# Lista 1

Maria Vitória Cruz

Setembro de 2022

## 1 Prova SEM2.2015 - Exercício 1

O indivíduo tem função de utilidade dada por:

$$u(c, l) = c^{\frac{1}{2}} l^{\frac{1}{2}}$$

Temos que $l_0 = 24$ é a dotação de tempo para alocar entre trabalho e lazer e $h = l_0 - l$ são as horas que o indivíduo trabalha. Com salário por hora dado po $w = 10$ e renda do não trabalho dada por $m = 60$, temos:

### 1.1 Questão 1A

A restrição orçamentária é dada por:

$$c \leq hw + m$$

$$c \leq (24 - l) * 10 + 60 \implies c \leq 240 - 10l + 60$$

$$c \leq 300 - 10l$$

### 1.2 Questão 1B

No nível ótimo de lazer e consumo o agente consome o máximo possível, por isso consideramos a restrição orçamentária como $c = 300 - 10l$.

$$\max_{c,l} \ c^{\frac{1}{2}} l^{\frac{1}{2}} \ s.a. c = 300 - 10l$$

$$\max_{l}\ (300-10l)^{\frac{1}{2}}l^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{dU}{dl} = -5(300-10l)^{-\frac{1}{2}}l^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}l^{-\frac{1}{2}}(300-10l)^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{dU}{dl} = \frac{-5\sqrt{l}}{\sqrt{300-10l}} + \frac{\sqrt{(300-10l)}}{2\sqrt{l}}$$

$$\frac{dU}{dl} = \frac{-10l+300-10l}{\sqrt{(300-10l)}2\sqrt{l}}$$

$$\frac{dU}{dl} = \frac{150-10l}{\sqrt{(300-10l)}\sqrt{l}}$$

$$\frac{150-10l}{\sqrt{(300-10l)}\sqrt{l}} = 0$$

$$150-10l = 0$$

$$10l = 150 \implies l^* = 15\ horas$$

$$c = 300-10l \implies c^* = 150$$

## 1.3 Questão 1C

Temos que o salário reserva é dado pela equação abaixo quando não há constrição de horas de trabalho:

$$w^r = \frac{U_c}{U_l}\Big|_{(l_0,m)}$$

$$w^r = \frac{0.5c^{-1/2}l^{1/2}}{0.5c^{1/2}l^{-1/2}}\Big|_{(l_0,m)}$$

$$w^r = \frac{l}{c}\Big|_{(l_0,m)}$$

$$w^r = \frac{l}{hw+m}\Big|_{(l_0,m)}$$

$$w^r = \frac{l}{(l_0-l)w+m}\Big|_{(l_0,m)}$$

$$w^r = \frac{l_0}{m} \implies w^r = \frac{24}{60} = 0.4$$

## 1.4 Questão 1D

O gráfico apresenta uma curva de oferta de trabalho que é convexa e indica que antes do máximo o efeito de aumentar as horas trabalhadas gera um salário maior até o ponto em que a quantidade de horas trabalhadas é maior que a ótima e as pessoas só aceitam trocar o lazer por trabalho quando o salário é maior.

## 1.5 Questão 1E

O prêmio por hora extra deve ser de 7,5 unidades de consumo a hora.

## 1.6 Questão 1F

No cenário de uma mulher com filho em idade de creche com custo da creche $F_c$ a sua restrição de tempo é dada por $h = l_0 - l - b$ sendo b o tempo de cuidado do filho, no caso em que não há custo de creche a mulher cuida de seu filho por b horas e não pode trabalhar durante essas b horas fixas. No caso em que há o custo com creche a restrição orçamentária inclui o custo da creche $F_c$ mas as horas fixas b não são descontadas, portanto, tem-se:

$$\begin{cases} c + F_c = wh + m, \quad se \quad h = l_0 - l \\ c = wh + m, \quad se \quad h = l_0 - l - \bar{b} \end{cases}$$

Ela decidiria a quantidade de horas que iria dedicar ao trabalho baseada nas suas restrições maximizando cada um deles e vendo em qual ela obteria a mior utilidade dados valores de c e l. O fato de dedicar horas de cuidado ao filho diminui o consumo, e o fato de gastar com a creche diminui a proporção da renda que se destina ao consumo. Tudo dependeria de quantas são as horas e custo fixo da creche.

