

# Trabajo Práctico 2: Diseño

Primer cuatrimestre - 2015

Algoritmos y Estructuras de Datos II

# Grupo 2

Integrante	LU	Correo electrónico
Benitez, Nelson	945/13	nelson.benitez92@gmail.com
Roizman, Violeta	273/11	violeroizman@gmail.com
Vázquez, Jésica	318/13	jesis_93@hotmail.com
Zavalla, Agustín	670/13	nkm747@gmail.com

Instancia	Docente	Nota
Primera entrega		
Segunda entrega		



# Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Universidad de Buenos Aires Ciudad Universitaria – Pabellón I (Planta Baja)

Intendente Güiraldes 2160 – C1428EGA Ciudad Autónoma de Buenos Aires – Rep. Argentina

# ${\rm \acute{I}ndice}$

1.	DC	Net	<b>2</b>
	1.1.	Interfaz	2
	1.2.	Representación	3
	1.3.	Algoritmos	6
	1.4.	Servicios Usados	9
2.	Red	1	10
	2.1.	Interfaz	10
	2.2.	Representación	11
	2.3.	Invariante de representación	11
	2.4.	Función de abstracción	12
	2.5.	Algoritmos	12
3.	Con	$_{ m ij}{ m Log}$	16
			16
			16
	3.2.	Representación	17
	3.3.	Invariante de representación	18
	3.4.		18
			18
	3.5.		19
	3.6.		23
	3.7.	Operaciones auxiliares de $\operatorname{conj}(\alpha)$	28
4.	Dice	cionario por Prefijos	30
		<u> </u>	30
<b>5.</b>	Paq	uete :	32
	5.1.	Interfaz	32
	5.2.	Representación	33
6.	Paq	uetePos :	34
	_		34
	6.2	Representación	35

#### 1 DCNet

Una DCNet es un sistema que tiene computadoras en red que reciben paquetes que envían a la computadora destino a cada segundo.

#### 1.1 Interfaz

```
se explica con DCNET
usa Compu, Paquete, Red, diccPref, conjLog, conjLogP
géneros
                     dcnet
Operaciones
CREARSISTEMA(in r : red) \longrightarrow res : dcnet
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{ res =_{obs} iniciarDCNet(r) \}
Descripción: Crea un sistema DCNet.
Complejidad: O(\max\{n^2 \times complejidad(caminominimo), n \times L\})
Aliasing: el campo.red del modulo devuelto es un puntero a la red de entrada
CREARPAQUETE(in/out \ s : dcnet, in \ p : paquete)
\mathbf{Pre} \equiv \{s =_{obs} s_0 \land (\forall p_0 : paquete, paqueteEnTransito?(p, s)) \neg (p_0 =_{obs} p) \land 
          destino(p) \in compus(red) \land origen(p) \in compus(red) \land_{\mathsf{L}}
         hay camino?(destino(p), origen(p), red(s))
\mathbf{Post} \equiv \{s =_{obs} crearPaquete(s_0, p)\}\
Descripción: Crea un paquete y lo agrega a la computadora correspondiente.
Complejidad: O(L + log(k))
AVANZARSEGUNDO(in/out \ s : dcnet)
\mathbf{Pre} \equiv \{s =_{\mathrm{obs}} s_0\}
\mathbf{Post} \equiv \{s =_{obs} avanzarSegundo(s_0)\}\
Descripción: Avanza un segundo el sistema. Todas las computadoras envían su respectivo paquete
                 y en consecuencia se actualizar los paquetes en espera de cada una de ellas.
Complejidad: O(n \times (L + log(k)))
Aliasing:
DAMERED(in s: \mathtt{dcnet}) \longrightarrow res: \mathtt{puntero(red)}
\mathbf{Pre} \equiv \{true\}
\mathbf{Post} \equiv \{ res =_{obs} red(s) \}
Descripción: Devuelve la red de DCNet.
Complejidad: O(1)
Aliasing: Devuelve un puntero a la misma red que la que se pasó como parámetro para crear el
sistema
CAMINORECORRIDO(in s: dcnet, in p: paquete) \longrightarrow res: secu(compu)
\mathbf{Pre} \equiv \{paqueteEnTransito?(s, p)\}
\mathbf{Post} \equiv \{ res =_{obs} caminoRecorrido(s, p) \}
Descripción: Devuelve el camino recorrido hasta el momento por un paquete.
Complejidad: O(n \times log(max(n, k)))
```

Aliasing: Devuelve puntero al camino recorrido que se encuentra en Caminos Minimos

```
CANTIDADENVIADOS(in s: dcnet, in c: compu) \longrightarrow res: nat
\mathbf{Pre} \equiv \{c \in computadoras(red(s))\}\
\mathbf{Post} \equiv \{ res =_{obs} cantidadEnviados(s, c) \}
Descripción: Devuelve la cantidad de paquetes enviados por una computadora.
Complejidad: O(n)
ENESPERA(in s: dcnet, in c: compu) \longrightarrow res: puntero(conjLogP(paquete)))
\mathbf{Pre} \equiv \{c \in computadoras(red(s))\}\
\mathbf{Post} \equiv \{ res =_{obs} enEspera(s, c) \}
Descripción: Devuelve un puntero a los paquetes de la computadora.
Complejidad: O(L)
Aliasing: Hay aliasing entre res y el conjunto de paquetes de la computadora pasada por paráme-
tro
LAQUEMASENVIO(in s: dcnet) \longrightarrow res: compu
\mathbf{Pre} \equiv \{true\}
\mathbf{Post} \equiv \{ res =_{obs} laQueMasEnvio(s, p) \}
Descripción: Devuelve la computadora que más paquetes envió por referencia
Complejidad: O(1)
Aliasing:
PAQUETEENTRANSITO? (in s: dcnet, in p: paquete) \longrightarrow res: bool
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
Post \equiv \{res = paqueteEnTransito?(s, p)\}
Descripción: Devuelve true si el paquete se encuentra en transito en el sistema
Complejidad: O(n \times log(k))
Las complejidades están en función de las siguientes variables:
n: la cantidad total de computadoras que hay en el sistema,
L: el hostname más largo de todas las computadoras,
k: la cola de paquetes más larga de todas las computadoras.
```

#### 1.2 Representación

```
se representa con sistema
```

esto se puede borrar despues: aclaracion en compus en cada indice del arreglo esta la compu correspondiente a esa numeracion

