SPRAWOZDANIE
Z SIÓDMEGO ZADANIA NUMERYCZNEGO

MACIEJ WÓJCIK

Spis treści:

1. Polecenie zadania
2. Instrukcja uruchomienia
3. Wyniki
4. Wnioski

1. Polecenie zadania

(Zadanie numeryczne NUM 7) Znajdź i wykreśl wielomiany interpolacyjne stopnia n, $W_n(x)$, na przedziale $x \in \langle -1, 1 \rangle$ dla funkcji $y(x) = \frac{1}{1+25x^2}$ dla

(a) jednorodnych węzłów interpolacji, tj. $x_i = -1 + 2\frac{i}{n+1}$ $(i = 0, \ldots, n)$,

(b) $x_i = \cos\left(\frac{2i+1}{2(n+1)}\pi\right)$ $(i = 0, \ldots, n)$.

Dla węzłów z pkt. (a) i (b) wybierz kilka wartości n i porównaj zachowanie się tych wielomianów dla dużego n (najlepiej w tym celu wykreślić $W_n(x)$ dla różnych n na jednym wykresie). Zaproponuj również inne funkcje i znajdź dla nich wielomiany interpolacyjne dla węzłów zdefiniowanych w pkt. (a) i (b). Czy nasuwają się jakieś wnioski?

UWAGA: Nie można korzystać z procedur bibliotecznych służących do interpolacji (chyba, że do sprawdzenia wyniku). Algorytm należy zaimplementować samodzielnie.

Zadanie polega na narysowaniu wykresów wielomianów interpolacyjnych na zadanym przedziale i dla konkretnej funkcji. Dla węzłów z podpunktów a i b trzeba wybrać kilka wartości n i porównać ze sobą. Należy też zaproponować inne funkcje i znaleźć dla nich wielomiany interpolacyjne dla węzłów zdefiniowanych w podpunktach. Wszytko to należy zrobić implementując własny algorytm.

2. Instrukcja uruchomienia

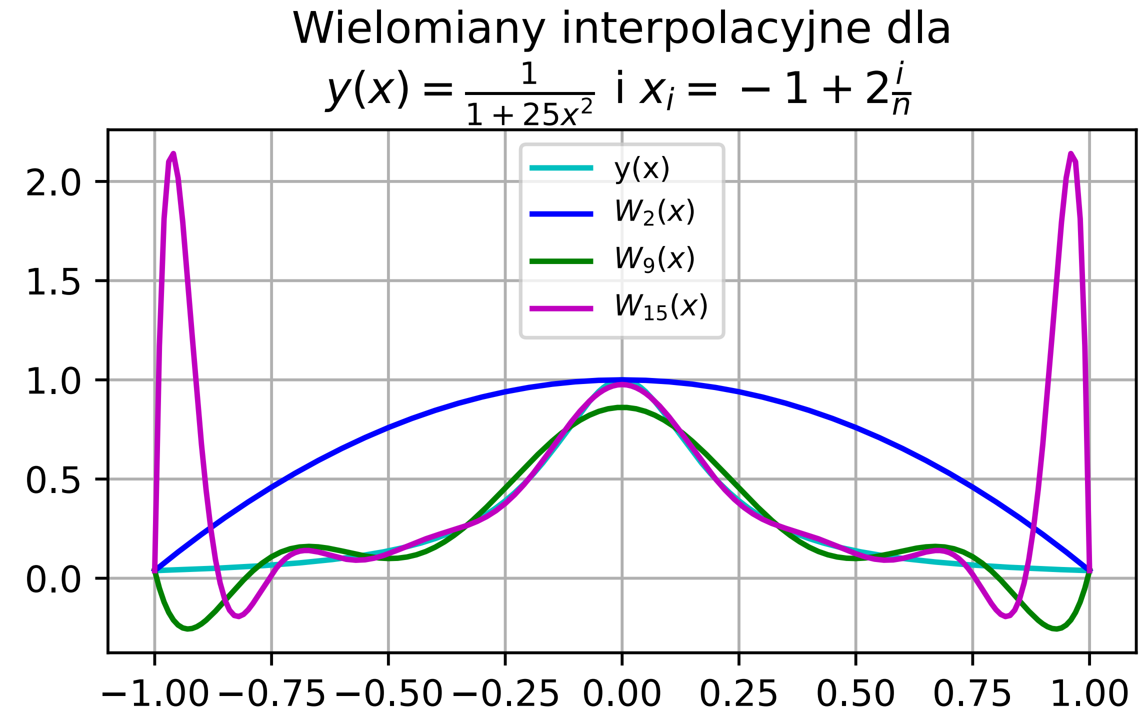
Aby uruchomić program należy skorzystać z polecenia:

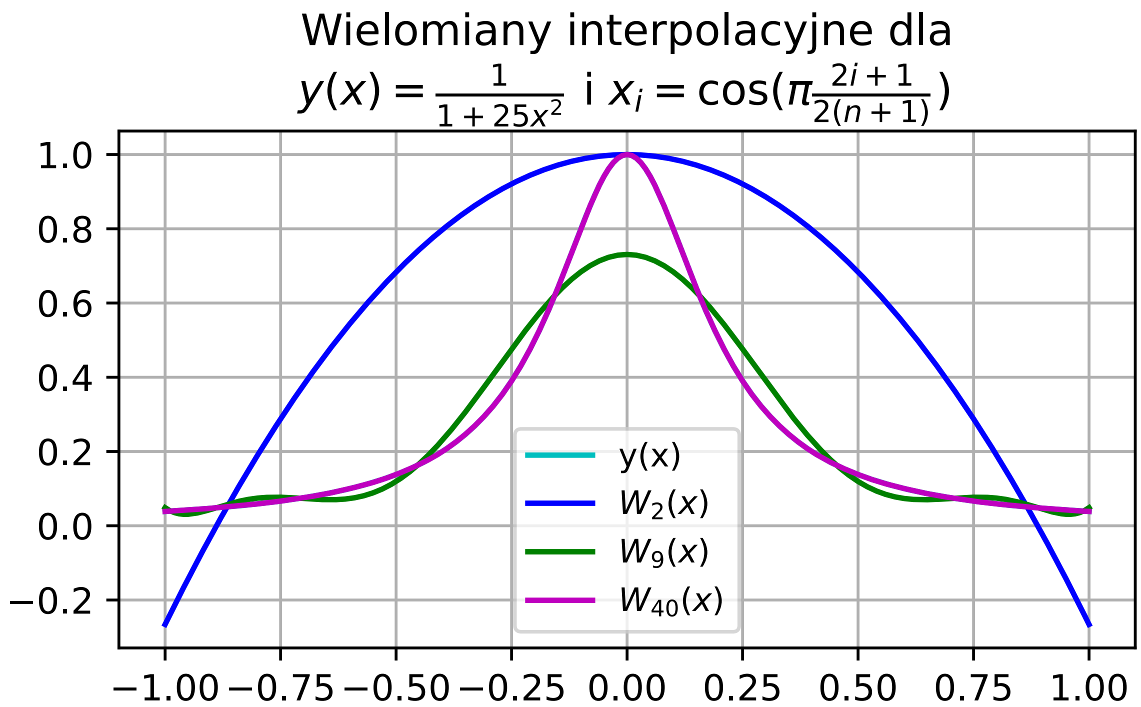
make run

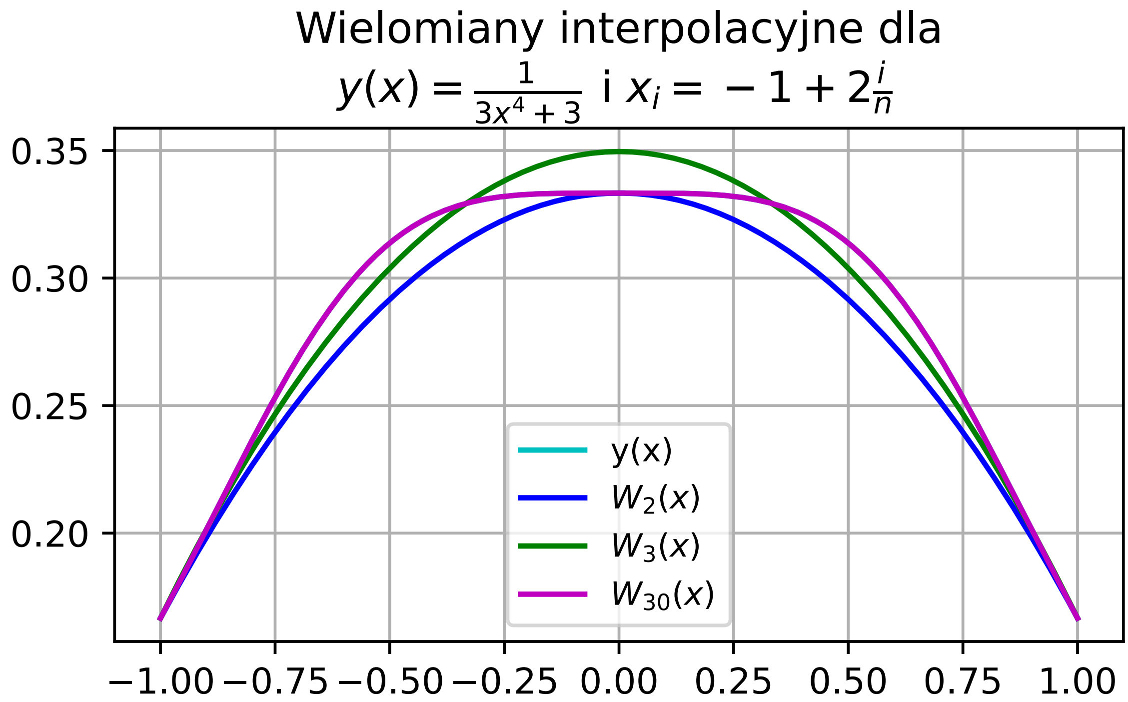
Lub

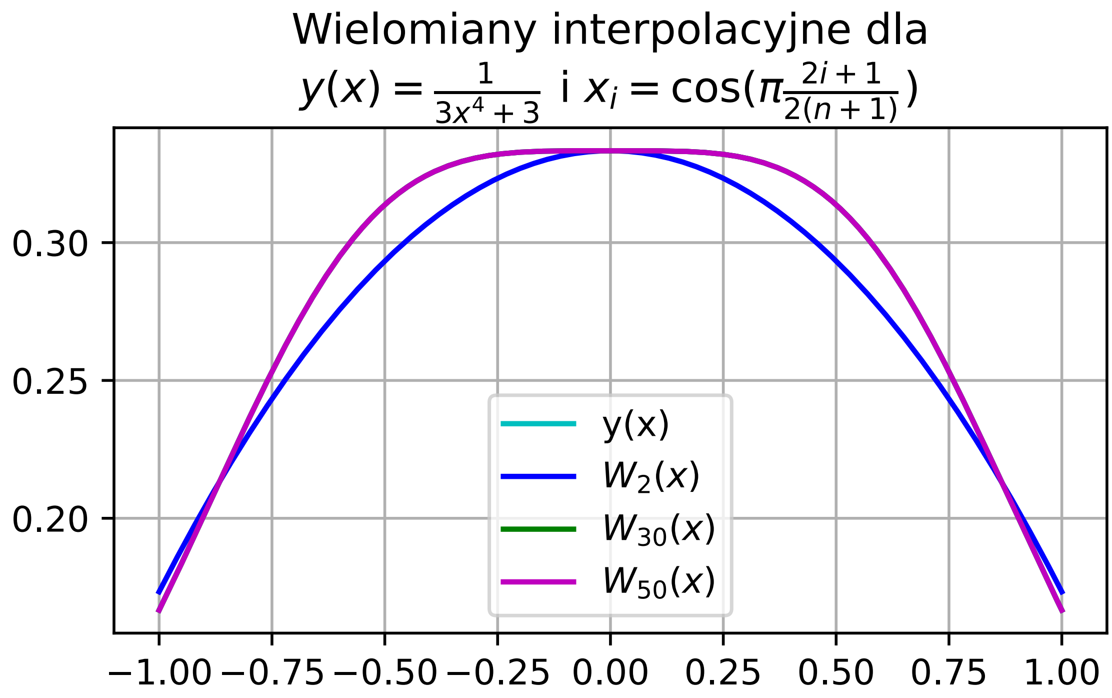