# 2 Prova SEM1.2016 - Exercício 2

## 2.1 Questão 2A

Tem-se uma firma monopsonista que escolhe um salário que maximiza o seu lucro $\pi = (p - w)L$, sendo L a oferta de trabalho agregada e só opera a $p \geq w$.

$$\max_{w,L} \ \pi = (p - w)L \quad s.a. \quad L(w)^s = w^{1/\epsilon}$$

$$\max_{w,L} \pi = (p-w)L \quad s.a. \;\; w = L^{\epsilon}$$

$$\max_{L} \pi = (p-L^{\epsilon})L$$

$$\max_{L} \pi = pL - L^{\epsilon+1}$$

$$\frac{d\pi}{dL} = p - (\epsilon+1)L^{\epsilon}$$

$$L^{\epsilon} = \frac{p}{(\epsilon+1)} \quad \wedge w = L^{\epsilon} \implies w = \frac{p}{(\epsilon+1)}$$

## 2.2 Questão 2B

Quando o salário aumenta o preço deve aumentar igualmente pois a elasticidade da oferta deve ser positiva, se for maior que um a firma não opera. Assim, movimentações no salário não deveriam afetar o lucro, um impacto negativo de aumento do salário no lucro seria rebatido com um aumento de preços.

## 2.3 Questão 2C

Se a oferta de trabalho agregada é dada por $L(w)^s = (w-b)^2$, onde b é o valor do lazer. A função de salário é dada por:

$$L = (w-b)^2 \implies L^{1/2} = w - b \implies w(L,b) = L^{1/2} + b$$

## 2.4 Questão 2D

A firma 1 tem como preço $p_1 = 2b$ e a firma 2 tem como preço $p_2 = 4b$.

Para a firma 1, tem-se:

$$\max_{w,L} \pi = (2b-w)L \quad s.a. \quad w = L^{1/2} + b$$

$$\max_{L} \pi = (b - L^{1/2})L$$

$$\max_{L} \pi = bL - L^{3/2}$$

$$\frac{d\pi}{dL} = b - \frac{3}{2}L^{1/2}$$

$$\frac{3}{2}L^{1/2} = b \implies L^{1/2} = \frac{2b}{3} \quad \wedge L^{1/2} = w - b$$

$$w - b = \frac{2b}{3} \implies w = \frac{2b}{3} + b \implies w_1 = \frac{5b}{3}$$

$$w_1 = \frac{5b}{3} \quad \wedge L_1 = \frac{4b^2}{9}$$

Para a firma 1, tem-se:

$$\max_{w,L} \ \pi = (4b - w)L \quad s.a. \quad w = L^{1/2} + b$$

$$\max_{L} \ \pi = 3bL - L^{3/2}$$

$$\frac{d\pi}{dL} = 3b - \frac{3}{2}L^{1/2}$$

$$\frac{3}{2}L^{1/2} = 3b \implies L^{1/2} = \frac{6b}{3} \implies L^{1/2} = 2b$$

$$L^{1/2} = 2b \implies L_2 = 4b^2$$

$$L^{1/2} = 2b \ \wedge \ L^{1/2} + b = w \implies w_2 = 3b$$

$$w_2 = 3b \quad \wedge L_2 = 4b^2$$

Com um salário mínimo de $\bar{w} = b$, a firma 1 no ponto ótimo para mais que o salário mínimo e a firma 2 tem um salário ótimo maior que o salário mínimo, $w_2 > w_1 > \bar{w}$, para as firmas não há incentivo de diminuir o salário porque com o salário que maximiza o lucro delas é maior que o salátio mínimo, assim diminuir o salário das firmas geraria uma diminuição do lucro.

O lucro da firma 1 quando maximiza-o é dado por:

$$\pi_1^c = (2b - w_1)L_1 \implies \pi_1^c = (2b - \frac{5b}{3})\frac{4b^2}{9}$$

$$\pi_1^c = \frac{1b}{3}\frac{4b^2}{9} \implies \pi_1^c = \frac{4b^3}{18}$$

$$\pi_1^c \approx 0,2b^3$$

$$\pi_1^m = (2b - \bar{w})\bar{L}$$

$$\bar{L} = (\bar{w} - b)^2 \implies \bar{L} = (b - b)^2 \implies \bar{L} = 0$$

$$\pi_1^m = 0$$

O lucro da firma 2 quando maximiza-o é dado por:

$$\pi_2^c = (4b - w_2)L_2 \implies \pi_2^c = (4b - 3b)4b^2$$

$$\pi_2^c = 4b^3$$

E sabemos que o lucro da firma 2 em saláro mínimo será o mesmo que da firma 1:

$$\pi_2^m = 0$$

Portanto, com o salário mínimo de $\bar{w} = b$ ambas firmas continuam a pagar seus salários maximizadores de lucros, se a oferta de trabalho é homogênea, provavelmente a firma 2 retém mais trabalhadores pelo maior salário ofertado.

