

Trabajo de Fin de Grado

Introducción a la holografía digital en eje

Autora: María Victoria Gómez Bifante

Supervisada por:

Tutor (1): Genaro Saavedra Tortosa

Tutor (2): Juan Carlos Barreiro Hervás

Tabla de Contenidos

1. Introducción

- Holografía clásica

2. Holografía digital en eje

- Holografía digital
- Verificación de la técnica

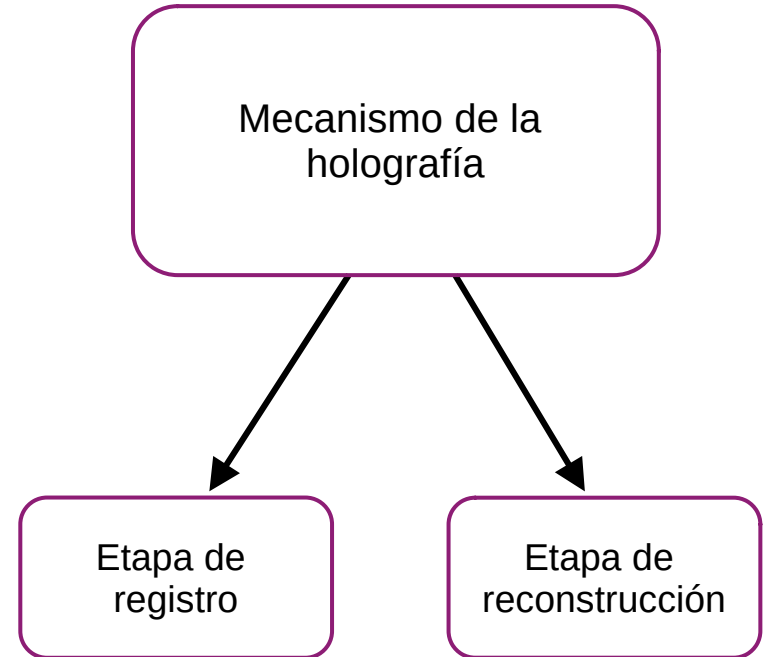
3. Conclusiones / Conclusions

4. Referencias

Holografía clásica

La holografía es una técnica de formación de imágenes 3-D que...

- ❑ Fue ideada por Dennis Gabor en 1948.
- ❑ Mejorada por Emmet Leith y Juris Upatnieks en 1964.
- ❑ Requiere de una fuente de luz láser.
- ❑ Reconstruye la distribución de onda emergente de un objeto a partir de registrar su interferencia con una onda de referencia.



Holografía clásica

Configuración fuera de eje ($\theta \neq 0$): etapa de registro y de reconstrucción

$$U_O(\vec{x}, z) = A_O(\vec{x}, z)e^{ik(x \sin \theta + z \cos \theta)}$$

$$U_R(\vec{x}, z) = e^{ikz}$$

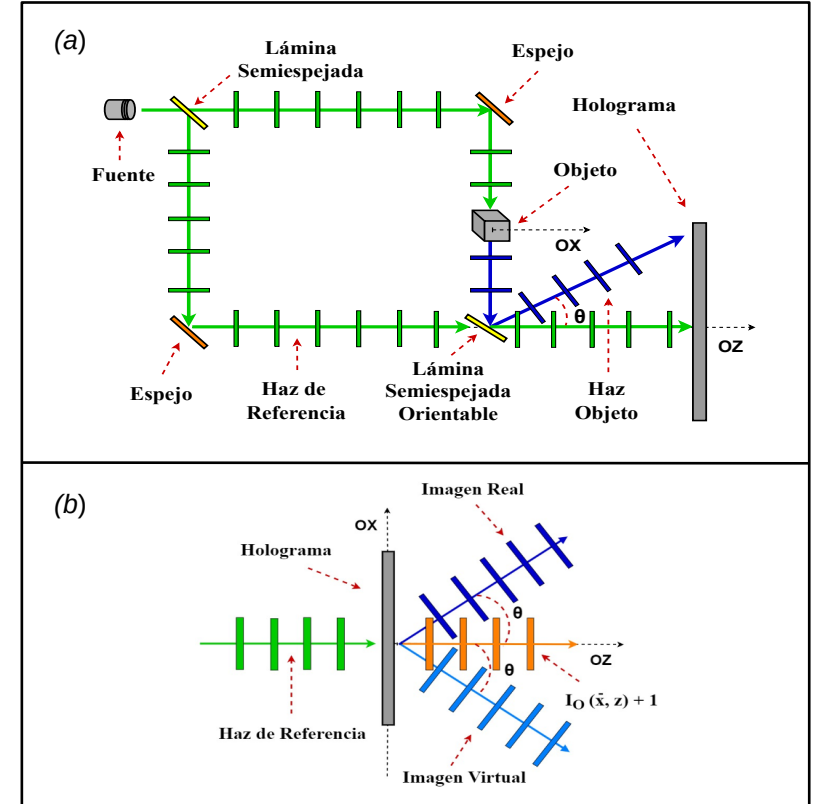
$$\text{holograma ideal: } t(\vec{x}) \sim I(\vec{x}, z)$$

$$I(\vec{x}, z) = |U_O(\vec{x}, z) + U_R(\vec{x}, z)|^2$$

$$t(\vec{x}) \sim |A_O(\vec{x}, z)|^2 + 1 + A_O(\vec{x}, z)e^{ik(x \sin \theta + z \cos \theta)}e^{-ikz} + A_O^*(\vec{x}, z)e^{-ik(x \sin \theta + z \cos \theta)}e^{ikz}$$

$$U(\vec{x}, z) = U_R(\vec{x}, z)t(\vec{x})$$

$$U(\vec{x}, z) = e^{ikz}(|A_O(\vec{x}, z)|^2 + 1) + A_O(\vec{x}, z)e^{ik(x \sin \theta + z \cos \theta)} + A_O^*(\vec{x}, z)e^{-ik(x \sin \theta + z \cos \theta)}e^{2ikz}$$



Esquema 1. Mecanismo de la holografía clásica fuera de eje: (a) etapa de registro; y (b) etapa de reconstrucción.

Holografía clásica

Configuración fuera de eje ($\theta \neq 0$): etapa de registro y de reconstrucción

$$U_O(\vec{x}, z) = A_O(\vec{x}, z)e^{ik(x \sin \theta + z \cos \theta)}$$

$$U_R(\vec{x}, z) = e^{ikz}$$

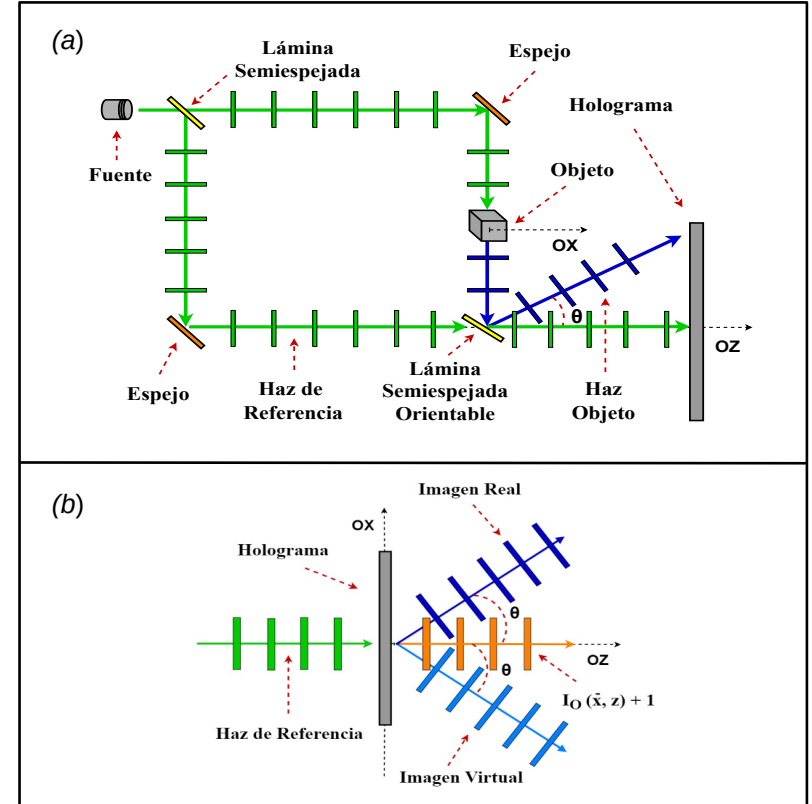
holograma ideal: $t(\vec{x}) \sim I(\vec{x}, z)$

$$I(\vec{x}, z) = |U_O(\vec{x}, z) + U_R(\vec{x}, z)|^2$$

$$t(\vec{x}) \sim |A_O(\vec{x}, z)|^2 + 1 + A_O(\vec{x}, z)e^{ik(x \sin \theta + z \cos \theta)}e^{-ikz} + A_O^*(\vec{x}, z)e^{-ik(x \sin \theta + z \cos \theta)}e^{ikz}$$

$$U(\vec{x}, z) = U_R(\vec{x}, z)t(\vec{x})$$

$$U(\vec{x}, z) = e^{ikz}(|A_O(\vec{x}, z)|^2 + 1) + A_O(\vec{x}, z)e^{ik(x \sin \theta + z \cos \theta)} + A_O^*(\vec{x}, z)e^{-ik(x \sin \theta + z \cos \theta)}e^{2ikz}$$



Esquema 1. Mecanismo de la holografía clásica fuera de eje: (a) etapa de registro; y (b) etapa de reconstrucción.

