



### **Grupo 4**

Miguel Angel Avila Santos  
Juan Andres Martinez Amado  
Jorge Luis Esposito Albornoz  
Juan Sebastian Herrera Guaitero

### **Asignatura**

Análisis numérico

### **Profesora**

Eddy Herrera Daza

### **Trabajo final**

19 de Noviembre de 2021

Cada grupo debe entregar este documento con los resultados y las implementaciones (R o Python) en archivos anexos, al correo [herrera.eddy@gmail.com](mailto:herrera.eddy@gmail.com) y **DEBEN SUBIR AL REPOSITORIO LA SOLUCIÓN Y LA IMPLEMENTACIÓN EN LA CARPETA TRABAJO FINAL INDICANDO EL ENLACE DE LOS REPOSITORIOS DE CADA ESTUDIANTE**

**TIEMPO LIMITE 9:30 am HORA LOCAL DEL 19 DE NOVIEMBRE DEL 2021**

La estimación de la propagación de la pandemia por **Covid-19** en la ciudad de *Santa Marta* (Colombia) se hace a partir del modelo SIR con parámetros y condiciones iniciales dadas. El modelo SIR, aplicado en varios tipos de pandemias, objetiva estimar el número de individuos susceptibles a infectarse (S), el número de individuos infectados capaces de infectar (I) y el número de individuos recuperados (que se curaron o fallecieron) (R).

El número de individuos susceptibles a infectarse ( $dS$ ) en el tiempo de observación ( $dt$ ), viene dado por la **ecuación 1**:  $\frac{dS}{dt} = -\beta C \frac{S}{N}$  con Donde  $\beta$  es la tasa temporal de probabilidad de un sujeto de llegar a infectarse,  $C$  es el número de contactos del sujeto,  $1/N$  es la probabilidad de que algún contacto esté infectado,  $N$  es el universo de individuos y  $S$  el número total de individuos susceptibles de infectarse.

El número de individuos infectados  $dI$  en el tiempo de observación  $dt$  se expresa mediante la **ecuación 2**:  $\frac{dI}{dt} = \beta C \frac{S}{N} - \frac{dR}{dt}$ . Donde  $\frac{dR}{dt}$  es la cantidad de personas que en el tiempo de observación se están recuperando. Como en el tiempo de observación, es posible que algunos de los individuos se hayan recuperado, por lo que estos dejarán de pertenecer al grupo I para engrosar el grupo R, lo que se traduce en una substracción a la cantidad de infectados. El número de recuperados  $dR$  en el tiempo de observación se puede modelar, de manera simple, mediante la **ecuación 3**:  $\frac{dR}{dt} = \gamma I$ . Donde  $\gamma$  es la tasa temporal de recuperación de un sujeto infectado, o sea,  $\gamma dt$  es la probabilidad de recuperación, en el tiempo  $dt$ , de un sujeto que estaba infectado