## 2.5 Questão 2E

Agora o salário mínimo é de $\bar{w} = 2b$, os salários ótimos e lucros devem ser os mesmos para as firmas já que mantiveram os preços.

Os lucros com salário mínimo são dados por:

$$\bar{L} = (\bar{w} - b)^2 \implies \bar{L} = (2b - b)^2 \implies \bar{L} = b^2$$

A firma 1 está disposta a pagar o salário $w_1 = \frac{5b}{3}$ já que $\pi_1^c \approx 0,2b^3 > \bar{L} = b^2$, entretanto, $w_1 < \bar{w}$, portanto a empresa a obrigada a pagar o salário mínimo e fica com lucro de $\bar{L} = b^2$ que é menor do que quando o maximiza, de qualquer forma ela continua operando porque $p_1 = \bar{w}$.

A firma 2 tem salário que maximiza o lucro dado por $w_2 = 3b$ que é maior que o salário mínimo, portanto, continua com seu salário que maximiza o seu lucro, afinal $L_2 = 4b^2 > \bar{L} = b^2$.

## 2.6 Questão 2F

A firma 1 tem um poder de monopsônio menor que a firma 2 afinal ela está mais exposta a ser influenciada por um salário mínimo e perder parte do lucro.

$$\frac{p_1 - w_1}{w_1} = \frac{2b - \frac{5b}{3}}{\frac{5b}{3}}$$

$$\frac{p_1 - w_1}{w_1} = \frac{\frac{b}{3}}{\frac{5b}{3}}$$

$$\frac{p_1 - w_1}{w_1} = \frac{b}{3}\frac{3}{5b} \implies \frac{p_1 - w_1}{w_1} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{p_2 - w_2}{w_2} = \frac{4b - 3b}{3b}$$

$$\frac{p_2 - w_2}{w_2} = \frac{b}{3b}$$

$$\frac{p_2 - w_2}{w_2} = \frac{1}{3}$$

Assim $\frac{p_2-w_2}{w_2} > \frac{p_1-w_1}{w_1}$ mostra que a firma 2 tem mais poder do que a firma 1.

# 3 Prova SEM2.2017 - Exercício 1(a)-(c)

A receita das firmas é dada por $f(L) = \frac{A}{1-\eta}L^{1-\eta}$, onde L é o insumo de trabalho, A é um parâmetro de tecnologia constante e $\eta \in [0, 1)$ é o inverso da elasticidade da demanda de trabalho. Dada uma função de oferta de trabalho $L^s = w^{\frac{1}{\epsilon}}$ com $\epsilon$ como inverso da elasticidade de trabalho.

## 3.1 Questão 3A

O equilíbrio de mercado vem da maximização de bem-estar da economia como um todo. Para o lado da demanda temos que a firma tem como função objetivo o seu lucro:

$$EC = \frac{A}{1-\eta}L^{1-\eta} - wL$$

Para o lado da oferta, o excedente dos trabalhadores é dado por:

$$EP = wL - \frac{L^{\epsilon+1}}{\epsilon+1}$$

Assim para maximizar a utilizade da economia e chegar no equilíbrio em mercado competitivo, sabemos que é equivalente pelo Primeiro Teorema do Bem-Estar, temos que maximizar EC + EP.

$$\max_L \; EC + EP = \frac{A}{1-\eta}L^{1-\eta} - wL + wL - \frac{L^{\epsilon+1}}{\epsilon+1}$$

$$\max_L \; EC + EP = \frac{A}{1-\eta}L^{1-\eta} - \frac{L^{\epsilon+1}}{\epsilon+1}$$

$$\frac{dEC + EP}{dL} = \frac{A(1-\eta)}{1-\eta}L^{-\eta} - (\epsilon+1)\frac{L^{\epsilon}}{\epsilon+1}$$

$$\frac{dEC + EP}{dL} = AL^{-\eta} - L^{\epsilon}$$

$$AL^{-\eta} - L^{\epsilon} = 0$$

$$A = \frac{L^{\epsilon}}{L^{-\eta}}$$

$$A = L^{\epsilon+\eta} \implies L_c = A^{\frac{1}{\epsilon+\eta}}$$

Portanto, temos que o salário é de $w_c = A^{\frac{\epsilon}{\epsilon+\eta}}$.

