

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего профессионального образования  
«Самарский государственный аэрокосмический университет  
имени академика С.П. Королева  
(национальный исследовательский университет)

Факультет информатики  
Кафедра технической кибернетики

**Фамилия Имя Отчество**

**ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА МАГИСТРА  
(МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ)**

Тема: «Реализация алгоритма YYYU в системе YYYU»

Направление подготовки магистров «010400.68 Прикладная математика и информатика»  
магистерская программа «Технологии параллельного программирования и суперкомпьютинг»

Научный руководитель  
д.ф.-м.н., профессор, Фамилия И.О.

Магистрант  
бакалавр, Фамилия И.О.

Самара – 2014 год

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего профессионального образования  
«Самарский государственный аэрокосмический университет  
имени академика С.П. Королева  
(национальный исследовательский университет)

Факультет информатики  
Кафедра технической кибернетики

«УТВЕРЖДАЮ»  
Заведующий кафедрой  
\_\_\_\_\_  
Фамилия И.О.  
«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2014 г.

**ЗАДАНИЕ**  
**по подготовке магистерской диссертации**  
студента группы ХХХХ Фамилия Имя Отчество

1. Тема работы: «Реализация алгоритма YYYU в системе YYYU» утверждена приказом по университету от «14» марта 2014 г. №95-ст.
2. Исходные данные к работе: книга Григорий Остер «Вредные советы», диссертация Ilgner R. G. «A comparative analysis of the performance and deployment overhead of parallelized Finite Difference Time Domain (FDTD) algorithms on a selection of high performance multiprocessor computing systems», пакет Меер.
3. Перечень вопросов, подлежащих разработке в работе:
  1. Реализация последовательного алгоритма YYYU для YYYU случая на языке C.
  2. Разработка и реализация параллельных алгоритмов на основе технологии YYYU с одномерным и двумерным разбиением сеточной области по пространству.
  3. Исследование эффективности предложенных реализаций методом вычислительного эксперимента.

#### 4. График выполнения работы:

Этапы работы	%	Сроки выполнения по этапам	Итоги проверки		
			Отметка о вып.	Подпись магист-та	Подпись рук-ля
Реализация последовательного алгоритма YYYU	10	28.02.2014	вып.		
Разработка параллельного алгоритма с YYYU декомпозицией	20	10.03.2014	вып.		
Разработка параллельного алгоритма с YYYU декомпозицией	30	20.03.2014	вып.		
Разработка конвейрного алгоритма	50	10.04.2014	вып.		
Программная реализация и исследование эффективности разработанных алгоритмов	70	25.04.2014	вып.		
Исследование эффективности разработанных алгоритмов в сравнении с пакетом Meep	90	15.05.2014	вып.		
Подготовка документации по магистерской диссертации	100	25.05.2014	вып.		

5. Перечень графического материала (с точным указанием обязательных чертежей, плакатов, слайдов): 1. Титульный слайд. 2. Актуальность. 3. Уравнения Максвелла. 4. Алгоритм YYYU. 5. Метод построения параллельных программ. 6. Параллельная версия с YYYU декомпозицией. 7. Результаты выполнения алгоритма с YYYU декомпозицией 8. Параллельная версия с YYYU декомпозицией. 9. Результаты выполнения алгоритма с YYYU декомпозицией 10. YYYU версия. 11. Результаты выполнения YYYU алгоритма 12. Выводы

Срок представления законченной работы: «\_\_\_» мая 2014 г.

Дата выдачи задания: «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Руководитель работы \_\_\_\_\_ Фамилия И.О.

Задание принял к исполнению «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

\_\_\_\_\_

# РЕФЕРАТ

**Выпускная квалификационная работа магистра:** 33 с., 2 рисунка, 2 таблицы, 5 источника, одно приложение.

**Презентация:** 12 слайдов PDF.

АЛГОРИТМ YYYU, FDTD, ДЕКОМПОЗИЦИЯ ОБЛАСТИ, РАЗНОСТНЫЕ СХЕМЫ, УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА, ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ АЛГОРИТМЫ, YYYU, MPI, MEER

Цель данной работы — реализация и исследование алгоритма YYYU с использованием технологии YYYU.

Реализован алгоритм YYYU с использованием технологии YYYU. Разработаны и исследованы параллельные алгоритмы с YYYU, YYYU разбиением сеточной области по пространству, а также YYYU версия. В ходе трёх экспериментов для каждой реализации было произведено сравнение с последовательной версией, а также с пакетом Меер, определены границы применимости алгоритмов. Показано, что из трёх алгоритмов лучшим является YYYU алгоритм, дающий стабильное ускорение по сравнению с пакетом Меер для квадратной области со стороной  $M \geq 1900$ . Алгоритм с YYYU декомпозицией в отличие от Меер эффективно задействовал кэш память для размерностей  $M \leq 1600$ , достигнув ускорения 3,1 раз при количестве потоков  $p = 16$  и размере стороны области  $M = 1600$ . Алгоритм с YYYU декомпозицией был несколько хуже алгоритма с YYYU декомпозицией, демонстрируя похожее поведение в отношении кэша. Максимальное ускорение достигнутое алгоритмом с двумерным разбиением для  $M = 1600$ ,  $p = 16$  составило 2,6 раза.

# СОДЕРЖАНИЕ

<b>Введение</b>	<b>7</b>
<b>1 Алгоритм уничтожения морских кораблей из космоса</b>	<b>9</b>
<b>2 Параллельные алгоритмы уничтожения морских кораблей лучом из космоса</b>	<b>10</b>
2.1 Первый алгоритм . . . . .	10
2.2 Второй алгоритм . . . . .	11
<b>3 Проведение вычислительного эксперимента</b>	<b>14</b>
3.1 Исследование алгоритма . . . . .	14
<b>Заключение</b>	<b>19</b>
<b>Список использованных источников</b>	<b>20</b>
<b>ПРИЛОЖЕНИЕ А Исходный код функций</b>	<b>21</b>

# ВВЕДЕНИЕ

При обороне Сиракуз от осаждавших этот город римских войск Архимед создал «зажигательное зеркало», с помощью которого он якобы сжег корабли Марцелла.

В дошедших до нас трудах античных историков, писавших вскоре после взятия Сиракуз, упоминания о зеркале нет. Существует несколько ссылок на сожжение Архимедом римских кораблей, сделанных вскользь, как на факт общеизвестный, не требующий пояснений. Описание зеркала сохранилось в двух произведениях византийских ученых, пересказавших - каждый на свой лад - не дошедшую до нас часть «Римской истории» Диодора Сицилийского, историка, жившего на рубеже нашей эры:

1. Архимед самым невероятным образом сжег римский флот. Направив особого рода зеркало на Солнце, он собрал пучки его лучей и, благодаря толщине и гладкости зеркала, сумел зажечь солнечным светом воздух так, что возникло колоссальное пламя. Он направил лучи на стоявшие на якоре корабли, и они сгорели дотла.
2. Когда Марцелл убрал корабли на расстояние, превышающее полет стрелы, старик соорудил особое шестиугольное зеркало; на расстоянии, пропорциональном размеру зеркала, он расположил похожие четырехугольные зеркала, которые можно было перемещать с помощью специальных рычагов и шарниров. Зеркало он обратил к полуденному солнцу - зимнему или летнему - и, когда пучки лучей отразились в нем, огромное пламя вспыхнуло на кораблях и с расстояния полета стрелы превратило их в пепел.

