepsilon_t$$

Donde ε_t es un ruido blanco.

Procesos Autoregresivos de orden 2 AR(2)

En los proceso $AR(2)$ la variable X_t está determinado por el valor pasado y el anterior a este

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \varepsilon_t$$

Donde ε_t es un ruido blanco.

Procesos de Medias Móviles MA(q)

Modelo “determinados por una fuente externa”. Estos modelos suponen linealidad, el valor actual de la serie, X_t , está influenciado por los valores de la fuente externa.

El modelo de promedio móviles de orden q está dado por:

$$X_t = \theta_0 - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \cdots - \theta_q \varepsilon_{t-q} - \varepsilon_t$$

donde ε_t es un proceso de ruido blanco,
 $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$ son los parámetros del modelo.

Proceso de Media Móvil MA(1)

Los modelos de medias móviles determinan el valor de X_t en función de la innovación actual y su primer retardo, esto es:

$$X_t = \varepsilon_t - \theta \varepsilon_{t-1}$$

donde ε_t es un proceso de ruido blanco y θ es el parámetro.

Proceso de Media Móvil MA(2)

Consideremos el modelo de medias móviles de orden 2:

$$X_t = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2}$$

Donde los parámetros son θ_1 y θ_2 , además

ε_t es un proceso de ruido blanco.

Proceso Autoregresivo de Medias Móviles

ARMA(p,q)

Es muy probable que una serie de tiempo, X_t , tenga características de AR y de MA a la vez y, por consiguiente, sea $ARMA$. Así, X_t sigue un proceso $ARMA(p, q)$, en este proceso habrá p términos autoregresivos y q términos de media móvil

$$X_t = c + \underbrace{\phi_1 X_{t-1} + \cdots + \phi_p X_{t-p}}_{AR(p)} + \underbrace{\theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \cdots + \theta_q \varepsilon_{t-q}}_{MA(q)} + \varepsilon_t$$

`arima(data, order=c(p, d, q))`

Proceso Autoregresivo de Medias Móviles de orden (1,1) \rightarrow ARMA(1,1)

Consideremos el modelo $ARMA(1,1)$, donde X_t se determina en función de su pasado hasta el primer retardo, la innovación contemporánea y el pasado de la innovación hasta el retardo 1

$$X_t = \phi X_{t-1} + \varepsilon_t - \theta \varepsilon_{t-1}$$

Donde ε_t sigue un proceso de ruido blanco, ϕ y θ son los parámetros del modelo.

Proceso Autoregresivo Integrado y de Media Móvil $(p,d,q) \rightarrow \text{ARIMA}(p,d,q)$

- Los modelos de series de tiempo analizados hasta ahora se basan en el supuesto de estacionariedad, esto es, la media y la varianza para una serie de tiempo son constantes en el tiempo y la covarianza es invariante en el tiempo.
- Pero se sabe que muchas series de tiempo y en especial las series económicas no son estacionarias, porque pueden ir cambiando de nivel en el tiempo o sencillamente la varianza no es constante en el tiempo, a este tipo de proceso se les considera procesos integrados.
- Por consiguiente, se debe diferenciar una serie de tiempo d veces para hacerla estacionaria y luego aplicarle a esta serie diferenciada un modelo $\text{ARMA}(p,q)$, se dice que la serie original es $\text{ARIMA}(p,d,q)$, es decir, una serie de tiempo **autoregresiva, integrada** de **media móvil**.
- Donde p denota el número de términos autoregresivos, d el número de veces que la serie debe ser diferenciada para hacerla estacionaria y q el número de términos de la media móvil invertible.

