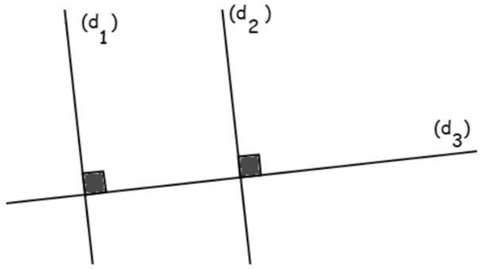
Fiche de révisions : rappels de géométrie plane

- **Démontrer que des droites sont parallèles en utilisant une propriété vue en 6ᵉ :**

Propriété : Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles.

Données :

$(d_1) \perp (d_3)$
$(d_2) \perp (d_3)$



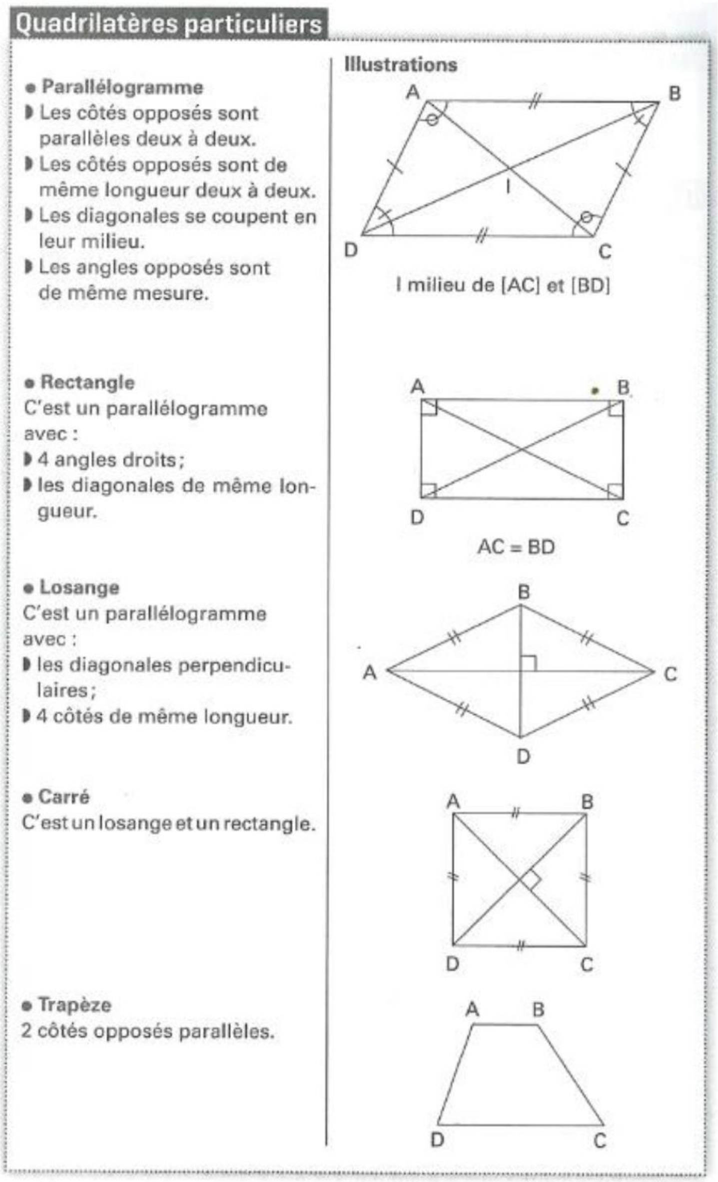
Conclusion :

$(d_1) \,//\, (d_2)$

- **Calculer la mesure d'un angle dans un triangle en utilisant une propriété vue en 5ᵉ :**