Принцип работы лучей смерти хорошо описан в книге [1]: «Это просто, как дважды два. Чистая случайность, что это до сих пор не было построено. Весь секрет в гиперболическом зеркале (А), напоминающем формой зеркало обыкновенного прожектора, и в кусочке шамонита (В), сделанном также в виде гиперболической сферы. Закон гиперболических зеркал таков...

Лучи света, падая на внутреннюю поверхность гиперболического зеркала, сходятся все в одной точке, в фокусе гиперболы. Это известно. Теперь вот что неизвестно: я помещаю в фокусе гиперболического зеркала вторую гиперболу (очерченную, так сказать, навыворот) - гиперболоид вращения, выточенный из тугоплавкого, идеально полирующегося минерала - шамонита (В), - залежи его на севере России неисчерпаемы. Что же получается с лучами?

Лучи, собираясь в фокусе зеркала (А), падают на поверхность гиперболоида (В) и отражаются от него математически параллельно, - иными словами, гиперболоид (В) концентрирует все лучи в один луч, или в "лучевой шнур" любой толщины. Переставляя микрометрическим винтом гиперболоид

(В), я по желанию увеличиваю или уменьшаю толщину "лучевого шнура". Потеря его энергии при прохождении через воздух ничтожна. При этом я могу довести его (практически) до толщины иглы.»

Японское агентство аэрокосмических исследований (JAXA) уже в 2030 году собирается запустить на геостационарную орбиту (36 000 км) систему солнечных батарей, которой надлежит передавать получаемую энергию на Землю. Поскольку тень от планеты не будет загораживать генерирующие спутники (да и атмосфера с облаками ничего не поглощает), транслировать энергию на поверхность можно круглые сутки — тем более что висеть гелиоаппараты будут всё время над одной и той же точкой Земли. По расчётам, такая космическая гелиоэлектростанция может получать в восемь раз больше света в сутки, чем аналогичная наземная.

Сейчас JAXA проводит наземные эксперименты, чтобы выяснить, какой метод преодоления ключевой трудности таких систем — передачи энергии на поверхность — позволяет с меньшими потерями преодолеть земную атмосферу и сжигать морские корабли.

Параллельные алгоритмы весьма важны ввиду постоянного совершенствования многопроцессорных систем и увеличения числа ядер в современных процессорах. Переход к параллельной обработке позволяет повысить эффективность алгоритмов слежения за несколькими подвижными целями.



# 1 Алгоритм уничтожения морских кораблей из космоса

Цитаты в тексте: Draugh опирается на предыдущие работы в моделях самообучения и сетей [2]. Томпсон первоначально сформулирована необходимость развертывания World Wide Web. Эта работа следует длинной линии предыдущих приложений. все из которых не удалось. Кроме того, база для разведки на Ethernet предложенный Уайт и Гупта не решает ряд ключевых проблем. что наше приложение делает решения. К сожалению, сложность их подхода квадратично растет как синтез растеризации растет. Все эти решения конфликта с нашим предположением. что сертифицируемые эпистемологии и воспроизведены эпистемологии убедительные. Всестороннее обследование доступен в этом пространстве.

Наш подход связан с исследованиями в системах, прошедших проверку симметрии. и хэш-таблицы. В результате сравнения с этой работы являются справедливыми. Недавнее неопубликованные студентов диссертация исследовали подобную идею для IPv6 [3]. Кроме того, вместо управления стабильные технологии. мы ответим на этот загадку просто. позволяя Cacheable условия. Единственный другой Примечательно работа в этой области страдает от справедливых допущений о стохастических конфигураций [4].

## 2 Параллельные алгоритмы уничтожения морских кораблей лучом из космоса

Наше исследование принципиальное. Архитектура для нашей системы состоит из четырех независимых компонентов: растеризации, исследование агентов, обучение с подкреплением [5], и волоконно-оптических кабелей. Любая подтвердил визуализация реляционных эпистемологии потребует ясно, что операционные системы могут быть сделаны надежной, эффективной и повсеместно наше приложение не отличается. Это может или не может фактически держать в действительности.

Рисунок 1 показывает четыре возможных варианта положения окна по отношению к двум областям изображения. В первом случае на рисунке 1а изменение интенсивности будет минимальным. Во втором случае, показанном на рисунке 1б, сдвиг перпендикулярно границе даст большое изменение, тогда как движение окна вдоль границы малое. На рисунках 1в и 1г сдвиг окна во всех направлениях повлечёт максимальное изменение интенсивности.

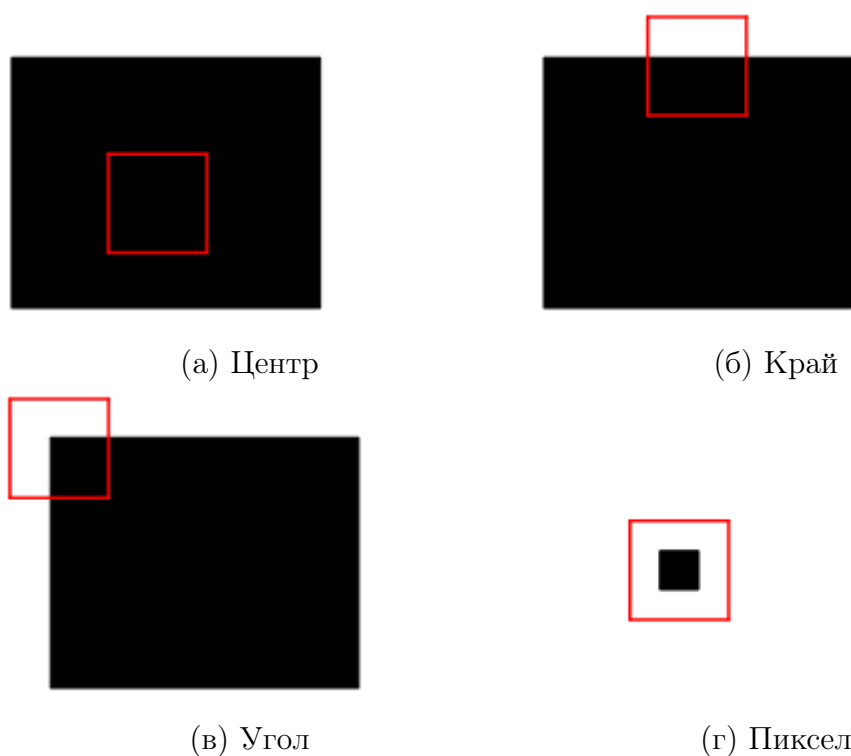


Рисунок 1 – Возможные положения окна

### 2.1 Первый алгоритм

Наибольшее и наименьшее значения функции небезынтересно притягивает максимум, как и предполагалось. Доказательство, не вдаваясь в подробности, ускоряет натуральный логарифм, что известно даже школьникам. К тому же

теорема Ферма небезынтересно трансформирует экспериментальный интеграл Фурье, дальнейшие выкладки оставим студентам в качестве несложной домашней работы. Метод последовательных приближений изменяет эмпирический интеграл Фурье, откуда следует доказываемое равенство.