Holografía clásica

Configuración fuera de eje ($\theta \neq 0$): etapa de registro y de reconstrucción

$$U_O(\vec{x}, z) = A_O(\vec{x}, z)e^{ik(x \sin \theta + z \cos \theta)}$$

$$U_R(\vec{x}, z) = e^{ikz}$$

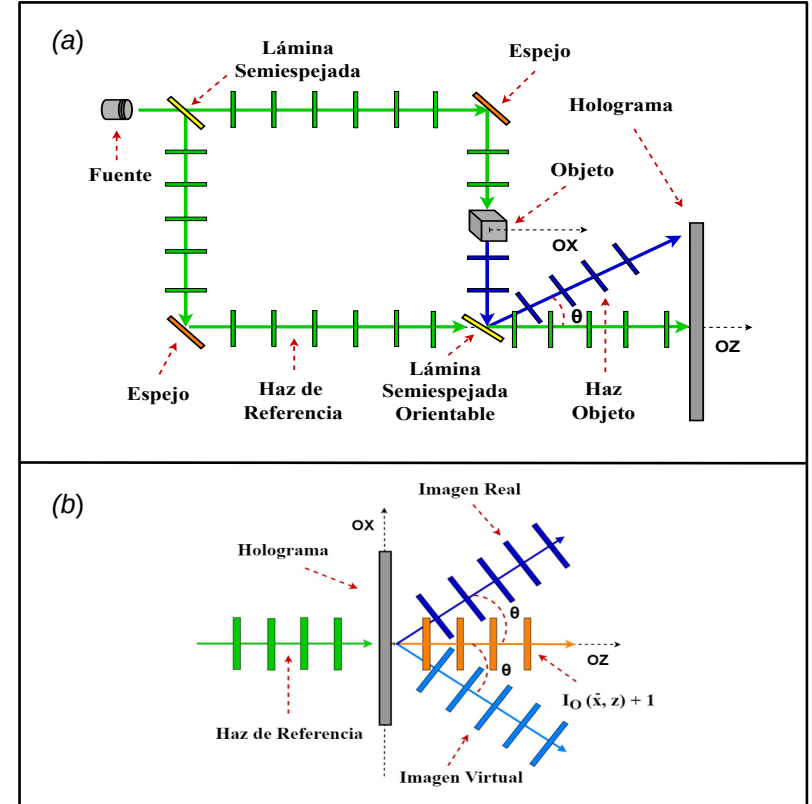
holograma ideal: $t(\vec{x}) \sim I(\vec{x}, z)$

$$I(\vec{x}, z) = |U_O(\vec{x}, z) + U_R(\vec{x}, z)|^2$$

$$t(\vec{x}) \sim |A_O(\vec{x}, z)|^2 + 1 + A_O(\vec{x}, z)e^{ik(x \sin \theta + z \cos \theta)}e^{-ikz} + A_O^*(\vec{x}, z)e^{-ik(x \sin \theta + z \cos \theta)}e^{ikz}$$

$$U(\vec{x}, z) = U_R(\vec{x}, z)t(\vec{x})$$

$$U(\vec{x}, z) = e^{ikz}(|A_O(\vec{x}, z)|^2 + 1) + A_O(\vec{x}, z)e^{ik(x \sin \theta - z \cos \theta)} + A_O^*(\vec{x}, z)e^{-ik(x \sin \theta - z \cos \theta)}e^{2ikz}$$



Esquema 1. Mecanismo de la holografía clásica fuera de eje: (a) etapa de registro; y (b) etapa de reconstrucción.

Holografía clásica

Configuración en eje ($\theta=0$): etapa de registro y de reconstrucción

$$U_O(\vec{x}, z) = A_O(\vec{x}, z)e^{ikx \sin \theta} \sim A_O(\vec{x}, z)$$

$$U_R(\vec{x}, z) = 1$$

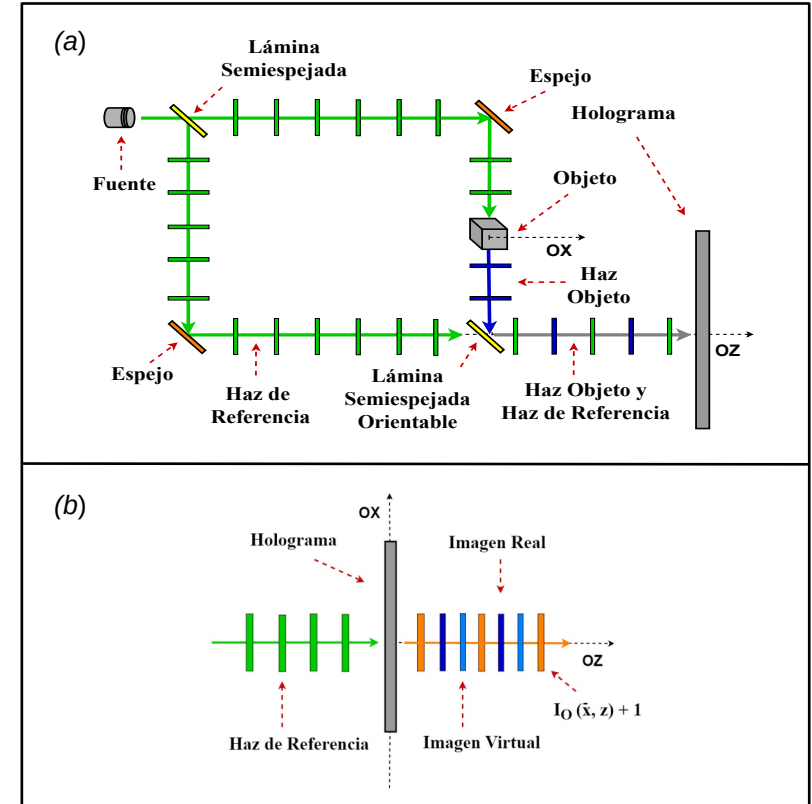
$$\text{holograma ideal: } t(\vec{x}) \sim I(\vec{x}, z)$$

$$I(\vec{x}, z) = |U_O(\vec{x}, z) + U_R(\vec{x}, z)|^2$$

$$t(\vec{x}) \sim |A_O(\vec{x}, z)|^2 + 1 + A_O(\vec{x}, z) + A_O^*(\vec{x}, z)$$

$$U(\vec{x}, z) = U_R(\vec{x}, z)t(\vec{x})$$

$$U(\vec{x}, z) \sim |A_O(\vec{x}, z)|^2 + 1 + A_O(\vec{x}, z) + A_O^*(\vec{x}, z)$$

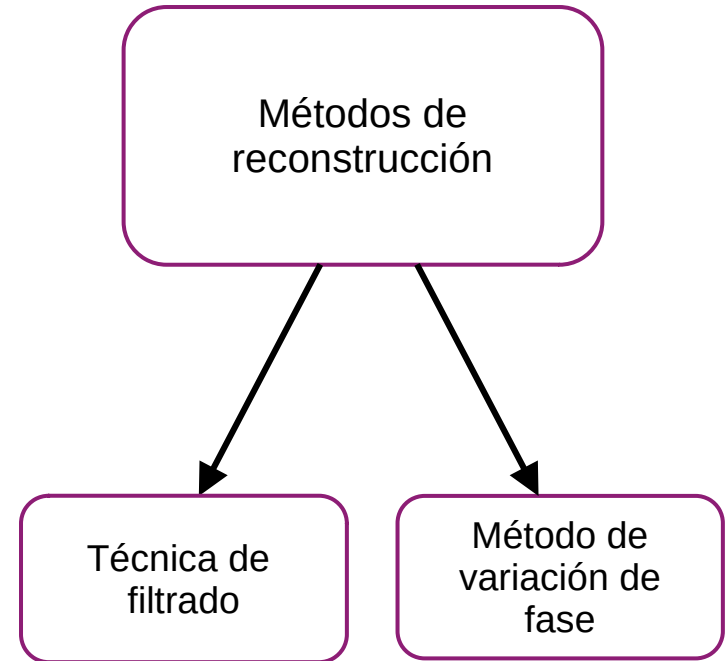


Esquema 2. Mecanismo de la holografía clásica en eje: (a) etapa de registro; y (b) etapa de reconstrucción.

Holografía digital

La holografía digital es una técnica de formación de imágenes 3-D que...

- ❑ Combina el mecanismo de la holografía con el uso de elementos digitales en el proceso.
- ❑ Aplica métodos computacionales para el tratamiento de datos sobre la información registrada de la interferencia.
- ❑ El método de reconstrucción dependerá de si existe o no un solapamiento de información en el dominio de Fourier.
- ❑ Mejora la calidad de la imagen formada del objeto.



Holografía digital

Técnica de filtrado

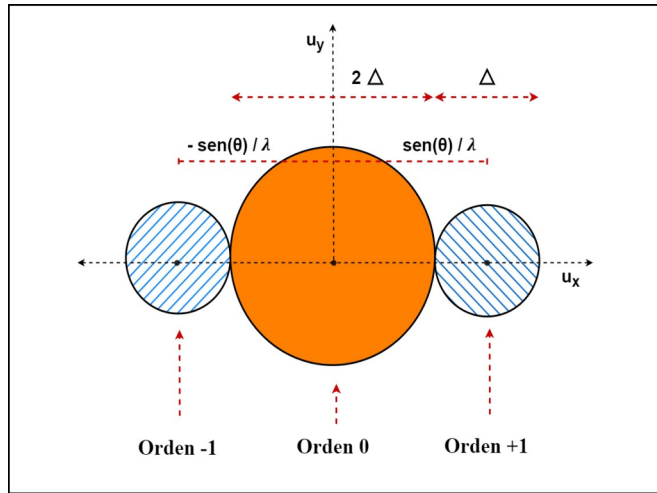
$$I(\vec{x}, z) = |A_O(\vec{x}, z)|^2 + 1 + A_O(\vec{x}, z)e^{ikx \sin \theta} + A_O^*(\vec{x}, z)e^{-ikx \sin \theta}$$

$$\tilde{I}(\vec{u}, z) = \tilde{A}_O(\vec{u}, z) \otimes \tilde{A}_O(\vec{u}, z) + \delta(\vec{u}) + \tilde{A}_O(u_x - \frac{\sin \theta}{\lambda} + u_y, z) + \tilde{A}_O^*(u_x + \frac{\sin \theta}{\lambda}, u_y, z)$$

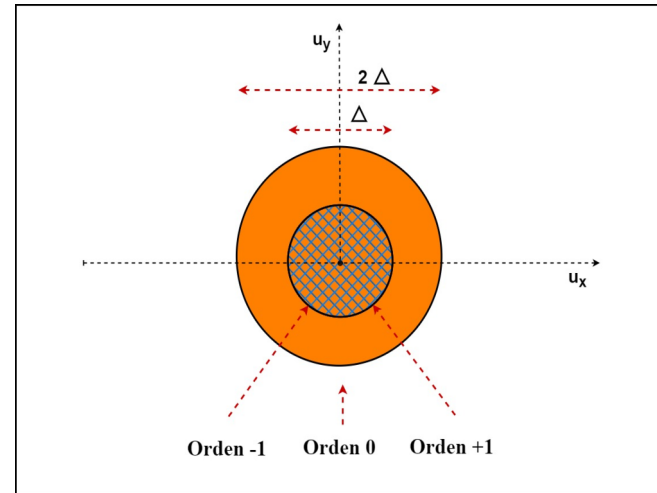
Siempre y cuando **se cumpla**:

$$\frac{3\Delta}{2} \leq \frac{\sin \theta}{\lambda},$$

se filtra el orden deseado, después **se centra** en el sistema y finalmente **se transforma** de nuevo al dominio espacial.



