

RC 低通滤波器的幅频响应

吴宇轩

2025 年 12 月 8 日

1 研究过程

我们在 LTScipe 中搭建了图 1 所示的电路图。

其中，电路左侧为信号发生器 V_1 ，作为输入信号。在执行滤波功能时，认为左侧信号发生器发生正弦波。随后连接电阻 R 与电容 C ，最后接地，取 R 与 C 连接处作为信号输出端。电路中可调的参数有：信号发生器发出正弦波的频率 f ，电阻值 R ，电容值 C （因为只需比较输出电压与输入电压之比，而且在正弦型交流电的复阻抗意义下电容与电阻都是线性原件，故默认信号发生器发出标准电压 $V_0 = 1V$ ）。在后面的研究中，我们省略仅用于调配量纲用的 V_0 ，并设置 $V_1 = \cos(\omega t), \omega = 2\pi f$ 。

我们使用的虚数单位为 j （为了不与电流混淆），并将输入电压写为复数形式 $\tilde{V}_1 = e^{j\omega t}$ ，这样写的好处就是 $V_1 = \Re(\tilde{V}_1)$ （这里省略了初始相位，因为初始相位在做 V_{in} 与 V_{out} 的比较时没有意义），并可将电阻的复阻抗写为 $\tilde{R} = R$ ，电容的复阻抗写为 $\tilde{C} = \frac{1}{j\omega C}$ 。接下来按照基尔霍夫方程 $\tilde{V}_1 - \tilde{I}(R + \frac{1}{j\omega C}) = 0$, $\widetilde{V_{out}} = \frac{\tilde{I}}{j\omega C} \Rightarrow \widetilde{V_{out}} = \frac{1}{1 + j\omega RC} \tilde{V}_1$ ，也即 $\widetilde{V_{out}} = \frac{e^{j\omega t}}{1 + j\omega RC}$ ，下面令理论传递函数 $H = \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi f RC)^2}}$ ，则有 $\widetilde{V_{out}} = \frac{1 - j\omega RC}{H} e^{j\omega t} = H e^{j\omega t - \varphi}, \varphi = \arccos(\omega RC)$ ，故 $V_{out} = H \cos(\omega t - \varphi), \varphi = \arccos(\omega RC)$ 。以此作出 V_{in} 与 V_{out} 的对比曲线，并以 $x = V_{in}, y = V_{out}$ 作出图像，以该李萨如图形直观体现幅值变化和相位变化。

例如，设置参数如下：

$$V_{in} = \sin(20\pi t) \text{ V}, R = 1k\Omega, C = 40\mu\text{F}$$

如图 2 所示，所得结果如图 3 所示，其中包含了暂态过程。可以明显看出幅值变小和相位偏移。

2 程序使用方法

如图 4 所示，这是我们成果展示的应用界面。

左侧即为描写 V_{in} 与 V_{out} 的函数图像，右侧为以 $x = V_{in}, y = V_{out}$ 作出的图像，以该李萨如图形直观体现幅值变化和相位变化。 V_0 即为标准电压，在图中作为单位。下方是三个滑动条，分别控制 $f R C$ ，对应单位均已标注于图中。在 R 与 C 不变条件下，将 f 的数值增大，可以看见 V_{out} 曲线振幅的显著减小，这就是低通滤波的效果。

