

Parcial de Lógica

Lógica y Computabilidad

Curso de verano 2021

- El parcial tiene una duración de 4 horas y 15 minutos. No corregiremos exámenes que lleguen después de la hora (21:15), a menos que el retraso se deba a circunstancias de fuerza mayor, bajo lo cual se comprometen a darnos aviso previo.
- Se puede suponer demostrado todo lo que se dio en clases prácticas, clases teóricas y también pueden usar los ejercicios de las guías. Sean explícitos cuando citan algún resultado. Todas sus respuestas deben estar justificadas.
- Entregar cada ejercicio en archivos separados identificados de la siguiente manera: **Apellido-Nombre-LU-ejercicio**. Por favor, respetar el formato para mejor organización. Las soluciones deberán enviarse al siguiente correo: logicaycomputabilidad@gmail.com.
- Criterio de aprobación: dos ejercicios bien (B), o un ejercicio bien (B) y dos regulares (R). Criterio de promoción: al menos dos ejercicios bien (B) y un regular (R).

Ejercicio 1. Sea γ una fórmula proposicional del lenguaje $\{\neg, \rightarrow\}$ tal que ninguna de sus variables proposicionales aparece más de una vez. Demostrar que γ es una contingencia.

Ejercicio 2. Sea \mathcal{L} un lenguaje con igualdad y un símbolo de función binario $+$. Sea U la \mathcal{L} -estructura que tiene como dominio los números naturales y el símbolo $+$ se interpreta como la suma usual. Probar que el conjunto de los números naturales que tienen resto 2 en la división por 3 es definible.

Ejercicio 3. Sea $\mathcal{L} = \{G, B, E\}$ un lenguaje de primer orden, donde G y B son símbolos de relación unarios y E es un símbolo de relación binario. Una \mathcal{L} -estructura \mathcal{M} , se puede interpretar como un grafo con conjunto de aristas $E_{\mathcal{M}}$ y algunos vértices clasificados como tipo G (gris) o tipo B (blanco). Sea el sistema SQB que extiende la axiomatización SQ con las siguientes fórmulas:

- B1** $(\forall x)(G(x) \vee B(x))$
B2 $(\forall x)(G(x) \leftrightarrow \neg B(x))$
B3 $(\forall x)(\forall y)((E(x, y)) \rightarrow (G(x) \wedge B(y)) \vee (G(y) \wedge B(x)))$

Demuestre que SQB es correcto y no completo respecto a la siguiente estructura \mathcal{M} (Nota: en el siguiente gráfico el color del nodo indica de qué tipo es, i.e. $G_{\mathcal{M}} = \{b, d\}$ y $B_{\mathcal{M}} = \{a, c\}$.)