(a)



(b)

Esquema 3. Espectro de Fourier de la intensidad en el plano del holograma cuando: (a) $\frac{3\Delta}{2} \leq \frac{\sin \theta}{\lambda}$; y (b) $\theta \sim 0$.

Holografía digital

Método de variación de fase

$$I_p(\vec{x}, z) = | U_O(\vec{x}, z) + U_R(\vec{x}, z)e^{i\phi_p} |^2 \text{ siendo } p \text{ el número de la captura}$$

$$DC(\vec{x}, z) = | A_O(\vec{x}, z) |^2 + 1$$

$$I_1(\vec{x}, z) = DC(\vec{x}, z) + e^{-i\phi_1} A_O(\vec{x}, z)e^{ikx \sin \theta} + e^{i\phi_1} A_O^*(\vec{x}, z)e^{-ikx \sin \theta}$$

$$I_2(\vec{x}, z) = DC(\vec{x}, z) + e^{-i\phi_2} A_O(\vec{x}, z)e^{ikx \sin \theta} + e^{i\phi_2} A_O^*(\vec{x}, z)e^{-ikx \sin \theta}$$

$$I_3(\vec{x}, z) = DC(\vec{x}, z) + e^{-i\phi_3} A_O(\vec{x}, z)e^{ikx \sin \theta} + e^{i\phi_3} A_O^*(\vec{x}, z)e^{-ikx \sin \theta}$$

Se hacen un mínimo de tres registros de una misma interferencia variando la fase del haz de referencia en cada uno.

$$D = \begin{vmatrix} 1 & e^{-i\phi_1} & e^{i\phi_1} \\ 1 & e^{-i\phi_2} & e^{i\phi_2} \\ 1 & e^{-i\phi_3} & e^{i\phi_3} \end{vmatrix} \neq 0$$

$$\phi_1 = 0, \phi_2 = \frac{\pi}{2} \text{ y } \phi_3 = \pi$$

$$\theta \sim 0$$

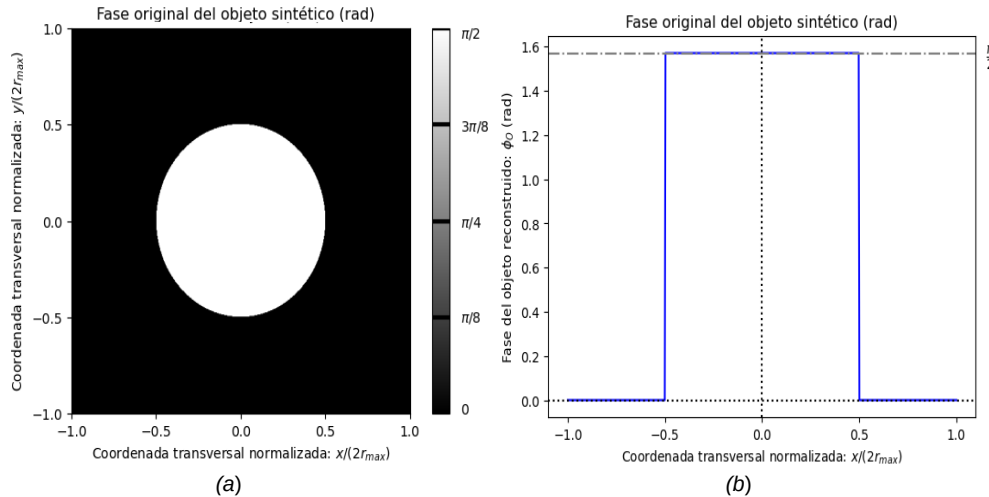
$$A_O(\vec{x}, z)e^{ikx \sin \theta} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & I_1(\vec{x}, z) & e^{i\phi_1} \\ 1 & I_2(\vec{x}, z) & e^{i\phi_2} \\ 1 & I_3(\vec{x}, z) & e^{i\phi_3} \end{vmatrix}}{D}$$

$$A_O(\vec{x}, z) = \frac{(1+i)I_1(\vec{x}, z) - 2I_2(\vec{x}, z) + (1-i)I_3(\vec{x}, z)}{4i}$$

Verificación de la técnica

Caso 1. El plano del holograma se encuentra sobre el plano del propio objeto en $z = 0$.

Objeto 1



Objeto 2

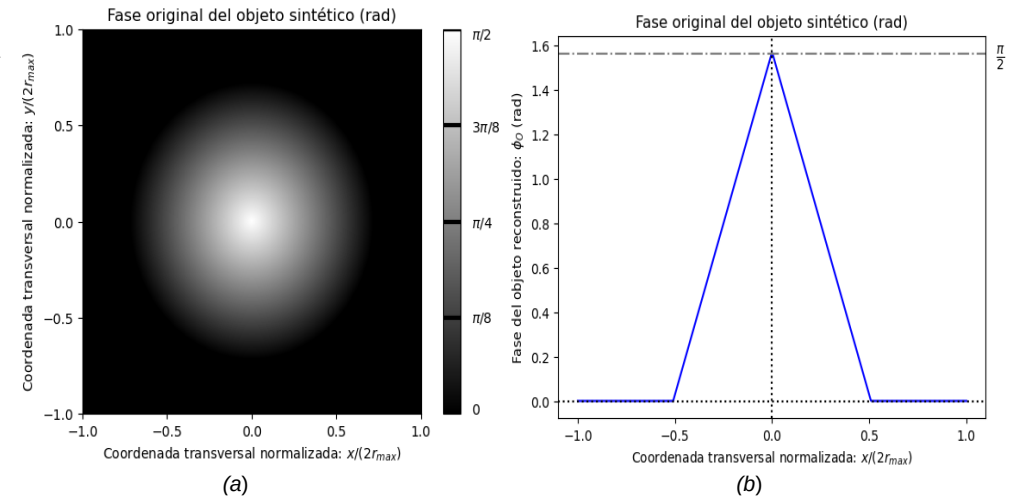


Figura 1. (a) Disco de fase constante (rad) con $r_{max} = 0,5$ de salto de fase $\pi/2$ sobre un fondo uniforme 0 en el plano del objeto ($z=0$); y (b) perfil de la fase del objeto original para $y=0$.

Figura 2. (a) Variación lineal de un disco de fase (rad) de $r_{max} = 0,5$ desde el centro de fase $\pi/2$ hasta la fase 0 en el plano del objeto ($z=0$); y (b) perfil de la fase del objeto original para $y=0$.

Verificación de la técnica

Objeto 1

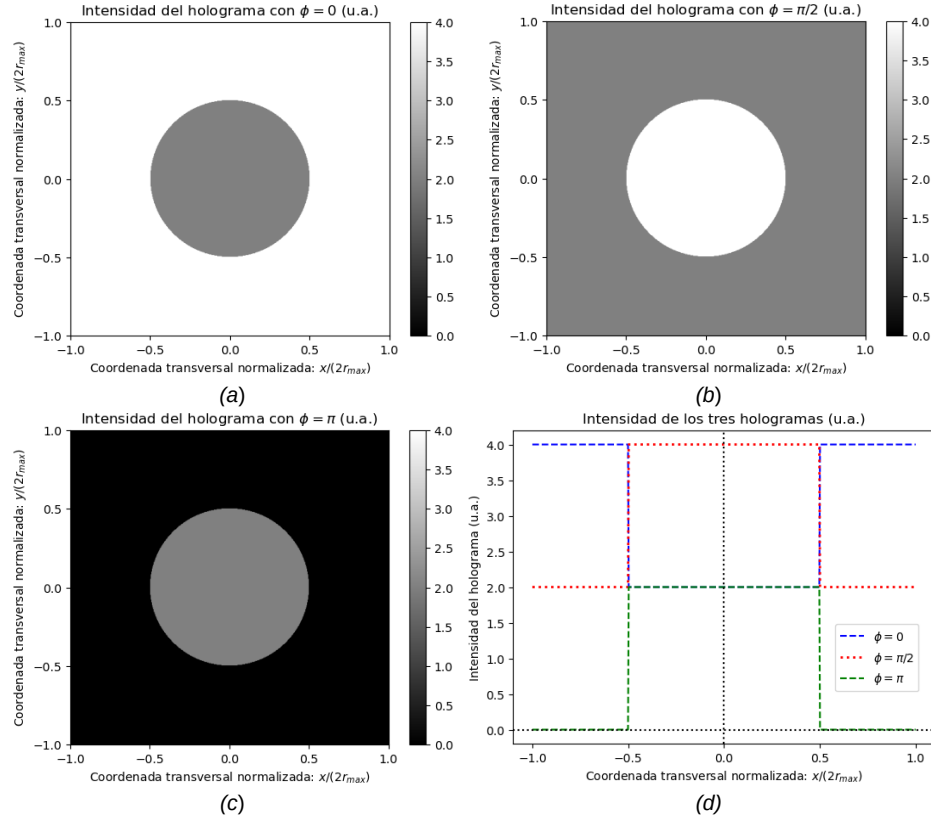


Figura 3. Intensidad del holograma en $z=0$ resultante de la interferencia en eje entre el haz objeto 1 con el haz de referencia modulado: (a) con $\phi_1=0$; (b) con $\phi_2=\pi/2$; (c) con $\phi_3=\pi$; y (d) perfil de los tres hologramas para $y=0$.