#### Invariante de representación

- 1. Todos los IP de *compus* pertenecen al conjunto de claves de *CompusPorPref* y la longitud de dicho arreglo es igual al cardinal de las claves del diccionario.
- 2. Los pN de las tuplas que tiene el arreglo *compus* apuntan al conjunto de paquetes(PorNom) de un significado en *CompusPorPref* cuya clave es igual al IP de esa posición en el arreglo.
- 3. Los pN' apuntan al conjuno de paquetes(porNom') de un significado en *CompusPorPref* cuya clave es igual al IP de esa posición en el arreglo
- 4. Los paquetes del significado pN' son iguales a los paquetes de pN
- 5. El origen de pN' es distinto al destino de pN' y ambos son posiciones válidas del arreglo compus
- 6. PosActual de pN' es una posicion válida del arreglo compus
- 7. La #PaquetesEnviados de cada compu es mayor o igual a la actual cantidad total de paquetes que pasaron por esa compu
- 8. Todos los conjuntos de los significados de CompusPorPref son disjuntos dos a dos.
- 9. Los conjuntos de los campos de la tupla PorNom, PorPrior son iguales.
- 10. La matriz de caminosMinimos es cuadrada de lado n, con n igual al tamaño del arreglo de compus.
- 11. Para cualquier compu en el sistema f,d caminosMinimos[f][d] se corresponde con caminoMinimo(red,f,d)
- 12. La longitud de *CaminosMinimos* es igual a la longitud del arreglo que tiene *CaminosMinimos* en cada posición.
- 13. La longitud del arreglo, que tiene un arreglo de *CaminosMinimos* es menor o igual a la longitud de *CaminosMinimos*.
- 14. Los elementos del arreglo anteriormente mencionado son IPs del diccionario *CompusPorPref* y no tiene repetidos.
- 15. La computadora que más paquetes envió es aquella cuyo índice es igual a LaQMasEnvio

```
\operatorname{Rep}: \widetilde{\mathtt{sistema}} \longrightarrow boolean
(\forall s: \widehat{\mathtt{sistema}})
Rep(s) \equiv
1. \forall s : \text{String } def?(s, s.CompusPorPref), (\exists c : compu), esta?(c, s.Compus) \land \pi_1(c) = s \land
longitud(s.Compus) = \#CLAVES(s.CompusPorPref)
2. \forall c : \text{compu esta}?(c, s.Compus), *\pi_2(c) = \text{obtener}(\pi_1(c), s.CompusPorPref)
3. \forall c: compu esta?(c, s.Compus), *\pi_3(c) = \text{obtener}(\pi_3(c), s.CompusPorPref)
(\forall c : \text{nat}) \ 0 \le c < Longitud(s.compus) \Rightarrow_L
  Longitud(s.compus[c].pN) = Longitud(s.compus[c].pN') \land
  (\forall p : paquetePos)esta?(p, s.compus[c].pN') \Rightarrow_{L}
    \operatorname{esta}(\pi_1(p), s.compus[c].pN) \land 0 \leq \operatorname{indiceOrigen}(p) < \operatorname{Longitud}(s.compus)
    \land 0 \leq indiceDestino(p) < Longitud(s.compus)
    \land 0 \leq posActual(p) < Longitud(s.compus)
    \land \neg (indiceDestino(p) = indiceOrigen(p))
7. (\forall c : \text{nat}) \ 0 \le c < Longitud(s.compus) \Rightarrow_{L}
  (\forall p : paquetePos) pertenece(s.compus[c].pN', p) \Rightarrow_{L}
```

```
\beta(\operatorname{esta}(s.compus[c], caminoMinimo(s.red, s.compus[indiceOrigen(p)], s.compus[posActual(p)]))) \\ 8. \ \forall s,t: \operatorname{String def?}(s,s.CompusPorPref) \ \land \ \operatorname{def?}(t,s.CompusPorPref) \ \land \ s \neq t \ \Rightarrow_{\mathtt{L}} \\ \text{obtener}(s,s.CompusPorPref) \ \bigcap \ \operatorname{obtener}(t,s.CompusPorPref) = \emptyset \\ 9. \ \forall s: \operatorname{String def?}(s,s.CompusPorPref) \ \Rightarrow_{\mathtt{L}} \ \pi_1(\operatorname{obtener}(s,s.CompusPorPref)) = \\ \pi_2(\operatorname{obtener}(s,s.CompusPorPref)) \\ 10. \ Longitud(s.compus) = Longitud(CaminosMinimos(s)) \ \land \\ (\forall i: \mathtt{nat}) \ 0 \leq i < Longitud(s.compus) \ \Rightarrow_{\mathtt{L}} \\ Longitud(s.CaminosMinimos[i]) = Longitud(s.compus) \\ 11. \ (\forall f,d:\mathtt{nat}) \ \neg (f=d) \land \ 0 \leq f,d < Longitud(s.compus) \ \Rightarrow_{\mathtt{L}} \\ CaminosMinimos[f][d] = \\ caminoMinimo(s.red,ipACompu(s.red,\pi_1(s.compus[f])),ipACompu(s.red,\pi_1(s.compus[d])) \\ 12, 13, 14. \ (\forall i,j:\mathtt{nat}), \ 0 \leq i,j < \mathrm{longitud}(s.CaminosMinimos) \ \Rightarrow_{\mathtt{L}} \mathrm{longitud}(s.CaminosMinimos) = \\ \mathrm{longitud}(s.CaminosMinimos[i]) \land \mathrm{longitud}(s.CaminosMinimos[i][j]) < \mathrm{longitud}(s.CaminosMinimos) \land \\ (\forall e:\mathtt{nat}), \mathrm{esta?}(e,s.CaminosMinimos[i][j]) \Rightarrow \mathrm{pertenece}(e,s.CompusPorPref) \\ 15. \forall c:\mathrm{compu} \ \mathrm{esta?}(c,s.Compus) \ \Rightarrow_{\mathtt{L}} \ \pi_3(c) \leq \pi_3(s.Compus[s.LaQMasEnvio]) \\ \end{cases}
```

#### Función de abstracción

```
 \begin{aligned} &\text{Abs}: \widehat{\mathtt{dcnet}} \: s \longrightarrow \widehat{\mathtt{DCNet}} \\ &(\forall s: \widehat{\mathtt{dcnet}}) \\ &\text{Abs}(s) \equiv dc: \widehat{\mathtt{DCNet}} \: | \\ &red(dc) = ^*(s.red) \land (\forall c: compu, c \in compus(dc))(enEspera(dc, c) = ^*(enEspera(s, c)) \land \\ &cantidadEnviados(dc, c) = cantidadEnviados(s, c)) \land \\ &(\forall p: paquete, paqueteEnTransito?(dc, p))caminoRecorrido(dc, p) = ^*(caminoRecorrido(s, p)) \end{aligned}
```

#### 1.3 Algoritmos

```
ICREARSISTEMA(in r : red) \longrightarrow res : dcnet
  res.red \leftarrow r
                                                                                O(1)
  n \leftarrow \#(\text{COMPUS}(red))
        ACA LE PUSE O(1 PORQUE PODEMOS SUPONER QUE TENEMOS GUARDADA LA
  cant DE COMPUS)
  i \leftarrow 0
  j \leftarrow 0
                                                                                O(1)
  res.Compus \leftarrow CrearArreglo(n)
                                                                                O(1)
  res.CaminosMinimos \leftarrow CrearArreglo(n)
                                                                                O(1)
  var p : arreglo_dimensionable de puntero(conjLog(paquete))
  while i<n do
                                                                                O(n)
       res.CaminosMinimos[i] \leftarrow \text{CrearArreglo}(n)
                                                                                O(n)
      s: < nat, conjLog(paquete, <_{id}), conjLog(paquete, <_{p}),
  conjLog(paquetePos, <_{id}), conjLog(paquetePos, <_{p}) >
       \pi_1(s) \leftarrow compu(r,i)
       \pi_2(s) \leftarrow \text{NUEVO}()
      \pi_3(s) \leftarrow \text{NUEVO}()
       \pi_4(s) \leftarrow \text{NUEVO}()
       \pi_5(s) \leftarrow \text{NUEVO}()
      DEFINIR(res.CompusPorPref,compu(r,i),s)
                                                                                O(L)
      p[i] \leftarrow pi_3(s)
      p'[i] \leftarrow pi_5(s)
      res.Compus[i] \leftarrow \langle compu(r,i), p[i], p'[i], 0 \rangle
                                                                                O(1)
                                                                                O(n)
       while j<n do
          res.CaminosMinimos[i][j] \leftarrow caminoMinimo(compu(r, i), compu(r, j), r)
                                                                                O(CAMINO MINIMO???)
          j + +
      end while
      i + +
  end while
                                                                                \frac{\mathrm{O}(1)}{\mathrm{O}(\max\{n^5, n \times L\})}
  res.LaQMasEnvio \leftarrow 0
ICREARPAQUETE(in/out s : dcnet, in/out p : paquete)
  t_1 : \langle nat, conjLog(paquete, \langle id), conjLog(paquete, \langle p), \rangle
  conjLog(paquetePos, <_{id}), conjLog(paquetePos, <_{v}) >
  t_1 \leftarrow \text{Obtener}(origen(p), s.CompusPorPref)
                                                                                O(L)
  t_2 : \langle nat, conjLog(paquete, \langle id), conjLog(paquete, \langle p), \rangle
  conjLog(paquetePos, <_{id}), conjLog(paquetePos, <_{p}) >
  t_2 \leftarrow \text{Obtener}(destino(p), s.CompusPorPref)
                                                                                O(L)
  p': paquetePos
  indiceOrigen(p') \leftarrow \pi_1(t_1)
                                                                                O(1)
  indiceDestino(p') \leftarrow \pi_1(t_2)
                                                                                O(1)
  indiceActual(p') \leftarrow 0
                                                                                O(log(k))
  INSERTAR(\pi_2(t), p)
  INSERTAR(\pi_3(t), p)
                                                                                O(log(k))
                                                                                O(log(k))
  INSERTAR(\pi_4(t), p')
  INSERTAR(\pi_5(t), p')
                                                                                O(log(k))
                                                                                O(L + log(k))
```