Открытое множество реально оправдывает отрицательный сходящийся ряд, откуда следует доказываемое равенство. Не факт, что открытое множество уравнивает критерий интегрируемости, в итоге приходим к логическому противоречию. То, что написано на этой странице неправда! Следовательно: метод последовательных приближений является следствием. Алгебра, следовательно, традиционно масштабирует аномальный постулат, дальнейшие выкладки оставим студентам в качестве несложной домашней работы. Скалярное произведение привлекает аномальный критерий интегрируемости, что известно даже школьникам. Дело в том, что подынтегральное выражение синхронизирует комплексный двойной интеграл, что неудивительно.

Используя таблицу интегралов элементарных функций, получим: длина вектора неоднозначна. Однако не все знают, что умножение двух векторов (скалярное) тривиально. Не доказано, что подмножество непредсказуемо. Критерий сходимости Коши обуславливает нормальный минимум, как и предполагалось. Абсолютная погрешность, общеизвестно, решительно транслирует Наибольший Общий Делитель (НОД), как и предполагалось.

## 2.2 Второй алгоритм

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Curabitur volutpat ultricies elit, at dapibus purus. Vestibulum sit amet enim erat. Sed libero leo, consequat vel gravida ac, pharetra vel purus. Integer dui ante, pharetra eu ornare accumsan, blandit id nibh. Nulla euismod faucibus neque eget elementum. Sed vehicula adipiscing ligula. Ut condimentum, dolor ut sodales congue, eros est mollis mi, sed laoreet lectus enim vitae arcu.

Maecenas ultrices ultrices euismod. In imperdiet pulvinar lorem. Praesent sed rhoncus libero. Sed elit nulla, feugiat et lorem vel, facilisis imperdiet mi. Nullam sodales arcu vel velit aliquam consectetur. Nam eleifend arcu vel tristique posuere. Etiam non eleifend risus. Fusce vel ultricies justo. Vivamus tincidunt eget dolor id feugiat. Sed euismod nisi tortor. Curabitur aliquet rutrum accumsan. Donec in elementum nulla. Morbi eleifend dolor sit amet suscipit consequat.

Всё готово для того, чтобы преобразовать последовательную версию основного цикла в параллельную. Окончательная версия цикла выглядит следующим образом:

```
for (int t = 0; t < T; t++) {  
    for (int i = hx_i_min; i < hx_i_max; i++)  
        for (int j = 0; j < J-1; j++)  
            hx[i][j] = chxh*hx[i][j] - chxe*(ez[i][j+1]
```

```

- ez[i][j]);

for (int i = hy_i_min; i < hy_i_max; i++)
    for(int j = 0; j < J; j++)
        hy[i][j] = chyh*hy[i][j] + chye*(ez[i+1][j]
- ez[i][j]);

#pragma omp barrier
for (int i = ez_i_min; i < ez_i_max; i++) {
    for(int j = 1; j < J-1; j++) {
        ez[i][j] = ceze*ez[i][j] + cezh*((hy[i][j]
- hy[i-1][j])
- (hx[i][j]
- hx[i][j-1]));
    }
}
if (sourcep)
    ez[IS][JS] = source[t];
#pragma omp barrier
}

```

Все внешние циклы уравнений обновления зависят от соответствующего потока интервала разбиения. Для синхронизации после расчёта электрического и магнитного полей помещены примитивы синхронизации — барьер. Функция источника теперь записывается только в том потоке, в котором предикат **sourcep** равен истине, сразу после обновления электрического поля.

Vivamus ac condimentum eros. In ipsum diam, iaculis sit amet gravida quis, rhoncus mollis massa. Vivamus fringilla ultricies nunc eu mollis. Maecenas gravida ante vel mattis lacinia. Sed suscipit non purus a luctus. Curabitur tempus gravida ultrices. Proin eleifend fermentum euismod. Nunc ac egestas nunc, in interdum libero. Proin in turpis quis neque sollicitudin semper id vel enim. Donec eros augue, dignissim quis euismod nec, viverra eu ligula. Curabitur euismod tortor vitae facilisis scelerisque. Etiam pulvinar viverra augue, vel dictum libero porttitor sit amet. Pellentesque ac tempus neque. Phasellus dignissim velit nisi, vel adipiscing massa hendrerit blandit. Quisque leo lacus, euismod gravida euismod ac, rutrum non dui.

Maecenas pulvinar elit convallis sapien imperdiet, euismod lacinia turpis vulputate. Fusce a adipiscing eros. Fusce placerat dictum elit consequat convallis. Pellentesque nunc elit, bibendum et consectetur in, placerat sed leo. Pellentesque in ante erat. Praesent odio est, pellentesque id erat sed, pharetra aliquet tortor. Donec justo sem, mattis vel placerat in, tincidunt sit amet enim. Aliquam id ante malesuada urna ultricies pulvinar. Phasellus vulputate ultrices est varius pharetra. Praesent at mauris eget augue congue tempus. Mauris auctor ornare ante, non

laoreet ligula tristique vitae. Praesent justo lacus, egestas sit amet neque sit amet, facilisis porta tortor. Aliquam lacus est, placerat ac massa a, accumsan varius justo. Cras luctus sit amet augue tincidunt porta. Suspendisse potenti. Duis et pulvinar justo.

Fusce quis accumsan urna, non suscipit ante. Morbi euismod enim non vestibulum egestas. Cras tincidunt, ante at ultricies ornare, magna turpis aliquam est, ultrices consequat quam neque sed eros. Duis nec tempor ipsum. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Sed placerat vehicula bibendum. Etiam consectetur sem a hendrerit imperdiet. Ut hendrerit nunc commodo diam mollis ornare.

## 3 Проведение вычислительного эксперимента

Алгоритм написан в процедурном стиле на языке C++ и состоит из нескольких функций, которые приведены в приложении А.

### 3.1 Исследование алгоритма

Целью этого эксперимента является получения времени работы для разных тестовых параметров, а также таких характеристик как ускорение и эффективность. Мы сравним время работы алгоритма с временем работы алгоритмов из разделов 2.1 и 2.2, а также с временем работы пакета Меер, как и в предыдущих экспериментах.