Proceso Autoregresivo Integrado y de Media Móvil (p,d,q) \rightarrow ARIMA(p,d,q)

Su expresión algebraica es:

$$X_t^d = c + \underbrace{\phi_1 X_{t-1}^d + \cdots + \phi_p X_{t-p}^d}_{AR(p)} + \underbrace{\theta_1 \varepsilon_{t-1}^d + \theta_2 \varepsilon_{t-2}^d + \cdots + \theta_q \varepsilon_{t-q}^d}_{MA(q)} + \varepsilon_t^d$$

`arima(data, order=c(p,d,q))`

Proceso Estacional Autoregresivo Integrado y de Media Móvil → $ARIMA(p,d,q)(P,D,Q)_s$

- Cuando una serie de tiempo en estudio tiene intervalos de observación menores a un año, entonces es frecuente que estas tengan variaciones ó patrones sistemáticos cada cierto periodo, estas variaciones sistemáticas inferiores a un año por ejemplo semestral, mensual, diario, etc. deben ser captadas en los llamados Factores Estacionales, dentro de la estructura del modelo a construirse.
- Contiene una componente que modela la dependencia regular $ARIMA(p,d,q)$, que es la dependencia asociada a observaciones consecutivas.
- Contiene una componente que modela la dependencia estacional $ARIMA(P,D,Q)$, que está asociada a observaciones separadas por periodos.

Proceso Estacional Autoregresivo Integrado y de Media Móvil → **ARIMA(p,d,q)(P,Q,D)_s**

La estructura general de un modelo $ARIMA(p, d, q)(P, D, Q)_s$, es:

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{cc}
 \overbrace{\phantom{\theta_1 X_{t-s} + \dots + \theta_P X_{t-Ps}}}^{AR(p)} & \overbrace{\phantom{\theta_1 X_{t-s} + \dots + \theta_P X_{t-Ps}}}^{SAR(P)} \\
 X_t = c + \phi_1 X_{t-1} + \dots + \phi_p X_{t-p} + \theta_1 X_{t-s} + \dots + \theta_P X_{t-Ps} \\
 + \varepsilon_t - \underbrace{\phi_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \phi_q \varepsilon_{t-q}}_{MA(q)} - \underbrace{\vartheta_1 \varepsilon_{t-s} - \dots - \vartheta_Q \varepsilon_{t-Qs}}_{SMA(Q)}
 \end{array}
 \end{array}$$

Los parámetros son $\phi_1, \dots, \phi_p, \theta_1, \dots, \theta_P, \phi_1, \dots, \phi_q, \vartheta_1, \dots, \vartheta_Q$ y $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$.

Proceso Estacional Autoregresivo Integrado y de Media Móvil → **ARIMA(p,d,q)(P,D,Q)_s**

```
arima {stats}
```

ARIMA Modelling of Time Series

Description

Fit an ARIMA model to a univariate time series.

Usage

```
arima(x, order = c(0, 0, 0),  
      seasonal = list(order = c(0, 0, 0), period = NA),  
      xreg = NULL, include.mean = TRUE,  
      transform.pars = TRUE,  
      fixed = NULL, init = NULL,  
      method = c("CSS-ML", "ML", "CSS"),  
      n.cond, optim.method = "BFGS",  
      optim.control = list(), kappa = 1e6)
```

Introducción

- Queremos formar pronósticos para datos sin tendencia, ni estacionalidad bien definidos.
- Formas de hacerlo:
 - promedio de todas las observaciones
 - camino aleatorio $E(y_t)=y_{t-1}$
 - media móvil
 - estimación con varios períodos (*lags*)
$$y_t = \beta_0 + \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 y_{t-2} + \beta_3 y_{t-3} + \dots + \varepsilon$$
 - suavizado exponencial

Suavizado Exponencial Simple

- **IDEA:** Todos los datos influyen en el pronóstico, pero los más recientes influyen más.
- Si designamos ℓ = pronóstico, entonces
$$\ell_T = \alpha y_T + (1-\alpha)\alpha y_{T-1} + (1-\alpha)^2 \alpha y_{T-2} + \dots + (1-\alpha)^{T-1} \alpha y_1 + (1-\alpha)^T \ell_0$$
- Por ejemplo
 - $\ell_3 = \alpha y_3 + (1-\alpha)\alpha y_2 + (1-\alpha)^2 \alpha y_1 + (1-\alpha)^3 \alpha \ell_0$