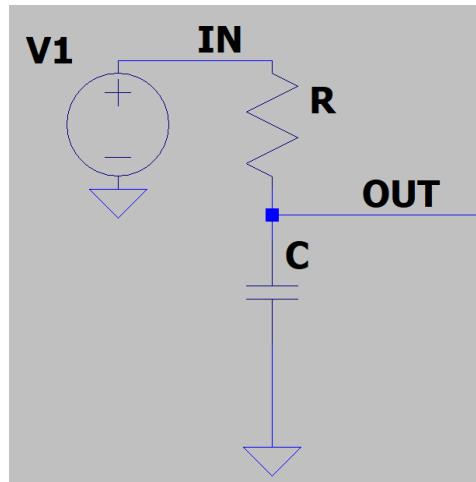


图 1: RC 滤波电路图

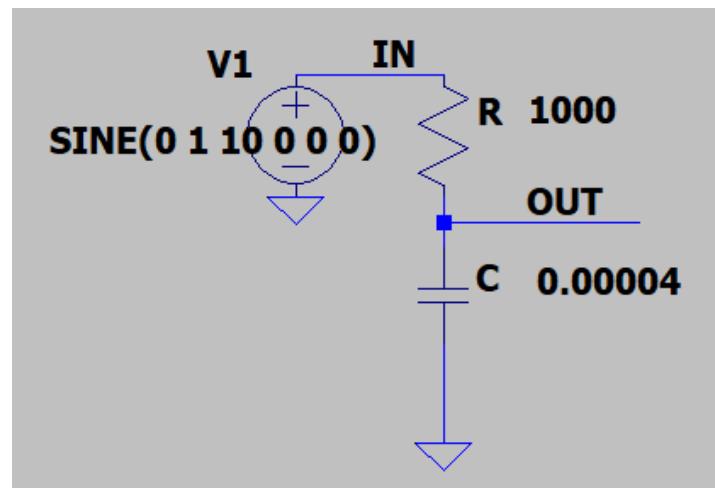


图 2: Ltspice 使用实例

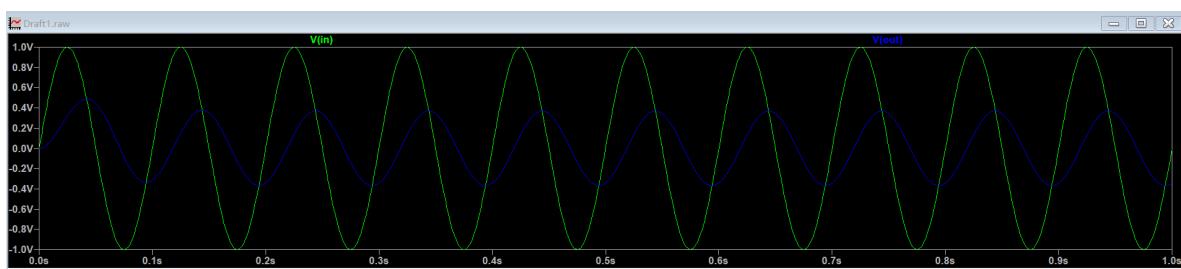


图 3: 检测输入输出电压

Figure 1

RC电路输入输出波形及x-y输入图形

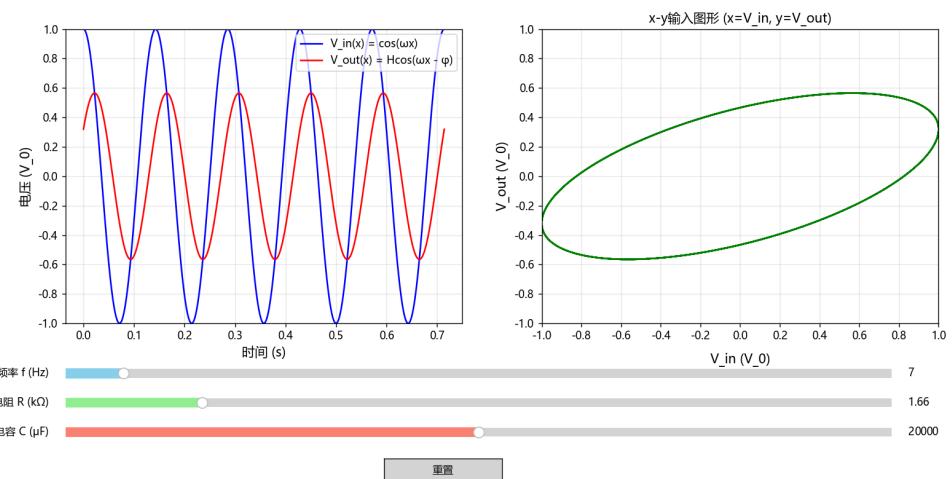


图 4: 应用界面