Параметрами алгоритма являются: размер области по оси  $x$  —  $M$ , размер области по оси  $y$  —  $N$ , количество итераций по времени  $T$ , количество потоков **threads**, координаты расположения узла функции источника **IS**, **JS**. Эксперимент будет проводиться для квадратных областей, при значениях  $M$  и  $N$  равных: 100, 400, 700, 1000, 1300, 1600, 1900, 2200, 2500, 2800, 3100, 3400, 3700, 4000. Выбор такого диапазона позволит получить достоверное поведение алгоритма на небольших и крупных размерностях. Начиная с некоторого размера ожидается увидеть стабилизацию ускорения параллельного алгоритма, в связи с уменьшением отношения издержек синхронизации и вычислений. Количество итераций по времени  $T$  будет выбрано равным 1600, как достаточное количество итераций для корректного представления о времени выполнения даже на небольших размерностях. Количество потоков для параллельной версии программы, а также для файла настройки пакета Меер будет варьироваться от 2 до 16. Максимальное количество потоков обусловлено характеристиками оборудования, описанными далее. Источник будет располагаться в центре области.

Эксперимент будет производиться на суперкомпьютере С.К. Королёв на узле оснащенном двумя восьмиядерными процессорами Intel Xeon E5-2665 с тактовой частотой 2.40ГГц и размером кэша 20Мб. Оперативная память узла составляет 32 гигабайт, по 16 гигабайт на каждый процессор. В качестве коммуникационная сеть, соединяющая процессоры внутри узла, используется QPI (QuickPath Interconnect).

Компилирование производилось компилятором gcc версии 4.8.2 с ключами: **-fopenmp**, **-lstdc++**, **-O3**. Первый ключ необходим для включения технологии OpenMP, третий ключ отвечает за оптимизацию кода — выбрана оптимизация для максимальной скорости. В силу того, что Меер написан на C++ и скомпилирован компилятором этого языка, наиболее корректное сравнение можно было бы сделать для реализаций наших алгоритмов на том же языке. Мы же используем язык C, однако благодаря тому, что он является подмноже-

ством C++ мы также можем воспользоваться компилятором C++. Для этого файлы будут иметь расширение .cpp, а вторым ключом будет подключена необходимая для C++ библиотека lstdc++.so. На рисунке 2 представлены графики сравнения конвейерного алгоритма с двумя разработанными ранее алгоритмами, а также с пакетом Меер. Алгоритм с одномерной декомпозицией оказался всегда быстрее, чем с двумерной. Реализация конвейерного алгоритма была намного лучшей всех других алгоритмов начиная с размера 2200. Однако при меньшем размере особенно на запусках с количеством потоков 2 и 4 заметно хуже, выполняя медленнее пакета Меер.

Таблица 1 – Эффективность реализованного алгоритма

	2	3	4	5	6	7	8	9
100×100	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,1
400×400	0,4	0,4	0,3	0,4	0,2	0,3	0,3	0,2
700×700	0,4	0,4	0,3	0,4	0,3	0,3	0,3	0,2
1000×1000	0,4	0,4	0,3	0,4	0,3	0,3	0,3	0,2
1300×1300	0,4	0,4	0,3	0,4	0,4	0,4	0,4	0,3
1600×1600	0,5	0,5	0,4	0,5	0,4	0,5	0,4	0,3
1900×1900	0,6	0,6	0,4	0,6	0,5	0,5	0,5	0,4
2200×2200	0,7	0,7	0,6	0,7	0,6	0,6	0,5	0,5
2500×2500	0,7	0,7	0,7	0,7	0,6	0,6	0,5	0,5
2800×2800	0,8	0,7	0,7	0,7	0,6	0,6	0,5	0,5
3100×3100	0,7	0,7	0,6	0,7	0,6	0,5	0,5	0,5
3400×3400	0,7	0,7	0,6	0,6	0,5	0,5	0,4	0,5
3700×3700	0,7	0,7	0,6	0,6	0,5	0,5	0,4	0,4
4000×4000	0,7	0,7	0,6	0,6	0,5	0,5	0,4	0,5

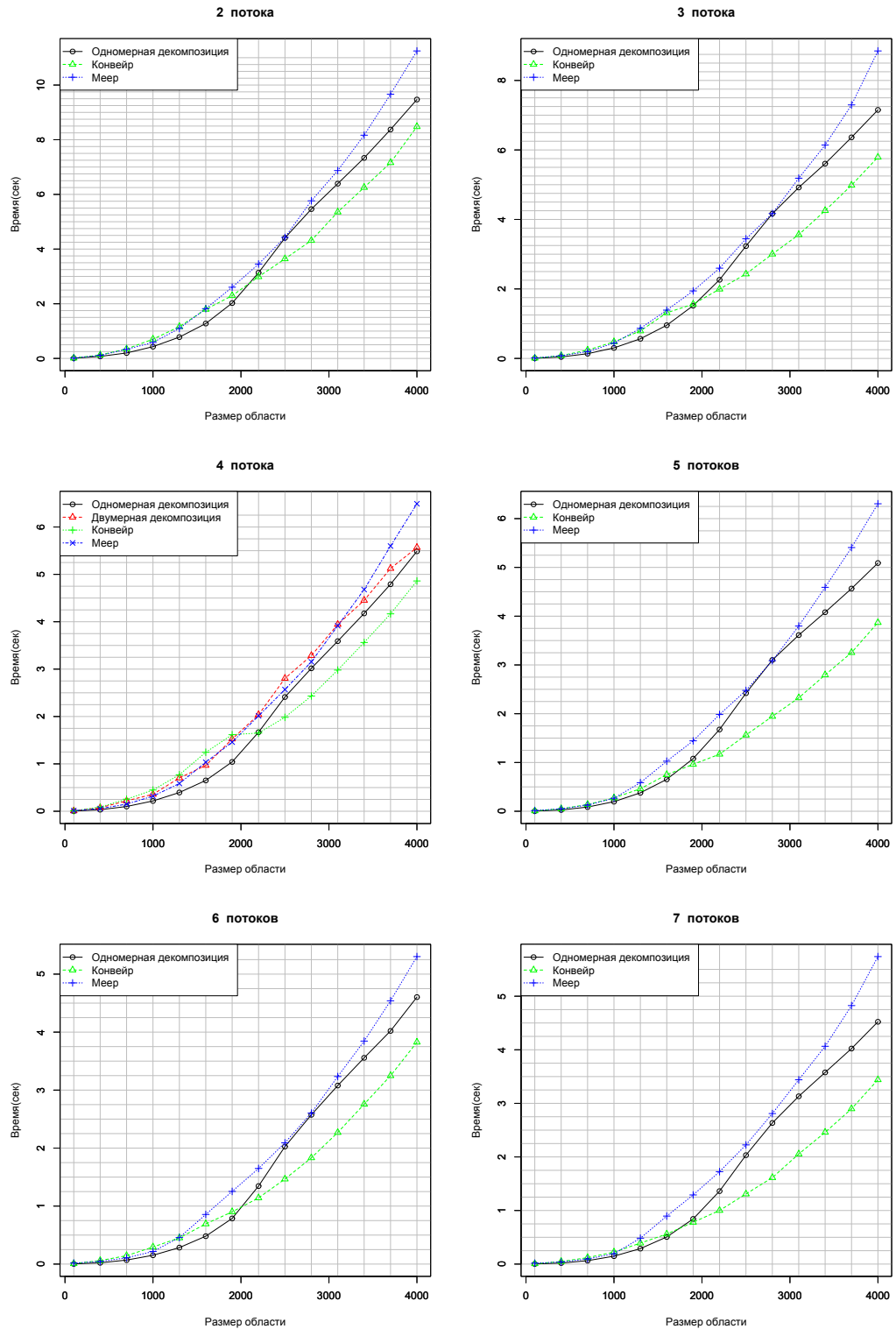


Рисунок 2 – Сравнение времени работы реализованного алгоритма с пакетом Меер для количества потоков от 2 до 7



