DEPARTAMENTO DE COMPUTACION

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - UBA

Trabajo Práctico 2: Diseño

Primer cuatrimestre - 2015 Algoritmos y Estructuras de Datos II

Grupo 2

Integrante	LU	Correo electrónico
Benitez, Nelson	945/13	nelson.benitez92@gmail.com
Roizman, Violeta	273/11	violeroizman@gmail.com
Vázquez, Jésica	318/13	jesis_93@hotmail.com
Zavalla, Agustín	670/13	nkm747@gmail.com

Instancia	Docente	Nota
Primera entrega		
Segunda entrega		

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Universidad de Buenos Aires
Ciudad Universitaria – Pabellón I (Planta Baja)
Intendente Güiraldes 2160 – C1428EGA
Ciudad Autónoma de Buenos Aires – Rep. Argentina
Tel/Fax: (++54 +11) 4576-3300
http://www.exactas.uba.ar

Índice

1 DCNet

Una DCNet es

1.1 Interfaz

se explica con DCNET

usa Compu, Paquete, Red, diccPref, conjLog, conjLogP

géneros `dcnet`

Operaciones

CREARSISTEMA(**in** r : `red`) $\longrightarrow$ res : `dcnet`
Pre $\equiv$ {true}
Post $\equiv$ $\{res =_{\text{obs}} iniciarDCNet(r)\}$
Descripción: Crea un sistema DCNet.
Complejidad: O(??????????????????????????????????)
Aliasing:

CREARPAQUETE(**in/out** s : `dcnet`, **in** p : `paquete`)
Pre $\equiv$ $\{s =_{\text{obs}} s_0 \wedge FALTACHOCLO\}$
Post $\equiv$ $\{s =_{\text{obs}} crearPaquete(s_0, p)\}$
Descripción: Crea un paquete y lo agrega a la computadora correspondiente.
Complejidad: O($L + log(k)$)
Aliasing:

AVANZARSEGUNDO(**in/out** s : `dcnet`)
Pre $\equiv$ $\{s =_{\text{obs}} s_0\}$
Post $\equiv$ $\{s =_{\text{obs}} avanzarSegundo(s_0)\}$
Descripción: Avanza un segundo el sistema. Todas las computadoras envían su respectivo paquete y en consecuencia se actualizar los paquetes en espera de cada una de ellas.
Complejidad: O($n \times \ (L + log(n) + log(k))$)
Aliasing:

DAMERED(**in** s : `dcnet`) $\longrightarrow$ res : `red`
Pre $\equiv$ $\{true\}$
Post $\equiv$ $\{res =_{\text{obs}} red(s)\}$
Descripción: Devuelve la red de DCNet.
Complejidad: O(??????????????????????????????????)
Aliasing:

CAMINORECORRIDO(**in** s : `dcnet`, **in** p : `paquete`) $\longrightarrow$ res : `secu(compu)`
Pre $\equiv$ $\{paqueteEnTransito?(s, p)\}$
Post $\equiv$ $\{res =_{\text{obs}} caminoRecorrido(s, p)\}$
Descripción: Devuelve el camino recorrido hasta el momento por un paquete.
Complejidad: O($n \times \ log(max(n, k))$)
Aliasing:

CANTIDADENVIADOS(**in** s : `dcnet`, **in** c : `compu`) $\longrightarrow$ res : `nat`
Pre $\equiv$ $\{c \in computadoras(red(s))\}$
Post $\equiv$ $\{res =_{\text{obs}} cantidadEnviados(s, c)\}$
Descripción: Devuelve la cantidad de paquetes enviados por una computadora.

Complejidad: O(n)
Aliasing:

enEspera(**in** s : `dcnet`, **in** c : `compu`) $\longrightarrow$ res : `puntero(conjLogP(paquete))`
Pre $\equiv$ $\{c \in computadoras(red(s))\}$
Post $\equiv$ $\{res =_{\text{obs}} enEspera(s, c)\}$
Descripción: Devuelve un iterador a los paquetes de la computadora.
Complejidad: O(L)
Aliasing:

laQueMasEnvio(**in** s : `dcnet`) $\longrightarrow$ res : `compu`
Pre $\equiv$ $\{true\}$
Post $\equiv$ $\{res =_{\text{obs}} laQueMasEnvio(s, p)\}$
Descripción: Devuelve la computadora que más paquetes envió.
Complejidad: O(1)
Aliasing:

Las complejidades están en función de las siguientes variables:
n : la cantidad total de computadoras que hay en el sistema,
L : el hostname más largo de todas las computadoras,
k : la cola de paquetes más larga de todas las computadoras.