Objeto 2

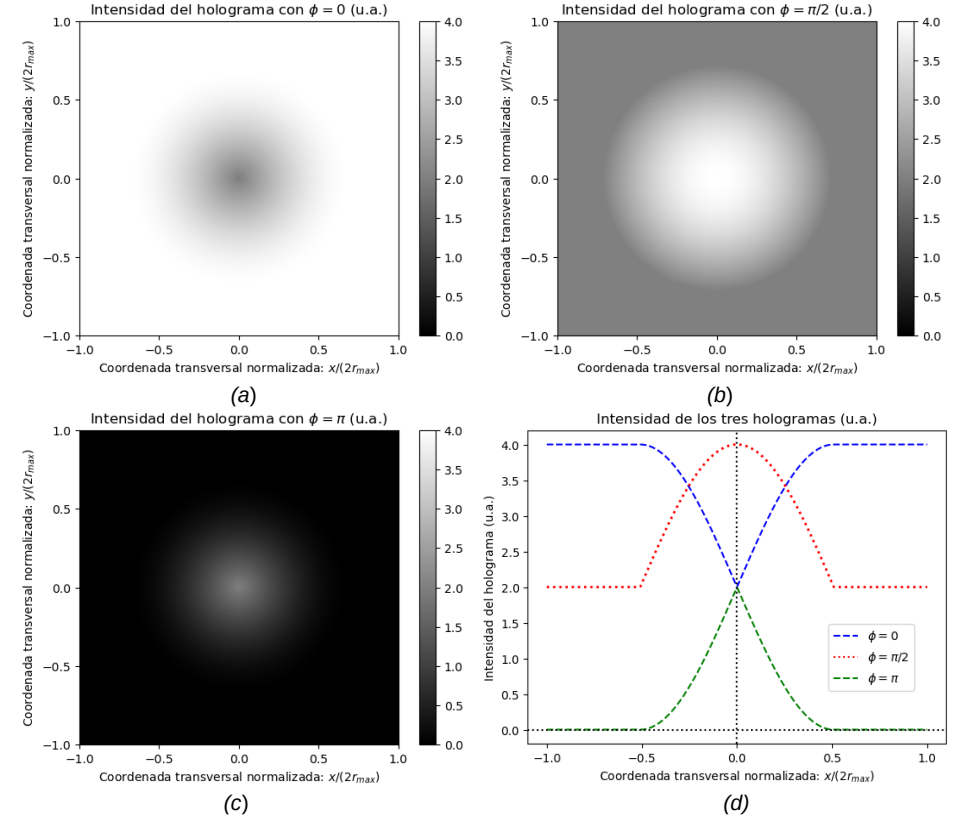


Figura 4. Intensidad del holograma en $z=0$ resultante de una interferencia en eje entre el haz objeto 2 con el haz de referencia modulado: (a) con $\phi_1=0$; (b) con $\phi_2=\pi/2$; (c) con $\phi_3=\pi$; y (d) perfil de los tres hologramas para $y=0$.

Verificación de la técnica

Objeto 1

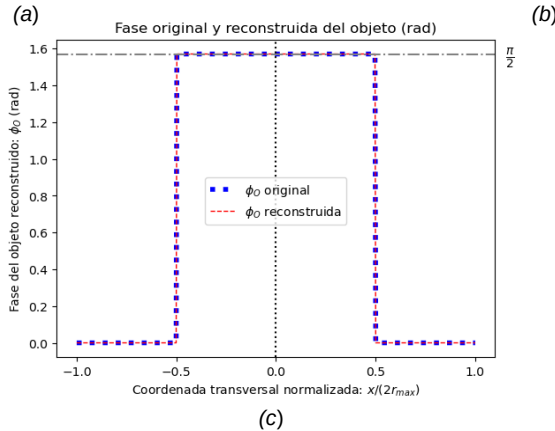
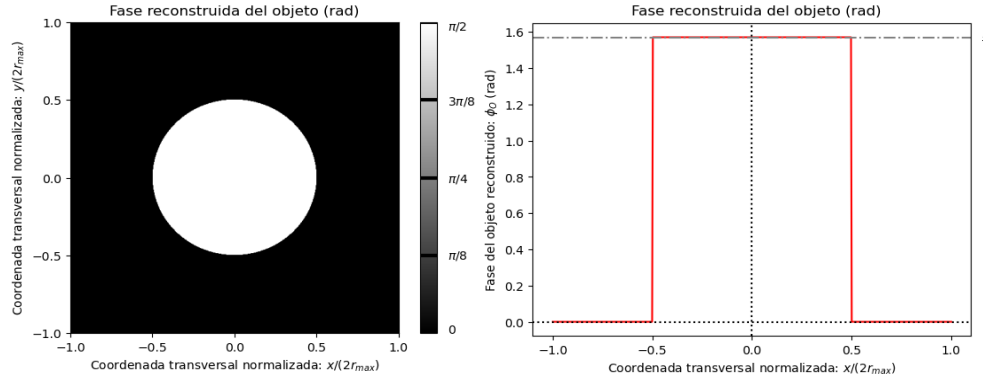


Figura 5. (a) Reconstrucción de la fase (rad) en el plano del objeto ($z=0$); (b) perfil de la fase reconstruida para $y=0$; (c) perfiles de la fase reconstruida y de la original para $y=0$.

Objeto 2

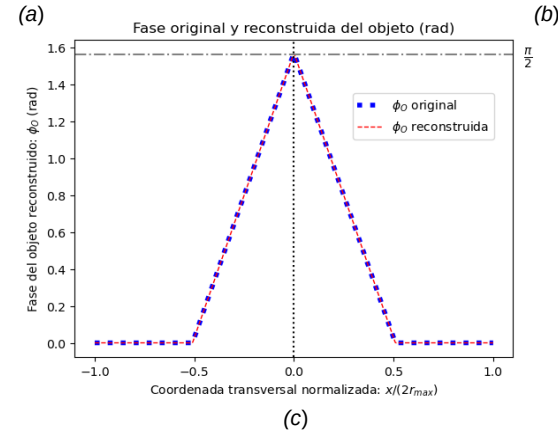
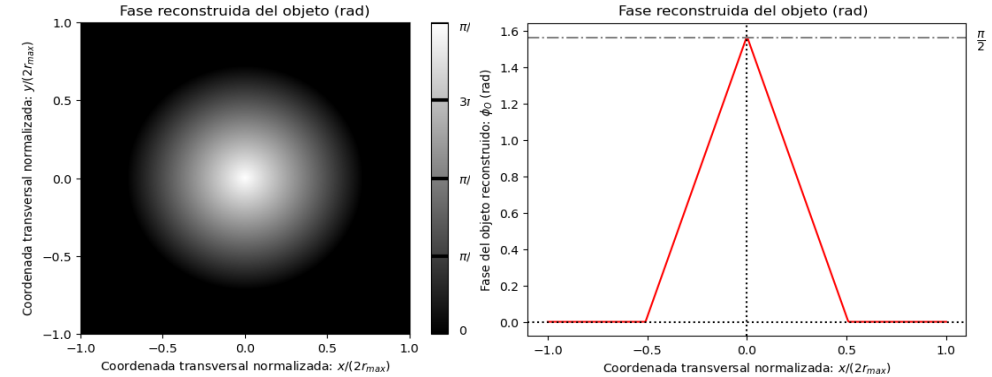
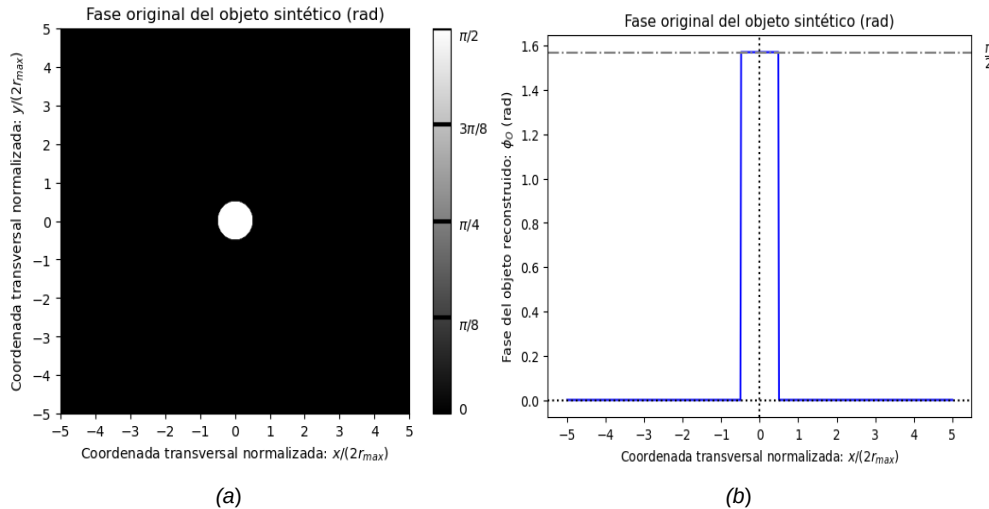


Figura 6. (a) Reconstrucción de la fase (rad) en el plano del objeto ($z=0$); (b) perfil de la fase reconstruida para $y=0$; (c) perfiles de la fase reconstruida y de la original para $y=0$.

Verificación de la técnica

Caso 2. El plano del holograma se encuentra a $z = 500$ mm del plano del plano objeto.