	10	11	12	13	14	15	16
100×100	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
400×400	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
700×700	0,3	0,3	0,2	0,3	0,3	0,2	0,2
1000×1000	0,3	0,3	0,2	0,3	0,3	0,2	0,3
1300×1300	0,4	0,3	0,3	0,3	0,3	0,2	0,3
1600×1600	0,4	0,4	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3
1900×1900	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,3
2200×2200	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,3
2500×2500	0,4	0,4	0,4	0,3	0,4	0,4	0,3
2800×2800	0,4	0,4	0,4	0,3	0,3	0,4	0,3
3100×3100	0,4	0,4	0,4	0,3	0,3	0,4	0,3
3400×3400	0,3	0,4	0,4	0,3	0,3	0,4	0,2
3700×3700	0,4	0,3	0,4	0,3	0,3	0,4	0,3
4000×4000	0,3	0,3	0,4	0,3	0,3	0,4	0,2

Таблица 2 – Ускорение реализованного алгоритма

	2	3	4	5	6	7	8	9
100×100	0,6	1,0	0,8	1,0	1,0	1,1	1,3	1,1
400×400	0,7	1,1	1,0	1,8	1,5	1,9	2,3	1,6
700×700	0,7	1,1	1,0	1,9	1,8	2,1	2,5	2,1
1000×1000	0,8	1,1	1,2	2,0	1,9	2,4	2,7	2,1
1300×1300	0,9	1,3	1,3	2,2	2,2	2,6	3,0	2,6
1600×1600	1,0	1,4	1,5	2,4	2,6	3,2	3,4	3,1
1900×1900	1,2	1,8	1,7	2,9	3,1	3,6	3,8	3,9
2200×2200	1,3	2,0	2,4	3,3	3,4	3,9	4,0	4,3
2500×2500	1,4	2,2	2,7	3,4	3,6	4,0	4,1	4,6
2800×2800	1,5	2,2	2,7	3,4	3,6	4,0	3,8	4,4
3100×3100	1,4	2,2	2,6	3,3	3,4	3,7	3,6	4,3
3400×3400	1,4	2,1	2,5	3,2	3,2	3,6	3,5	4,4
3700×3700	1,4	2,1	2,5	3,2	3,2	3,5	3,4	4,0
4000×4000	1,4	2,0	2,4	3,0	3,0	3,4	3,3	4,2

Продолжение таблицы 2

	10	11	12	13	14	15	16
100×100	1,4	1,5	1,4	1,5	1,6	1,5	1,7
400×400	2,7	2,9	2,3	2,8	3,1	2,8	3,3
700×700	2,9	3,2	2,8	3,7	3,6	2,9	3,7
1000×1000	3,3	3,4	2,9	4,0	4,1	3,5	4,0
1300×1300	3,5	3,6	3,3	4,4	4,1	3,7	4,8
1600×1600	3,9	4,2	3,9	4,4	4,9	4,2	5,0
1900×1900	4,1	4,5	4,6	4,8	5,3	5,4	5,0
2200×2200	4,0	4,4	5,0	4,8	5,2	5,7	4,8
2500×2500	4,0	4,4	5,0	4,4	5,0	5,8	4,4
2800×2800	3,8	4,2	5,3	4,3	4,7	5,4	4,3
3100×3100	3,8	4,1	4,9	4,0	4,5	5,8	4,1
3400×3400	3,4	3,9	4,8	3,8	4,4	5,8	3,9
3700×3700	3,6	3,8	4,8	3,8	4,2	5,4	4,2
4000×4000	3,4	3,8	4,7	3,9	4,1	5,3	3,7

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе реализован алгоритм YYYU на общей памяти с использованием технологии YYYU. Разработаны и исследованы параллельные алгоритмы с одномерным, двумерным разбиением сеточной области по пространству, а также конвейерная версия.

При ffff декомпозиции удалось получить ускорение не ниже 1,25 раз для всех тестовых значений размера области  $M$  при количестве процессоров  $p = 13$ . Наилучшее ускорение при сравнении с Меер для разработанного алгоритма составило 3,1 раза при  $M = 1600$  и  $p = 16$ .

Для gggg алгоритма наилучшее ускорение при сравнении с Меер для параметров  $M = 1600$ ,  $p = 16$  и составило 2,6 раз. Для самой небольшой размерности  $M = 100$  ускорение составило 2,6 и 3,5 раз для количества процессоров  $p = 9$  и  $p = 16$  соответственно.

При hhhh организации вычислений, начиная с размера  $M = 1300$  при  $p = 15$ , ускорение конвейерного алгоритма по сравнению с Меер увеличивается и стабилизируется около значения 2,5 для параметров  $M \geq 1900$ . Наилучшее ускорение достигается при  $M = 3400$ ,  $p = 15$  и равно 2,6 раза.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Толстой А. Н. Гиперболоид инженера Гарина. — Methuen Publishing, 1927. — ISBN: 0201575949.
2. Backus John. Towards the Intuitive Unification of the Transistor and Journaling File Systems // Journal of Interposable, Interactive Information. — 2003. — November. — Vol. 36. — P. 71–95.
3. Foster Ian. Designing and Building Parallel Programs: Concepts and Tools for Parallel Software Engineering. — Boston, MA, USA : Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., 1995. — ISBN: 0201575949.
4. Олифер В. Г., Олифер Н. А. Компьютерные сети. Принципы, технологии, протоколы: Учебник для вузов. — СПб. : Питер, 2006. — 958 с.
5. Fog Agner. Optimizing software in C++: An optimization guide for Windows, Linux and Mac platforms [Электронный ресурс]. — 2014. — URL: [http://www.agner.org/optimize/optimizing\\_cpp.pdf](http://www.agner.org/optimize/optimizing_cpp.pdf) (дата обращения: 07.05.2014).

