

Presentación de Avance - Proyecto SWE

ILI384: Taller de Modelos y Métodos Cuantitativos

Rodrigo Naranjo

Martín Villanueva

11 de noviembre 2015

1. Descripción del Problema

El problema consiste en modelar el sistema de *Shallow Water Equations* en 1D y 2D, de tal modo que se pueda determinar la evolución del sistema, dadas las ecuaciones diferenciales que modelan el problema, las condiciones iniciales y las condiciones de borde. Las SWE corresponden a un caso particular de las ecuaciones de Navier-Stokes, que se obtiene al hacer la suposición de que el fluido es incompresible, sin viscosidad y que la profundidad del agua es baja en relación al área en que se extiende. En el caso general (2D) las ecuaciones pueden escribirse como a continuación

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + g \frac{\partial h}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + g \frac{\partial h}{\partial y} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(u(h-b)) + \frac{\partial}{\partial y}(v(h-b)) = 0 \quad (3)$$

donde las variables de interés (a modelar) son $h(x, y, t)$ (nivel de agua), $u(x, y, t)$ (componente de velocidad en x), $v(x, y, t)$ (componente de velocidad en y).

2. La Implementación

Para la resolución del problema se plantea un enfoque del tipo partículas, donde la superficie del agua se modela por medio de un conjunto de partículas y por la forma en que se distribuyen. Para ser más precisos, cada una de las variables de interés (h , u y v) se aproximan como una combinación lineal de funciones *RBF*, para h por ejemplo se tiene:

$$h(x, y, t) = \sum_{i=0}^N \gamma_i(t) \Phi(\|\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi}_i(t)\|, \epsilon_i(t))$$

donde la función *RBF* a ocupar es de preferencia una función de soporte compacto, de modo que se acote el radio de influencia de cada función.

Lo que se quiere lograr sigue el enfoque *Evolutive RBF*, donde se obtienen ecuaciones de evolución (ODE's) para los parámetros dependientes del tiempo en cada *RBF* ($\gamma_i(t)$, $\boldsymbol{\xi}_i(t)$ y $\epsilon_i(t)$). En dicho caso, para obtener el estado del sistema en un tiempo siguiente, sería tan sólo computar las ecuaciones de evolución para cada *RBF* (de cada variable) y luego sumar los resultados respectivos en el espacio.

3. Dificultades

Se presentan aquí algunas de las dificultades que se conocen, y otras que eventualmente podrían aparecer en la implementación del proyecto.

- La batimetría $b(x, y, t)$ es en general una función discontinua (o que se conoce parcialmente), y por lo tanto debe hallarse una manera de aproximar su derivada.
- En simulaciones ocupando otros métodos (SPH *Smoothed Particle Hydrodynamics*) se ha notado que no tomar en cuenta la viscosidad, puede llevar a problemas de estabilidad numérica en las simulaciones.
- Probablemente en las simulaciones sea necesario ocupar una gran cantidad de partículas para modelar la superficie del agua, lo cual lleva a una gran cantidad de computación para determinar los estados siguientes del sistema. Por ello quizás sea necesario paralelizar la ejecución, o buscar métodos más eficientes de computación (FMM *Fast Multipole Method*).