$\neg\emptyset$

1.2 Representación

se representa con `sistema`

donde `sistema` **es** `tupla`⟨Compus : `arreglo(tupla`⟨IP : `String`,),
pN : `puntero(conjLog(paquete))`,
#Paquetes : `nat`,
Num : `nat`⟩
CompusPorPref : `diccPref(compu,tupla`⟨PorNom : `conjLog(paquete)`, ,
PorPrior : `conjLog(paquete)`⟩
CaminosMinimos : `arreglo(arreglo(arreglo(compu)))`,
LaQMasEnvio : `nat` ⟩

Invariante de representación

1.

Algoritmos

icrearSistema(**in** r : `red`) $\longrightarrow$ res : `dcnet`

$n \leftarrow \#(\text{compus}(red))$	O(#compus(red)=n)?
$i \leftarrow 0$	
$j \leftarrow 0$	O(1)
$res.Compus \leftarrow$ CrearArreglo(n)	O(n)
$res.CaminosMinimos \leftarrow$ CrearArreglo(n)	O(n)
var p : `arreglo_dimensionable de puntero(conjLog(paquete))`	
while i<n **do**	O(n)
$res.CaminosMinimos[i] \leftarrow$ CrearArreglo(n)	O(n)

$p[i] \leftarrow NULL$ O(1)
$res.Compus[i] \leftarrow$ **tupla**$< compu(r,i), p[i], 0, 0 >$
no se como se deben escribir las tuplas O(1)
DEFINIR(res.CompusPorPref,compu(r,i)) O(L)
while j<n **do** O(n)
$res.CaminosMinimos[i][j] \leftarrow caminoMinimo(compu(r,i), compu(r,j), r)$
O(complejidad cammin(red))
$j++$
end while
$i++$
end while
$res.LaQMasEnvio \leftarrow 0$ O(1)

O(max{$n^2 \times O(complejidadcammin(red))$),

ICREARPAQUETE(**in/out** s : dcnet, **in** p : paquete)
$t :< conjLog(paquete),\ conjLog(paquete) >$
$t \leftarrow$ OBTENER$(\pi_3(p),\ s.CompusPorPref)$ O(L)
INSERTAR$(\pi_1(t), p)$ O($log(k)$)
INSERTAR$(\pi_2(t), p)$ O($log(k)$)

O($L + log(k)$)

ILAQUEMASENVIO(**in** s : dcnet) $\longrightarrow$ res : compu
$res \leftarrow \pi_1(s.compus[s.LaQMasEnvio])$ O(1)

O(1)

IENESPERA(**in** s : dcnet, **in** c : compu) $\longrightarrow$ res : puntero(conjLogP(paquete))
$t :< conjLog(paquete),\ conjLog(paquete) >$
$t \leftarrow$ OBTENER$(\pi_1(c),\ s.CompusPorPref)$ O(L)
$res \leftarrow \&(\pi_2(t))$ O(1)

O(L)

IAVANZARSEGUNDO(**in/out** s : dcnet)
var i : nat
$i \leftarrow 0$ O(1)
var m : nat
$m \leftarrow s.LaQMasEnvio$
while $i <$ LONGITUD$(s.compus)$ **do** O(n)
if ¬VACIA? **then**
var IP : String
$IP \leftarrow \pi_1(s.compu[i])$
$t_1 :< conjLog(paquete),\ conjLog(paquete) >$
$t_1 \leftarrow$ OBTENER(IP, S.COMPUSPORPREF) O(L)
var p : paquete
$p \leftarrow$ SACARMAX$(\pi_2(t_1))$ O($log(k)$)
BORRAR$(\pi_2(t_1),\ p)$ O($log(k)$)
BORRAR$(\pi_1(t_1),\ p)$ O($log(k)$)
$\pi_3(s.compus[i]) \leftarrow \pi_3(s.compus[i]) + 1$ O(1)
$t_2 :< conjLog(paquete),\ conjLog(paquete) >$
$t_2 \leftarrow$ OBTENER$(\pi_4(P), s.CompusPorPref)$ O(L)
INSERTAR$(\pi_2(t_2),\ p)$
O($log(k)$)
INSERTAR$(\pi_1(t_2),\ p)$ O($log(k)$)

if $\pi_3(s.compus[i] > max)$ **then**	O(1)
$max \leftarrow i$	O(1)
end if	
end if	
$i \leftarrow i + 1$	
end while	
$s.LaQMasEnvio \leftarrow max$	O(1)
	O($n \times (L + log(k))$)