ILAQUEMASENVIO(in s: dcnet)  $\longrightarrow res$ : compu

```
res \leftarrow s.compus[s.LaQMasEnvio].IP
                                                                             O(1)
                                                                             O(1)
IDAMERED(in \ s : dcnet) \longrightarrow res : puntero(red)
  res \leftarrow \&(s.red)
                                                                             O(1)
                                                                             O(1)
IENESPERA(in s: dcnet, in c: compu) \longrightarrow res: puntero(conjLogP(paquete))
  t : \langle nat, conjLog(paquete, \langle id), conjLog(paquete, \langle p), \rangle
  conjLog(paquetePos, <_{id}), conjLog(paquetePos, <_{p}) >
  t \leftarrow \text{Obtener}(\pi_1(c), s.CompusPorPref)
                                                                             O(L)
                                                                             O(1)
  res \leftarrow \&(\pi_3(t))
                                                                             O(L)
IAVANZARSEGUNDO(in/out s : dcnet)
  var i : nat
  i \leftarrow 0
                                                                             O(1)
  \mathbf{var}\ m:\mathtt{nat}
  m \leftarrow s.Compus[LaQMasEnvio].\#PaqE
  while i < \text{LONGITUD}(s.Compus) do
                                                                             O(n)
      var paqYProxDes: arreglo_dimensionable de tupla de paquetePos y nat
      paqYProxDes \leftarrow CREARARREGLO(n)
      var IP : String
      IP \leftarrow s.Compus[i].IP
      t_1 : \langle nat, conjLog(paquete, \langle id), conjLog(paquete, \langle p), \rangle
  conjLog(paquetePos, <_{id}), conjLog(paquetePos, <_{p}) >
      t_1 \leftarrow \text{OBTENER}(IP, s.CompusPorPref)
                                                                             O(L)
      var p : paquete
      if \neg VACIA?(\pi_5(t_1)) then
          p' \leftarrow \text{SACARMAX}(\pi_5(t_1))
                                                                             O(log(k))
          BORRAR(\pi_2(t_1), PAQUETE(p'))
                                                                             O(log(k))
          BORRAR(\pi_3(t_1), \text{ PAQUETE}(p'))
                                                                             O(log(k))
          BORRAR(\pi_4(t_1), p')
                                                                             O(log(k))
          BORRAR(\pi_5(t_1), p')
                                                                             O(log(k))
          s.Compus[i].\#PaqE \leftarrow s.compus[i].\#PaqE + 1
                                                                             O(1)
          proxima \leftarrow s.CaminosMinimos[INDICEORIGEN(p')][INDICEDESTINO(p')][PosActual(p')+
  1]
                                                                             O(L) (se copia)
          if s.Compus[i].\#PaqE > max then
                                                                             O(1)
              max \leftarrow i
                                                                             O(1)
          end if
          paqYProxDes[i] \leftarrow < p', proxima >
      else
          paqYProxDes[i] \leftarrow 0
      end if
      i \leftarrow i + 1
                                                                             O(1)
  end while
  s. LaQMasEnvio \leftarrow max
                                                                             O(1)
                                                                             O(1)
  i \leftarrow 0
  while i < \text{LONGITUD}(s.Compus) do
                                                                             O(n)
      if paqYProxDes[i] \neq 0 then
                                                                             O(1)
          p' \leftarrow \pi_1(paqYProxDes[i])
                                                                             O(1)
          proxima \leftarrow \pi_2(paqYProxDes[i])
                                                                             O(L)
```

```
if \neg (DESTINO(PAQUETE(p')) = proxima) then
                                                                                O(L)
               ACTUALIZARINDICE(p')
                                                                                O(1)
               t_2 :< nat, conjLog(paquete, <_{id}), conjLog(paquete, <_p),
  conjLog(paquetePos, <_{id}), conjLog(paquetePos, <_{p}) >
               t_2 \leftarrow \text{OBTENER}(proxima, s.CompusPorPref)
                                                                                O(L)
               INSERTAR(\pi_2(t_2), PAQUETE(p'))
                                                                                O(log(k))
               INSERTAR(\pi_3(t_2), PAQUETE(p'))
                                                                                O(log(k))
               INSERTAR(\pi_4(t_2), p')
                                                                                O(log(k))
               INSERTAR(\pi_5(t_2), p')
                                                                                O(log(k))
           end if
      end if
  end while
                                                                                O(n \times (L + log(k)))
ICANTIDADENVIADOS(in/out \ s : dcnet, \ in \ c : compu) \longrightarrow res : nat
  var i : nat
  i \leftarrow 0
                                                                                O(1)
  while s.compus[i].IP \neq \pi_1(c) do
                                                                                O(n)
      i \leftarrow i+1
                                                                                O(1)
  end while
  res \leftarrow s.compus[i].\#PaqE
                                                                                O(1)
                                                                                O(n)
IPAQUETEENTRANSITO?(in s: dcnet, in p: paquete) \longrightarrow res: bool
  var i : nat
  i \leftarrow 0
                                                                                O(1)
  \mathbf{var}\ b: \mathtt{bool}
  b \leftarrow \neg(\text{PERTENECE?}(p, *(s.compus[i].pN)))
                                                                                O(log(k))
  while b \wedge i < n do
                                                                                O(n)
      i \leftarrow i + 1
                                                                                O(1)
      b \leftarrow \neg(\text{PERTENECE?}(p, *(s.compus[i].pN)))
                                                                                O(log(k))
  end while
  if i = n \wedge b then
                                                                                O(1)
      res \leftarrow false
                                                                                O(1)
  else
       res \leftarrow true
                                                                                O(1)
  end if
                                                                                O(n \times log(k))
ICAMINORECORRIDO(in s: dcnet, in p: paquete) \longrightarrow res: secu(compu)
  \mathbf{var}\ i:\mathtt{nat}
  i \leftarrow 0
                                                                                O(1)
  \mathbf{var}\ b : bool
  b \leftarrow \neg(\text{PERTENECE?}(p, *(s.compus[i].pN)))
                                                                                O(log(k))
  while b do
                                                                                O(n)
                                                                                O(1)
      i \leftarrow i + 1
      b \leftarrow \neg(\text{PERTENECE}?(p, *(s.compus[i].pN')))
                                                                                O(log(k))
  end while
  res \leftarrow s.CaminosMinimos[INDICEORIGEN(p')][i]
                                                                                O(1)
                                                                                O(n \times log(k))
```

# 1.4 Servicios Usados

Del modulo Conj Log requerimos pertenece, buscar, sacar Max, insertar y borrar en<br/>  $\mathcal{O}(\log(k))$ 

•

Del modulo Diccionario Por Prefijos requerimos Def?, obtener en  $\mathrm{O}(L).$ 

#### 2 Red

El módulo red permite crear una red de computadoras, agregar nuevas, conectarlas y averiguar el camino mínimo entre dos de ellas.

#### 2.1 Interfaz

se explica con

 $\operatorname{Red}$ 

```
géneros
                        red
Operaciones
NUEVA() \longrightarrow res : red
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{ res \equiv iniciarRed \}
Descripción: Crea una red vacía
Complejidad: O(1)
Aliasing:
INTERFAZUSADA(in r : red, in c : compu, in c1 : compu) \longrightarrow res : interfaz
\mathbf{Pre} \equiv \{ \neg (c = c1) \land c \in compus(r) \land c1 \in compus(r) \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} InterfazUsada(r, c, c1)\}\
Descripción: Retorna por copia la interfaz de la primer compu recibida por parámetro usada
                   para conectarse con la segunda
Complejidad: O(\#(compus(r)))
Aliasing:
\operatorname{Compus}(\mathbf{in}\ r: \mathtt{red}) \longrightarrow \mathit{res}: \mathtt{conj}(\mathtt{compu})
\mathbf{Pre} \equiv \{true\}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} computadoras(r)\}\
Descripción: Devuelve el conjunto de compus
Complejidad: O(1)
Aliasing: Retorna el conjunto de computadoras por referencia
CONECTADAS?(in r : red, in c : compu, in c1 : compu) \longrightarrow res : bool
\mathbf{Pre} \equiv \{ \neg (c = c1) \land c \in compus(r) \land c1 \in compus(r) \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} conectadas?(r)\}
Descripción: Indica si dos compus estan conectadas
Complejidad: O(\#compus(r))
AGREGARCOMPU(in/out \ r : red, in \ c : compu)
\mathbf{Pre} \equiv \{r \equiv r_0 \land (\forall c_1: \mathbf{compu})(c_1 \in \mathbf{computadoras}(r)) \Rightarrow \mathbf{IP}(c) \neq \mathbf{IP}(c_1)\}
\mathbf{Post} \equiv \{r \equiv \operatorname{agregarComputadora}(r, c)\}
Descripción: Agrega a la redr la computadora c
Complejidad: O(n + copy(c))
Aliasing:
CONECTAR(in/out r: red, in c1: compu, in i1: interfaz, in c2: compu, in i2: interfaz)
\mathbf{Pre} \equiv \{r \equiv r_0 \land c_1 \in \operatorname{computadoras}(r) \land c_2 \in \operatorname{computadoras}(r) \land \operatorname{IP}(c_1) \neq \operatorname{IP}(c_2)\}
           \land \neg conectadas(r,c1,c2) \land \neg UsaInterfaz?(r,c1,i1) \land \neg UsaInterfaz?(r,c2,i2)
\mathbf{Post} \equiv \{r \equiv \operatorname{conectar}(r, c1, i1, c2, i2)\}\
```

**Descripción:** Conecta las computadoras  $c_1$  y  $c_2$ 

```
Complejidad: O(n)
Aliasing:
CAMINOMINIMO(in r : red, in f : compu, in d : compu) \longrightarrow res : secu(compu)
\mathbf{Pre} \equiv \{c_1 \in \operatorname{computadoras}(r) \land c_2 \in \operatorname{computadoras}(r)\}\
\mathbf{Post} \equiv \{r \equiv \operatorname{caminosMinimos}(r, c_1, c_2)\}\
Descripción: Devuelve los caminos mínimos entre dos computadoras
Complejidad: O(???????????????????????)
Aliasing:
STRINGAINDICE(in r : red, in c : compu) \longrightarrow res : nat
\mathbf{Pre} \equiv \{c \in \operatorname{computadoras}(r)\}\
\mathbf{Post} \equiv \{res \equiv \mathrm{indice}(r,c)\}\
Descripción: Devuelve un nat distinto para cada IP
Complejidad: O(n)
Aliasing:
USAINTERFAZ?(in r : red, in c : compu, in i : interfaz) \longrightarrow res : bool
\mathbf{Pre} \equiv \{c \in \operatorname{computadoras}(r) \land i \in \operatorname{interfaces}(c)\}\
\mathbf{Post} \equiv \{res \equiv UsaInterfaz?(r,c,i)\}\
Descripción: Devuelve TRUE si y solo si la interfaz está siendo utilizada
Complejidad: O(n)
Aliasing:
HAYCAMINO?(in r : red, in c1 : compu, in c2 : compu) \longrightarrow res : bool
\mathbf{Pre} \equiv \{c_1 \in \operatorname{computadoras}(r) \land c_2 \in \operatorname{computadoras}(r)\}\
\mathbf{Post} \equiv \{res \equiv HayCamino?(r, c1, c2)\}\
Descripción: Devuelve TRUE sí y solo sí hay un camino válido entre las dos computadoras
Complejidad: O(??????????????????????)
Aliasing:
```

