In [2]:

```
import numpy as np
from scipy.stats import multivariate_normal
import matplotlib.pyplot as plt
%matplotlib inline
```

Рассмотрим случайный вектор ξ = (ξ_1 , ξ_1)$\sim N(a, \Sigma)$, где $a = 0$, а $\Sigma = \begin{pmatrix} 10 & 8 \\ 8 & 10 \end{pmatrix}$.

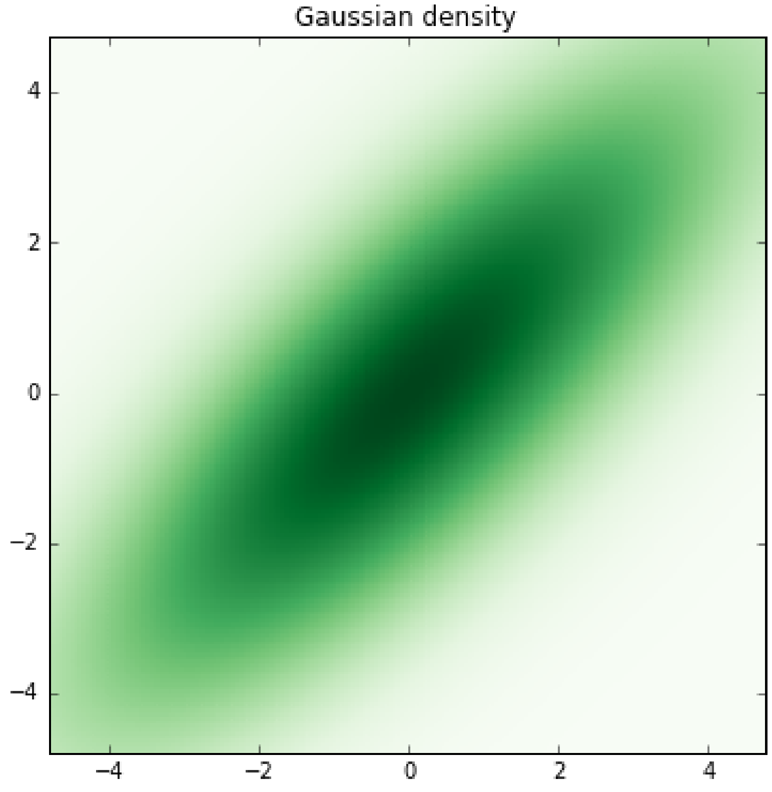
In [3]:

```
distr = multivariate_normal(mean=[0, 0], cov=[[10, 8], [8, 10]])
```

Построим график плотности этого случайного вектора.

In [4]:

```
grid = np.mgrid[-5:5:0.05, -5:5:0.05]
density = np.array([[distr.pdf((grid[0, i, j], grid[1, i, j]))
                     for i in range(grid[0].shape[0])]
                    for j in range(grid[0].shape[1])])

plt.figure(figsize=(6, 6))

plt.pcolormesh(grid[0], grid[1], density, cmap='Greens')
plt.xlim((np.min(grid[0]) + 0.2, np.max(grid[0]) - 0.2))
plt.ylim((np.min(grid[1]) + 0.2, np.max(grid[1]) - 0.2))
plt.title('Gaussian density')
plt.show()
```



Исследуем плотность условного распределения $f_{\xi_1|\xi_2}(x|y)$.

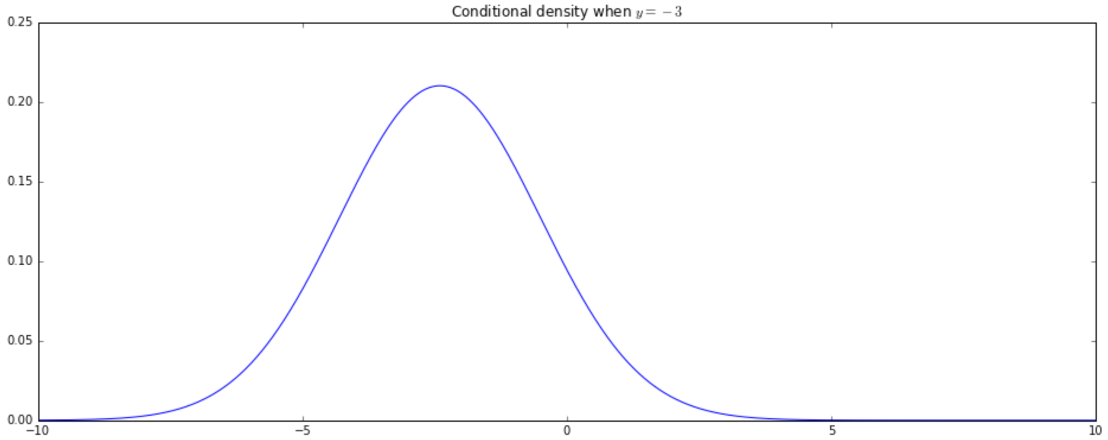
In [6]:

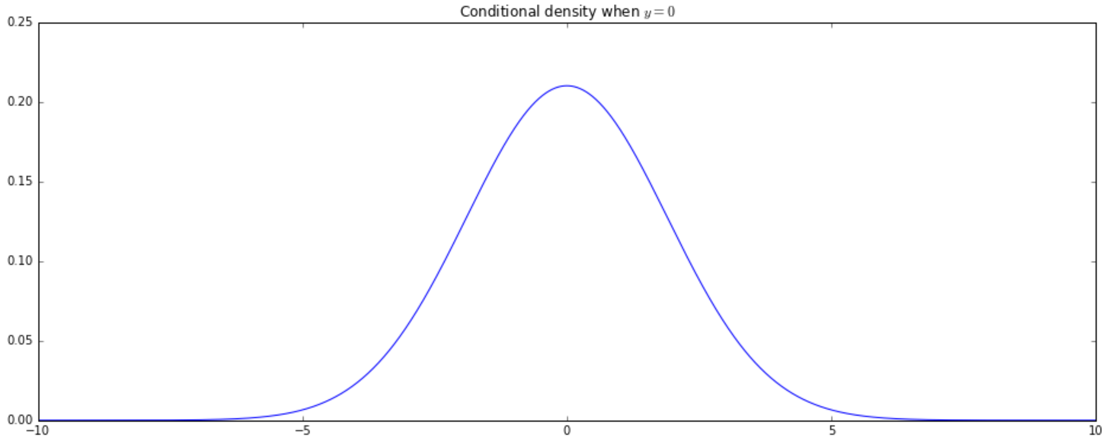
```
# Рисует график условного распределения при y = y_condition
def show_conditional_density(y_condition) :

    # Генерируем сетку по оси x
    step = 0.01
    grid = np.arange(-10, 10, step)

    # Считаем условное распределение для всех точек сетки
    c_density = [distr.pdf((x, y_condition)) for x in grid]
    c_density /= step * np.sum(c_density)  # Делим на вероятность y = y_co
ndition

    # Рисуем итоговый график
    plt.figure(figsize=(16, 6))
    plt.plot(grid, c_density)
    plt.title("Conditional density when $y = %s$" % y_condition)
    plt.show()
```

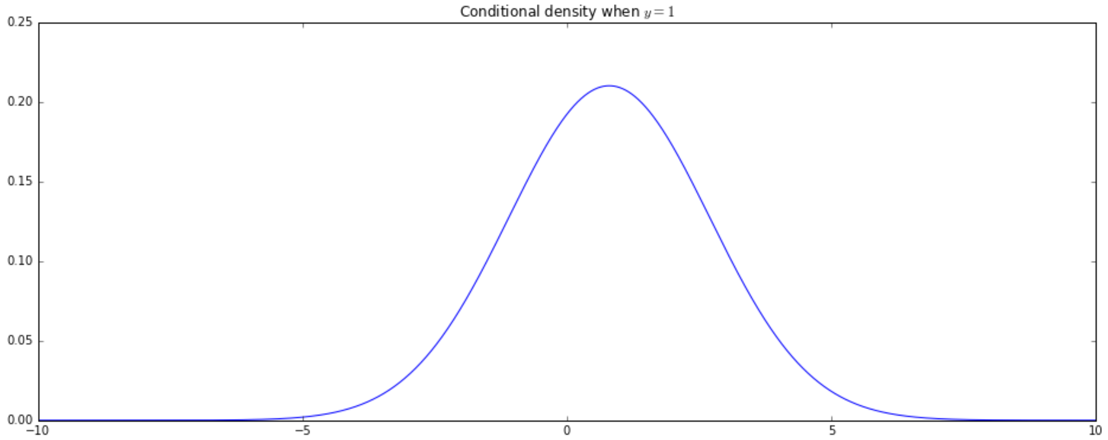
Строим графики плотности условного распределения $f_{\xi_1|\xi_2}(x|y)$ для $y \in \{-3, 0, 1, 5\}$