### Productos:

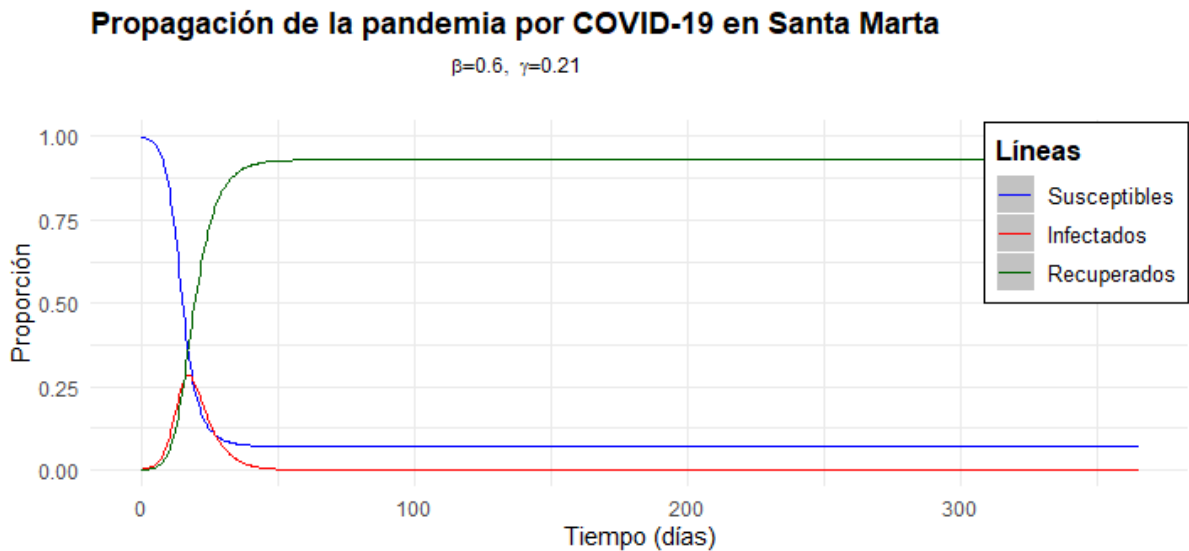
1. Solucionar el sistema de ecuaciones utilizando el método de **rk4**, las condiciones iniciales se establecieron en  $I(0) = 10/N$ ,  $S(0) = N - I(0)$ ,  $R(0) = 0$  y  $N = 4500$ , en consonancia con los datos reportados por el **Instituto Nacional de Salud (INS)** de Colombia para el periodo entre el 20 de marzo y el 20 de mayo de 2020. Los parámetros del modelo son  $\beta = 0,6$ ,  $C = 3,5$  y  $\gamma = 0,21$ , fueron ajustados numéricamente hasta que los casos (infectados más recuperados) estimados se aproximaron a con error  $< 0.05$  de los casos reportados.