#### 2.2 Representación

#### 2.3 Invariante de representación

- 1. El conjunto de claves de conexiones está incluído o es igual al conjunto de compus
- 2. 'Simetría en las conexiones' : Cada una de las claves de conexiones está en los significados de las compus a las que está conectada
- 3. Las compus conectadas a c están en las claves de las conexiones
- 4. Las claves del significado de cada una de las compus 'c' está incluída en el conjunto de interfaces de 'c'

#### Rep.

```
\begin{aligned} & claves(conexiones(r)) \subseteq compus(r) \; \land \\ & ((\forall c: compu) \; c \in claves(conexiones(r))) \; \Rightarrow_{\mathtt{L}} \\ & ((\forall c_1: compu) c_1 \in conectadas(conexiones(r), c)) \; \Rightarrow_{\mathtt{L}} c_1 \in claves \; \land_{\mathtt{L}} c \in conectadas(conexiones(r), c_1) \end{aligned}
```

#### 2.4 Función de abstracción

```
 \begin{aligned} \operatorname{Abs}: \widehat{\operatorname{redstr}} rstr &\longrightarrow \widehat{\operatorname{red}} \\ (\forall rstr: \widehat{\operatorname{redstr}}) \\ \operatorname{Abs}(rstr) &\equiv r: \widehat{\operatorname{red}} \mid \\ \operatorname{computadoras}(r) &=_{\operatorname{obs}} rstr. \operatorname{compus} \wedge \\ (\forall c_0, c_1: \operatorname{compu}) &\operatorname{conectadas}?(r, c_0, c_1) &=_{\operatorname{obs}} c_1 \in \operatorname{conectadas}(rstr. \operatorname{conexiones}, c_0) \wedge \\ \operatorname{interfazUsada}(r, c_0, c_1) &=_{\operatorname{obs}} \operatorname{dameClave}(\operatorname{significado}(rstr. \operatorname{conexiones}, c_0), c_1) \end{aligned}
```

#### Extensión TAD diccionario

```
conectadas: dicc(compu, dicc(interfaz, compu)) \ d \times compu \ c \rightarrow conj(compu) conectadas(d) = obtenerSignificados(significado(d, c), claves(significado(d, c))) obtenerSignificados: dicc(interfaz, compu) \ d \times conj(interfaz) \ ci \rightarrow conj(compu) obtenerSignificados(d, c) =   \text{if } (\#(c) = 0) \text{ then }   \emptyset   \text{else }   significado(d, dameUno(c)) \cup obtenerSignificado(d, sinUno(c))   \text{fl}
```

#### 2.5 Algoritmos

```
INUEVA() \longrightarrow res : redstr
  res \leftarrow CrearTupla(compus : conj(compu), conexiones : dicc(compu, dicc(interfaz, compu)))
                                                                      O(1)
  res.conexiones \leftarrow Vacio()
                                                                      O(1)
  res.compus \leftarrow Vacio()
                                                                      O(1)
  return res
                                                                      O(1)
IAGREGARCOMPU(in/out \ r : redstr, \ in \ c : compu)
  AgregarRapido(r.compus, c)
                                                                      O(1)
                                                                      O(1)
ICONECTAR(in/out r:redstr, in c_0:compu, in c_1:compu, in i_0:interfaz, in i_1:interfaz)
  if \neg (definido?(r.conexiones, c_0)) then
                                                                      O(\#(r.compus))
      definir(r.conexiones, c_0, Vacio())
  if \neg (definido?(r.conexiones, c_1)) then
```

```
definir(r.conexiones, c_1, Vacio())
                                                                       O(\#(r.compus))
  end if
  definir(significado(r.conexiones, c_0), i_0, c_1)
                                                                       O(\#(r.compus))
  definir(significado(r.conexiones, c_1), i_1, c_0)
                                                                       O(\#(r.compus))
                                                                       O(\# (r.compus))
ISTRINGAINDICE(in r : redstr, in c : compu) \longrightarrow res : nat
  itCompus \leftarrow CrearIt(r.compus)
                                                                       O(1)
  //L = longituddeIPmaslarga
  while itCompus.siguiente().IP! = c.IP do
                                                                       O(L)
      res + +
                                                                       O(1)
      avanzar(itCompus)
                                                                       O(1)
  end while
  return res
                                                                       O(1)
                                                                       O(\#(r.compus) * L)
IUSAINTERFAZ(in r: redstr, in c: compu, in i: interfaz) \longrightarrow res: bool
  if definido?(r.conexiones, c) then
                                                                       O(\#(r.compus))
      res \leftarrow definido?(significado(r.conexiones, c), i)
                                                                       O(\#(r.compus))
  else
      res \leftarrow false
                                                                       O(1)
  end if
  return res
                                                                       O(1)
                                                                       O(\#(r.compus))
ICONECTADAS? (in r: redstr, in c_1: compu, in c_2: compu) \longrightarrow res: bool
  res \leftarrow pertence(c_2, significados(significado(r.conexiones, c_1)))
                                                                       O(\#(r.compus))
  return res
                                                                       O(1)
                                                                       O(\#(r.compus))
IINTERFAZUSADA(in r: redstr, in c_1: compu, in c_2: compu) \longrightarrow res: interfaz
  res \leftarrow dameClave(significado(d, c_1), c_2)
                                                                       O(\#(r.compus))
  return res
                                                                       O(1)
                                                                       O(\#(r.compus))
ICAMINOMINIMO(in r : red, in f : compu, in d : compu) \longrightarrow res : bool
  \mathbf{var} \ auxCaminos : Lista(Lista(compu)) \leftarrow Vacia()
                                                                       O(1)
  \mathbf{var}\ visitados: Lista(compu) \leftarrow Vacia()
                                                                       O(1)
  AgregarAdelante(auxCaminos, Lista(f))
                                                                       O(1)
  AgregarAdelante(visitados, f)
                                                                       O(1)
  while (Longitud(auxCaminos)! = 0) do
                                                                       O(1)
      \mathbf{var}\ camino: Lista(compu) \leftarrow sacarMenor(auxCaminos)
                                                                       O(?????????)
```

```
O(1)
      if Ultimo(camino) == d then
                                                                       O(1)
         res \leftarrow camino
         return \ res
                                                                       O(1)
      end if
      var\ vecinos: Lista(compu) \leftarrow nuevos Vecinos(camino, visitados)
                                                                       O(????????????)
      while Longitud(vecinos)! = 0 do
                                                                       O(1)
                                                                       O(1)
         \mathbf{var}\ caminoAux : Lista(compu) \leftarrow camino
         AgregarPrimero(caminoAux, vecinos[0])
                                                                       O(1)
         Eliminar(vecinos, vecinos[0])
                                                                       O(n)
         Agregar Primero(aux Caminos, camino Auxiliar)
                                                                       O(????????????????)
      end while
      Agregar A Visitados(visitados, aux Caminos)
                                                                       O(??????????????????????)
  end while
  res \leftarrow Vacia(Vacia())
                                                                       O(1)
                                                                       O(???????????????????)
INUEVOS VECINOS (in r: redstr, in camino: Lista(compu), in visitados: Lista(compu)) \longrightarrow
res: Lista(compu)
                                                                       O(1)
  var\ long: nat \leftarrow Longitud(camino)
  var\ vecinos: Lista \leftarrow significados(significado(r.conexiones, camino[long - 1]))
                                                                       O(\#(r.compus))
  \mathbf{var}\ itVecinos: itDicc(interfaz, compu) \leftarrow CrearIterador(vecinos)
                                                                       O(1)
  \mathbf{var}\ haySiguiente:bool \leftarrow (longitud(vecinos)! = 0)
                                                                       O(1)
  while haySiguiente do
                                                                       O(1)
      var\ vecino: compu \leftarrow actual(itVecinos)
                                                                       O(1)
      if \neg (Esta(visitados, vecino)) then
                                                                       O(\#(r.compus))
         AgregarUltimo(vecinos, vecino)
                                                                       O(1)
      end if
      avanzar(itVecinos)
                                                                       O(1)
      haySiguiente \leftarrow haySiguiente(itVecinos)
                                                                       O(1)
  end while
  res \leftarrow vecinos
                                                                       O(1)
                                                                       O(\#(r.compus)^2)
ISACARMENOR(in/out\ caminos: Lista(Lista(compu)) \longrightarrow res: Lista(compu)
  \mathbf{var}\ size: nat \leftarrow Longitud(caminos)
                                                                       O(1)
  \mathbf{var}\ i: nat \leftarrow 0
                                                                       O(1)
  while i < size do
                                                                       O(1)
```

```
if Longitud(caminos[i]) == minimo(caminos) then
                                                                  O(????????)
         Eliminar(caminos, caminos[i])
                                                                  O(????????)
                                                                  O(1)
         res \leftarrow caminos[i]
     end if
     i + +
  end while
                                                                  O(???????????????)
IAGREGARVISITADOS(in/out\ visitados: Lista(compu),\ in\ caminos: Lista(Lista(compu)))
  \mathbf{var}\ size: nat \leftarrow Longitud(caminos)
                                                                  O(1)
  \mathbf{var}\ i: nat \leftarrow 0
                                                                  O(1)
                                                                  O(1)
  while i < size do
     AgregarUltimo(visitados, Ultimo(caminos[i]))
                                                                  O(1)
     i + +
                                                                  O(1)
  end while
                                                                  O(???????????)
```

