Pontificia Universidad
JAVERIANA
Bogotá

Estudiantes
Miguel Angel Avila Santos
Juan Andres Martinez Amado
Jorge Luis Esposito Albornoz
Juan Sebastian Herrera Guaitero

Asignatura
Análisis numérico

Profesora
Eddy Herrera Daza

Taller Interpolación

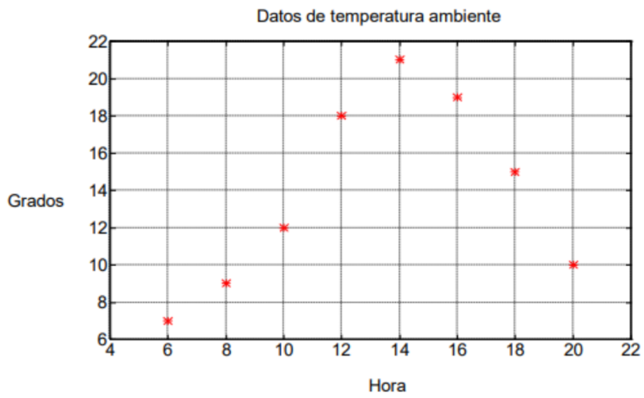
18 de Octubre de 2021

Punto 3:

Determinar la temperatura cada media hora entre las [6 a 20]

Supóngase que se ha medido la temperatura del ambiente a distintas horas en una misma zona
Los siguientes datos son los datos de un día

Hora	6	8	10	12	14	16	18	20
Grados	7	9	12	18	21	19	15	10



Con el fin de dar una aproximación de la temperatura se realizaron cuatro ajustes de curva, utilizando la función polyfit, descrita en el código, e insertando en esta como parámetros las coordenadas de los puntos conocidos y el grado del polinomio que se quiere obtener, dando como resultado:

Polinomio lineal

$y = 0.4464285714285716\,x + 6.056547619047618$

Polinomio cuadrático

$y = -0.21577380952380962\,x^2 + 6.056547619047618\,x - 23.863095238095184$

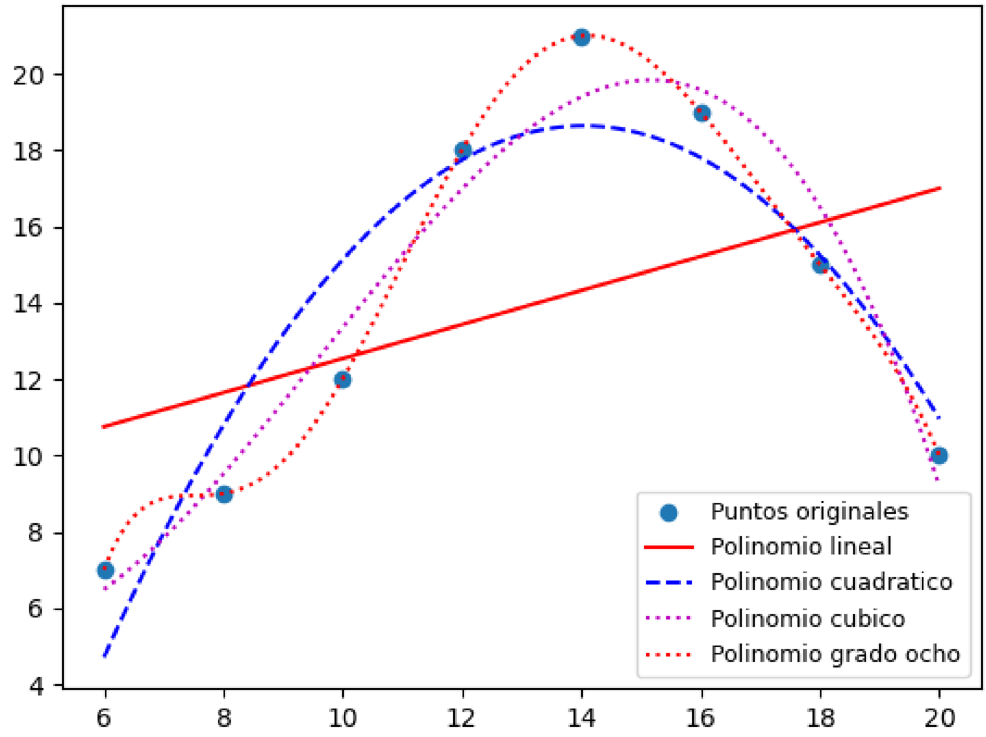
Polinomio cúbico

$y = -0.02114898989898963\,x^3 + 0.6090367965367857\,x^2 - 3.8834776334774856\,x + 12.428571428570736$