# Solución primeras 100 iteraciones:

	time	S	I	R					
1	0.0	0.99777778	2.222222e-03	0.0000000000	51	25.0	0.12439933	1.468886e-01	0.7287120318
2	0.5	0.99704387	2.698598e-03	0.0002575362	52	25.5	0.11921153	1.371674e-01	0.7436210843
3	1.0	0.99615346	3.276299e-03	0.0005702423	53	26.0	0.11456597	1.279009e-01	0.7575331156
4	1.5	0.99507367	3.976499e-03	0.0009498348	54	26.5	0.11040021	1.191031e-01	0.7704966911
5	2.0	0.99376491	4.824620e-03	0.0014104704	55	27.0	0.10665950	1.107791e-01	0.7825613602
6	2.5	0.99217967	5.851098e-03	0.0019692311	56	27.5	0.10329586	1.029273e-01	0.7937768405
7	3.0	0.99026105	7.092251e-03	0.0026466952	57	28.0	0.10026720	9.554043e-02	0.8041923709
8	3.5	0.98794116	8.591233e-03	0.0034676051	58	28.5	0.09753659	8.860720e-02	0.8138562099
9	4.0	0.98513930	1.039906e-02	0.0044616375	59	29.0	0.09507161	8.211314e-02	0.8228152536
10	4.5	0.98176004	1.257568e-02	0.0056642855	60	29.5	0.09284371	7.604154e-02	0.8311147544
11	5.0	0.97769121	1.519094e-02	0.0071178485	61	30.0	0.09082776	7.037411e-02	0.8387981213
12	5.5	0.97280197	1.832551e-02	0.0088725213	62	30.5	0.08900162	6.509160e-02	0.8459067877
13	6.0	0.96694109	2.207135e-02	0.0109875590	63	31.0	0.08734568	6.017419e-02	0.8524801325
14	6.5	0.95993580	2.653173e-02	0.0135324704	64	31.5	0.08584261	5.560194e-02	0.8585554451
15	7.0	0.95159150	3.182033e-02	0.0165881664	65	32.0	0.08447705	5.135503e-02	0.8641679241
16	7.5	0.94169301	3.805904e-02	0.0202479515	66	32.5	0.08323533	4.741397e-02	0.8693507026
17	8.0	0.93000776	4.537404e-02	0.0246181986	67	33.0	0.08210532	4.375979e-02	0.8741348944
18	8.5	0.91629187	5.388963e-02	0.0298184960	68	33.5	0.08107618	4.037417e-02	0.8785496540
19	9.0	0.90029980	6.371920e-02	0.0359810018	69	34.0	0.08013824	3.723951e-02	0.8826222495
20	9.5	0.88179799	7.495331e-02	0.0432487005	70	34.5	0.07928287	3.433899e-02	0.8863781418
21	10.0	0.86058298	8.764478e-02	0.0517722455	71	35.0	0.07850231	3.165663e-02	0.8898410692
22	10.5	0.83650330	1.017916e-01	0.0617051122	72	35.5	0.07778960	2.917726e-02	0.8930331348
23	11.0	0.80948382	1.173193e-01	0.0731969105	73	36.0	0.07713852	2.688658e-02	0.8959748949
24	11.5	0.77954998	1.340651e-01	0.0863849167	74	36.5	0.07654343	2.477112e-02	0.8986854469
25	12.0	0.74684804	1.517678e-01	0.1013842028	75	37.0	0.07599928	2.281820e-02	0.9011825163
26	12.5	0.71165719	1.700657e-01	0.1182771042	76	37.5	0.07550149	2.101597e-02	0.9034825410
27	13.0	0.67438940	1.885075e-01	0.1371031265	77	38.0	0.07504593	1.935332e-02	0.9056007530
28	13.5	0.63557439	2.065750e-01	0.1578506154	78	38.5	0.07462887	1.781987e-02	0.9075512574
29	14.0	0.59582984	2.237186e-01	0.1804515153	79	39.0	0.07424693	1.640596e-02	0.9093471074
30	14.5	0.55581995	2.393998e-01	0.2047802502	80	39.5	0.07389704	1.510258e-02	0.9110003756
31	15.0	0.51620823	2.531346e-01	0.2306571951	81	40.0	0.07357643	1.390135e-02	0.9125222225
32	15.5	0.47761163	2.645319e-01	0.2578565005	82	40.5	0.07328256	1.279448e-02	0.9139229601
33	16.0	0.44056262	2.733200e-01	0.2861173512	83	41.0	0.07301313	1.177476e-02	0.9152121124
34	16.5	0.40548400	2.793587e-01	0.3151572641	84	41.5	0.07276606	1.083546e-02	0.9163984726
35	17.0	0.37267771	2.826364e-01	0.3446858646	85	42.0	0.07253945	9.970391e-03	0.9174901559
36	17.5	0.34232682	2.832555e-01	0.3744177146	86	42.5	0.07233157	9.173785e-03	0.9184946496
37	18.0	0.31450739	2.814095e-01	0.4040831352	87	43.0	0.07214082	8.440322e-03	0.9194188596
38	18.5	0.28920654	2.773570e-01	0.4334364211	88	43.5	0.07196577	7.765075e-03	0.9202691537
39	19.0	0.26634285	2.713959e-01	0.4622612886	89	44.0	0.07180511	7.143490e-03	0.9210514024
40	19.5	0.24578647	2.638398e-01	0.4903737425	90	44.5	0.07165763	6.571358e-03	0.9217710164
41	20.0	0.22737687	2.550004e-01	0.5176227613	91	45.0	0.07152223	6.044793e-03	0.9224329816
42	20.5	0.21093745	2.451733e-01	0.5438892992	92	45.5	0.07139790	5.560206e-03	0.9230418914
43	21.0	0.19628673	2.346292e-01	0.5690841061	93	46.0	0.07128374	5.114283e-03	0.9236019772
44	21.5	0.18324639	2.236088e-01	0.5931448117	94	46.5	0.07117890	4.703968e-03	0.9241171363
45	22.0	0.17164663	2.123207e-01	0.6160326403	95	47.0	0.07108260	4.326442e-03	0.9245909574
46	22.5	0.16132940	2.009416e-01	0.6377290298	96	47.5	0.07099415	3.979104e-03	0.9250267450
47	23.0	0.15215006	1.896176e-01	0.6582323494	97	48.0	0.07091290	3.659559e-03	0.9254275414
48	23.5	0.14397795	1.784672e-01	0.6775548408	98	48.5	0.07083826	3.365597e-03	0.9257961473
49	24.0	0.13669609	1.675841e-01	0.6957198514	99	49.0	0.07076968	3.095181e-03	0.9261351403
50	24.5	0.13020052	1.570401e-01	0.7127593936	100	49.5	0.07070667	2.846436e-03	0.9264468933

### Tabla de solución del mes de marzo 20 – marzo 30

2. Con base en la solución anterior, realice una gráfica de la proyección del porcentaje de susceptibles, infectados y recuperados de un año de pandemia



3. Determine la cantidad máxima aproximada de infectados en relación con la población total y en que fecha aproximadamente se espera esto y compare esta solución con la solución exacta (analítica).