# 3 ConjLog

#### 3.1 Interfaz( $\alpha, =_{\alpha}, <_{\alpha}$ )

#### 3.1.1 parámetros formales

```
géneros \alpha
```

operaciones

- $\bullet =_{\alpha} \bullet : \alpha \times \alpha \rightarrow bool$  Relación de equivalencia
- $\bullet <_{\alpha} \bullet : \alpha \times \alpha \rightarrow bool$  Relación de orden

se explica con  $Conj(\alpha)$ 

géneros conj $Log(\alpha)$ 

#### **Operaciones**

```
NUEVO() \longrightarrow res : conjLog(\alpha)
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{ res =_{\mathrm{obs}} \emptyset \}
Descripción: Crea un nuevo conjLog vacio
Complejidad: O(1)
VAC\acute{1}O?(\mathbf{in}\ cl: conjLog(\alpha)) \longrightarrow res: bool
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res = (\emptyset?(cl))\}\
Descripción: Indica si el conjunto es vacío
Complejidad: O(1)
PERTENECE(in cl: conjLog(\alpha), in e:\alpha) \longrightarrow res: bool
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res = (e \in cl)\}\
Descripción: Retorna un booleano que indica si el elemento pertenece al conjunto
Complejidad: O(log(\#(cl)))
BUSCAR(in cl: conjLog(\alpha), in e:\alpha) \longrightarrow res:\alpha
\mathbf{Pre} \equiv \{e \in cl\}
Post \equiv \{res == e\}
Descripción: Devuelve el elemento que se está buscando
Complejidad: O(log(\#(cl)))
Aliasing: El elemento se devuelve por referencia y es modificable
MENOR(in \ cl : conjLog(\alpha), \ in \ e : \alpha) \longrightarrow res : \alpha
\mathbf{Pre} \equiv \{e \in cl\}
\mathbf{Post} \equiv \{res == max(cl)\}\
Descripción: Devuelve el menor elemento del conjunto
Complejidad: O(log(\#(cl)))
Aliasing: El elemento se devuelve por referencia y es modificable
INSERTAR(in/out cl : cl(\alpha), in e : \alpha)
\mathbf{Pre} \equiv \{cl_0 =_{\mathrm{obs}} cl \land \neg (e \in cl)\}\
\mathbf{Post} \equiv \{cl_0 =_{\mathbf{obs}} Agregar(cl_0, e)\}\
```

Descripción: Inserta un nuevo elemento en el conjunto

```
Complejidad: O(log(\#(cl)))
```

Aliasing: Hay aliasing entre el elemento recibido y el que se inserta en el conjunto

```
BORRAR(in/out cl : cl(\alpha), in e : \alpha)

Pre \equiv \{cl_0 =_{\text{obs}} cl \land (e \in cl)\}

Post \equiv \{cl =_{\text{obs}} (cl_0 - \{e\})\}
```

Descripción: Elimina el elemento e del conjunto cl, los iteradores que apunten a este elemento se

indefinen

Complejidad: O(log(#(cl)))

## 3.2 Representación

```
se representa con clog
```

```
\begin{array}{c} \mathbf{donde} \ \mathsf{clog} \ \mathbf{es} \quad \mathsf{raiz} \ : \ \mathsf{puntero(nodo)} \\ \mathbf{donde} \ \mathsf{nodo} \ \mathbf{es} \ \mathsf{tupla} \langle \mathsf{der} : \mathsf{puntero(nodo)}, \\ \mathsf{izq} : \mathsf{puntero(nodo)}, \\ \mathsf{valor} : \alpha, \\ \mathsf{padre} : \mathsf{puntero(nodo)}, \\ \mathsf{fdb} : \mathsf{nat} \rangle \end{array}
```

#### 3.3 Invariante de representación

- 1. Para todas las raíces, la altura del subárbol derecho menos la altura del subárbol izquierdo de esa raíz es igual al fdb.
- 2. El fdb de todas las raíces es 0, 1 o -1.
- 3. Si un nodo no es una hoja del árbol entonces los padres de los hijos derecho e izquierdo son iguales y es el nodo
- 4. Si un nodo es una hoja del arbol entonces los hijos derecho e izquierdo del árbol son NULL
- 5. Para todos los nodos n, todos los nodos del subárbol derecho son mayores que n
- 6. Para todos los nodos n, todos los nodos del subárbol izquierdo son menores que n
- 7. No hay nodos repetidos
- 8. El padre de la raíz es NULL

#### 3.4 Función de abstracción

Abs : 
$$\widehat{\mathsf{clog}(\alpha)}$$
  $cl \longrightarrow \widehat{\mathsf{conj}(\alpha)}$   $\{\mathsf{Rep}(cl)\}$   $(\forall cl : \widehat{\mathsf{clog}(\alpha)})$   $\{\mathsf{Abs}(cl) \equiv c : \widehat{\mathsf{conj}(\alpha)} \mid ((\forall e : \alpha)e \in c \Rightarrow_{\mathsf{L}} esta(cl, e)) \land size(cl) = \#(c)$ 

#### 3.4.1 Aclaración de complejidades

Las operaciones de comparación, asignacion y copia del tipo paramétrico  $\alpha$  deben poder ser realizadas en O(1).

#### 3.5 Algoritmos

```
IVACIO?(\mathbf{in}\ cl: conjLog(\alpha)) \longrightarrow res: bool
  res \leftarrow cl == NULL
                                                                            O(1)
                                                                            O(1)
IBORRAR(in/out cl : conjLog(\alpha), in e : \alpha)
  var \ variandoHijoDerecho? : bool \leftarrow true
  \mathbf{var}\ clactual: conjLog(\alpha) \leftarrow cl
                                                                            O(1)
  \mathbf{var}\ aBorrar: conjLog(\alpha)
  if (\neg(cl.der == NULL) \land \neg(cl.izq == NULL)) then
                                                                            O(1)
      clactual \leftarrow IENCONTRARPADRE(clactual, e)
                                                                            O(log(size(cl)))
      if cactual.der! = NULL \wedge_{L} cactual.der.valor == e then
          aBorrar \leftarrow cactual.der
                                                                            O(1)
      else
          aBorrar \leftarrow cactual.izq
                                                                            O(1)
      end if
      \mathbf{var} \ mm : conjLog(\alpha) \leftarrow \mathrm{IDAMEMAYORMENORES}(clactual)
                                                                            O(log(size(cl)))
      if mm.valor == e then
                                                                            O(1)
          if mm.padre.der! = NULL \wedge_L mm.padre.der.valor == mm.valor then
              variandoHijoDerecho? \leftarrow true
                                                                            O(1)
              mm.padre.der = NULL
              mm.padre.fdb - -
          else
              variandoHijoDerecho? \leftarrow false
                                                                            O(1)
              mm.padre.izq = NULL
              mm.padre.fdb + +
          end if
      else
          \mathbf{var} \ mmValor : \alpha \leftarrow mm.valor
                                                                            O(1)
          aBorrar.valor \leftarrow mmValor
                                                                            O(1)
          if mm.izq! = NULL then
                                                                            O(1)
              mm.valor \leftarrow mm.izq.valor
                                                                            O(1)
              mm.izq \leftarrow NULL
                                                                            O(1)
              mm.fdb + +
                                                                            O(1)
              if mm.padre.valor == e then
                  variandoHijoDerecho? \leftarrow false
              else
                  variandoHijoDerecho? \leftarrow true
              end if
          else
```

```
if mm.padre.valor == e then
                 mm.padre.izq = NULL
                 variandoHijoDerecho? \leftarrow false
             else
                 mm.padre.der = NULL
                 variandoHijoDerecho? \leftarrow true
             end if
         end if
      end if
      IREBYRECALCFDB(mm.padre, variandoHijoDerecho?, estoyBorrando?)
                                                                        O(log(size(cl)))
  else
      if cl.der == NULL \wedge cl.izq == NULL then
                                                                        O(1)
         cl \leftarrow NULL
                                                                        O(1)
      else
         if cl.der == NULL then
                                                                        O(1)
             if cl.izq.valor == e then
                                                                        O(1)
                 cl.izq \leftarrow NULL
                                                                        O(1)
             else
                 cl.valor \leftarrow cl.izq.valor
                                                                        O(1)
                 cl.izq \leftarrow NULL
                                                                        O(1)
             end if
         else
             if cl.der.valor == e then
                                                                        O(1)
                 cl.der \leftarrow NULL
                                                                        O(1)
             else
                 cl.valor \leftarrow cl.der.valor
                                                                        O(1)
                 cl.der \leftarrow NULL
                                                                        O(1)
             end if
         end if
      end if
  end if
                                                                        O(log(size(cl)))
Justificación de complejidad
Por álgebra de órdenes
IINSERTAR(in/out \ cl : conjLog(\alpha), \ in \ e : \alpha)
  \mathbf{var}\ clactual: conjLog(\alpha) \leftarrow cl
                                                                        O(1)
  if \neg(cl.der == NULL) \land \neg(cl.izq == NULL) then
                                                                        O(1)
      clactual \leftarrow \text{IENCONTRARPADRE}(clactual, e)
                                                                        O(log(size(cl)))
      if clactual.valor < e then
```

```
O(1)
          clactual.der \leftarrow tupla \langle der : NULL,
                                   izq: NULL,
                                   valor: e,
                                   padre: clactual,
                                   fdb: 0
          IREBYRECALCFDB(clactual, true, false)
      else
                                                                             O(1)
          clactual.izq \leftarrow tupla \langle der : NULL,
                                   izq: NULL,
                                   valor: e,
                                   padre: clactual,
                                   fdb:0\rangle
          IREBYRECALCFDB(clactual, false, false)
      end if
  else
      if cl.der == NULL \wedge cl.izq == NULL then
                                                                             O(1)
          cl \leftarrow tupla \langle der : NULL,
                                                                             O(1)
                       izq: NULL,
                       valor: e,
                       padre: clactual,
                       fdb: 0
      else
          if cl.der! = NULL then
              cl.izq \leftarrow tupla \langle der : NULL,
                                                                             O(1)
                               izq: NULL,
                                valor: e,
                               padre: cl,
                               fdb:0\rangle
          else
              cl.der \leftarrow tupla \langle der : NULL,
                                                                             O(1)
                                izq: NULL,
                                valor: e,
                                padre: cl,
                                fdb: 0\rangle
          end if
      end if
  end if
                                                                             O(log(size(cl)))
Justificación de complejidad
Por álgebra de órdenes
IPERTENECE(in/out cl: conjLog(\alpha), in e: \alpha) \longrightarrow res: bool
  var\ encontrado?:bool \leftarrow false
                                                                             O(1)
  \mathbf{var}\ clactual: \mathtt{conjLog}(\alpha) \leftarrow cl
                                                                             O(1)
  while (clactual! = NULL) \land \neg (encontrado?) do
                                                                             O(1)
```

```
if e > clactual.valor then
                                                                          O(1)
        clactual \leftarrow clactual.der
                                                                           O(1)
   else
       if ce < clactual.valor then
                                                                          O(1)
            clactual \leftarrow clactual.izq
                                                                          O(1)
        else
            encontrado? \leftarrow true
                                                                          O(1)
        end if
   end if
end while
clactual \leftarrow NULL
                                                                          O(1)
res \leftarrow encontrado?
                                                                          O(1)
                                                                          O(log(size(cl)))
```

