

Aufgabe 3: Sudokopie

Team-ID: 01102

Team: 42

Bearbeiter dieser Aufgabe:

Max Wenk

21. November 2022

Inhaltsverzeichnis

Aufgabenstellung.....	2
Lösungsidee und Umsetzung.....	2

Anmerkung: Die Aufgabe wurde erst am 20.11.2022 angefangen, weshalb das Programm auch nicht fertig geworden ist. Die Funktionen, um die einzelnen Möglichkeiten an Permutationen zu überprüfen wurden implementiert, jedoch hat schlicht die Zeit gefehlt, die Funktionen in einen gemeinsamen Kontext zu setzen, weshalb die Überprüfung auf die unterschiedlichen Arten an Permutationen nur isoliert geschehen kann. Das Programm ist nur in der „.java“ Datei auf Englisch dokumentiert. Für eine ausführlichere Dokumentation hat leider die Zeit gefehlt.

Aufgabenstellung

Rudi hat den Verdacht, dass die Redaktion Sudoku-Aufgaben immer wiederverwendet. Diese sehen zwar unterschiedlich aus, aber ein ähnlicher Lösungsweg lässt sich immer wieder erkennen. Er überlegt sich, dass mit verschiedenen Umformungen sehr viele andere Varianten erzeugen kann.

Die Umformungen sind folgende:

- Umbenennen der Ziffern 1 bis 9
- 90-Grad-Drehung im Uhrzeigersinn
- Permutation der drei Spalten innerhalb der Spaltenblöcke
- Permutation der drei Spaltenblöcke
- Permutation der drei Zeilen innerhalb der Zeilenblöcke
- Permutation der der Zeilenblöcke

Lösungsidee und Umsetzung

Um einen Lösungsansatz für das gestellte Problem zu finden, kann man die unterschiedlichen Arten an Umformungen und Permutationen isoliert betrachten. Dazu fängt man bei den allgemeinsten Umformungen an, und arbeitet sich zu immer spezifischeren Umformungen vor, beispielsweise ist ein 90-Grad-Drehung allgemeiner als eine Permutation innerhalb der Spaltenblöcke, da die 90-Grad-Drehung das gesamte Sudoku (folgend Matrix) verändert, und eine Permutation innerhalb der Spaltenblöcke nur drei Spalten beeinflusst bzw. verändern kann.

Die allgemeinste Bedingung die eine Umformung betrifft, ist das Umbenennen der unterschiedlichen Zahlen, da dies beide Matrizen gleich betrifft, unabhängig wie sie gedreht sind oder die Blöcke und Spalten bzw. Zeilen angeordnet sind. Dazu wird das Vorkommen der einzelnen Zahlen, in der alten und neuen Matrix, gezählt. Dann wird das Vorkommen aller Zahlen untereinander verglichen. Zahlen, die in beiden Matrizen gleich häufig vorkommen, können ohne Probleme ausgetauscht werden. Die Anzahl der Möglichkeiten die für einen Zahlenaustausch möglich sind, ist dann Fakultät der Anzahl der Zahlen die getauscht werden können (bei „sudoku0.txt“ wäre das 25!). Zahlen die nicht zu sich selbst getauscht werden können (in der ersten und der zweiten Matrix nicht gleich häufig vorkommen), müssen mit einer anderen Zahl getauscht werden. Dadurch wird die Anzahl der möglichen Möglichkeiten für einen gültigen Zahlenaustausch zum Teil stark eingeschränkt. Alle Möglichkeiten für einen oder mehrere gültige Zahlenaustausche müssen probiert werden, das heißt, alle folgenden Schritte müssen für jeden möglichen Zahlenaustausch probiert werden.

Die nächste Bedingung ist das Drehen der Matrix um 90-Grad im Uhrzeigersinn. Diese Umformung betrifft wiederum die gesamte Matrix, und hat auch einen Einfluss auf die Spalten- bzw. Zeilenblöcke, und somit auch auf die einzelnen Spalten bzw. Zeilen. Um die Zielmatrix um 90-Grad im Uhrzeigersinn zu drehen, muss die jeweilige Spalte der ursprünglichen Matrix rückwärts in

die jeweilige Zeile der Zielmatrix geschrieben werden (im Programm ist das die Funktion „turnMatrix90degCW“). Alle folgenden Umformungen und Permutationen müssen für die normale Zielmatrix und die gedrehte Zielmatrix durchgeführt werden. Es muss nur eine Drehung der Zielmatrix ausgeführt werden, da bspw. zwei oder drei Drehungen auch mit Permutationen der Spalten- bzw. Zeilenblöcke ausgeführt werden können.