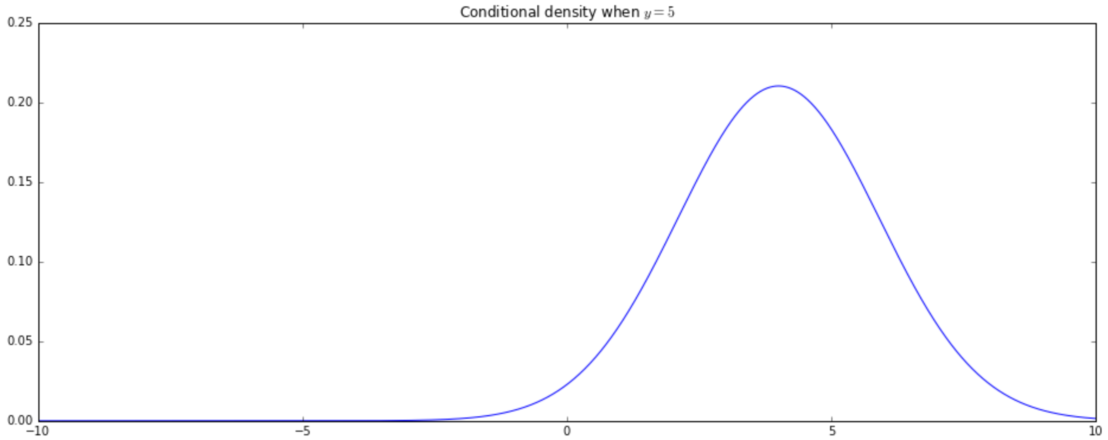
In [7]:

```
for y_condition in [-3, 0, 1, 5] :
    show_conditional_density(y_condition)
```









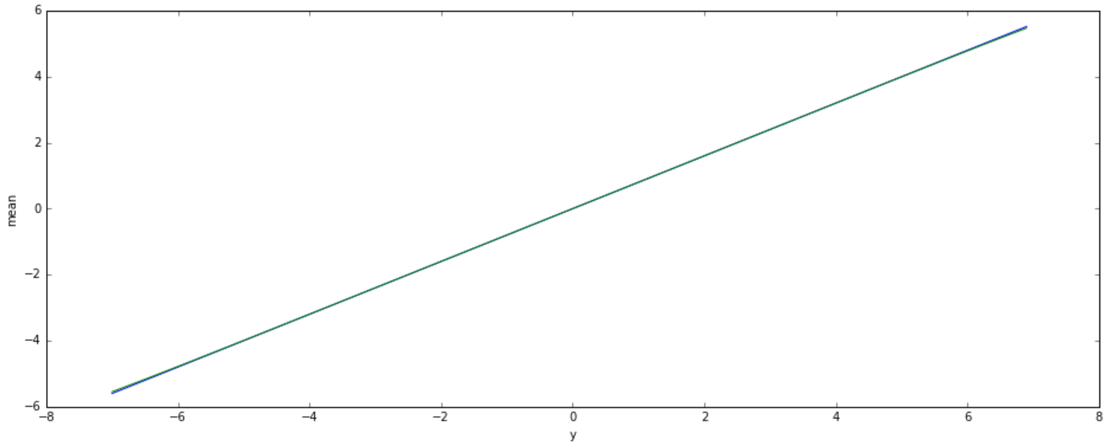
Теперь исследуем условное матожидание $E(\xi_1|\xi_2 = y)$ как функцию от y.

In [13]:

```
# Расчитывает условное матожидание при xi_2 = y
def compute_conditional_mean(y) :
    step = 0.01
    grid = np.arange(-10, 10, step)
    return np.sum([distr.pdf((x, y)) * step * x for x in grid]) \
           / np.sum([distr.pdf((x, y)) * step for x in grid])
```

In [18]:

```
%%time
# Генерируем сетку по y
grid = np.arange(-7, 7, 0.1)
expected = grid * (4. / 5.)  # Теоретическое значение матожидания
actual = list(map(compute_conditional_mean, grid))

# Строим график зависимости условного матожидания от y
plt.figure(figsize=(16, 6))
plt.plot(grid, expected, label='$ y=\\frac{4}{5}x $')
# Добавляем график прямой x = E xi_1
plt.plot(grid, actual, label='$ E(\\xi_1|\\xi_2 = y) $')
plt.xlabel('y')
plt.ylabel('mean')
plt.show()
```




```
CPU times: user 23.2 s, sys: 268 ms, total: 23.4 s
Wall time: 23.3 s
```

Вывод: $E(\xi_1|\xi_2 = y) = \frac{4}{5}y$