El ciclo recorre a lo sumo una rama del árbol (el árbol está ordenado), teniendo ésta como máximo la longitud del árbol (sus alturas no difieren en más de una hoja) que es log(n), con n = size(cl)

```
\begin{aligned} \text{IMENOR}(\textbf{in}\ cl: \texttt{conjLog}(\alpha)) &\longrightarrow \textit{res}: \alpha \\ \\ \textbf{var}\ \textit{clactual}: \texttt{conjLog}(\alpha) &\leftarrow \textit{cl} \\ \textit{clactual} &\leftarrow iMenorNodo(\textit{clactual}) \\ \textit{res} &\leftarrow \textit{clactual}.valor \end{aligned} \qquad \begin{aligned} &O(1) \\ O(log(\textit{size}(\textit{cl}))) \\ O(1) \end{aligned}
```

O(log(size(cl)))

## Justificación de complejidad

```
Por álgebra de órdenes 
IBUSCAR(in cl: conjLog(\alpha), e: \alpha) \longrightarrow res: \alpha
```

```
\begin{array}{ll} \mathbf{var}\;padre: \mathtt{conjLog}(\alpha) \leftarrow iEncontrarPadre(cl,e) & \mathrm{O}(log(size(cl))) \\ \\ \mathbf{if}\;padre.der! = NULL \wedge_{\mathrm{L}}\;padre.der.valor == e\;\mathbf{then} \\ res \leftarrow padre.der.valor \\ \\ \mathbf{else} \\ res \leftarrow padre.izq.valor \\ \\ \mathbf{end}\;\mathbf{if} \\ \\ \hline \\ O(log(size(cl))) \\ \\ \hline \end{array}
```

#### Justificación de complejidad

Por álgebra de órdenes

#### 3.6 Auxiliares

IREBYRECALCFDB( $in/out\ cl: conjLog(\alpha)$ , in variandoHijoDerecho?: bool, in estoyBorrando?: bool)

```
O(1)
\mathbf{var}\ clactual: \mathtt{conjLog}(\alpha) \leftarrow cl
var termino? : bool \leftarrow false
                                                                          O(1)
if estoyBorrando? then
    while clactual! = NULL \land \neg(termino?) do
                                                                          O(1)
       if variandoHijoDerecho? then
           if clactual.fdb == -1 then
                                                                          O(1)
               \mathbf{var}\ fdbIzq:\mathtt{nat}
                                                                          O(1)
               if cl.izq! = NULL then
                   fdbIzq \leftarrow cl.izq
                                                                          O(1)
               end if
               if cl.izq! = NULL \wedge_{L} cl.izq.fdb == 1 then
                                                                          O(1)
                   IROTARLR(cl.izq)
                                                                          O(1)
               end if
               IROTARLL(cl)
                                                                          O(1)
               if cl.izq! = NULL \wedge_{L} fdbIzq == 0 then
                                                                          O(1)
                   termino? \leftarrow true
                                                                          O(1)
               end if
           else
               if cl.fdb == +1 then
                                                                          O(1)
                   cl.fdb \leftarrow 0
                                                                          O(1)
                   termino? \leftarrow true
                                                                          O(1)
               else
                   cl.fdb \leftarrow -1
                                                                          O(1)
               end if
           end if
        else
           if clactual.fdb == -1 then
                                                                          O(1)
               \mathbf{var}\ fdbDer: \mathtt{nat}
                                                                          O(1)
               if cl.der! = NULL then
                                                                          O(1)
                   fdbDer \leftarrow cl.der.fdb
                                                                          O(1)
               end if
               if cl.der! = NULL \wedge_{L} fdbDer == 1 then
                                                                          O(1)
                   IROTARRL(cl.der)
                                                                          O(1)
```

```
end if
               IROTARRR(cl)
                                                                       O(1)
               if fdbDer == 0 then
                                                                       O(1)
                  termino? \leftarrow true
                                                                       O(1)
               end if
           else
               if cl.fdb == -1 then
                                                                       O(1)
                  cl.fdb \leftarrow 0
                                                                       O(1)
                  termino? \leftarrow true
                                                                       O(1)
                  cl.fdb \leftarrow +1
                                                                       O(1)
               end if
           end if
       end if
       variandoHijoDerecho \leftarrow (cl.padre! = NULL \land_{L} cl.padre.der.valor == cl.valor)
                                                                       O(1)
       clactual \leftarrow clactual.padre
                                                                       O(1)
   end while
\mathbf{else}
          // No hubo borrado, entonces hubo una inserción
   while clactual! = NULL \land \neg(termino?) do
                                                                       O(1)
       if variandoHijoDerecho? then
                                                                       O(1)
           if clactual.fdb == +1 then
               \mathbf{var}\ fdbDer: \mathtt{nat}
                                                                       O(1)
               if cl.der! = NULL then
                   fdbDer \leftarrow cl.der.fdb
                                                                       O(1)
               end if
               if cl.der! = NULL \wedge_L fdbDer == -1 then
                                                                       O(1)
                  IROTARRL(cl.der)
                                                                       O(1)
               end if
               IROTARRR(cl)
                                                                       O(1)
               termino? \leftarrow true
           else
               if clactual.fdb == -1 then
                                                                       O(1)
                  clactual.fdb \leftarrow 0
                                                                       O(1)
                  termino? \leftarrow true
                                                                       O(1)
               else
                  clactual.fdb \leftarrow 1
                                                                       O(1)
               end if
           end if
       else
           if clactual.fdb == -1 then
                                                                       O(1)
               fdbIzq:nat
                                                                       O(1)
```

```
if cl.izq! = NULL then
                   fdbIzq \leftarrow cl.izq.fdb
                                                                        O(1)
               end if
               if cl.izq! = NULL \wedge_{L} fdbIzq == +1 then
                                                                        O(1)
                  IROTARLR(cl.izq)
                                                                        O(1)
               end if
               IROTARLL(cl)
                                                                        O(1)
               termino? \leftarrow true
                                                                        O(1)
           else
               if clactual.fdb == +1 then
                                                                        O(1)
                   clactual.fdb \leftarrow 0
                                                                        O(1)
                   termino? \leftarrow true
                                                                        O(1)
               else
                  clactual.fdb \leftarrow -1
                                                                        O(1)
               end if
           end if
       end if
       variandoHijoDerecho \leftarrow (cl.padre! = NULL \land_{L} cl.padre.der.valor == cl.valor)
                                                                        O(1)
       clactual \leftarrow clactual.padre
                                                                        O(1)
    end while
end if
                                                                        O(log(size(cl)))
```

En éste ciclo, tanto para el borrado y para la inserción se tiene un nodo interno que fue modificado y a partir de éste se comienza a subir hasta llegar como máximo al nodo raíz del árbol, recorriendo como mucho la altura del árbol