Suavizado Exponencial Simple

- Por ejemplo

$$-\ell_3 = \alpha y_3 + (1-\alpha)\alpha y_2 + (1-\alpha)^2\alpha y_1 + (1-\alpha)^3\alpha \ell_0$$

- Si $\alpha = 0.1$,

$$-\ell_3 = 0.1y_3 + (0.9)0.1y_2 + (0.9)^20.1y_1 + (0.9)^30.1 \ell_0$$

$$-\ell_3 = 0.1y_3 + 0.09y_2 + 0.081y_1 + 0.0729 \ell_0$$

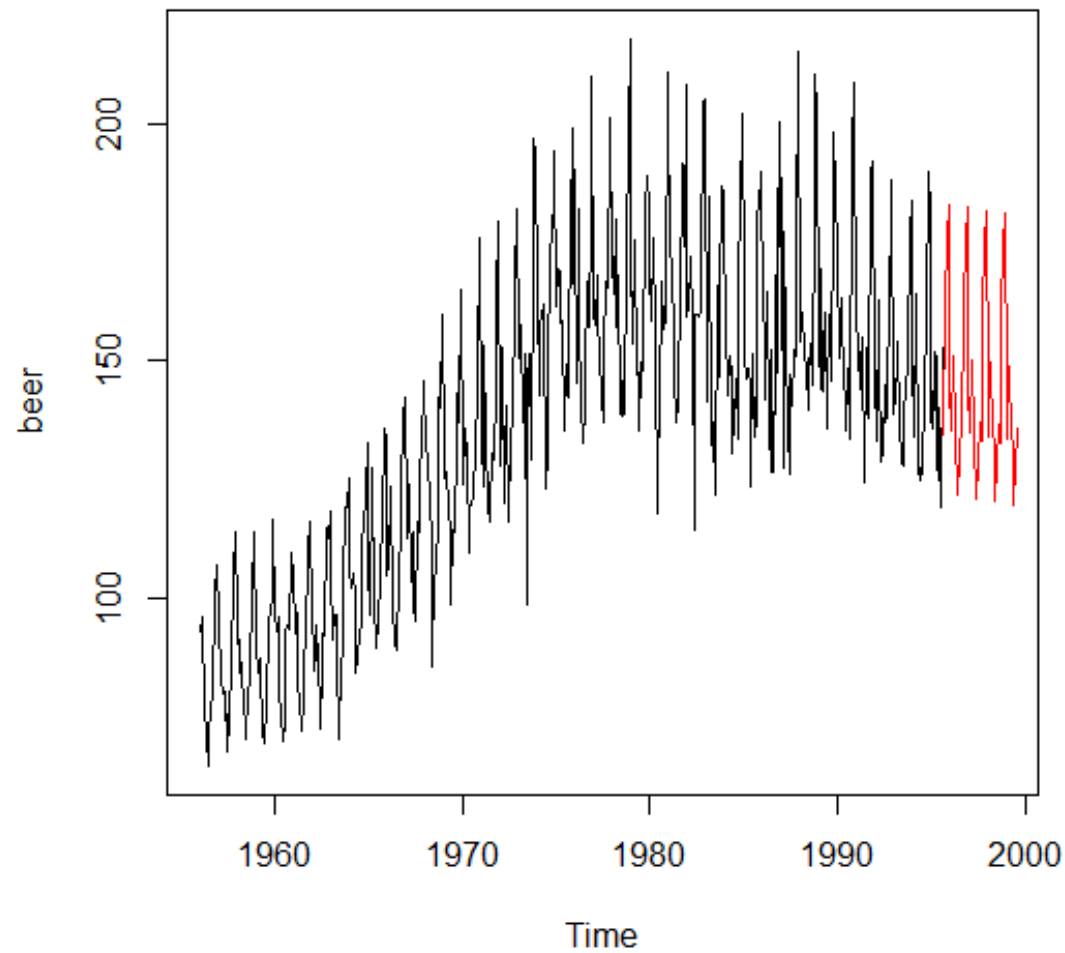
Método Holt-Winter con Suavizado Exponencial Corregida por la Tendencia