Objeto 1



Objeto 2

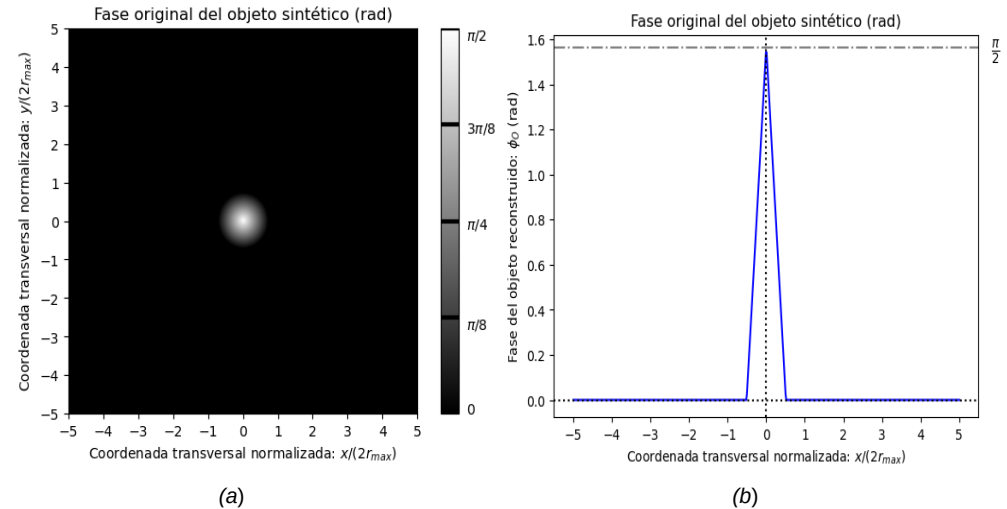


Figura 7. (a) Disco de fase constante (rad) con $r_{max} = 0,5$ de salto de fase $\pi/2$ sobre un fondo uniforme 0 en el plano del objeto ($z=0$); y (b) perfil de la fase del objeto original para $y=0$.

Figura 8. (a) Variación lineal de un disco de fase (rad) de $r_{max} = 0,5$ desde el centro de fase $\pi/2$ hasta la fase 0 en el plano del objeto ($z=0$); y (b) perfil de la fase del objeto original para $y=0$.

Verificación de la técnica

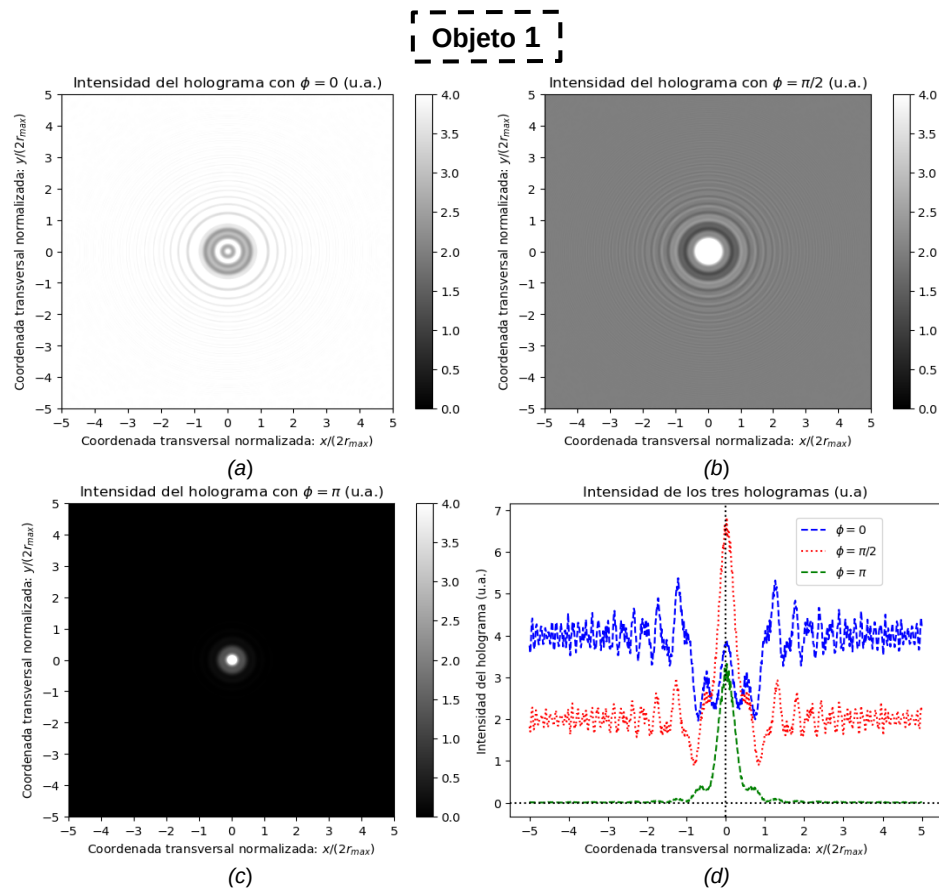


Figura 9. Intensidad del holograma en $z = 500$ mm resultante de la interferencia en eje entre el haz objeto 1 con el haz de referencia modulado: (a) con $\phi_1 = 0$; (b) con $\phi_2 = \pi/2$; (c) con $\phi_3 = \pi$; y (d) perfil de los tres hologramas para $y = 0$.

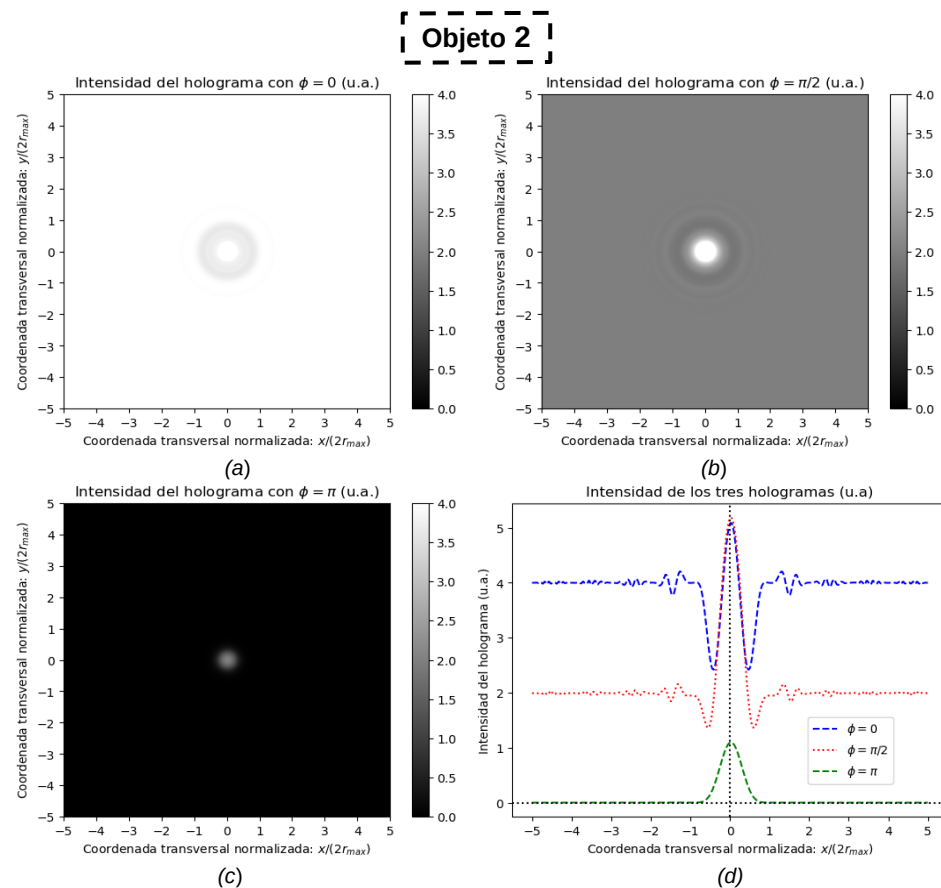


Figura 10. Intensidad del holograma en $z = 500$ mm resultante de una interferencia en eje entre el haz objeto 2 con el haz de referencia modulado: (a) con $\phi_1 = 0$; (b) con $\phi_2 = \pi/2$; (c) con $\phi_3 = \pi$; y (d) perfil de los tres hologramas para $y = 0$.

Verificación de la técnica

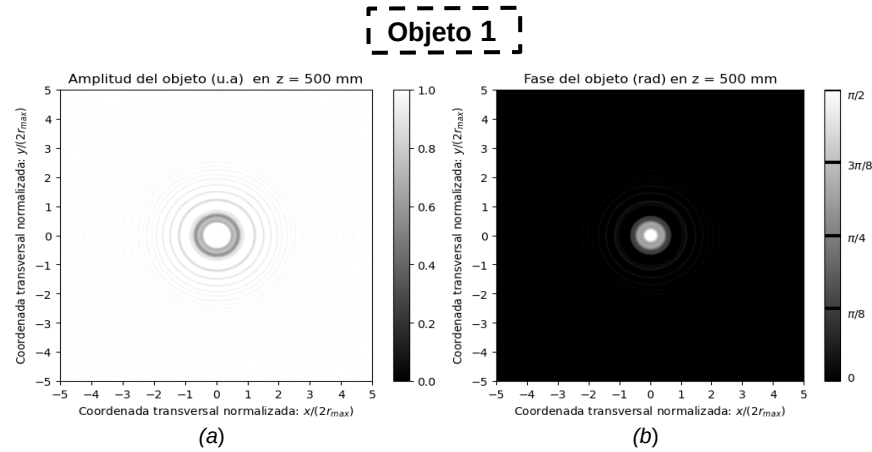


Figura 11. La reconstrucción en $z = 500$ mm de: (a) la amplitud y; (b) la fase del objeto 1.