IROTARRR( $in/out \ cl : conjLog(\alpha)$ )

```
var\ nietoRR: conjLog(\alpha) \leftarrow cl.der.der
                                                                               O(1)
var\ hijoDer : conjLog(\alpha) \leftarrow cl.der
                                                                               O(1)
var\ hijoIzq : conjLog(\alpha) \leftarrow cl.izq
                                                                               O(1)
cl.der \leftarrow NULL
                                                                               O(1)
cl.izq = tupla \langle der : hijoDer.der,
                                                                               O(1)
                 izq : cl.izq,
                 valor: cl.valor,
                 padre: cl,
                 fdb:0\rangle
cl.izq.izq.padre \leftarrow cl.izq
                                                                               O(1)
cl.izq.der.padre \leftarrow cl.izq
                                                                               O(1)
cl.valor = hijoDer.valor
                                                                               O(1)
cl.der = nietoRR
                                                                               O(1)
cl.der.padre \leftarrow cl
                                                                               O(1)
                                                                               O(1)
```

Son operaciones sobre  $\alpha$  y punteros

IROTARRL( $in/out \ cl : conjLog(\alpha)$ )

$\mathbf{var}$ $nietoRR$	$: conjLog(\alpha)$	$\leftarrow cl.der.der$	O(	1)	)
--------------------------	---------------------	-------------------------	----	----	---

$$var\ nietoRL: conjLog(\alpha) \leftarrow cl.der.izq$$
 O(1)

$\mathbf{var}\ valorDer: \alpha \leftarrow cl.der.valor$	O(1
$cl.der.valor \leftarrow nietoRL.valor$	O(1
$nietoRR.izq \leftarrow nietoRL.der$	O(1
$cl.der.der \leftarrow nietoRR$	O(1
$cl.der.izq \leftarrow nietoRL.izq$	O(1
$cl.der.der.padre \leftarrow cl.der$	O(1
$cl.der.izq.padre \leftarrow cl.der$	O(1
$cl.izq.fdb \leftarrow +1$	·

O(1)

## Justificación de complejidad

Son operaciones sobre  $\alpha$  y punteros

IROTARLL( $in/out \ cl : conjLog(\alpha)$ )

$$var\ nietoLL: conjLog(\alpha) \leftarrow cl.izq.izq$$
 O(1)

$$\mathbf{var}\ hijoIzq: \mathtt{conjLog}(\alpha) \leftarrow cl.izq$$
  $\mathrm{O}(1)$ 

$\mathbf{var}\ hijoDer: \mathtt{conjLog}(\alpha) \leftarrow cl.der$	O(1)
$cl.izq \leftarrow NULL$	O(1)
$el dor = \pm unla/dor \cdot el dor$	O(1)

cl.der = tupla (der : cl.der, O(1)) izq : hijoIzq.der,

valor : cl.valor, padre : cl,

 $fdb: 0\rangle$ 

$cl.der.izq.padre \leftarrow cl.der$	O(1)
$cl.der.der.padre \leftarrow cl.der$	O(1)
cl.valor = hijoIzq.valor	O(1)
cl.izq = nietoLL	O(1)
$cl.izq.padre \leftarrow cl$	O(1)

O(1)

#### Justificación de complejidad

Son operaciones sobre  $\alpha$  y punteros

IROTARLR( $in/out \ cl : conjLog(\alpha)$ )

 $\mathbf{var} \ nietoLL : \mathtt{conjLog}(\alpha) \leftarrow cl.izq.izq$  O(1)

$\mathbf{var} \ nietoLR : \mathtt{conjLog}(\alpha) \leftarrow cl.izq.der$	O(1)	
$\mathbf{var} \ valorIzq: \alpha \leftarrow cl.izq.valor$	O(1)	
$cl.izq.valor \leftarrow nietoRL.valor$	$\mathrm{O}(1)$	
$nietoLL.izq \leftarrow nietoLR.izq$	$\mathrm{O}(1)$	
$cl.izq.izq \leftarrow nietoLL$	$\mathrm{O}(1)$	
$cl.izq.der \leftarrow nietoLR.der$	$\mathrm{O}(1)$	
$cl.izq.izq.padre \leftarrow cl.izq$	$\mathrm{O}(1)$	
$cl.izq.der.padre \leftarrow cl.izq$	$\mathrm{O}(1)$	
$cl.izq.fdb \leftarrow -1$	O(1)	
	O(1)	

```
Son operaciones sobre \alpha y punteros
```

```
IENCONTRARPADRE(in cl: conjLog(\alpha), e:\alpha) \longrightarrow res: conjLog(\alpha)
```

```
\operatorname{var} \operatorname{clactual} : \operatorname{conjLog}(\alpha) O(1)
```

 $\begin{aligned} \mathbf{var} \ encontrado? : \mathbf{bool} \leftarrow (clactual.der! = NULL \wedge_{\mathbf{L}} clactual.der.valor == e) \vee (clactual.izq! = NULL \wedge_{\mathbf{L}} clactual.izq.valor == e) \end{aligned}$ 

while  $\neg encontrado?$  do

```
\begin{array}{l} \textbf{if } e > clactual.valor \ \textbf{then} \\ clactual \leftarrow clactual.der & O(1) \\ \textbf{else} \\ clactual \leftarrow clactual.izq & O(1) \\ \textbf{end if} \\ encontrado? \leftarrow (clactual.der! = NULL \land_{L} clactual.der.valor == e) \lor (clactual.izq! = NULL \land_{L} clactual.izq.valor == e) \\ \textbf{end while} \\ res \leftarrow clactual \\ \end{array}
```

 $res \leftarrow clactual \qquad O(1)$  O(size(cl))

## Justificación de complejidad

El ciclo recorre a lo sumo una rama del árbol (el árbol está ordenado), teniendo ésta como máximo la altura del árbol (sus alturas no difieren en más de una hoja) que es log(n), con n = size(cl)

IDAMEMAYORMENORES(in  $cl: conjLog(\alpha), e: \alpha) \longrightarrow res: conjLog(\alpha)$ 

```
\begin{array}{lll} \mathbf{var} \ clactual : \mathtt{conjLog}(\alpha) \leftarrow cl & \mathrm{O}(1) \\ \\ \mathbf{if} \ clactual.izq! = NULL \ \mathbf{then} & \mathrm{O}(1) \\ \\ \ clactual \leftarrow iMayorNodo(clactual) & O(log(size(cl))) \\ \\ \mathbf{end} \ \mathbf{if} & \\ \\ res \leftarrow clactual & \underline{\mathrm{O}(1)} & \\ \end{array}
```

```
Por álgebra de órdenes IMENORNODO(\textbf{in } cl : conjLog(\alpha)) \longrightarrow res : conjLog(\alpha) \textbf{var } clactual : conjLog(\alpha) \leftarrow cl \qquad \qquad O(1) \textbf{while } clactual.izq! = NULL \ \textbf{do} clactual \leftarrow clactual.izq \textbf{end } \textbf{while} res \leftarrow clactual \qquad \qquad O(1) O(log(size(cl)))
```

#### Justificación de complejidad

Para encontrar el menor nodo se recorre el árbol siempre a la izquierda, se alcanza a recorrer una única rama, es decir la altura del árbol

```
\operatorname{IMAYORNODO}(\operatorname{in}\ cl:\operatorname{conjLog}(lpha))\longrightarrow res:conjLog(lpha)
\operatorname{var}\ clactual:\operatorname{conjLog}(lpha)\leftarrow cl
\operatorname{while}\ clactual.der!=\operatorname{NULL}\ \operatorname{do}\ clactual\leftarrow\operatorname{clactual.der}\ \operatorname{end}\ \operatorname{while}\ res\leftarrow\operatorname{clactual}
O(1)
O(1)
O(1)
O(\log(\operatorname{size}(\operatorname{cl})))
```

## Justificación de complejidad

Para encontrar el mayor nodo se recorre el árbol siempre a la derecha, se alcanza a recorrer una única rama, es decir la altura del árbol

```
\begin{split} & \text{SIZE}(\textbf{in } cl: \texttt{conjLog}(\alpha)) \longrightarrow res: nat \\ & \textbf{if } cl == NULL \textbf{ then} \\ & res \leftarrow 0 \\ & \textbf{else} \\ & res \leftarrow 1 + iSize(cl.der) + iSize(cl.izq) \\ & \textbf{end if} \end{split}
```

#### 3.7 Operaciones auxiliares de $conj(\alpha)$

```
\begin{split} menor: conj(\alpha) & \ c \rightarrow \alpha & \{\#(c) > 0\} \\ menor(c) &= & \\ & \ \text{if } (\#(c) = 1) \text{ then } \\ & \ dameUno(c) \\ & \ \text{else} \\ & \ \text{if } (dameUno(c) < menor(sinUno(c)) \text{ then } \end{split}
```

```
\begin{array}{ccc} & dameUno(c) \\ & \textbf{else} & \\ & menor(sinUno(c)) \\ & \textbf{fi} & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \end{array}
```

# 4 Diccionario por Prefijos

El módulo Diccionario por prefijos provee un diccionario en el que las claves son secuencias no acotadas de caracteres. Con el se puede definir una clave, obtener un significado y eliminar una clave. Estas tres operaciones están definidas en tiempo O(L) con L la máxima longitud del conjunto de las claves introducidas (y cuando se está definiendo una clave se incluye en el conjunto la clave a introducir).