python3 NUM7.py

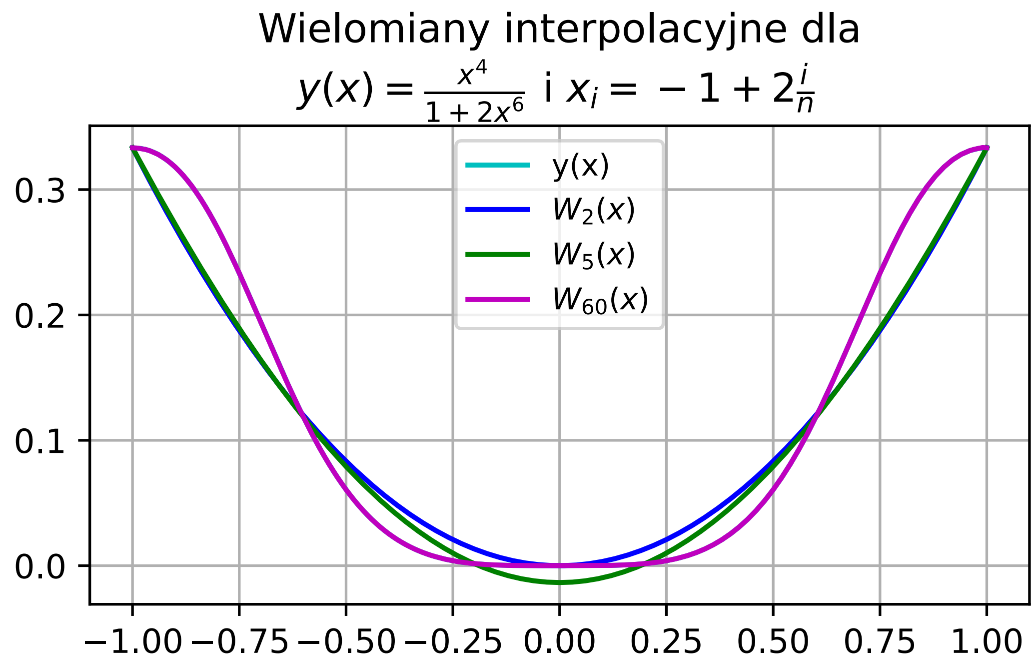
3. Wyniki


Wielomiany interpolacyjne dla
$y(x) = \frac{1}{1+25x^2}$ i $x_i = -1 + 2\frac{i}{n}$
y(x)
$W_2(x)$
$W_9(x)$
$W_{15}(x)$
2.0
1.5
1.0
0.5
0.0
−1.00 −0.75 −0.50 −0.25 0.00 0.25 0.50 0.75 1.00