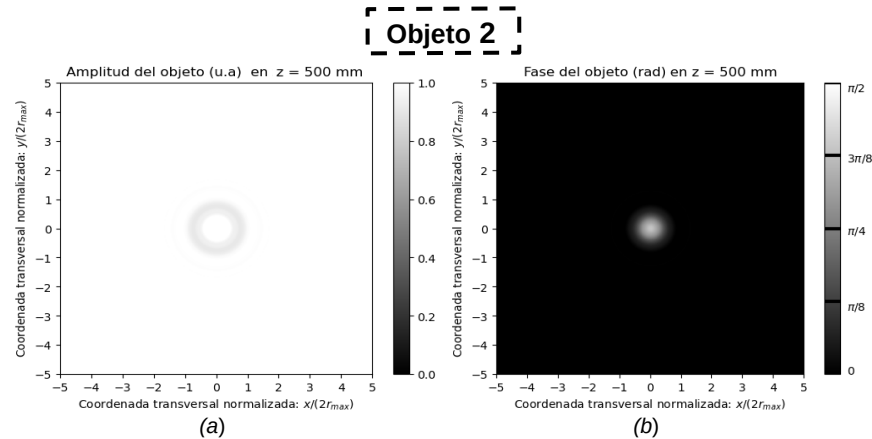
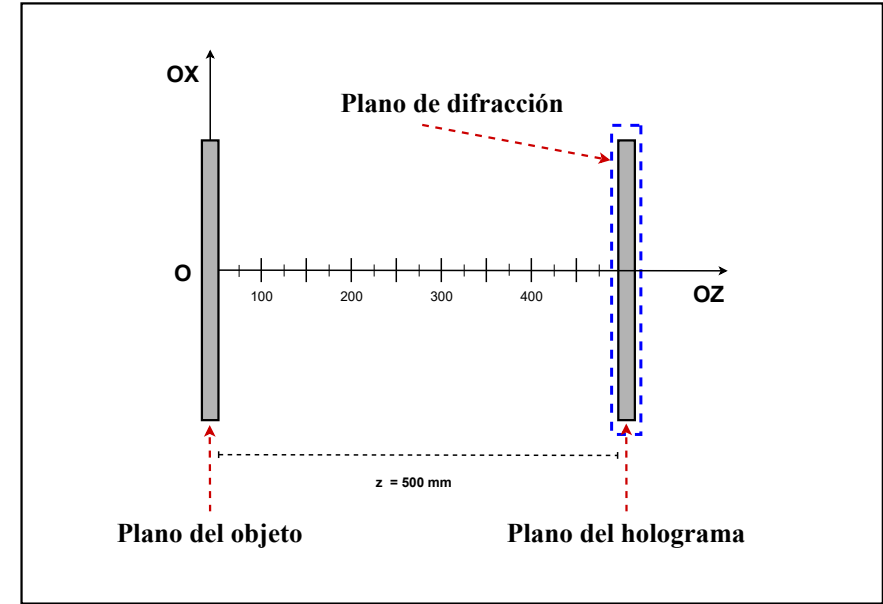


Figura 12. La reconstrucción en $z = 500$ mm de: (a) la amplitud y; (b) la fase del objeto 2.



Esquema 4. Reenfoque digital de la distribución de amplitud compleja reconstruida del objeto cuando el plano de difracción se encuentra a $z = 500$ mm del plano objeto.

Verificación de la técnica

Objeto 1

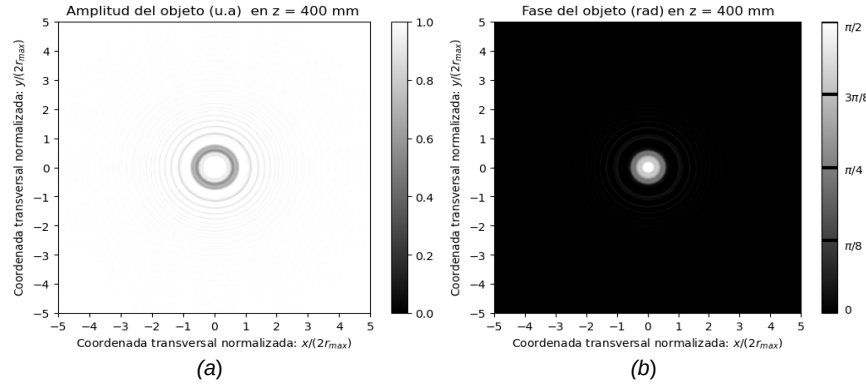


Figura 13. La reconstrucción en $z = 400$ mm de: (a) la amplitud y; (b) la fase del objeto 1.

Objeto 2

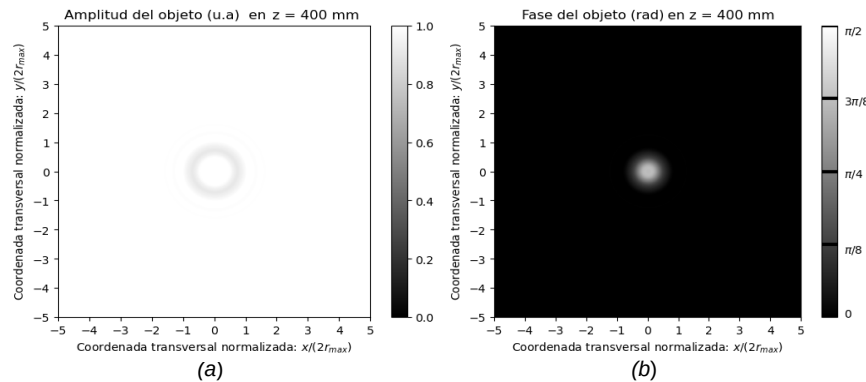
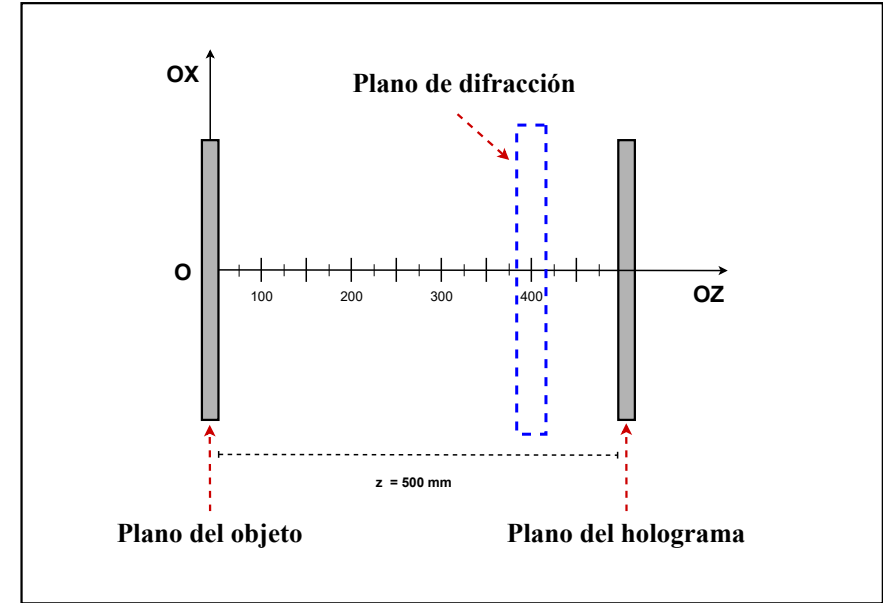


Figura 14. La reconstrucción en $z = 400$ mm de: (a) la amplitud y; (b) la fase del objeto 2.



Esquema 5. Reenfoque digital de la distribución de amplitud compleja reconstruida del objeto cuando el plano de difracción se encuentra a $z = 400$ mm del plano objeto.

Verificación de la técnica

Objeto 1

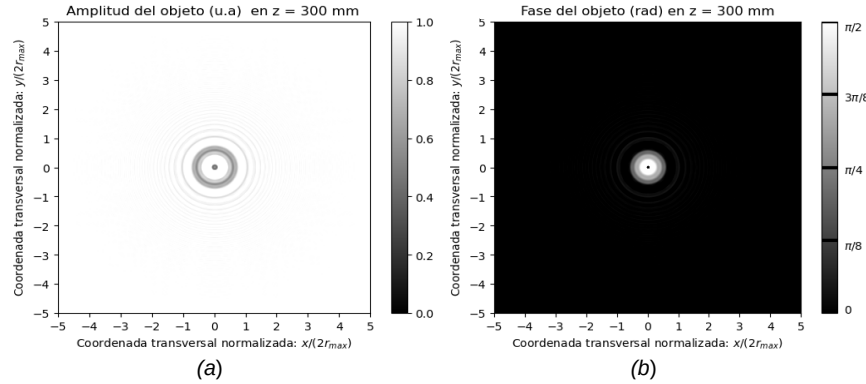


Figura 15. La reconstrucción en $z = 300$ mm de: (a) la amplitud y; (b) la fase del objeto 1.

Objeto 2

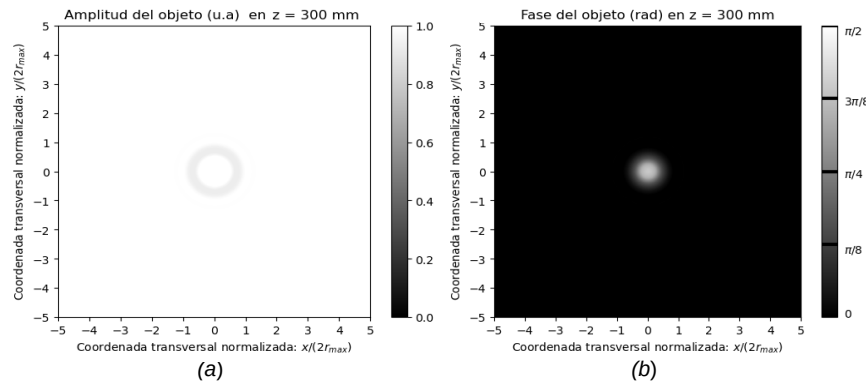
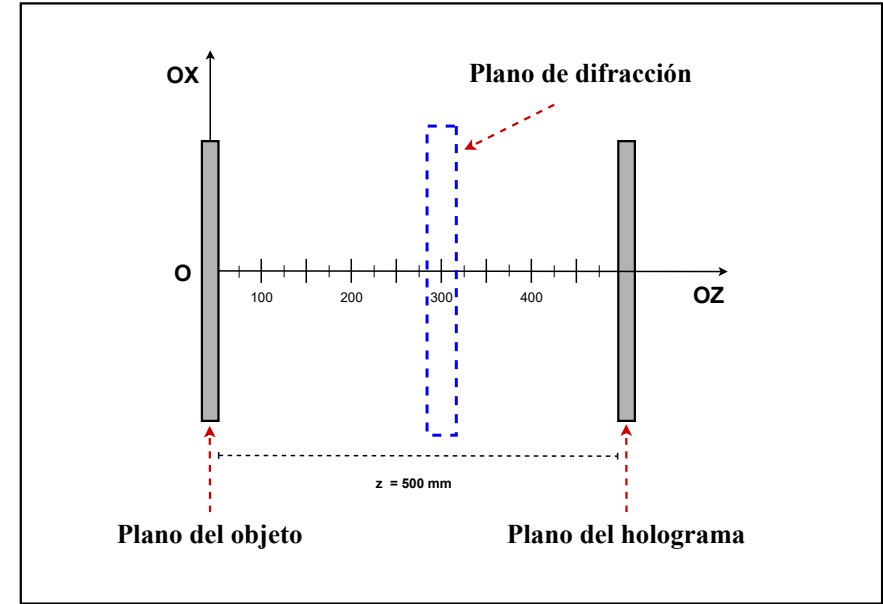


Figura 16. La reconstrucción en $z = 300$ mm de: (a) la amplitud y; (b) la fase del objeto 2.