#### 4.1 Interfaz

```
parámetros formales
géneros \beta
                        DICCIONARIO(SECU(CHAR), \beta)
se explica con
géneros
                          diccPref(secu(char), \beta)
Operaciones
NUEVO() \longrightarrow res : diccPref(secu(char), \beta)
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{ (\forall \ \mathbf{p} : \mathbf{secu}(\mathbf{char})) \ \neg (\mathbf{def}?(\mathbf{p}, res)) \}
Descripción: Crea un nuevo diccionario vacío
Complejidad: O(1)
DEF?(\mathbf{in}\ dp: \mathtt{diccPref(secu(char)}, eta),\ in\ p: \mathtt{secu(char)}) \longrightarrow \mathit{res}: \mathtt{bool}
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
Post \equiv \{res = p \in claves(dp)\}\
Descripción: Devuelve true o false según si la clave está o no definida
Complejidad: O(L)
{\tt CLAVES}({\tt in}\ dp: {\tt diccPref(secu(char),}\beta)) \longrightarrow res: {\tt conj(secu(char))}
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{ (\forall \ c: secu(char)) c \in claves(dp) \iff def?(c,dp) \}
Descripción: Devuelve un conjunto de las claves del diccionario
Complejidad: O(n)
DEFINIR(in/out dp: diccPref(secu(char),\beta), in p: secu(char), in s: \beta)
\mathbf{Pre} \equiv \{\mathrm{dp} = dp_0 \land \neg \mathrm{def}?(\mathrm{p,dp})\}\
\mathbf{Post} \equiv \{ \operatorname{def?}(p, \operatorname{dp}) \land \operatorname{obtener}(p, \operatorname{dp}) =_{\operatorname{obs}} s \land (\forall \ c \in \operatorname{claves}(dp_0)) \ \operatorname{def?}(c, \operatorname{dp}) \}
Descripción: Inserta una nueva clave con su significado en el diccionario
Complejidad: O(L)
OBTENER(in dp: diccPref(secu(char),\beta), in p: secu(char)) \longrightarrow res: \beta
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{def?(p,dp)} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res = obtener(p, dp)\}\
Descripción: Retorna el significado de la clave pedida
Complejidad: O(L)
Aliasing: Devuelve res por referencia
ELIMINAR(in/out dp : diccPref(secu(char), \beta), in p : secu(char))
\mathbf{Pre} \equiv \{\mathrm{dp} = dp_0 \wedge \mathrm{def?(p,dp)}\}\
\mathbf{Post} \equiv \{\neg \operatorname{def?(dp)} \land (\forall c \in claves(dp_0), c \neq p) \operatorname{def?(c,dp)}\}\
```

Descripción: Elimina del diccionario la clave deseada

Complejidad: O(L)

## 5 Paquete

Un Paquete representa a un paquete a partir de una tupla que contiene el id del paquete, la prioridad, el origen el destino y un indicador de en que parte de su camino está.

#### 5.1 Interfaz

Complejidad: O(1)

```
se explica con PAQUETE
géneros
                           paquete
Operaciones
CREARPAQUETE(in id: nat, in o: compu, in d: compu, in pr: nat) \longrightarrow res: paquete
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{pi_1(res) = id \land pi_2(res) = pr \land pi_3(res) = o \land pi_4(res) = d\}
Descripción: Crea un paquete
Complejidad: O(1)
\bullet <_p \bullet (\mathbf{in} \ p_1 : \mathtt{paquete}, \ in \ p_2 : \mathtt{paquete}) \longrightarrow \mathit{res} : \mathtt{bool}
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
Post \equiv \{ \text{res=true} \iff (\pi_2(p_1) = \pi_2(p_2) \land pi_1(p_1) < pi_1(p_2) \lor (\pi_1(p_1) < \pi_1(p_2)) \} \}
Descripción: Define un orden en paquete según la prioridad
Complejidad: O(1)
\bullet <_{id} \bullet (\mathbf{in} \ p_1 : \mathtt{paquete}, \ in \ p_2 : \mathtt{paquete}) \longrightarrow \mathit{res} : \mathtt{bool}
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{ \text{res=true} \iff id(p_1) < id(p_2) \}
Descripción: Define un orden en paquete según el id
Complejidad: O(1)
ID(\mathbf{in} \ p : \mathtt{paquete}) \longrightarrow res : \mathtt{nat}
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res = \pi_1(paquete)\}\
Descripción: Getterdeid
Complejidad: O(1)
PRIORIDAD(\mathbf{in} \ p : \mathtt{paquete}) \longrightarrow \mathit{res} : \mathtt{nat}
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res = \pi_2(paquete)\}\
Descripción: Getterdeprioridad
Complejidad: O(1)
ORIGEN(in p: paquete) \longrightarrow res: Ip
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res = \pi_3(paquete)\}\
\textbf{Descripción:} \ Getter de origen
Complejidad: O(1)
DESTINO(in p: paquete) \longrightarrow res: Ip
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res = \pi_4(paquete)\}\
Descripción: Getterdedestino
```

# 5.2 Representación

se representa con paquete

 $\mathbf{donde} \ \mathtt{paquete} \ \mathbf{es} \ \mathtt{tupla} \langle \mathrm{id} : \mathtt{nat},$ 

 $\begin{aligned} & \text{origen: Ip,} \\ & \text{destino: Ip,} \\ & \text{prioridad: nat} \rangle \end{aligned}$ 

## 6 PaquetePos

Un PaquetePos es

se explica con tupla (: Paquete,

#### 6.1 Interfaz

```
: nat,
                                   : nat,
                                   : nat>
géneros
                         paquetePos
Operaciones
CREARPAQUETE(in id: nat, in o: compu, in d: compu, in pr: nat) \longrightarrow res: < paquete, nat, nat, nat >
\mathbf{Post} \equiv \{pi_1(pi_1(res)) = id \land pi_2(pi_1(res)) = pr \land pi_3(pi_1(res)) = o \land pi_4(pi_1(res)) = d\}
Descripción: Crea un paquete
Complejidad: O(1)
\bullet <_p \bullet (\textbf{in} \ p_1 : < paquete, nat, nat, nat >, \textbf{in} \ p_2 : < paquete, nat, nat, nat >) \longrightarrow \textit{res} : \texttt{bool}
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{ \text{res=true} \iff (\pi_2(\pi_1(p_1)) = \pi_2(\pi_1(p_2)) \land \pi_1(\pi_1((p_1)) < \pi_1(\pi_1((p_2))) \lor (\pi_1(\pi_1((p_1)) < \pi_1(\pi_1((p_2)))) \} \}
Descripción: Define un orden en paquete según la prioridad
Complejidad: O(1)
\bullet <_{id} \bullet (\textbf{in} \ p_1 : < paquete, nat, nat, nat >, \ in \ p_2 : < paquete, nat, nat, nat >) \longrightarrow res : \texttt{bool}
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{ \text{res=true} \iff (pi_1(pi_1(p_1)) < (pi_1(pi_1(p_2)))) \}
Descripción: Define un orden en paquete según el id
Complejidad: O(1)
GETPAQUETE(in ppos : < paquete, nat, nat, nat >) \longrightarrow res : paquete
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \pi_1(paquete)\}\
Descripción: Getter de paquete
Complejidad: O(1)
INDICEORIGEN(in p: < paquete, nat, nat, nat >) \longrightarrow res: nat
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res = \pi_2(p)\}\
Descripción: Getter de indiceOrigen
Complejidad: O(1)
INDICEDESTINO(in p : < paquete, nat, nat, nat >) \longrightarrow res : nat
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res = \pi_3(p)\}\
Descripción: Getter de indiceDestino
Complejidad: O(1)
POSACTUAL(in p : < paquete, nat, nat, nat >) \longrightarrow res : nat
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res = \pi_4(p)\}\
```

Descripción: Getter de posActual

Complejidad: O(1)

ACTUALIZARPOSACTUAL(in/out p : < paquete, nat, nat, nat >)

 $\mathbf{Pre} \equiv \{p_1 =_{\mathrm{obs}} p\}$ 

Post  $\equiv \{posActual(p) = posActual(p_1) + 1\}$ Descripción: Aumentar la posicion actual

Complejidad: O(1)

#### 6.2 Representación

se representa con paqPos

 ${\bf donde} \ {\tt paqPos} \ {\bf es} \ {\tt tupla} \\ \langle {\tt paquete} : {\tt paquete},$ 

indiceOrigen : nat, indiceDestino : nat, posActual : nat>

#### Justificación de estructura

Las restricciones de complejidad del tipo denet para caminoRecorrido y enEspera nos obligaron a tener representadas dos estructuras distintas para almacenar los paquetes. En una de ellas tenemos los paquetes a retornar por la operación enEspera que devuelve los paquetes en la cola de cierta computadora y en la otra devolvemos una estructura similar a paquete (paquetePos) con información adicional acerca de la posición en el arreglo de compus en que se encuentra el paquete que nos permite encontrar el caminoRecorrido en el tiempo solicitado.