Máximos infectados: 1271.841

El día máximo de infectados es el 7 abril

### SOLUCION

4. Determine el porcentaje de la población que llegaría a infectarse y el porcentaje de recuperación y compare esta solución con la solución exacta (analítica)

Porcentaje de infectados : 28.3%

Porcentaje de recuperados: 93%

### SOLUCION

5. Se dice que una situación epidémica controlada será cuando:  $\frac{\gamma}{\beta c} > \frac{S}{N}$  determine en que instantes del tiempo la situación está controlada si el número de contactos del sujeto va aumentando de [2-20] de cinco en cinco.

$$0.21/3.5 \times 0.6 = 0.036 \quad \rightarrow \quad \frac{\gamma}{C\beta}$$

$$(1 - (10/4500))/4500 = \frac{449}{2025000} \quad \rightarrow \quad \frac{N \cdot \left(\frac{\gamma}{C\beta}\right)}{1}$$

### SOLUCION

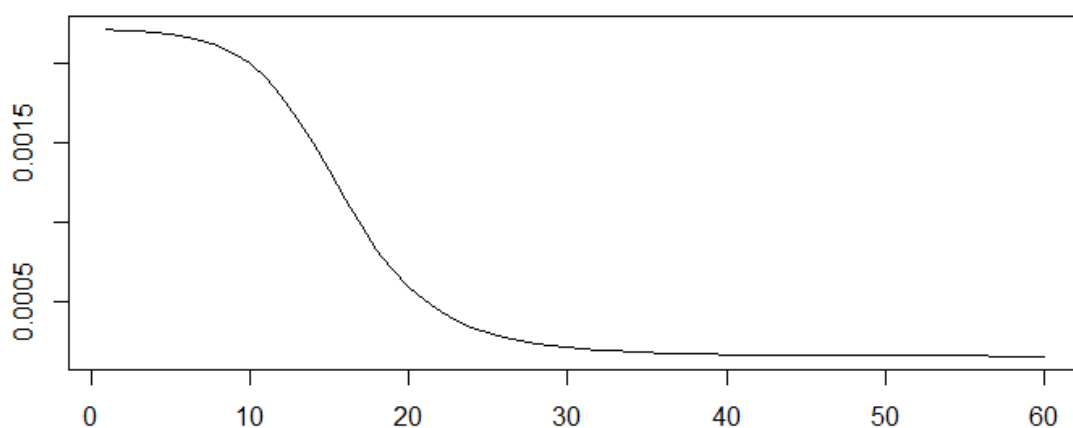
6. El número básico de reproducción  $R_0 = \frac{\beta}{\gamma}$  es un indicador relevante en salud pública porque expresa la potencia de contagio. Encuentre la solución para cuando  $\beta = \gamma$  como para cuando  $\beta > \gamma$  e interprete la solución a la luz de los valores de  $R_0$  para los casos (asigne valores a los parámetros).

$\beta > \gamma$  Este caso ocurre cuando el radio de contagio aumenta, ya que una persona infectada es capaz de transmitir el virus a varios individuos en el campo de tiempo donde tiene la enfermedad.

$\beta = \gamma$  En este caso cuando beta es igual a gamma, significa que una persona infectada solo contagia a otro individuo en el tiempo que tiene la enfermedad.

### SOLUCION

7. El número efectivo de reproducción  $R_e(t) = \frac{\beta CS(t)}{\gamma N}$  se define como la cantidad de individuos susceptibles que pueden llegar a ser infectados por un individuo en un momento específico cuando toda la población no es susceptible. Con base en la solución numérica de  $S(t)$  interpole, estime el valor total para los primeros 90 días y grafique  $R_e(t)$  para los primeros 90 días