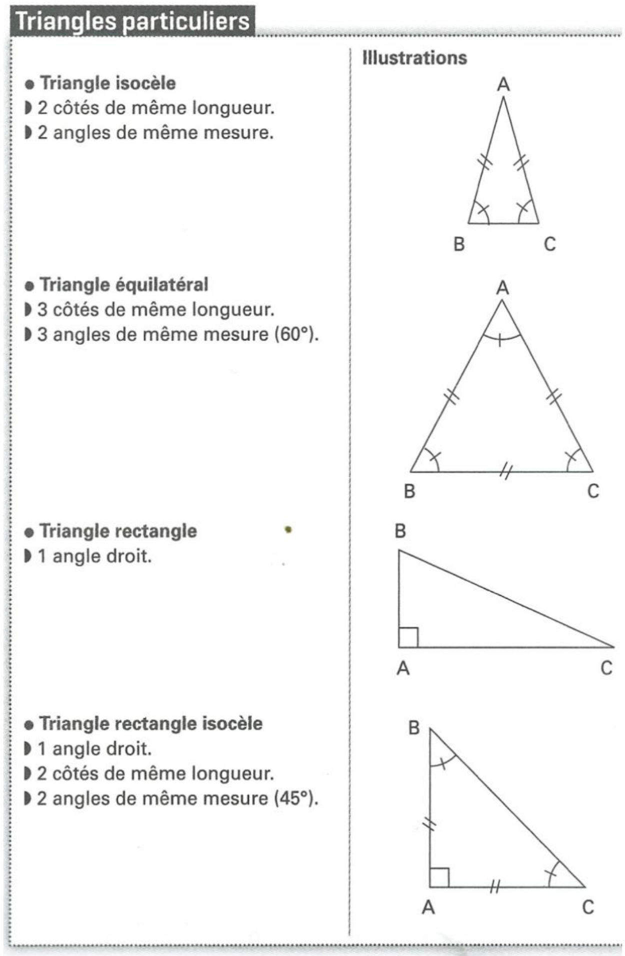
Propriété : Dans un triangle la somme des mesures des trois angles est égale à 180°.

- **Quadrilatères et triangles particuliers :**



Quadrilatères particuliers

	Illustrations
Parallélogramme ▸ Les côtés opposés sont parallèles deux à deux. ▸ Les côtés opposés sont de même longueur deux à deux. ▸ Les diagonales se coupent en leur milieu. ▸ Les angles opposés sont de même mesure.	I milieu de [AC] et [BD]
Rectangle C'est un parallélogramme avec : ▸ 4 angles droits ; ▸ les diagonales de même longueur.	AC = BD
Losange C'est un parallélogramme avec : ▸ les diagonales perpendiculaires ; ▸ 4 côtés de même longueur.	
Carré C'est un losange et un rectangle.	
Trapèze 2 côtés opposés parallèles.	



Triangles particuliers

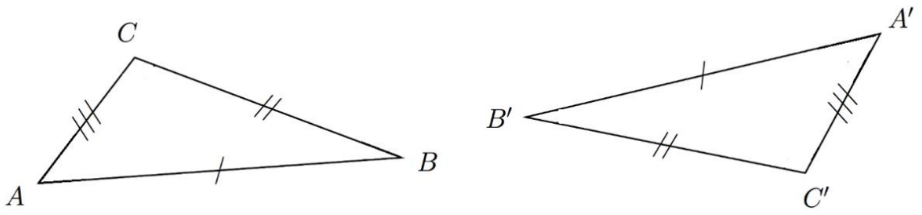
	Illustrations
Triangle isocèle ▸ 2 côtés de même longueur. ▸ 2 angles de même mesure.	
Triangle équilatéral ▸ 3 côtés de même longueur. ▸ 3 angles de même mesure (60°).	
Triangle rectangle ▸ 1 angle droit.	
Triangle rectangle isocèle ▸ 1 angle droit. ▸ 2 côtés de même longueur. ▸ 2 angles de même mesure (45°).	

Fiche de révisions : triangles égaux

1) Qu'est-ce que des triangles égaux ?

Définition : Deux triangles sont égaux si leurs côtés sont respectivement de la même longueur.

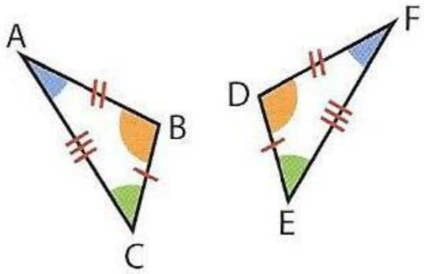
Exemple : Comme $AB = A'B'$, $AC = A'C'$ et $BC = B'C'$ alors les triangles ABC et A'B'C' sont égaux.



Propriété : Des triangles égaux sont des triangles superposables : ils ont la même aire et leurs angles ont la même mesure.