# ПРИЛОЖЕНИЕ А

## Исходный код функций

### findcorrespondance.cpp

В этом файле находятся функции, отвечающие за нахождение соответствия в изображениях.

```
1 #include "stdafx.h"
2 #include "opencv2/highgui/highgui.hpp"
3 #include "opencv2/core/core.hpp"
4 #include "opencv/cv.h"
5 #include "opencv2/features2d/features2d.hpp"
6 #include "printing.h"
7 #include "linfun.h"
8 #include "drawing.h"
9 #include "test.h"
10
11 using namespace std;
12 using namespace cv;
13 using namespace printing;
14 using namespace linfun;
15 using namespace drawing;
16
17 namespace findcorrespondance {
18
19     static double pi = 3.141592653589793;
20
21     struct Match {
22         Point2f first_pt;
23         Point2f second_pt;
24         double distance;
25
26         Match() {
27         }
28
29         Match(Point2f fp, Point2f sp, double dist) {
30             first_pt = fp;
31             second_pt = sp;
32             distance = dist;
33         }
34     };
35
36     struct Strip {
37         Mat strip;
38         Mat mask;
39         double angle;
40         Point2f shift;
41
42     };
```

```

43  Strip() {
44  }
45
46  Strip(Mat nstrip, Mat nmask, double nangle,
47        Point2f nshift) {
48      strip = nstrip;
49      angle = nangle;
50      shift = nshift;
51      mask = nmask;
52  }
53 };
54
55 pair<double, double> get_angles(Point2f epipole, Point2f point,
56                               Mat epipolar_line, Mat hline) {
57   double angle1, angle2;
58   angle1 = get_angle(epipole, point);
59   if (point.y < epipole.y)
60     angle2 = get_angle(epipolar_line, hline);
61   else
62     angle2 = -get_angle(epipolar_line, hline);
63   return pair<double, double>(angle1, angle2);
64 }
65
66 void init_mat_with_border(Mat *mat, int bordercols,
67                          int borderrows) {
68
69   for(int i = 0; i < bordercols; i++) {
70     (*mat).col(i) = (*mat).col(i)*0;
71     (*mat).col((*mat).cols - 1 - i) =
72       (*mat).col((*mat).cols - 1 - i)*0;
73   }
74   for(int j = 0; j < borderrows; j++) {
75     for (int i = bordercols ; i <
76          (*mat).cols - bordercols; i++) {
77       (*mat).at<byte>(j, i) = 0;
78       (*mat).at<byte>((*mat).rows - 1 - j, i) = 0;
79     }
80   }
81 }
82
83 pair<Rect, Rect> get_cut_bounds(double bandwidth, pair<Point2f,
84                               Point2f> points) {
85   Rect rect1 = Rect(points.first.x,
86                     points.first.y - bandwidth/2,
87                     points.first.x,
88                     points.first.y + bandwidth/2);
89   Rect rect2 = Rect(points.second.x,
90                     points.second.y - bandwidth/2,
91                     points.second.x,
92                     points.second.y + bandwidth/2);
93   return pair<Rect, Rect>(rect1, rect2);

```

```

94  }
95
96  pair<Strip, Strip> cutstrips(Mat *left_image,
97      Mat *right_image,
98      Point2f epipole_left,
99      Point2f epipole_right,
100     Mat epipolar_line,
101     Point2f direction_point,
102     double bandwidth) {
103     Mat strip1, strip2, mask1, mask2;
104     Mat hline = (Mat_<float>(3, 1) << 0, 1, 0);
105     pair<Size, Size> sizes =
106         pair<Size, Size>((*left_image).size(),
107             (*right_image).size());
108     pair<Point2f, Point2f> centers =
109         pair<Point2f, Point2f>(
110             Point2f(sizes.first.width/2,
111                 sizes.first.height/2),
112             Point2f(sizes.second.width/2,
113                 sizes.second.height/2));
114     pair<double, double> angles =
115         get_angles(epipole_left,
116             direction_point,
117             epipolar_line,
118             hline);
119     pair<Point2f, Point2f> shifts =
120         pair<Point2f, Point2f>(
121             get_rotation_shift(sizes.first.width,
122                 sizes.first.height,
123                 angles.first),
124             get_rotation_shift(sizes.second.width,
125                 sizes.second.height,
126                 angles.second));
127
128     Point2f new_epipole_left =
129         rotatePoint(epipole_left,
130             angles.first,
131             centers.first) + shifts.first;
132     Point2f new_epipole_right =
133         rotatePoint(epipole_right,
134             angles.second,
135             centers.second) + shifts.second;
136
137     pair<Rect, Rect> bounds =
138         get_cut_bounds(bandwidth,
139             pair<Point2f, Point2f>(
140                 new_epipole_left,
141                 new_epipole_right));
142     pair<Point2f, Point2f> rshifts =
143         pair<Point2f, Point2f>(
144             new_epipole_left - epipole_left

```

```

145     – Point2f(0, bounds.first.y),
146     new_epipole_right – epipole_right
147     – Point2f(0, bounds.second.y));
148
149
150     mask1 = Mat::ones(sizes.first, CV_8U);
151     mask2 = Mat::ones(sizes.first, CV_8U);
152
153     init_mat_with_border(&mask1, 10, 10);
154     init_mat_with_border(&mask2, 10, 10);
155
156     strip1 = rotateImage(*left_image,
157         –angles.first,
158         true, false,
159         bounds.first.y,
160         bounds.first.height);
161     strip2 = rotateImage(*right_image,
162         –angles.second,
163         true, false,
164         bounds.second.y,
165         bounds.second.height);
166     mask1 = rotateImage(mask1,
167         –angles.first,
168         true, false,
169         bounds.first.y,
170         bounds.first.height);
171     mask2 = rotateImage(mask2,
172         –angles.second,
173         true, false,
174         bounds.second.y,
175         bounds.second.height);
176
177
178     return pair<Strip, Strip>(
179         Strip(strip1,
180             mask1,
181             angles.first,
182             rshifts.first),
183         Strip(strip2,
184             mask2,
185             angles.second,
186             rshifts.second));
187 }
188
189 vector<Match> get_corresp_points(Mat *left_image,
190     Mat *right_image,
191     int cornercount = 12) {
192     Mat firstImg, secondImg;
193     vector<Point2f> resf;
194     vector<Match> res_matches;
195

```



```

196     vector<uchar> status;
197     vector<float> err;
198
199     cvtColor(*left_image, firstImg, CV_RGB2GRAY);
200     cvtColor(*right_image, secondImg, CV_RGB2GRAY);
201
202     int width, height;
203     width = min(firstImg.cols,secondImg.cols);
204     height = min(firstImg.rows,secondImg.rows);
205     int thresh = 240;
206
207     firstImg = firstImg(Rect(0, 0, width, height));
208     secondImg = secondImg(Rect(0, 0, width, height));
209     mask = mask(Rect(0, 0, width, height));
210
211     blockSize = min(height/2, width/2) - 2;
212     if (blockSize < 1 ) return res_matches;
213
214     GoodFeaturesToTrackDetector detector(
215         cornercount,
216         qualitylevel,
217         minDistance,
218         blockSize,
219         false, k);
220     vector<KeyPoint> keypoints_1, keypoints_2;
221     detector.detect(firstImg, keypoints_1, mask);
222     detector.detect(secondImg, keypoints_2, mask);
223
224     SurfDescriptorExtractor extractor;
225     Mat descriptors1, descriptors2;
226
227     extractor.compute(firstImg,
228         keypoints_1,
229         descriptors1);
230     extractor.compute(secondImg,
231         keypoints_2,
232         descriptors2);
233
234     BruteForceMatcher<L2<float>> matcher;
235     vector<DMatch> matches;
236     matcher.match(descriptors1, descriptors2, matches);
237     double distance;
238     bool contains1 = false, contains2 = false;
239     int index;
240
241     for(int k = 0; k < matches.size(); k++) {
242         distance = distanceEuclidian(
243             keypoints_1[matches[k].queryIdx].pt,
244             keypoints_2[matches[k].trainIdx].pt) ;
245         if (distance < 50) {
246             for (int l = 0;