## 3.2 Questão 3B

Em monopsônio a firma maximiza seu lucro com restrição da oferta de trabalho, mas tem poder suficiente para determinar o salário.

$$\max_{w,L} \; \pi = \frac{A}{1-\eta}L^{1-\eta} - wL \quad s.a. \quad L^s = w^{\frac{1}{\epsilon}}$$

$$\max_{w,L} \; \pi = \frac{A}{1-\eta}L^{1-\eta} - wL \quad s.a. \quad w = L^{\epsilon}$$

$$\max_L \; \pi = \frac{A}{1-\eta}L^{1-\eta} - (L^{\epsilon})L$$

$$\max_{L} \ \pi = \frac{A}{1-\eta}L^{1-\eta} - L^{\epsilon+1}$$

$$\frac{d\pi}{dL} = \frac{A(1-\eta)}{1-\eta}L^{-\eta} - (1+\epsilon)L^{\epsilon}$$

$$AL^{-\eta} - (1+\epsilon)L^{\epsilon} = 0 \implies AL^{-\eta} = (1+\epsilon)L^{\epsilon}$$

$$\frac{L^{\epsilon}}{L^{-\eta}} = \frac{A}{(1+\epsilon)}$$
$$L^{\epsilon+\eta} = \frac{A}{(1+\epsilon)}$$

$$L_m = \frac{A}{(1+\epsilon)}^{\frac{1}{\epsilon+\eta}}$$
$$w_m = \frac{A}{(1+\epsilon)}^{\frac{\epsilon}{\epsilon+\eta}}$$

### 3.3 Questão 3C

Ao introduzir um salário mínimo $\bar{w}$ a depender do seu nível pode influenciar o mercado. Se $\bar{w} \leq w_c$ o mercado competitivo continua o mesmo, se $\bar{w} > w_c$ as firmas vão pagar um salário maior que o que maximiza seus lucros. O mesmo acontece para as firmas em monopsônio. De qualquer forma, em monopsônio, as firmas tendem a perder seus lucros e aumentarem seus salários mais facilmente pois $w_m < w_c$

## 4 Prova SEM1.2018 - Exercício 2

### 4.1 Questão 4A

A curva de demanda por trabalho é dada por $L = 1500 - 2w$ e a curva de oferta é dada por $L = 3w$.

Para o equilíbrio temos que o nível de emprego e salário devem se equilibrar no mercado, portanto:

$$L^d = L^s \implies 1500 - 2w = 3w \implies 5w = 1500 \implies w^c = 300$$

$$w = 300 \implies L^c = 900$$

## 4.2 Questão 4B

O sindicato tem função objetivo $U(w, L) = wL$ e a restrição é dada pela demanda da firma.

$$\max_{w,L} \ wL \quad s.a. \quad L = 1500 - 2w$$

$$\max_{w} \ 1500w - 2w^2$$

$$\frac{dU}{dw} = 1500 - 4w$$

$$1500 = 4w \implies w = 375$$

$$L = 1500 - 2w \quad \wedge \quad w^m = 375 \implies L^m = 750$$

## 4.3 Questão 4C

Temos que em mercado competitivo o salário e nível de emprego são dados por $w^c = 300 \quad \wedge \quad L^c = 900$ enquanto no cenário de sindicato monopolista temos que o salário e o nível de emprego são $w^m = 375 \quad \wedge \quad L^m = 750$. Assim, no mercado competitivo o salário é menor e o nível de emprego é maior, isso indica que quando o sindicato tem poder de barganha os trabalhadores ficam com maior parte do bem-estar dessa sociedade aumentando seu excedente do produtor.

## 4.4 Questão 4D

O desemprego é dado por $u = L^c - L^m \implies u = 900 - 750 \implies u = 150$

## 4.5 Questão 4E

A demanda por trabalho é dada por $L^d = 2100 - 4w$, portanto o novo equilíbrio competitivo é dado por:

$$L^d = L^s \implies 2100 - 4w = 3w \implies 7w = 2100 \implies w^c = 300$$

E temos que $L^c = 900$.

O equilíbrio sindical é dado por:

$$\max_{w,L} \; wL \quad s.a. \quad L^d = 2100 - 4w$$

$$\max_{w} \; 2100w - 4w^2$$

$$\frac{dU}{dw} = 2100 - 8w \implies w^m = 262,5$$

E temos que $L^m = 1050$.

O equilíbrio competitivo é o mesmo que a primeira demanda, entretanto, no cenário de monopólio sindical o salário é menor e a quantidade de trabalho é maior. Parece que um monopólio sindical afeta mais os trabalhadores quando a demanda por trabalho é maior, pois contrata mais pessoas mas há um salário menor.

O desemprego no primeiro cenário é dado por $u_1 = 150$ enquanto no segundo cenário é dado por $u_2 = -150$, pois há um aumento de emprego.

A razão econômica é de que quando a demanda é maior, o preço do trabalho será menor e a quantidade de trabalho, seguindo a definição da curva da demanda.