Die darauf folgende Bedingung die überprüft wird, sind die Permutationen der Spalten- bzw. Zeilenblöcke. Die Permutationen von Spalten- bzw. Zeilenblöcken können analog zueinander betrachtet werden, da sie quasi nur eine Drehung der Matrix darstellen. Deshalb wird im Folgenden auch nur auf die Spaltenblöcke eingegangen. Alle Permutationen die mit drei Blöcken erzielt werden können sind $3!$ bzw. 6, da es maximal sechs Möglichkeiten gibt, die Spaltenblöcke unterschiedlich anzuordnen. Dazu werden die 3×3 Quadrate in der Matrix betrachtet (die Matrix hat neun dieser Quadrate), die einen Block im Sudoku darstellen. Von diesen Quadraten kann die Anzahl der Zahlen (Zahlen $\neq 0$) bestimmt werden. Wenn dies für eine ganze Spalte gemacht wird, erhält man die Anzahl der Zahlen, die in einer Spalte stehen. Daraufhin vergleicht man diese Anzahl pro Spalte aus der alten und der neuen Matrix miteinander. Wenn die Anzahl bei den unterschiedlichen Spalten gleich ist, ist eine Permutation möglich. Von dieser Art können maximal jeweils sechs pro Spalten- bzw. Zeilenblock auftreten. Wenn es nur zu Permutationen in Spalten bzw. Zeilen kommt, und zu keinen in Zeilen bzw. Spalten, muss es zu ein direkten Permutation kommen. Dazu muss die Anzahl der Werte eines 3×3 Quadrates aus der alten Matrix mit einem analogen 3×3 Quadrat aus der neuen Matrix verglichen werden. Mit analog ist gemeint, dass wenn es zum Beispiel nur zu Spaltenpermutationen kommt, das sich die zu vergleichenden 3×3 Quadrate in der gleichen Reihe befinden, sodass es nur zu Spaltenpermutationen, und zu keinen Reihenpermutationen kommt (das Gleiche gilt auch anders herum). Alle folgenden Schritte müssen für jede mögliche Permutation durchgeführt werden.

Die folgende, und letzte Bedingung betrifft die Permutationen der Zeilen bzw. Spalten innerhalb der Zeilen- bzw. Spaltenblöcke. Dieser Schritt kann auch relativ analog zum vorherigen betrachtet werden. Die Anzahl der Werte innerhalb der 3×3 Quadrate bleibt immer gleich, da nur die Zeilen innerhalb der Blöcke gezählt werden. Aber auch die Anzahl der Werte innerhalb einer Zeile bzw. Spalte bleibt immer gleich. Durch diese Vorschriften und die Anzahl der Zeilen bzw. Spalten pro Block (nämlich 3), woraus folgt das es wieder zu 6 Permutationen der Zeilen bzw. Spalten innerhalb eines Blocks kommen kann. Diese Permutationen können dann überprüft werden, bei denen die Vorschriften eingehalten werden müssen.

Durch diese isolierte Überprüfung der einzelnen Bedingungen kann strukturiert nach einer Lösung für eine Umformung von der ersten zur zweiten Matrix gesucht werden. Dennoch muss es aber nicht zwangsweise zu einer Lösung kommen, da nicht alle möglichen Sudokus durch diese Bedingungen erzeugt werden, da beispielsweise die Anzahl der Werte pro 3×3 Quadrat immer gleich bleiben muss, und somit auch die gesamte Anzahl der Werten in den Matrizen immer gleich bleiben muss. Ein Sudoku, in welchem in allen 3×3 Quadraten drei unterschiedliche Werte stehen, kann beispielsweise nicht zu einem Sudoku umgeformt werden, in welchem in allen 3×3 Quadraten vier unterschiedliche Werte stehen. Dennoch könnte man das auch mit weiteren Algorithmen erreichen.