Polinomio de grado ocho

$y = 3.2919627767608847e - 07\,x^8 - 2.9586115259360285e - 05x^7 + 0.0009007640208719872x^6 - 0.00566249075758059x^5 - 0.27891850761118586x^4 + 7.181267302495585x^3 - 73.22041401492353x^2 + 351.8478560897805x - 648.0928060771223$

En base a estos polinomios podemos obtener los valores requeridos los cuales están representados en la siguiente gráfica:



En base a los valores de la gráfica y los puntos originales podemos calcular el error medio, mínimo, máximo y el índice de Jaccard por cada polinomio, los cuales se pueden observar en la siguiente tabla:

Error	**Error medio**	**Error mínimo**	**Error máximo**	**Índice de Jaccard**
Polinomio lineal	3.7589285714285707	0.5357142857142811	7.0	72.90862290862292
Polinomio cuadrático	1.5267857142857082	0.2440476190476204	3.1250000000000284	88.99613899613904
Polinomio cúbico	0.9880952380952395	0.5108225108224449	1.6017316017316148	92.87859287859287
Polinomio de grado ocho	0	0	0	100

Como se muestra en la tabla, a medida que se aumenta el grado del polinomio el error medio y el máximo disminuye, el error mínimo tiende a disminuir y el índice de Jaccard aumenta, esto debido a que el polinomio se ajusta mejor a los puntos originales, pasando incluso por encima de todos los puntos en el polinomio de grado ocho, sin embargo, a medida que el grado aumenta el número de operaciones necesarias para obtener los valores requeridos aumentan, incluso se podría decir que en el polinomio de grado ocho hemos realizado un "sobreajuste" de la curva a los datos originales, por lo que no se puede predecir con precisión los datos no conocidos perdiendo a si el propósito de este.

Punto 13:

Escala de gravamen del Impuesto a la renta

Base imponible	Cuota integra	Tipo
4.410.000	1.165.978	38,86%
4.830.000	1.329.190	41,02%
5.250.000	1.501.474	43,18%
5.670.000	1.682.830	

La cuota integra del Impuesto sobre la Renta se determina aplicando una fórmula basada en la interpolación lineal. Un contribuyente tiene una base imponible de 5 millones. Para calcular lo que tiene que pagar a Hacienda efectúa las siguientes operaciones, consultando la escala de gravamen anterior:

Base	5.000.000		Cuota
Hasta	4.830.000		1.329.190
Resto....	170.000	al 41,02%	69.734
		SUMA	1.398.924

El tipo marginal del 41,02% que aparece en la escala de gravamen es precisamente el cociente de las diferencias entre las cuotas integras y las bases imponibles más próximas en la escala a los 5 millones.

$$\frac{1.501.474 - 1.329.190}{5.250.000 - 4.830.000} = 0.4102$$

La fórmula aplicada es, en definitiva,

$$\text{Cuota} = 1.329.190 + 0{,}4102(\text{Base} - 4.830.000)$$

Para las bases comprendidas en el intervalo [4.830.000,5.250.000].

En particular, para una base imponible de 5.250.000 es indiferente aplicar la fórmula anterior o tomar directamente el valor de la tabla. En términos matemáticos esto equivale a decir que la Cuota es una función continua de la Base imponible.
El Impuesto sobre la Renta es progresivo, es decir, que el tipo de la imposición aumenta con la base imponible, como se comprueba observando la escala de gravamen. Así, el tipo medio correspondiente a 4.830.000 es el 27,52% y el de 5.250.000 es el 28,60%.

El contribuyente se siente perjudicado por el hecho de que al Resto de su Base imponible (170.000) se le aplica el mismo tipo marginal (41,02%) que, a otro contribuyente con una Base de 5.250.000, alegando que debe aplicársele el correspondiente a la base más próxima en la escala (4.830.000) que es del 38,86. Hacienda, por su parte, rechaza estos argumentos y efectúa la liquidación según sus normas. El sujeto del impuesto interpone recurso (tutela) ante el Tribunal competente, que considera en parte sus alegaciones. El fallo establece que en todo caso se debería aplicar un tipo marginal intermedio.

Como experto en temas fiscales debes elaborar un informe para que Hacienda conozca las diferencias entre el actual sistema impositivo y los posibles métodos de determinar la imposición correspondiente a la base de 5 millones por interpolación de segundo y tercer grado en la escala de gravamen.
¿En cada grado debe añadirse la base más próxima a 5 millones?