ICANTIDADENVIADOS(**in/out** s : `dcnet`, **in** c : `compu`) $\longrightarrow$ res : `nat`

var i : `nat`	
$i \leftarrow 0$	O(1)
while $\pi_1(s.compus[i]) \neq \pi_1(c)$ **do**	O(n)
$i \leftarrow i + 1$	O(1)
end while	
$res \leftarrow \pi_3(s.compus[i])$	O(1)
	O(n)

ICAMINORECORRIDO(**in** s : `dcnet`, **in** p : `paquete`) $\longrightarrow$ res : `secu(compu)`

var i : `nat`	
$i \leftarrow 0$	O(1)
var b : `bool`	
$b \leftarrow \neg$(PERTENECE?$(p, \pi_3(s.compus[i])))$	O($log(k)$)
while b **do**	O(n)
$i \leftarrow i + 1$	O(1)
$b \leftarrow \neg$(PERTENECE?$(p, \pi_3(s.compus[i])))$	O($log(k)$)
end while	
var j : `nat`	
$j \leftarrow 0$	O(1)
while $\pi_1(s.compus[j]) \neq \pi_3(p)$ **do**	O(n)
$i \leftarrow j + 1$	O(1)
end while	
$res \leftarrow s.CaminosMinimos[j][\pi_4(s.compus[i])]$	O(1 o n dependiendo de si hago copia o no)
	O($n \times log(k)$)

1.3 Servicios Usados

2 ConjLog

2.1 Interfaz

se explica con CONJ(α)

géneros `conjLog(`α`)`

Operaciones

NUEVO() $\longrightarrow$ *res* : `conjLog(`α`)`
Pre $\equiv$ {true}
Post $\equiv$ {$res =_{\text{obs}} \emptyset$}
Descripción: Crea un nuevo conjLog vacio
Complejidad: O(1)

VACÍO?(**in** *cl* : `conjLog(`α`)`) $\longrightarrow$ *res* : `bool`
Pre $\equiv$ {true}
Post $\equiv$ {$res = (\emptyset?(cl))$}
Descripción: Indica si el conjunto tiene tamaño cero
Complejidad: $O(log(\#(cl)))$

ESTÁ(**in** *cl* : `conjLog(`α`)`, **in** $e : \alpha$) $\longrightarrow$ *res* : `bool`
Pre $\equiv$ {true}
Post $\equiv$ {$res = (e \in cl)$}
Descripción: Retorna un booleano que indica si el elemento pertenece al conjunto
Complejidad: $O(log(\#(cl)))$

BUSCAR(**in** *cl* : `conjLog(`α`)`, **in** $e : \alpha$) $\longrightarrow$ *res* : α
Pre $\equiv$ {$e \in cl$}
Post $\equiv$ {$res == e$}
Descripción: Devuelve el elemento que se está buscando
Complejidad: $O(log(\#(cl)))$
Aliasing: El elemento se devuelve por referencia, hay aliasing entre el elemento buscado y el del conjunto
Alternativa, me parece que un poco mas limpia, es retornar el elemento por copia y exportar otra operacion que sea modificar, si se modifica el elemento buscado, luego se lo modifica en el conjunto

MENOR(**in** *cl* : `conjLog(`α`)`, *in* $e : \alpha$) $\longrightarrow$ *res* : α
Pre $\equiv$ {$e \in cl$}
Post $\equiv$ {$res == max(cl)$}
Descripción: Devuelve el menor elemento del conjunto
Complejidad: $O(log(\#(cl)))$

INSERTAR(**in/out** *cl* : `cl(`α`)`, *in* $e : \alpha$)
Pre $\equiv$ {$cl_0 =_{\text{obs}} cl \land \neg(e \in cl)$}
Post $\equiv$ {$cl_0 =_{\text{obs}} Agregar(cl_0, e)$}
Descripción: Inserta un nuevo elemento en el conjunto
Complejidad: O($log(\#(cl))$)

BORRAR(**in/out** *cl* : `cl(`α`)`, *in* $e : \alpha$)
Pre $\equiv$ {$cl_0 =_{\text{obs}} cl \land (e \in cl)$}
Post $\equiv$ {$cl =_{\text{obs}} (cl_0 - \{e\})$}

Descripción: Elimina el elemento e del conjunto cl, los iteradores que apunten a este elemento se indefinen
Complejidad: O($log(\#(cl))$)