Esquema 6. Reenfoque digital de la distribución de amplitud compleja reconstruida del objeto cuando el plano de difracción se encuentra a $z = 300$ mm del plano objeto.

Verificación de la técnica

Objeto 1

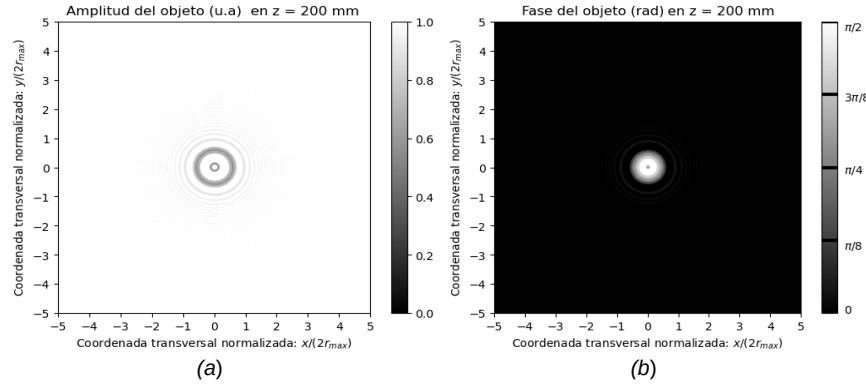


Figura 17. La reconstrucción en $z = 200$ mm de: (a) la amplitud y; (b) la fase del objeto 1.

Objeto 2

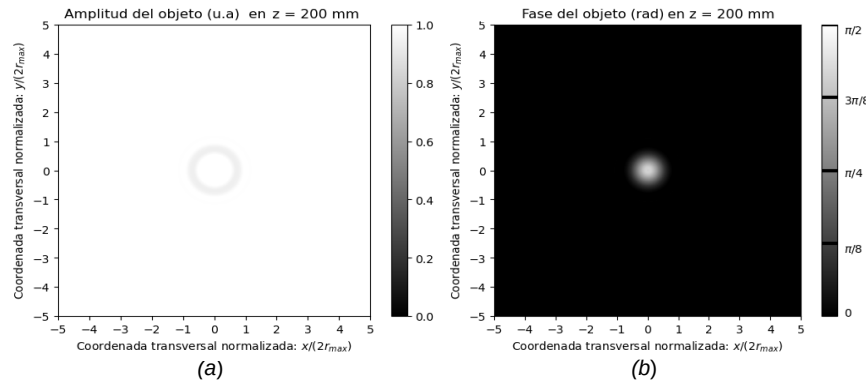
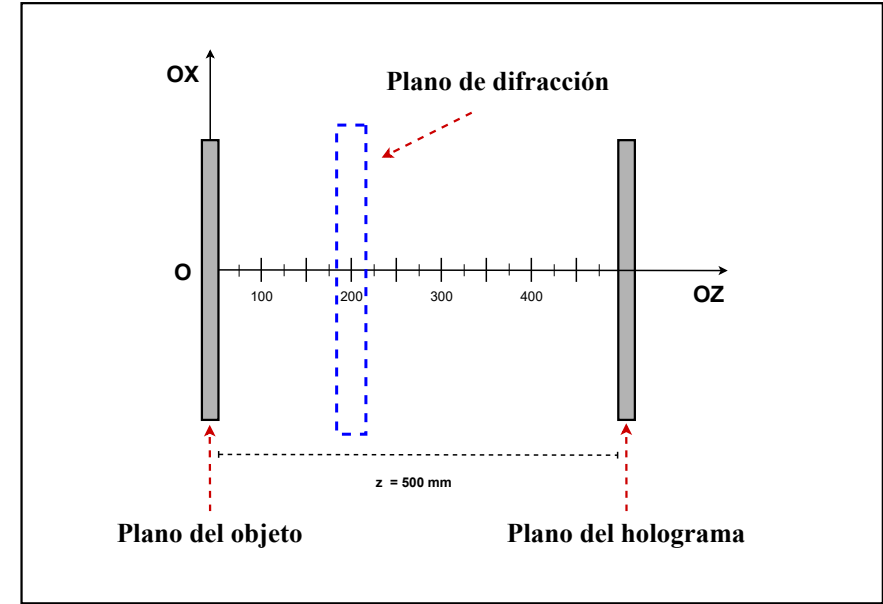


Figura 18. La reconstrucción en $z = 200$ mm de: (a) la amplitud y; (b) la fase del objeto 2.



Esquema 7. Reenfoque digital de la distribución de amplitud compleja reconstruida del objeto cuando el plano de difracción se encuentra a $z = 200$ mm del plano objeto.

Verificación de la técnica

Objeto 1

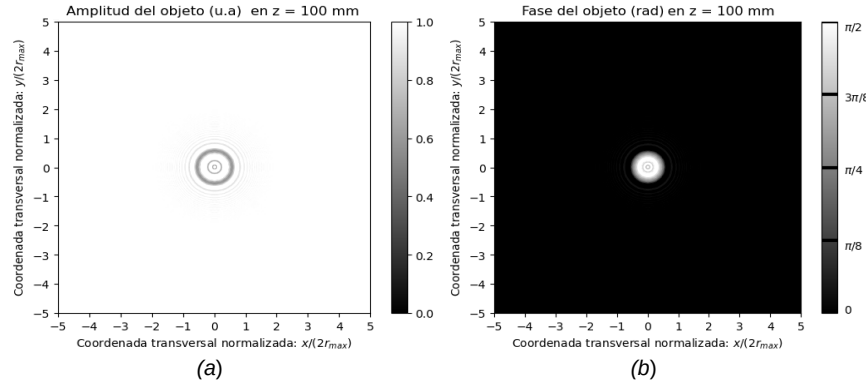


Figura 19. La reconstrucción en $z = 100$ mm de: (a) la amplitud y; (b) la fase del objeto 1.

Objeto 2

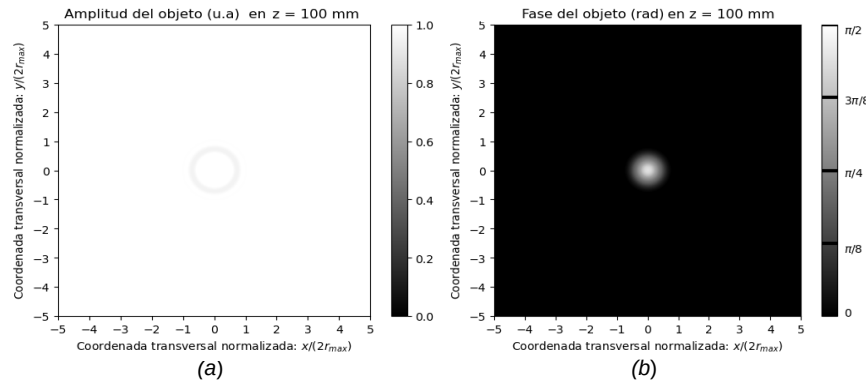
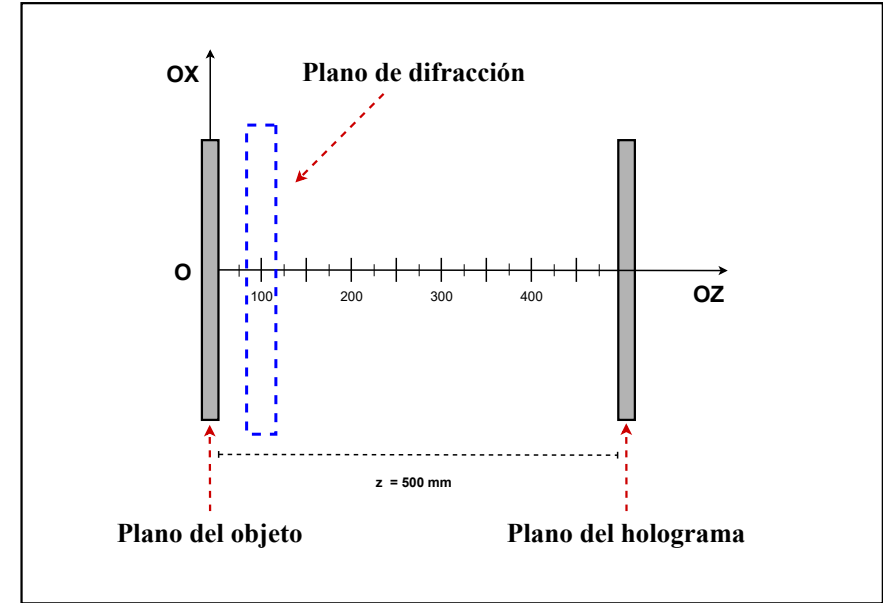


Figura 20. La reconstrucción en $z = 100$ mm de: (a) la amplitud y; (b) la fase del objeto 2.



Esquema 8. Reenfoque digital de la distribución de amplitud compleja reconstruida del objeto cuando el plano de difracción se encuentra a $z = 100$ mm del plano objeto.