Segundo grado

Se realiza la interpolación de segundo grado planteando los siguientes polinomios:

$$\begin{bmatrix} 4410000^2x + 4410000y + z = 1165978 \\ 4830000^2x + 4830000y + z = 1329190 \\ 5250000^2x + 5250000y + z = 1501474 \end{bmatrix}$$

Se utilizará Gauss Jordan como método para realizar la solución del sistema, dando como resultado:

```
Solución de x
[ 2.57142857e-08]
[ 1.51000000e-01]
[-2.60000000e+01]
```

En donde la ecuación resultante es la siguiente:

$$y = 2.57142857e - 08x^2 + 1.51000000e - 01x - 2.6000000e + 01$$

Reemplazado por el valor de la cuota íntegra, el cual es 5000000, obtenemos como resultado 1397831.142857143

Tercer Grado

$$\begin{bmatrix} 4410000^3 w + 4410000^2 x + 4410000y + z = 1165978 \\ 48300000^3 w + 4830000^2 x + 4830000y + z = 1329190 \\ 5250000^3 w + 5250000^2 x + 5250000y + z = 1501474 \\ 5670000^3 w + 5670000^2 x + 5670000y + z = 1682830 \end{bmatrix}$$

Nuevamente se utilizara el método Gauss Jordan, dando como resultado los siguientes valores para las incógnitas w,x,y,z

```
solución de X:
[ 1.45803140e-27]
[ 2.57142857e-08]
[ 1.51000000e-01]
[-2.60000002e+01]
```

En donde la ecuación resultante es la siguiente:

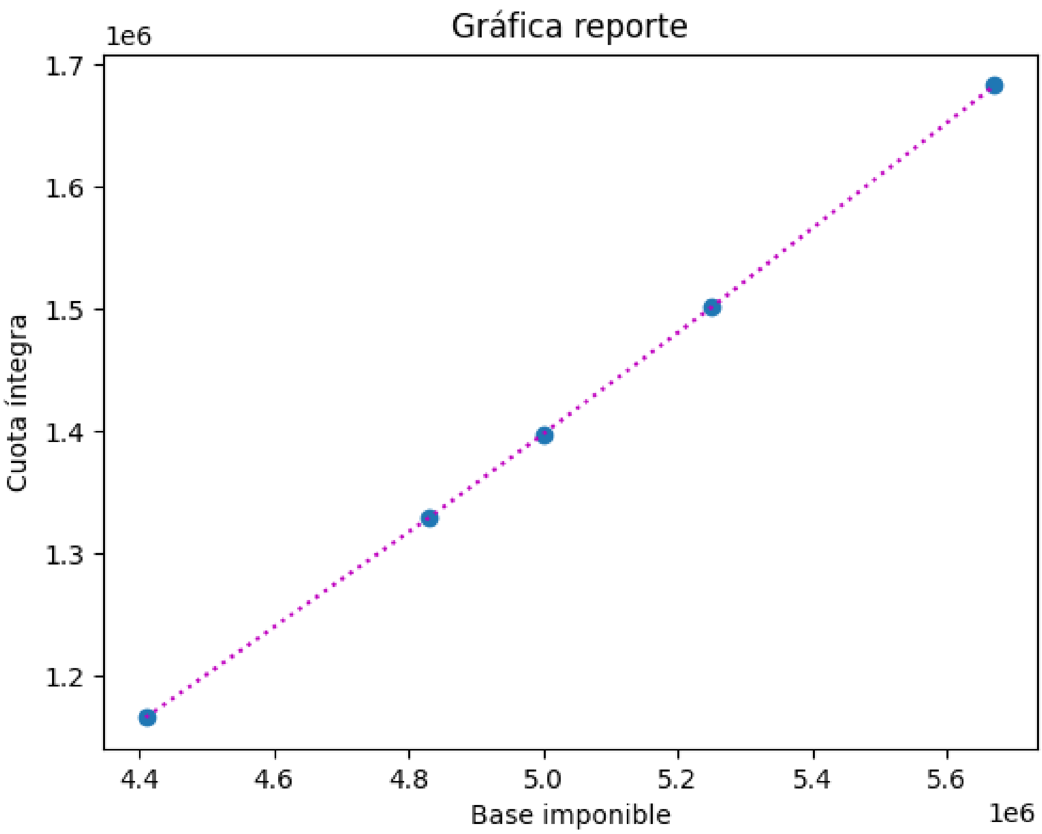
$$y = 1.45803140e - 27x^3 + 2.57142857e - 08x^2 + 1.51000000e - 01x - 2.60000000e + 01$$

Dado que el coeficiente de la variable de exponente tres es despreciable, ya que este aproxima a 0, podemos simplificar la ecuación a una de grado dos como se muestra a continuación:

$$y = 2.57142857e - 08x^2 + 1.51000000e - 01x - 2.60000000e + 01$$

Reemplazado por el valor de la cuota íntegra, el cual es 5000000, obtenemos como resultado 1397831.14285714

Gráfica resultante:



Conclusión

Tanto en la interpolación de segundo como en la de tercer grado, se añadió la base más próxima a 5 millones para hacer una interpolación correcta por los puntos que se me muestran anteriormente. Con esto se concluye que independiente del grado de interpolación el resultado dará la misma ecuación para este caso, utilizando el método de Gauss Jordan para resolver los sistemas de ecuaciones planteados.