- Suponga que la serie sí muestra una tendencia, pero que ésta puede cambiar en el tiempo.
- Ahora se estiman dos ecuaciones:
 - HoltWinter: $\ell_t = \alpha y_t + (1-\alpha)(\ell_{t-1} + b_{t-1})$
 - Tendencia: $b_t = \beta(\ell_t - \ell_{t-1}) + (1-\beta)b_{t-1}$
 - Un pronóstico puntual para $y_{t+\tau}$ es
$$\hat{y}_{t+\tau}(t) = \ell_t + \tau b_t$$

Método Aditivo de Holt-Winters

- Se usa cuando la serie tiene una tendencia, al menos localmente y un patrón estacional constante.
- Al modelo Holt-Winter, se resta el factor estacional sn_{t-p} , donde p indica el número de períodos en un año:
 - Holt-Winter: $\ell_t = \alpha(y_t - sn_{t-p}) + (1-\alpha)(\ell_{t-1} + b_{t-1})$
 - Tendencia: $b_t = \beta(\ell_t - \ell_{t-1}) + (1-\beta)b_{t-1}$
 - Factor Estacional: $sn_t = \zeta(y_t - \ell_t) + (1-\zeta)sn_{t-p}$
 - Un pronóstico puntual para $y_{t+\tau}$ es
$$\hat{y}_{t+\tau}(t) = \ell_t + \tau b_t + sn_t$$

Método Aditivo de Holt-Winters



Error Relativo

- El error relativo porcentualiza la diferencia de lo pronosticado sobre lo ocurrido en la realidad, es decir, en qué porcentaje relativo a lo real fue en lo que se equivocó el pronóstico:

$$\text{Error Relativo} = \frac{\sum_{i=1}^N |P_i - R_i|}{\sum_{i=1}^N |R_i|}$$

N : Número de datos a pronosticar

P_i : Valor pronosticado en el tiempo i

R_i : Valor real ocurrido en el tiempo i

Error Cuadrático Medio (ECM) [Mean Squared Error (MSE)]

- Calcula el promedio de los errores elevados al cuadrado:

$$\text{ECM} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (R_i - P_i)^2$$

N : Número de datos a pronosticar

P_i : Valor pronosticado en el tiempo i

R_i : Valor real ocurrido en el tiempo i

Porcentaje de fallos hacia arriba

- Este porcentaje indica en cuántos de los datos pronosticados, el valor real fue mayor o igual al pronóstico del modelo:

$$\text{Porcentaje de fallos hacia arriba} = \frac{\sum_{i=1}^E 1}{N}$$

N: Número de pronósticos

E: Número datos en los que lo real sobrepaso el pronóstico

Porcentaje de fallos hacia abajo

- Este porcentaje indica en cuántos de los datos pronosticados, el valor real fue menor al pronóstico del modelo:

$$\text{Porcentaje de fallos hacia abajo} = \sum_{i=1}^E 1 / N$$

N: Número de pronósticos

E: Número de datos en los que lo real fue menor al pronóstico

Porcentaje del total en fallos hacia arriba

- Este índice indica el porcentaje de error del total que corresponde a la diferencia entre lo real y el pronóstico, pero solo en los días en los que lo real sobrepasa al pronóstico:

$$\text{Porcentaje del total de fallos hacia arriba} = \frac{\sum_{i=1}^E (R_i - P_i)}{\sum_{i=1}^E |R_i|}$$

P_i : Total pronosticado en el tiempo i

R_i : Total real en el tiempo i

E : Número de datos en los que lo real sobrepasa el pronóstico

Porcentaje del total en fallos hacia abajo

- Este índice indica el porcentaje de error del total que corresponde a la diferencia entre lo real y el pronóstico, pero solo en los días en los que lo real fue menor al pronóstico:

$$\text{Porcentaje del total de fallos hacia abajo} = \frac{\sum_{i=1}^E (P_i - R_i)}{\sum_{i=1}^E |R_i|}$$

P_i : Total pronosticado en el tiempo i

R_i : Total real en el tiempo i

E : Número Datos en los que lo real fue inferior el pronóstico