

# SPRAWOZDANIE Z DRUGIEGO ZADANIA NUMERYCZNEGO MACIEJ WÓJCIK

## Spis treści:

1. Polecenie zadania
2. Instrukcja uruchomienia
3. Uwarunkowanie układów
4. Współczynnik uwarunkowania
5. Wyniki
6. Wnioski

## 1. Polecenie zadania

12. (Zadanie numeryczne NUM2) Zadane są macierze

$$\mathbf{A}_1 = \begin{pmatrix} 2.34332898 & -0.11253278 & -0.01485349 & 0.33316649 & 0.71319625 \\ -0.11253278 & 1.67773628 & -0.32678856 & -0.31118836 & -0.43342631 \\ -0.01485349 & -0.32678856 & 2.66011353 & 0.85462464 & 0.16698798 \\ 0.33316649 & -0.31118836 & 0.85462464 & 1.54788582 & 0.32269197 \\ 0.71319625 & -0.43342631 & 0.16698798 & 0.32269197 & 3.27093538 \end{pmatrix}$$

oraz

$$\mathbf{A}_2 = \begin{pmatrix} 2.34065520 & -0.05353743 & 0.00237792 & 0.32944082 & 0.72776588 \\ -0.05353743 & 0.37604149 & -0.70698859 & -0.22898376 & -0.75489595 \\ 0.00237792 & -0.70698859 & 2.54906441 & 0.87863502 & 0.07309288 \\ 0.32944082 & -0.22898376 & 0.87863502 & 1.54269444 & 0.34299341 \\ 0.72776588 & -0.75489595 & 0.07309288 & 0.34299341 & 3.19154447 \end{pmatrix}.$$

Zdefiniujmy wektory

$$\mathbf{b} \equiv (3.55652063354463, -1.86337418741501, 5.84125684808554, -1.74587299057388, 0.84299677124244)^T$$

oraz  $\mathbf{b}' \equiv \mathbf{b} + (10^{-5}, 0, 0, 0, 0)^T$ . Używając wybranego pakietu algebry komputerowej lub biblioteki numerycznej, rozwiąż równania  $\mathbf{A}_i \mathbf{y}_i = \mathbf{b}$  oraz  $\mathbf{A}_i \mathbf{y}'_i = \mathbf{b}'$  dla  $i = 1, 2$ . Wyznacz  $\Delta_i \equiv \|\mathbf{y}_i - \mathbf{y}'_i\|_2$  oraz zinterpretuj różnicę wartości  $\Delta_1$  i  $\Delta_2$ .

W zadaniu musimy rozwiązać zadane układy równań i wyznaczyć normę euklidesową dla obydwóch rozwiązań.

Zadanie ma na celu ukazanie wrażliwości układów równań na zaburzenia danych.

## 2. Instrukcja uruchomienia

Aby uruchomić program należy skorzystać z polecenia:

**make run**

## 3. Uwarunkowanie układów

Układy równań możemy podzielić na dwa typy:

- Dobrze uwarunkowany:

Układ równań który jest dobrze uwarunkowany charakteryzuje się tym, że niewielkie zmiany danych w tym układzie, mają nie wielki wpływ na zmiany rozwiązania.

- Źle uwarunkowany:

Układ taki w przeciwieństwie do poprzedniego charakteryzuje się tym, że niewielka zmiana danych w układzie ma znaczący wpływ na wynik.

## 4. Współczynnik uwarunkowania

Miarą która pozwoli nam stwierdzić, jak układ jest uwarunkowany jest współczynnik uwarunkowania. Mówi on nam o tym, jak bardzo błąd względny wyniku obliczeń „przekracza” błąd względny samej różnicy przybliżenia i wartości dokładnej.

Przez to, że w zadaniu mamy dwie macierze symetryczne, współczynnik ten wyznaczymy za pomocą wzoru:

$$k = ||A|| * ||A^{-1}||$$

Im większy jest współczynnik uwarunkowania tym układ równań jest gorzej uwarunkowany i bardziej podatny na zaburzenia danych.

W przypadku naszego programu możemy skorzystać z wbudowanej w NumPy funkcji do liczenia współczynnika uwarunkowania.

## 5. Wyniki

Rozwiązanie równania  $A_1 y_1 = b$

$y_1$ : [ 2.03163246, -1.03652186, 3.22032664, -3.52251753, -0.13949510]

Rozwiązanie równania  $A_1 y_1' = b'$

$y_1'$ : [ 2.03163717, -1.03652190, 3.22032706, -3.52251858, -0.13949605]

Rozwiązanie równania  $A_2 y_2 = b$

$y_2$ : [ 1.99998044, -0.33814055, 3.42431038, -3.56662167, 0.03297880]

Rozwiązanie równania  $A_2 y_2' = b'$

$y_2'$ : [ 3.42873474, -31.86258866, -5.78337449, -1.57579144, -7.75237480]

Norma 1: 0.00000493458714

Norma 2: 33.84063773584277

Współczynnik uwarunkowania macierzy  $A_1$ : 4.000000025064918

Współczynnik uwarunkowania macierzy  $A_2$ : 320612863.3625027

## 6. Wnioski

Norma wektora  $A_1$  znacząco różni się od normy wektora  $A_2$ , pomimo tego, że elementy wektorów niewiele różnią się od siebie. Bardzo dobrze ujrzymy to, gdy spojrzymy na wartość współczynników uwarunkowania macierzy.

Wartość wsp. uwarunkowania macierzy  $A_1$  jest dużo mniejsza niż wartość wsp. macierzy  $A_2$ , co oznacza, że macierz  $A_1$  jest dużo mniej wrażliwa na zaburzenia danych od macierzy  $A_2$ . Macierz  $A_1$  jest dobrze uwarunkowana, a macierz  $A_2$  jest źle uwarunkowana.