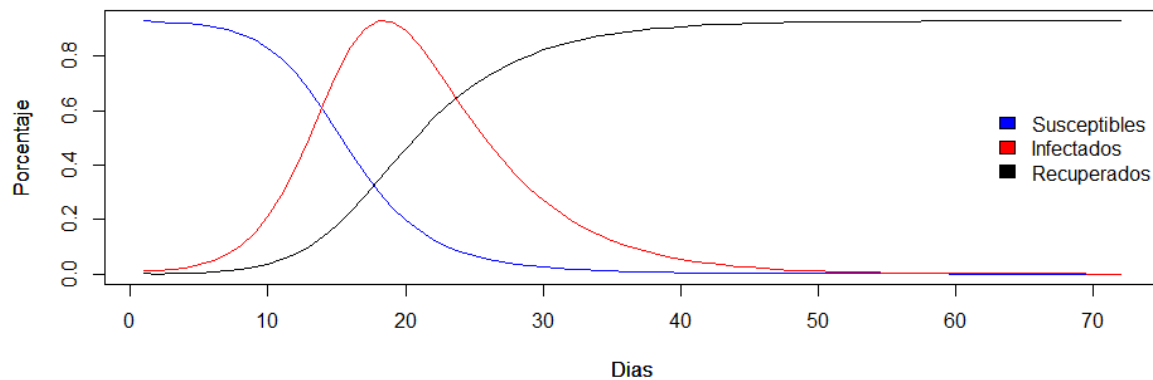
Maximo vector R: 0.002217

### SOLUCION Y GRAFICA

8. Encuentre la solución del sistema de ecuaciones (iniciales) y las mismas condiciones iniciales para  $R_e(t) = \text{secuencia}[1.5 - 3]$  con pasos de 0.5; grafique e interprete la solución

### SOLUCION Y GRAFICA

9. Simular el progreso de la pandemia en Santa Marta (para el periodo entre el 20 de marzo y el 30 de mayo de 2020) suponiendo un margen de error al inicio de la pandemia tal que el número de infectados y recuperados en ese momento fuera  $I(0) = 14$ ,  $R(0) = 0$  y considere esta solución exacta.



### TABLA DE LOS PRIMEROS 30 DIAS Y GRAFICA DE SOLUCION PARA EL PERIODO PARA EL PERIODO ENTRE EL 20 DE MARZO Y EL 30 DE MAYO DE 2020

10. Con base de la solución aproximada (ejercicio 1), determine los errores para cuando  $R_e(t) = 1.001; 1.5; 1.9; 2.5$ ; el error relativo en los primeros 10 días, el error absoluto medio (EAM) y la estabilidad numérica de la solución asumiendo que la solución exacta (ejercicio 9)

	SusceptibleReal	SusceptibleAprox	ErrorrelativoS	ErrorAbsolutoS	InfectadosReal	InfectadosAprox	ErrorrelativoI	ErrorAbsolutol
1	1.0000000	0.9977778	0	0.002222222	0.003111111	0.002222222	0	0.000888889
2	0.9961537	0.9961537	0	0.000000000	0.003276139	0.003276139	0	0.000000000
3	0.9937656	0.9937656	0	0.000000000	0.004824152	0.004824152	0	0.000000000
4	0.9902626	0.9902626	0	0.000000000	0.007091234	0.007091234	0	0.000000000
5	0.9851423	0.9851423	0	0.000000000	0.010397114	0.010397114	0	0.000000000
6	0.9776966	0.9776966	0	0.000000000	0.015187481	0.015187481	0	0.000000000
7	0.9669501	0.9669501	0	0.000000000	0.022065535	0.022065535	0	0.000000000
8	0.9516060	0.9516060	0	0.000000000	0.031811037	0.031811037	0	0.000000000
9	0.9300300	0.9300300	0	0.000000000	0.045359929	0.045359929	0	0.000000000
10	0.9003322	0.9003322	0	0.000000000	0.063698917	0.063698917	0	0.000000000

RecuperadosReal	RecuperadosAprox	ErrorrelativoR	ErrorAbsolutoR	ErrorRelativoS	ErrorRelativoI	ErrorRelativoR
0.0015555556	0.0000000000	0	0.0015555556	0	0	NaN
0.0005701565	0.0005701565	0	0.0000000000	0	0	0
0.0014102199	0.0014102199	0	0.0000000000	0	0	0
0.0026461489	0.0026461489	0	0.0000000000	0	0	0
0.0044605851	0.0044605851	0	0.0000000000	0	0	0
0.0071159643	0.0071159643	0	0.0000000000	0	0	0
0.0109843585	0.0109843585	0	0.0000000000	0	0	0
0.0165829631	0.0165829631	0	0.0000000000	0	0	0
0.0246100801	0.0246100801	0	0.0000000000	0	0	0
0.0359688502	0.0359688502	0	0.0000000000	0	0	0