2.2 Representación

se representa con `clog`

donde `clog` **es** `raiz : puntero(nodo)`
donde `nodo` **es** `tupla`⟨der : `puntero(nodo)`,
izq : `puntero(nodo)`,
valor : α,
padre : `puntero(nodo)`,
fdb : `nat`⟩

2.3 Invariante de representación

1. Para todas las raíces, la altura del subárbol derecho menos la altura del subárbol izquierdo de esa raíz es igual al fdb.
2. El fdb de todas las raíces es 0, 1 o -1.
3. Si un nodo no es una hoja del árbol entonces los padres de los hijos derecho e izquierdo son iguales y es el nodo
4. Si un nodo es una hoja del arbol entonces los hijos derecho e izquierdo del árbol son NULL
5. Para todos los nodos n, todos los nodos del subárbol derecho son mayores que n
6. Para todos los nodos n, todos los nodos del subárbol izquierdo son menores que n
7. No hay nodos repetidos
8. El padre de la raíz es NULL

2.4 Función de abstracción

$\text{Abs} : \widehat{\texttt{clog(}\alpha\texttt{)}}\ cl \longrightarrow \widehat{\texttt{conj(}\alpha\texttt{)}}$ $\{\text{Rep}(cl)\}$

$(\forall cl : \widehat{\texttt{clog(}\alpha\texttt{)}})$
$\text{Abs}(cl) \equiv c : \widehat{\texttt{conj(}\alpha\texttt{)}} \mid$
$((\forall e : \alpha)e \in c \ \Rightarrow_{\text{L}} \ esta(cl, e)) \wedge size(cl) = \#(c)$

2.5 Algoritmos

```
iVacío?(in cl : conjLog(α)) ⟶ res : bool                                    
  res ← cl == NULL                                                  O(1)
                                                                    ------
                                                                    O(1)

iBorrar(in/out cl : conjLog(α),  in e : α)
  variandoHijoDerecho? ← true
  clactual ← cl                                                     O(1)

  if (¬(cl.der == NULL) ∧ ¬(cl.izq == NULL)) then                   O(1)
    clactual ← iEncontrarPadre(clactual, e)                         O(log(size(cl)))
    if cactual.der! = NULL ∧_L cactual.der.valor == e then
      aBorrar ← cactual.der                                         O(1)
    else
      aBorrar ← cactual.izq                                         O(1)
    end if
    mm ← iDameMayorMenores(clactual)                                O(log(size(cl)))

    if mm.valor == e then                                           O(1)

      if mm.padre.der! = NULL ∧_L mm.padre.der.valor == mm.valor then
        variandoHijoDerecho? ← true                                 O(1)
        mm.padre.der = NULL
        mm.padre.fdb − −
      else
        variandoHijoDerecho? ← false                                O(1)
        mm.padre.izq = NULL
        mm.padre.fdb + +
      end if
    else
      mmValor : α ← mm.valor                                        O(1)
      aBorrar.valor ← mmValor                                       O(1)

      if mm.izq! = NULL then                                        O(1)
        mm.valor ← mm.izq.valor                                     O(1)
        mm.izq ← NULL                                               O(1)
        mm.fdb + +                                                  O(1)

        if mm.padre.valor == e then
          variandoHijoDerecho? ← false
        else
          variandoHijoDerecho? ← true
        end if
      else

        if mm.padre.valor == e then
          mm.padre.izq = NULL
          variandoHijoDerecho? ← false
        else
          mm.padre.der = NULL
          variandoHijoDerecho? ← true
```

```
            end if
        end if
    end if
    iRebYRecalcFDB(mm.padre, variandoHijoDerecho?, estoyBorrando?)        O(log(size(cl)))
else

    if cl.der == NULL ∧ cl.izq == NULL then                               O(1)
        cl ← NULL                                                         O(1)
    else

        if cl.der == NULL then                                            O(1)

            if cl.izq.valor == e then                                     O(1)
                cl.izq ← NULL                                             O(1)
            else
                cl.valor ← cl.izq.valor                                   O(1)
                cl.izq ← NULL                                             O(1)
            end if
        else

            if cl.der.valor == e then                                     O(1)
                cl.der ← NULL                                             O(1)
            else
                cl.valor ← cl.der.valor                                   O(1)
                cl.der ← NULL                                             O(1)
            end if
        end if
    end if
end if                                                                    ----------
                                                                          O(log(size(cl)))

iInsertar(in/out cl : conjLog(α), in e : α)

if ¬(cl.der == NULL) ∧ ¬(cl.izq == NULL) then                             O(1)
    clactual ← iEncontrarPadre(clactual, e)                               O(log(size(cl)))

    if clactual.valor < e then
        clactual.der ←tupla⟨der : NULL,                                   O(1)
                            izq : NULL,
                            valor : e,
                            padre : clactual,
                            fdb : 0⟩
        iRebYRecalcFDB(clactual, true, false)
    else
        clactual.izq ←tupla⟨der : NULL,                                   O(1)
                            izq : NULL,
                            valor : e,
                            padre : clactual,
                            fdb : 0⟩
        iRebYRecalcFDB(clactual, false, false)
    end if
else
```

```
    if cl.der == NULL ∧ cl.izq == NULL then                    O(1)
        cl ←tupla⟨der : NULL,                                  O(1)
                  izq : NULL,
                  valor : e,
                  padre : clactual,
                  fdb : 0⟩
    else

        if cl.der! = NULL then
            cl.izq ←tupla⟨der : NULL,                          O(1)
                          izq : NULL,
                          valor : e,
                          padre : cl,
                          fdb : 0⟩
        else
            cl.der ←tupla⟨der : NULL,                          O(1)
                          izq : NULL,
                          valor : e,
                          padre : cl,
                          fdb : 0⟩
        end if
    end if
end if
                                                               ---------
                                                               O(log(size(cl)))

iEstá(in/out cl : conjLog(α), in e : α) ⟶ res : bool
  encontrado? ← false                                          O(1)
  clactual ← cl                                                O(1)

  while (clactual! = NULL) ∧ ¬(encontrado?) do                 O(1)

      if e > clactual.valor then                               O(1)
          clactual ← clactual.der                              O(1)
      else

          if ce < clactual.valor then                          O(1)
              clactual ← clactual.izq                          O(1)
          else
              encontrado? ← true                               O(1)
          end if
      end if
  end while
  clactual ← NULL                                              O(1)
  res ← encontrado?                                            O(1)
                                                               ---------
                                                               O(log(size(cl)))
```