Verificación de la técnica

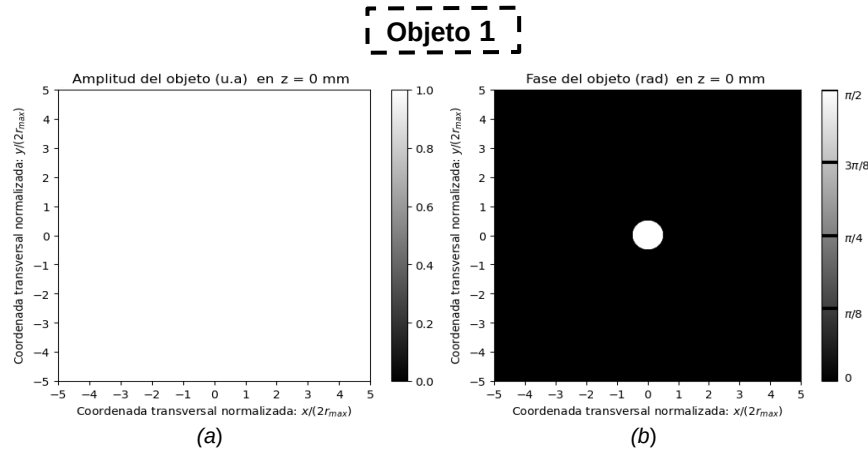


Figura 21. La reconstrucción en $z = 0$ mm de: (a) la amplitud y ; (b) la fase del objeto 1.

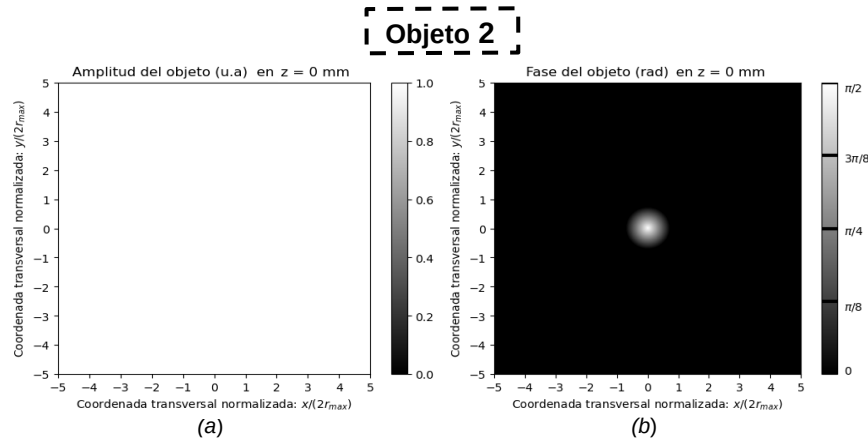
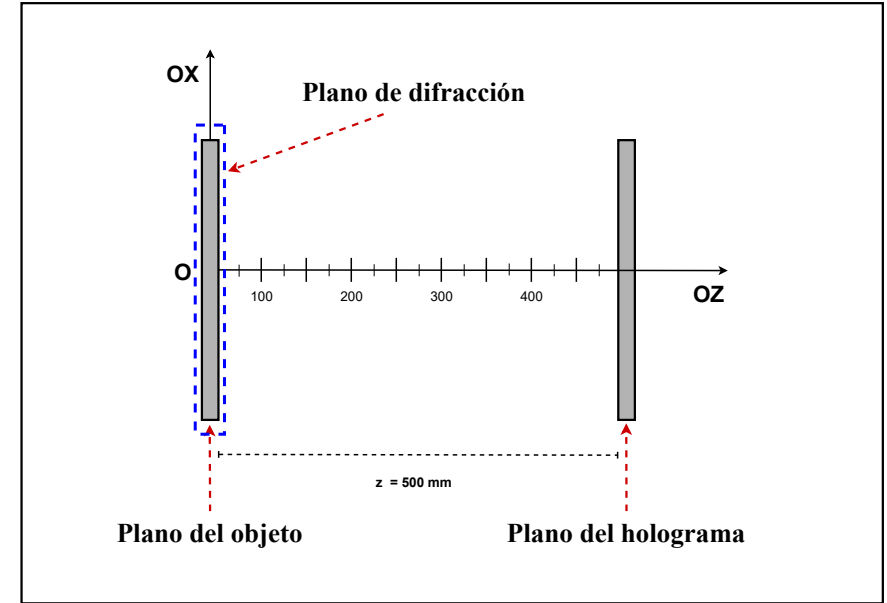


Figura 22. La reconstrucción en $z = 0$ mm de: (a) la amplitud y ; (b) la fase del objeto 2.



Esquema 9. Reenfoque digital de la distribución de amplitud compleja reconstruida del objeto cuando el plano de difracción se encuentra a $z = 0$ mm del plano objeto.

Verificación de la técnica

Objeto 1

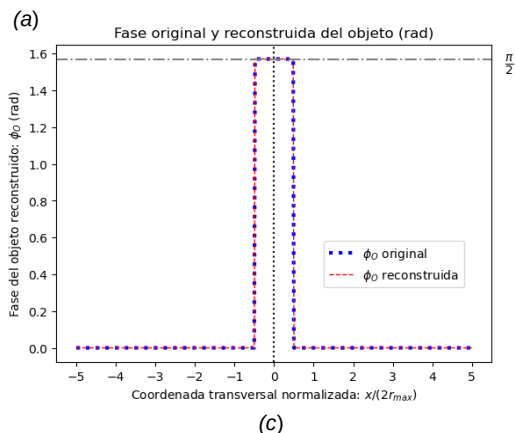
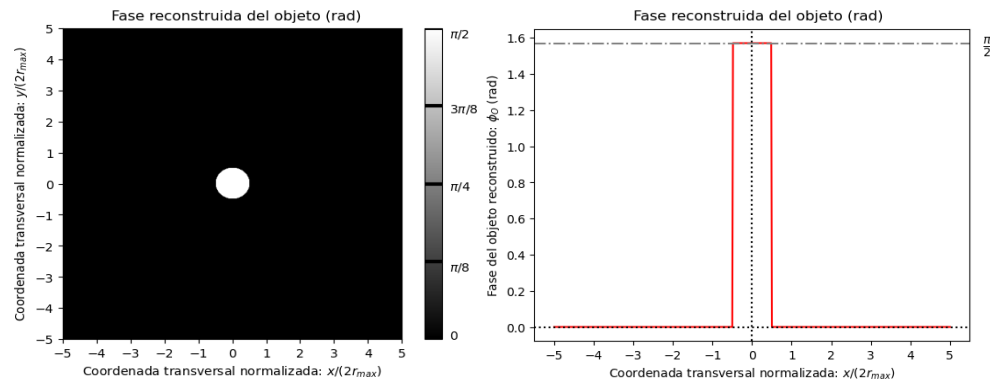


Figura 23. (a) Reconstrucción de la fase (rad) en el plano del objeto ($z=0$); (b) perfil de la fase reconstruida para $y=0$; (c) perfiles de la fase reconstruida y de la original para $y=0$.

Objeto 2

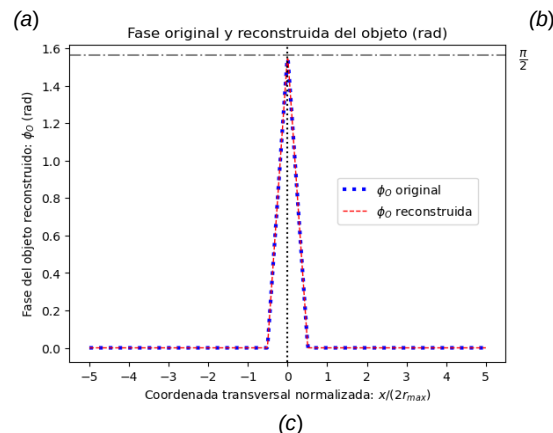
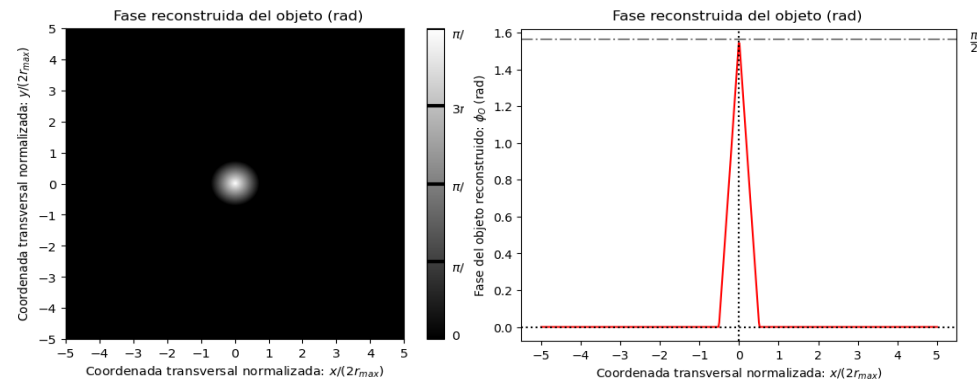


Figura 24. (a) Reconstrucción de la fase (rad) en el plano del objeto ($z=0$); (b) perfil de la fase reconstruida para $y=0$; (c) perfiles de la fase reconstruida y de la original para $y=0$.

Conclusiones / Conclusions

This bachelor's project...

- ❑ Has provided to extend the concept of holography.
- ❑ Has exposed the limitations of classical on-axis holography.
- ❑ Has presented the phase shifting method of digital on-axis holography.
- ❑ The validity of the phase shifting method has verified.

Referencias

Representaciones gráficas

- ❑ Esquemas (1)-(9) creados por María Victoria Gomez Bifante a través de la plataforma *Draw.io*.
- ❑ Figuras (1)-(24) creadas por María Victoria Gomez Bifante con *Python 3.0* a través de la plataforma *Jupyter Notebook* en:
https://www.dropbox.com/scl/fi/qebluati69dwhu9gtnz4t/Figures_codeTFG.pdf?rlkey=9jxaq06j363xu5i3n9be4xdjl&dl=0.

Libros y artículos

- ❑ D.Gabor. Holography, 1948-1971. *Proceedings of the IEEE*, 60(6): 655-668, 1972.
- ❑ E.N.Leith and J.Upatnieks. Wavefront reconstruction with continuous-tone objects. *Journal of the Optical Society of America*, 53(12):1377-1381, 1964.
- ❑ T.C.Poon and J.P.Liu. *Introduction to Modern Digital Holography: with MATLAB*. Cambridge University Press, 2014.
- ❑ Y.Awatsuji, A.Fujii, T.Kubota, and O.Matoba. Parallel three-step phase-shifting digital holography. *Applied Optics*, 45(13): 2995-3002, 2006

Gracias por vuestra atención