Exemple : Les triangles ABC et DEF ci-contre sont égaux donc :

- $\mathcal{A}(ABC) = \mathcal{A}(DEF)$
- $\widehat{BAC} = \widehat{DFE}$
- $\widehat{ABC} = \widehat{EDF}$
- $\widehat{ACB} = \widehat{DEF}$



2) Démontrer que deux triangles sont égaux

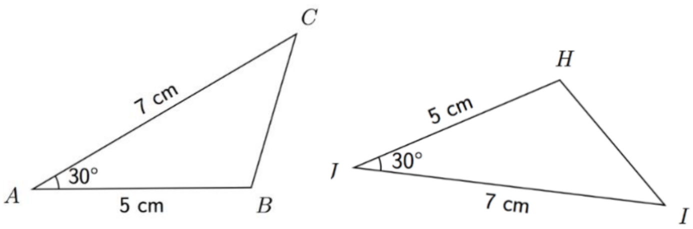
Propriété 1 : Si deux triangles ont un angle de même mesure compris entre deux côtés respectivement de même longueur alors ils sont égaux.

Exemple : Démontrer que les triangles BAC et HJI ci-dessous sont égaux.

Je sais que $\widehat{CAB} = \widehat{HJI}$ et que $AC = JI$ et $AB = JH$

Or Si deux triangles ont un angle de même mesure compris entre deux côtés respectivement de même longueur alors ils sont égaux.

Donc les triangles BAC et HJI sont égaux.



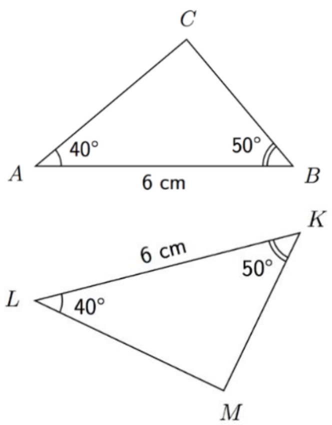
Propriété 2 : Si deux triangles ont un côté de même longueur compris entre deux angles de même mesure alors ils sont égaux.

Exemple : Démontrer que les triangles ACB et LMK ci-dessous sont égaux.

Je sais que $AB = LK$ et que $\widehat{CAB} = \widehat{MLK}$ et $\widehat{CBA} = \widehat{LKM}$

Si deux triangles ont un côté de même longueur compris entre deux angles de même mesure alors ils sont égaux.

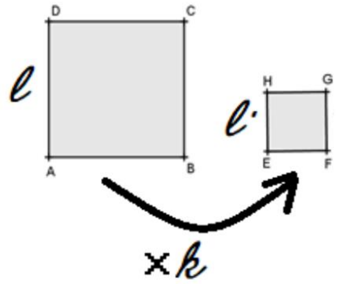
Donc les triangles ACB et LMK sont égaux.



Fiche de révisions : Agrandissements-réductions, triangles semblables

Agrandissements, réductions

- coefficient d'agrandissement : $k > 1$
- coefficient de réduction : $0 < k < 1$



Pour trouver le coefficient d'agrandissement ou de réduction :

$$k = \frac{longueur\ finale}{longueur\ initiale} = \frac{\ell'}{\ell}$$

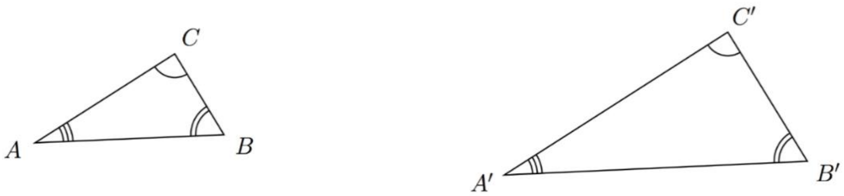
<u>Longueurs :</u> En notant ℓ la longueur initiale et ℓ' la longueur agrandie ou réduite, on a la relation : $\ell' = \ell \times k$

<u>Aires :</u> En notant $\mathcal{A}$ l'aire initiale et $\mathcal{A}'$ l'aire de la figure agrandie ou réduite, on a la relation : $\mathcal{A}' = \mathcal{A} \times k^2$

Triangles semblables

Deux triangles sont semblables si leurs angles sont respectivement de la même mesure.

Exemple : Comme $\widehat{BAC} = \widehat{B'A'C'}$, $\widehat{ABC} = \widehat{A'B'C'}$ et $\widehat{ACB} = \widehat{A'C'B'}$ alors les triangles ABC et A'B'C' semblables.