iMenor(**in** cl : `conjLog(`α`)`) $\longrightarrow$ $res : \alpha$	
$clactual : conjLog(\alpha) \leftarrow cl$	O(1)
$clactual \leftarrow iMenorNodo(clactual)$	O($log(size(cl))$)
$res \leftarrow clactual.valor$	O(1)
	$O(log(size(cl)))$

iBuscar(**in** cl : `conjLog(`α`)`, $e : \alpha$) $\longrightarrow$ $res : \alpha$	
$padre : conjLog(\alpha) \leftarrow iEncontrarPadre(cl, e)$	O($log(size(cl))$)
if $padre.der! = NULL \wedge_{\mathrm{L}} padre.der.valor == e$ **then**	O(1)
$res \leftarrow padre.der.valor$	
else	
$res \leftarrow padre.izq.valor$	
end if	
	O($log(size(cl))$)

2.6 Auxiliares

iRebYRecalcFDB(**in/out** cl : `conjLog(`α`)`, *in variandoHijoDerecho?* : `bool`, *in estoyBorrando?* : `bool`)

$clactual = cl$	$O(1)$
if *estoyBorrando*? **then**	
while $clactual! = NULL \wedge \neg(termino?)$ **do**	$O(1)$
if $variandoHijoDerecho?$ **then**	
if $clactual.fdb == -1$ **then**	$O(1)$
$fdbIzq : nat$	O(1)
if $cl.izq! = NULL$ **then**	
$fdbIzq \leftarrow cl.izq$	O(1)
end if	
if $cl.izq! = NULL \wedge_{\mathrm{L}} cl.izq.fdb == 1$ **then**	O(1)
iRotarLR($cl.izq$)	$O(1)$
end if	
iRotarLL(cl)	$O(1)$
if $cl.izq! = NULL \wedge_{\mathrm{L}} fdbIzq == 0$ **then**	O(1)
$termino? \leftarrow true$	O(1)
end if	
else	
if $cl.fdb == +1$ **then**	O(1)
$cl.fdb \leftarrow 0$	O(1)
$termino? \leftarrow true$	O(1)
else	
$cl.fdb \leftarrow -1$	$O(1)$
end if	
end if	
else	
if $clactual.fdb == -1$ **then**	$O(1)$
$fdbDer : nat$	O(1)
if $cl.der! = NULL$ **then**	O(1)
$fdbDer \leftarrow cl.der.fdb$	O(1)
end if	
if $cl.der! = NULL \wedge_{\mathrm{L}} fdbDer == 1$ **then**	O(1)
iRotarRL($cl.der$)	$O(1)$
end if	
iRotarRR(cl)	$O(1)$
if $fdbDer == 0$ **then**	O(1)
$termino? \leftarrow true$	O(1)

```
            end if
        else

            if cl.fdb == −1 then                                    O(1)
                cl.fdb ← 0                                          O(1)
                termino? ← true                                     O(1)
            else
                cl.fdb ← +1                                         O(1)
            end if
        end if
    end if
    variandoHijoDerecho ← (cl.padre! = NULL ∧_L cl.padre.der.valor == cl.valor)
                                                                    O(1)
    clactual ← clactual.padre                                       O(1)
end while
else    // No hubo borrado, entonces hubo una inserción

    while clactual! = NULL ∧ ¬(termino?) do                         O(1)

    if variandoHijoDerecho? then

        if clactual.fdb == +1 then                                  O(1)
            fdbDer : nat                                            O(1)