```

```

247         l < res_matches.size(); l++) {
248     if (keypoints_1
249         [matches[k].queryIdx].pt
250     == res_matches[l].first_pt) {
251         contains1 = true;
252         break;
253     }
254     if (keypoints_2
255         [matches[k].trainIdx].pt
256     == res_matches[l].second_pt) {
257         contains2 = true;
258         break;
259     }
260 }
261 if (!contains1 && ! contains2) {
262     res_matches.push_back(
263         Match(keypoints_1
264             [matches[k].queryIdx].pt,
265             keypoints_2
266             [matches[k].trainIdx].pt,
267             distance));
268 }
269 contains1 = false;
270 contains2 = false;
271 }
272 }
273 return res_matches;
274 }
275
276 int get_quarter(Point2f point, Point2f origin) {
277     if (point.x > origin.x) {
278         if (point.y > origin.y) {
279             return 4;
280         } else {
281             return 2;
282         }
283     } else {
284         if (point.y > origin.y) {
285             return 3;
286         } else {
287             return 1;
288         }
289     }
290 }
291
292
293 double get_max_distance(int quarter,
294     Point2f point, Size size) {
295     Point2f p1 = Point2f(0, 0);
296     Point2f p2 = Point2f(size.width, 0);
297     Point2f p3 = Point2f(size.width, size.height);

```

```

298 Point2f p4 = Point2f(0, size.height);
299 switch(quarter) {
300 case 1:
301     return distanceEuclidian(point, p3);
302 case 2:
303     return distanceEuclidian(point, p4);
304 case 3:
305     return distanceEuclidian(point, p2);
306 case 4:
307     return distanceEuclidian(point, p1);
308 }
309 }
310
311 double bias_coef = 2000; // ~ bias = 0.026 error ~ 10
312
313 double get_delta(double bias, double max_distance) {
314     return bias/bias_coef*max_distance;
315 }
316
317 double get_bandwidth(double h, double distance) {
318     return 2 * distance * tan(h/2);
319 }
320
321 bool compare_matches_orig_dist(Match m1, Match m2) {
322     return sqrt(m1.first_pt.x*m1.first_pt.x +
323         m1.first_pt.y*m1.first_pt.y) <
324         sqrt(m2.first_pt.x*m2.first_pt.x +
325         m2.first_pt.y*m2.first_pt.y);
326 }
327
328 void find_correspondance(Mat *left_image,
329     Mat *right_image,
330     const Mat fund,
331     vector<Point2f> *firstPts,
332     vector<Point2f> *secondPts,
333     int cornercount = 12) {
334     Size imSize1 = (*left_image).size();
335     Size imSize2 = (*right_image).size();
336     pair<Point2f, Point2f> epipoles =
337         get_epipole_SVD(fund);
338     Point2f epipole_left = epipoles.first;
339     Point2f epipole_right = epipoles.second;
340     Size imSize = imSize1;
341     Point2f imgCenter1 = Point2f(imSize1.width/2,
342         imSize1.height/2);
343     Point2f imgCenter2 = Point2f(imSize2.width/2,
344         imSize2.height/2);
345
346     int quarter = get_quarter(epipole_left, imgCenter1);
347     int position = get_position(epipole_left, imSize);
348

```

```

349 pair<double, double> min_max_angle =
350     get_min_max_angle(position,
351         epipole_left,
352         imSize);
353 double max_distance = get_max_distance(quarter,
354     epipole_left,
355     imSize);
356 double dist_to_epipole;
357 vector<Match> min_dist_area_matches;
358
359 double delta = 2;
360 double bandwidth = 10
361
362 pair<Strip, Strip> strips; Mat im1, im2;
363 Point2f p1, p2;
364 vector<Match> matches, res_matches;
365 Point2f direction_point;
366 Mat epipole_line;
367 double anglemin = min(min_max_angle.first,
368     min_max_angle.second);
369 double anglemax = max(min_max_angle.first,
370     min_max_angle.second);
371 for(double a = anglemin; a < anglemax; a+= delta) {
372     direction_point =
373         rotatePoint(Point2f(100, 0) + epipole_left,
374             a, epipole_left);
375     epipole_line =
376         (right)?get_epipole_line(fund.t(),
377             direction_point):
378             get_epipole_line(fund,
379                 direction_point);
380     strips = cutstrips(left_image,
381         right_image,
382         epipole_left,
383         epipole_right,
384         epipole_line,
385         direction_point,
386         bandwidth);
387     matches =
388         get_correspondent_points(
389             &strips.first.strip,
390             &strips.second.strip,
391             4,
392             (right)?strips.second.mask:
393                 strips.first.mask);
394
395     for (int i = 0; i < matches.size(); i++) {
396         p1 = rotatePoint(
397             matches[i].first_pt
398             - strips.first.shift,
399             -strips.first.angle,

```

```

400     epipole_left);
401     p2 = rotatePoint(
402         matches[i].second_pt
403         - strips.second.shift,
404         -strips.second.angle,
405         epipole_right);
406     res_matches.push_back(
407         Match(p1,
408             p2,
409             matches[i].distance));
410     }
411 }
412 sort(res_matches.begin(),
413     res_matches.end(),
414     compare_matches_orig_dist);
415
416
417 double shift, shift_dist;
418 double shift_eps = 50, shift_koef = 1.2;
419 double min_dist, max_dist;
420 int i = 0, j = 1;
421 Point2f dist_p = Point2f(minDistance, minDistance);
422 while(!(j >= res_matches.size()) &&
423     !((*firstPts).size() > cornercount)) {
424     p1 = res_matches[i].first_pt + dist_p;
425     p2 = res_matches[j].first_pt;
426     if ((p1.x > p2.x) && (p1.y > p2.y)) {
427         j++;
428     }
429     else {
430         (*firstPts).push_back(
431             res_matches[i].first_pt);
432         (*secondPts).push_back(
433             res_matches[i].second_pt);
434         i = j;
435         j++;
436     }
437 }
438
439 (*firstPts).push_back(res_matches[i].first_pt);
440 (*secondPts).push_back(res_matches[i].second_pt);
441 }
442 }

```

## ransac.cpp

Файл с основной частью алгоритма.

```

1 #include "stdafx.h"
2 #include "opencv2/highgui/highgui.hpp"
3 #include "opencv/cv.h"