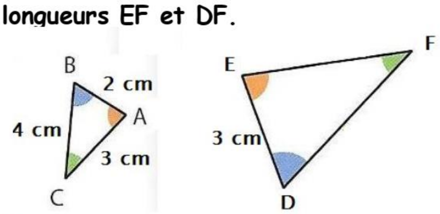


Lorsque deux triangles sont semblables

<u>Propriété :</u> Si deux triangles ABC et $A'B'C'$sont semblables alors leurs côtés respectifs sont proportionnels :

$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{A'C'}{AC} = k$ où k est le coefficient de proportionnalité.

Exemple : Déterminer les longueurs EF et DF.



Comme $\hat{E} = \hat{A}$, $\hat{D} = \hat{B}$, $\hat{F} = \hat{C}$

alors les triangles DEF et ABC sont semblables

On a donc : $\frac{ED}{AB} = \frac{DF}{BC} = \frac{EF}{AC}$

En remplaçant par les longueurs données on a : $\frac{3}{2} = \frac{DF}{4} = \frac{EF}{3}$

Comme $\frac{3}{2} = \frac{DF}{4}$ on a : $DF = \frac{3\times4}{2} = \frac{12}{2} = \boxed{6\ cm}$

Comme $\frac{3}{2} = \frac{EF}{3}$ on a : $EF = \frac{3\times3}{2} = \frac{9}{2} = \boxed{4{,}5\ cm}$

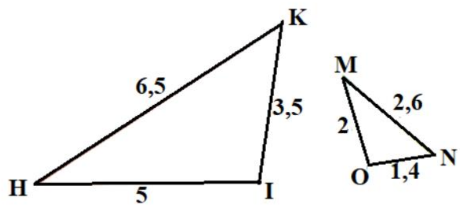
DEF est un agrandissement de ABC de coefficient $k = \frac{3}{2} = 1{,}5$.

Démontrer que deux triangles sont semblables

<u>Propriété :</u> Si deux triangles ont leurs côtés respectifs proportionnels alors ils sont semblables

Exemple : Démontrer que les triangles HIK et MON sont semblables.

Les longueurs données sont en cm.



- $\frac{MN}{HK} = \frac{2{,}6}{6{,}5} = 0{,}4$
- $\frac{NO}{KI} = \frac{1{,}4}{3{,}5} = 0{,}4$
- $\frac{MO}{HI} = \frac{2}{5} = 0{,}4$

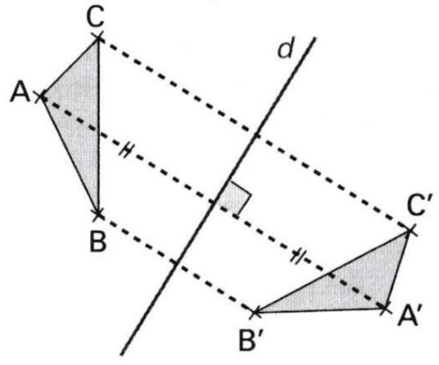
Comme les quotients sont égaux,
les côtés respectifs des triangles sont proportionnels donc les triangles HIK et MNO sont semblables.

Remarque : Dans une configuration de Thalès, on a deux triangles semblables.

Fiche de révisions : symétries, translation, rotation, homothéties

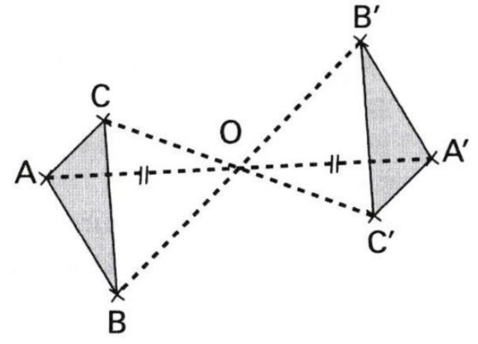
Symétrie axiale

Le triangle A'B'C' est l'image du triangle ABC par la symétrie d'axe (d)



Symétrie centrale

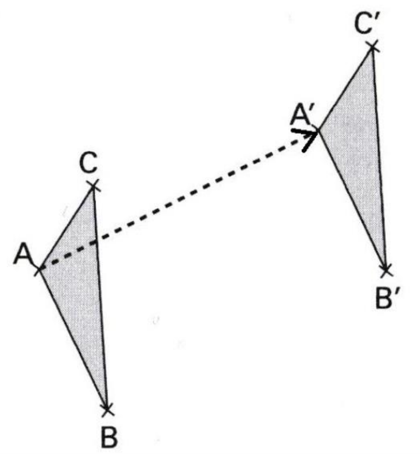
Le triangle A'B'C' est l'image du triangle ABC par la symétrie de centre O.