            if cl.der! = NULL then
                fdbDer ← cl.der.fdb                                 O(1)
            end if

            if cl.der! = NULL ∧_L fdbDer == −1 then                 O(1)
                iRotarRL(cl.der)                                    O(1)
            end if
            iRotarRR(cl)                                            O(1)
            termino? ← true
        else

            if clactual.fdb == −1 then                              O(1)
                clactual.fdb ← 0                                    O(1)
                termino? ← true                                     O(1)
            else
                clactual.fdb ← 1                                    O(1)
            end if
        end if
    else

        if clactual.fdb == −1 then                                  O(1)
            fdbIzq : nat                                            O(1)

            if cl.izq! = NULL then
                fdbIzq ← cl.izq.fdb                                 O(1)
            end if

            if cl.izq! = NULL ∧_L fdbIzq == +1 then                 O(1)
```

iRotarLR($cl.izq$)	$O(1)$
end if	
iRotarLL(cl)	$O(1)$
$termino? \leftarrow true$	$O(1)$
else	
if $clactual.fdb == +1$ **then**	$O(1)$
$clactual.fdb \leftarrow 0$	$O(1)$
$termino? \leftarrow true$	$O(1)$
else	
$clactual.fdb \leftarrow -1$	$O(1)$
end if	
end if	
end if	
$variandoHijoDerecho \leftarrow (cl.padre! = NULL \wedge_{\mathrm{L}} cl.padre.der.valor == cl.valor)$	O(1)
$clactual \leftarrow clactual.padre$	$O(1)$
end while	
end if	
	O($log(size(cl))$)

iRotarRR(**in/out** cl : `conjLog(`α`)`)

$nietoRR \leftarrow cl.der.der$	O(1)
$hijoDer \leftarrow cl.der$	O(1)
$hijoIzq \leftarrow cl.izq$	O(1)
$cl.der \leftarrow NULL$	O(1)
$cl.izq =$`tupla`⟨der : `hijoDer.der`, izq : `cl.izq`, valor : `cl.valor`, padre : `cl`, fdb : `0`⟩	O(1)
$cl.izq.izq.padre \leftarrow cl.izq$	O(1)
$cl.izq.der.padre \leftarrow cl.izq$	O(1)
$cl.valor = hijoDer.valor$	O(1)
$cl.der = nietoRR$	O(1)
$cl.der.padre \leftarrow cl$	O(1)
	O(1)

iRotarRL(**in/out** cl : `conjLog(`α`)`)

$nietoRR : conjLog(\alpha) \leftarrow cl.der.der$	O(1)
$nietoRL : conjLog(\alpha) \leftarrow cl.der.izq$	O(1)
$valorDer : \alpha \leftarrow cl.der.valor$	O(1)
$cl.der.valor \leftarrow nietoRL.valor$	O(1)
$nietoRR.izq \leftarrow nietoRL.der$	O(1)
$cl.der.der \leftarrow nietoRR$	O(1)
$cl.der.izq \leftarrow nietoRL.izq$	O(1)
$cl.der.der.padre \leftarrow cl.der$	O(1)
$cl.der.izq.padre \leftarrow cl.der$	O(1)
$cl.izq.fdb \leftarrow +1$	
	$O(1)$

iRotarLL(**in/out** cl : `conjLog(`α`)`)