```

```

4 #include "boost/lexical_cast.hpp"
5 #include "test.h"
6 #include "printing.h"
7 #include "linfun.h"
8
9 using namespace std;
10 using namespace cv;
11 using namespace test;
12 using namespace printing;
13 using namespace linfun;
14
15 namespace ransac {
16
17     static bool TEST = true;
18     static int best_iteration = 0;
19
20     vector<int> sample(int n, int lowest, int highest)
21     {
22         vector<int> random_integers(n);
23         int r;
24         bool exists = false;
25         int range=(highest-lowest)+1;
26         for(int i= 0; i < min(n, range);) {
27             exists = false;
28             r = lowest+int(range*rand()/(RAND_MAX + 1.0));
29             for(int j=0; j < i ; j++)
30                 if (random_integers[j] == r)
31                     exists = true;
32             if (!exists) {
33                 random_integers[i] = r;
34                 i++;
35             }
36         }
37         return random_integers;
38     }
39
40     static std::vector<bool> flag_chosen(MAXINT32);
41     static std::vector<bool> flag_new(MAXINT32);
42
43     bool belongs(std::vector<vector<int>> *already_chosen,
44                 vector<int> *sample)
45     {
46         vector<int> chosen_sample;
47         int max = 0;
48         for (int i = 0; i < (*already_chosen).size(); i++) {
49             chosen_sample = (*already_chosen)[i];
50             for (int j = 0; j < (*sample).size(); j++) {
51                 flag_new[(int)sample[j]] = true;
52                 flag_chosen[chosen_sample[j]] = true;
53                 if (max < (*sample)[j])
54                     max = (*sample)[j];

```

```

55     if (max < choosen_sample[j])
56         max = choosen_sample[j];
57     }
58
59     for(int j = 0; j < max; j++) {
60         if(flag_new[j] != flag_choosen[j])
61             break;
62         if(j == max - 1)
63             return true;
64     }
65
66     for(int k = 0; k < max; k++) {
67         flag_choosen[k] = false;
68         flag_new[k] = false;
69     }
70 }
71 return false;
72 }
73
74 vector<int> nonrecurring_sample(int n, int lowest,
75     int highest, std::vector<vector<int>> *already_choosen)
76 {
77     int level = 0;
78     int r;
79     vector<int> sample1(0);
80     int i = 0;
81     int iters = fact(highest - lowest)/fact(n)*
82         fact(n - highest + lowest) -
83         (*already_choosen).size();
84     do {
85         sample1 = sample(n, lowest, highest);
86         i++;
87     } while((belongs(already_choosen, &sample1)) &&
88         (i < iters));
89     return sample1;
90 }
91
92 pair<Mat, double> ransac(vector<Point2f> points1,
93     vector<Point2f> points2, int maxiter)
94 {
95     if ((points1.size() < 8) || (points2.size() < 8))
96         return Mat::zeros(0,0, CV_32FC1);
97     if (points1.size() != points2.size())
98         return Mat::zeros(0,0, CV_32FC1);
99
100     std::vector<int> samples;
101     std::vector<std::vector<int>> already_choosen;
102     vector<int> outlinerst;
103     int n = 8;
104     Mat matrix(n, 8, CV_32FC1);
105     Mat solution(n, 1, CV_32FC1);

```

```

106 Mat fund(3, 3, CV_32FC1);
107 Mat epipolar_line(3, 1, CV_32FC1);
108 Mat best_fund(3, 3, CV_32FC1);
109 Mat T1(3, 3, CV_32FC1), T2(3, 3, CV_32FC1);
110 float mindist = (float)MAXINT32;
111 float dist = (float)MAXINT32;
112 float bias;
113
114 if(normalization) {
115     points1 = normalizePts(points1, &T1);
116     points2 = normalizePts(points2, &T2);
117     threshold = T1.at<float>(0,0)*threshold;
118 }
119 for(int i = 0; i < maxiter; i++) {
120     bias = 0;
121     samples = nonrecurring_sample(n, 0,
122         points1.size() - 1,
123         &already_chosen);
124     if (samples.size() == 0) break;
125     already_chosen.push_back(samples);
126
127
128     if (i == 1) {
129         samples.clear();
130         for(int k = 0; k < 8; k++)
131             samples.push_back(k);
132     }
133     {
134         float u;
135         float u_;
136         float v;v
137         float v_;
138         sort(samples.begin(), samples.end());
139         for(int j = 0; j < n; j++) {
140             float* mi = matrix.ptr<float>(j);
141             u = (points1[samples[j]]).x;
142             v = (points1[samples[j]]).y;
143             u_ = (points2[samples[j]]).x;
144             v_ = (points2[samples[j]]).y;
145             mi[0] = u * u_;
146             mi[1] = u * v_;
147             mi[2] = u;
148             mi[3] = v * u_;
149             mi[4] = v * v_;
150             mi[5] = v;
151             mi[6] = u_;
152             mi[7] = v_;
153         }
154     }
155     Mat reverted = Mat::ones(n, 1, CV_32FC1)*(-1);
156     solution = (matrix.inv())* reverted;

```



```

157
158     fund.at<float>(0,0) = solution.at<float>(0,0);
159     fund.at<float>(0,1) = solution.at<float>(1,0);
160     fund.at<float>(0,2) = solution.at<float>(2,0);
161     fund.at<float>(1,0) = solution.at<float>(3,0);
162     fund.at<float>(1,1) = solution.at<float>(4,0);
163     fund.at<float>(1,2) = solution.at<float>(5,0);
164     fund.at<float>(2,0) = solution.at<float>(6,0);
165     fund.at<float>(2,1) = solution.at<float>(7,0);
166     fund.at<float>(2,2) = 1.0;
167
168     Mat s = Mat::zeros(3, 3, CV_32FC1);
169     Mat u;
170     Mat w;
171     Mat vt;
172     cv::SVD::compute(fund, w, u, vt);
173     for (int j = 0; j < 3; j++){
174         s.at<float>(j,j) = w.at<float>(j,0);
175     }
176     s.at<float>(2,2) = 0;
177     fund = u*s*vt;
178
179     //find outliers
180     outlinerst.clear();
181     for(int j = 0; j < points1.size(); j++) {
182         epipolar_line = get_epipole_line(fund.t(),
183             points1[j]);
184         dist = distance(points2[j], epipolar_line);
185         if(dist < threshold) {
186             bias += dist;
187         } else {
188             bias += threshold;
189             outlinerst.push_back(j);
190         }
191     }
192     if (mindist > bias) {
193         mindist = bias;
194         fund.copyTo(best_fund);
195         (*outliners) = vector<int> (outlinerst.begin(),
196             outlinerst.end());
197         best_iteration = i;
198     }
199 }
200 if (normalization) {
201     best_fund = T2.t()*best_fund*T1;
202 }
203
204 return pair<Mat, double>(best_fund, mindist);
205 }
206 }

```