POLYTECH LYON

Rapport du T.P. :
5A. Mathématiques appliquées et Modélisation 2017-2018 (option C.O. et B.D.P.)

Contrôle Optimale :
Tp

Travail effectué par : ABOUADALLAH Mohamed Anwar et
COMBARY Landry

École Polytechnique Lyon
15 Boulevard Latarjet 69622 Villeurbanne

Table des matières

1 Introduction - Enoncé

Soit un problème général de contrôle optimal d'un système linéaire avec fonction coût quadratique.
On se donne $m,n \in \mathbb{N}^*$, $T > 0$, $A,E,F \in \mathscr{M}_n(\mathbb{R})$, $B \in \mathscr{M}_{n,m}(\mathbb{R})$, $D \in \mathscr{M}_m(\mathbb{R})$ et $g, x^0, \alpha, \beta \in \mathbb{R}^n$.
On suppose que les matrices E et F sont symétriques et définies semi positives, que la matrice D est symétrique et définie positive et que la matrice B est non nulle.
On considère :

$$\boxed{U_{ad} = L^2(]0,T[,\mathbb{R}^m)}$$

On cherche $x : [0,T] \longrightarrow \mathbb{R}^n$ notre variable d'état et $u \in U_{ad}$ notre contrôle qui devrait satisfaire l'équation d'état avec donnée initiale

$$\begin{cases} x' &= Ax + Bu + g \\ x(0) &= x^0 \end{cases}$$

et qui minimise la fonction coût

$$\frac{1}{2}\int_0^T (< Du(t)|u(t) > + < E(x(t)-\alpha)|x(t)-\alpha >)\,dt + \frac{1}{2} < F(x(T)-\beta)|x(T)-\beta >$$

On suppose qu'on a existence et unicité d'une solution optimale (u^*, y^*) de ce problème de contrôle. Dans ce rapport nous allons présenter deux méthodes permettant de résoudre nuériquement ce problème pour tout jeu de données.