$nietoLL \leftarrow cl.izq.izq$	O(1)
$hijoIzq \leftarrow cl.izq$	O(1)
$hijoDer \leftarrow cl.der$	O(1)
$cl.izq \leftarrow NULL$	O(1)
$cl.der =$`tupla`⟨der : `cl.der`, izq : `hijoIzq.der`, valor : `cl.valor`, padre : `cl`, fdb : `0`⟩	O(1)
$cl.der.izq.padre \leftarrow cl.der$	O(1)
$cl.der.der.padre \leftarrow cl.der$	O(1)
$cl.valor = hijoIzq.valor$	O(1)
$cl.izq = nietoLL$	O(1)
$cl.izq.padre \leftarrow cl$	O(1)
	$O(1)$

iRotarLR(**in/out** cl : conjLog(α))

$nietoLL : conjLog(\alpha) \leftarrow cl.izq.izq$	O(1)
$nietoLR : conjLog(\alpha) \leftarrow cl.izq.der$	O(1)
$valorIzq : \alpha \leftarrow cl.izq.valor$	O(1)
$cl.izq.valor \leftarrow nietoRL.valor$	O(1)
$nietoLL.izq \leftarrow nietoLR.izq$	O(1)
$cl.izq.izq \leftarrow nietoLL$	O(1)
$cl.izq.der \leftarrow nietoLR.der$	O(1)
$cl.izq.izq.padre \leftarrow cl.izq$	O(1)
$cl.izq.der.padre \leftarrow cl.izq$	O(1)
$cl.izq.fdb \leftarrow -1$	O(1)
	$O(1)$

iEncontrarPadre(**in** cl : conjLog(α), $e : \alpha$) $\longrightarrow$ res : conjLog(α)

$clactual : conjLog(\alpha)$	O(1)
$encontrado? : bool \leftarrow (clactual.der! = NULL \wedge_{\mathrm{L}} clactual.der.valor == e) \vee (clactual.izq! = NULL \wedge_{\mathrm{L}} clactual.izq.valor == e)$	
while $\neg encontrado?$ **do**	
if $e > clactual.valor$ **then**	
$clactual \leftarrow clactual.der$	$O(1)$
else	
$clactual \leftarrow clactual.izq$	$O(1)$
end if	
$encontrado? \leftarrow (clactual.der! = NULL \wedge_{\mathrm{L}} clactual.der.valor == e) \vee (clactual.izq! = NULL \wedge_{\mathrm{L}} clactual.izq.valor == e)$	
end while	
$res \leftarrow clactual$	$O(1)$
	$O(size(cl))$

iDameMayorMenores(**in** cl : conjLog(α), $e : \alpha$) $\longrightarrow$ res : conjLog(α)

$clactual : conjLog(\alpha) \leftarrow cl$	O(1)
if $clactual.izq! = NULL$ **then**	O(1)
$clactual \leftarrow iMayorNodo(clactual)$	$O(log(size(cl)))$
end if	
$res \leftarrow clactual$	O(1)

iMenorNodo(**in** cl : conjLog(α)) $\longrightarrow$ res : $conjLog(\alpha)$

$clactual : conjLog(\alpha) \leftarrow cl$	O(1)
while $clactual.izq! = NULL$ **do**	
$clactual \leftarrow clactual.izq$	
end while	
$res \leftarrow clactual$	O(1)
	$O(log(size(cl)))$

iMayorNodo(**in** cl : conjLog(α)) $\longrightarrow$ res : $conjLog(\alpha)$

$clactual : conjLog(\alpha) \leftarrow cl$	O(1)

while $clactual.der! = NULL$ **do**
    $clactual \leftarrow clactual.der$
end while
$res \leftarrow clactual$

O(1)
$O(log(\#(cl)))$

3 Diccionario por Prefijos

3.1 Interfaz

parámetros formales

géneros β

se explica con DICCIONARIO(SECU(CHAR), β)

géneros `diccPref(secu(char)`, β`)`

Operaciones

NUEVO() $\longrightarrow$ *res* : `diccPref(secu(char),`β`)`
Pre $\equiv$ {true}
Post $\equiv$ {($\forall$ p:secu(char)) $\neg$(def?(p,*res*))}
Descripción: Crea un nuevo diccionario vacío
Complejidad: O(1)

VACIO?(**in** *dp* : `diccPref(secu(char),`β`)`) $\longrightarrow$ *res* : `bool`
Pre $\equiv$ {true}
Post $\equiv$ {res=($\forall$ c: secu(char))$\neg$def?(c,dp)}
Descripción: Devuelve true o false si el diccionario es o no vacío
Complejidad: O(1)

4 Diccionario por Prefijos

4.1 Interfaz

parámetros formales

géneros β

se explica con DICCIONARIO(SECU(CHAR), β)

géneros `diccPref(secu(char)`, β`)`

Operaciones

NUEVO() $\longrightarrow$ *res* : `diccPref(secu(char),`β`)`
Pre $\equiv$ {true}
Post $\equiv$ {($\forall$ p:secu(char)) $\neg$(def?(p,*res*))}
Descripción: Crea un nuevo diccionario vacío
Complejidad: O(1)