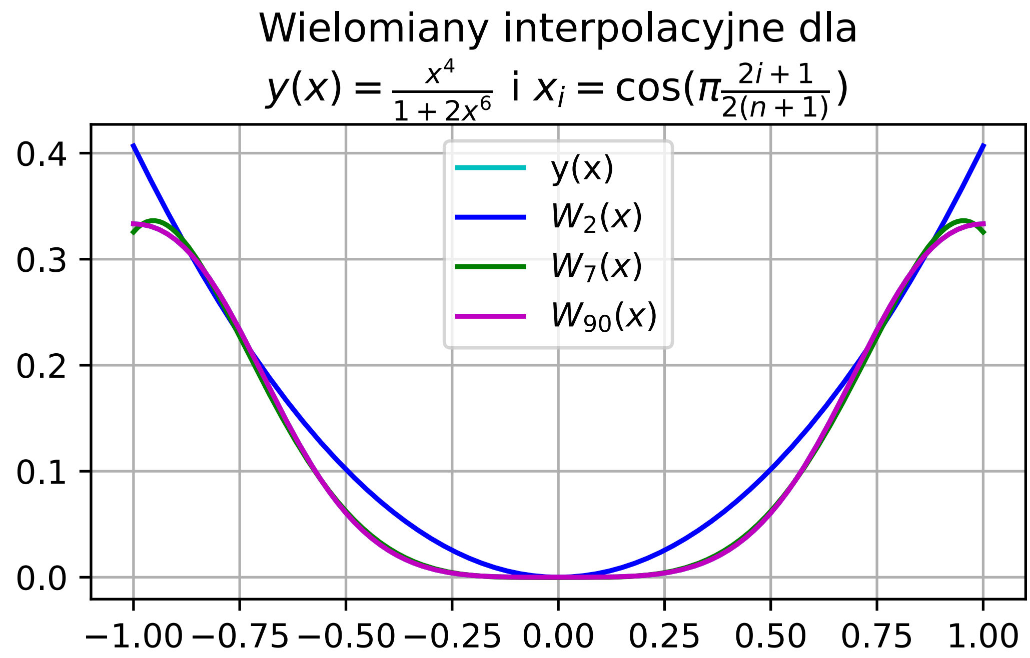

Wielomiany interpolacyjne dla
$y(x) = \frac{1}{1+25x^2}$ i $x_i = \cos(\pi\frac{2i+1}{2(n+1)})$
y(x)
$W_2(x)$
$W_9(x)$
$W_{40}(x)$
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
−0.2
−1.00 −0.75 −0.50 −0.25 0.00 0.25 0.50 0.75 1.00


Wielomiany interpolacyjne dla
$y(x) = \frac{1}{3x^4+3}$ i $x_i = -1 + 2\frac{i}{n}$
0.35
0.30
0.25
0.20
−1.00
−0.75
−0.50
−0.25
0.00
0.25
0.50
0.75
1.00
y(x)
$W_2(x)$
$W_3(x)$
$W_{30}(x)$


Wielomiany interpolacyjne dla
$y(x) = \frac{1}{3x^4+3}$ i $x_i = \cos(\pi\frac{2i+1}{2(n+1)})$
0.30
0.25
0.20
−1.00
−0.75
−0.50
−0.25
0.00
0.25
0.50
0.75
1.00
y(x)
$W_2(x)$
$W_{30}(x)$
$W_{50}(x)$



Wielomiany interpolacyjne dla
$y(x) = \frac{x^4}{1+2x^6}$ i $x_i = -1 + 2\frac{i}{n}$
y(x)
$W_2(x)$
$W_5(x)$
$W_{60}(x)$
0.3
0.2
0.1
0.0
−1.00
−0.75
−0.50
−0.25
0.00
0.25
0.50
0.75
1.00



Wielomiany interpolacyjne dla
$y(x) = \frac{x^4}{1+2x^6}$ i $x_i = \cos(\pi\frac{2i+1}{2(n+1)})$
y(x)
$W_2(x)$
$W_7(x)$
$W_{90}(x)$
0.4
0.3
0.2
0.1
0.0
−1.00
−0.75
−0.50
−0.25
0.00
0.25
0.50
0.75
1.00

4. Wnioski

Dla funkcji $y = \frac{1}{1 + 25x^2}$ obserwujemy, że podczas zwiększania stopnia n mamy coraz lepsze przybliżenie, lecz gdy nasze n będzie zbyt duże, to na krańcach przybliżenie znacznie odstaje od pożądanego wykresu.

Dla funkcji $y = \frac{1}{3x^4 + 3}$ na przedziale zwiększając stopień n nasze przybliżenie, robi się coraz dokładniejsze dopóki wartość n nie będzie za duża (dla n = 60 na krańcach podobny przypadek jak poprzednio - przybliżenie znacząco odstaje od wykresu).

Dla funkcji $y = \frac{x^4}{1 + 2x^6}$ na naszym przedziale nawet dla bardzo dużych n wartość przybliżenia jest bardzo dobra i nie ma zauważalnych odstąpień.