

Trabajo Práctico. Probabilidad y Estadística (C)

Aclaraciones:

- El TP se puede hacer en grupos de hasta **tres personas**.
 - Los razonamientos, cálculos, tablas de datos y graficos obtenidos se deben entregar (preferentemente) en formato PDF. Se debe enviar también el script de R que usaron para resolver la parte de programación.
 - La fecha límite de entrega es el **Martes 27 de Junio**.
-

1. Sean X_1, \dots, X_n una muestra aleatoria con distribución $\mathcal{U}[0, b]$ con b un parámetro desconocido. Calcular analíticamente los estimadores de momentos \hat{b}_{mom} y de máxima verosimilitud \hat{b}_{mv} . Implementarlos en R como funciones
2. Implemente el siguiente estimador de b
$$\hat{b}_{med} = 2 \times \text{mediana}\{X_1, \dots, X_n\}$$
3. Utilizando $b = 1$ genere una muestra de tamaño $n = 15$. Calcule cada uno de los estimadores con la muestra obtenida y reportar el valor de cada estimador y su error.
4. Hacer una simulación para obtener el sesgo, varianza y error cuadrático medio (ECM) de cada uno de los estimadores. Para lograr esto
 - a) Generar una muestra con $b = 1$, $n = 15$.
 - b) Para la muestra obtenida, calcular \hat{b}_{mv} , \hat{b}_{mom} , \hat{b}_{med} y almacenar los resultados.
 - c) Repetir $N_{rep} = 1000$ veces los pasos (a) y (b).
 - d) Obtenga la aproximación del sesgo restando el valor verdadero de b a la media muestral de cada estimador.
 - e) Obtenga la aproximación de la varianza a partir de la varianza muestral de cada estimador.
 - f) Obtenga la aproximación del ECM a través de la fórmula que lo relaciona con el sesgo y la varianza.
5. Implemente las funciones *simulacion_mv(b, n)*, *simulacion_mom(b, n)* y *simulacion_med(b, n)* que devuelve la aproximación del ECM de cada uno de los estimadores correspondientes al b y al n .
6. Realizar un gráfico del ECM de cada estimador con $n = 15$ y $0,5 < b < 2$. ¿Que observa? ¿Que estimador elige?
7. Realizar un gráfico de los ECM con $b = 1$ y $n = 15, 30, 50, 100, 150, 200$ ¿Que observa? ¿Que estimador elige? ¿Que sospecha sobre la consistencia de los estimadores?

8. Calcular los estimadores en la siguiente muestra. ¿Observa algo extraño? ¿a que cree que se debe?

0,917 0,247 0,384 0,530 0,798 0,912 0,096 0,684 0,394 20,1 0,769 0,137 0,352 0,332 0,670

9. Aproximar sesgo, varianza y error cuadrático medio para los estimadores bajo el siguiente escenario con datos atípicos:

Una muestra uniforme con $b = 1$ y $n = 15$ que con probabilidad $p = 0,05$ un elemento de la muestra viene multiplicado por 100 (coma corrida dos lugares a la derecha). ¿Que estimador prefiere en este escenario?

Aclaración: Para generar una muestra en estas condiciones basta generar una muestra como antes y luego decidir con probabilidad $p = 0,05$ multiplicar por 100 al primer elemento de la muestra.