DEF?(**in** *dp* : `diccPref(secu(char),`β`)`, *in p* : `secu(char)`) $\longrightarrow$ *res* : `bool`
Pre $\equiv$ {true}
Post $\equiv$ {res=p $\in$ claves(dp)}
Descripción: Devuelve true o false según si la clave está o no definida
Complejidad: O(L)

CLAVES(**in** *dp* : `diccPref(secu(char),`β`)`) $\longrightarrow$ *res* : `conj(secu(char))`
Pre $\equiv$ {true}
Post $\equiv$ {($\forall$ c: secu(char))c $\in$ claves(dp) $\iff$ def?(c,dp)}
Descripción: Devuelve un conjunto de las claves del diccionario
Complejidad: O(L)?

DEFINIR(**in/out** *dp* : `diccPref(secu(char),`β`)`, *in p* : `secu(char)`, *in s* : β)
Pre $\equiv$ {dp=dp_0 $\wedge$ $\neg$def?(p,dp)}
Post $\equiv$ {def?(p,dp) $\wedge$ obtener(p,dp)=$_{\text{obs}}$s $\wedge$ ($\forall$ c $\in$ claves(dp_0)) def?(c,dp)}
Descripción: Inserta una nueva clave con su significado en el diccionario
Complejidad: O(L)

OBTENER(**in** *dp* : `diccPref(secu(char),`β`)`, **in** *p* : `secu(char)`) $\longrightarrow$ *res* : β
Pre $\equiv$ {def?(p,dp)}
Post $\equiv$ {$res = obtener(p, dp)$}
Descripción: Retorna el significado de la clave pedida
Complejidad: O(L)
Aliasing: Devuelve res por referencia

ELIMINAR(**in/out** *dp* : `diccPref(secu(char),`β`)`, **in** *p* : `secu(char)`)
Pre $\equiv$ {dp=dp_0 $\wedge$ def?(p,dp)}
Post $\equiv$ {$\neg$def?(dp) $\wedge$($\forall c \in claves(dp_0), c \neq$ p)def?(c,dp)}
Descripción: Elimina del diccionario la clave deseada
Complejidad: O(L) DEF?(**in** *dp* : `diccPref(secu(char),`β`)`, *in p* : `secu(char)`) $\longrightarrow$ *res* : `bool`
Pre $\equiv$ {true}
Post $\equiv$ {res=p $\in$ claves(dp)}
Descripción: Devuelve true o false según si la clave está o no definida
Complejidad: O(L)

CLAVES(**in** *dp* : `diccPref(secu(char),`β`)`) $\longrightarrow$ *res* : `conj(secu(char))`
Pre $\equiv$ {true}
Post $\equiv$ {($\forall$ c: secu(char))c $\in$ claves(dp) $\iff$ def?(c,dp)}
Descripción: Devuelve un conjunto de las claves del diccionario
Complejidad: O(L)?

DEFINIR(**in/out** *dp* : `diccPref(secu(char),`β`)`, *in p* : `secu(char)`, *in s* : β)
Pre $\equiv$ {dp=dp_0 $\wedge$ $\neg$def?(p,dp)}
Post $\equiv$ {def?(p,dp) $\wedge$ obtener(p,dp)=$_{\text{obs}}$s $\wedge$ ($\forall$ c $\in$ claves(dp_0)) def?(c,dp)}
Descripción: Inserta una nueva clave con su significado en el diccionario
Complejidad: O(L)

OBTENER(**in** *dp* : `diccPref(secu(char),`β`)`, **in** *p* : `secu(char)`) $\longrightarrow$ *res* : β
Pre $\equiv$ {def?(p,dp)}
Post $\equiv$ {$res = obtener(p, dp)$}
Descripción: Retorna el significado de la clave pedida
Complejidad: O(L)
Aliasing: Devuelve res por referencia

ELIMINAR(**in/out** *dp* : `diccPref(secu(char),`β`)`, **in** *p* : `secu(char)`)
Pre $\equiv$ {dp=dp_0 $\wedge$ def?(p,dp)}
Post $\equiv$ {$\neg$def?(dp) $\wedge$($\forall c \in claves(dp_0), c \neq$ p)def?(c,dp)}
Descripción: Elimina del diccionario la clave deseada
Complejidad: O(L)