Translation

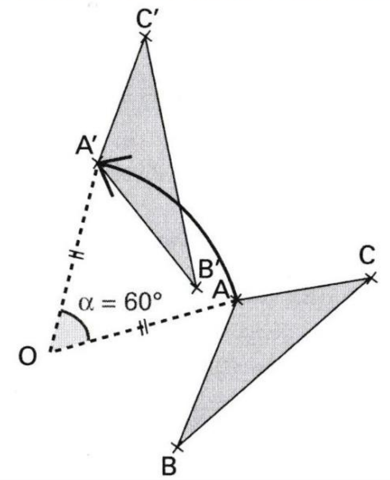
Le triangle A'B'C' est l'image du triangle ABC par la translation de vecteur $\overrightarrow{AA'}$

(ou qui transforme A en A')



Rotation

Le triangle A'B'C' est l'image du triangle ABC par la rotation de centre O et d'angle 60° dans le sens inverse des aiguilles d'une montre (sens anti-horaire)

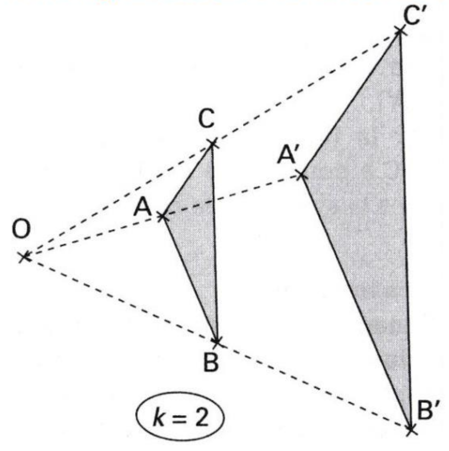


Homothéties

Si $k > 0$: $OA' = k \times OA$

(si $0 < k < 1$ c'est une réduction,
si $k > 1$ c'est un agrandissement)

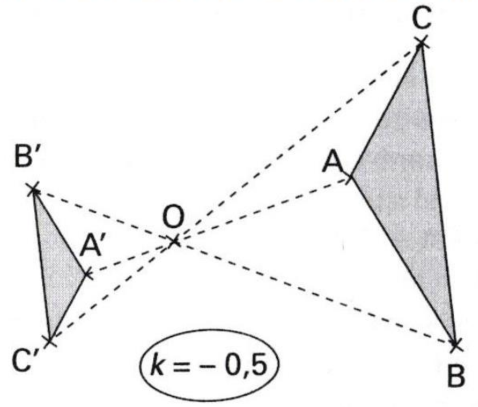
Le triangle A'B'C est l'image du triangle ABC par l'homothétie de centre O et de rapport k=2 (c'est un agrandissement de coefficient 2)



Si $k < 0$: $OA' = -k \times OA$

(si -1< $k < 0$ c'est une réduction,
si $k < -1$ c'est un agrandissement)

Le triangle A'B'C est l'image du triangle ABC par l'homothétie de centre O et de rapport k=-0.5 (c'est une réduction de coefficient 0,5)

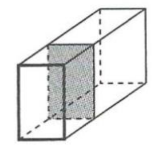


Fiche de révisions : Géométrie dans l'espace

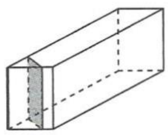
• Sections de solides

● d'un parallélépipède rectangle

◗ par un plan parallèle à une face est un rectangle de même dimension que la face.

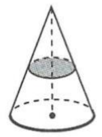


◗ par un plan parallèle à une arête est un rectangle dont l'un des côtés a la longueur de l'arête.



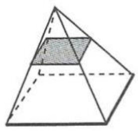
● d'un cône de révolution

par un plan parallèle à sa base (et donc perpendiculaire à son axe) est un cercle. Ce cercle est une réduction de celui de la base.



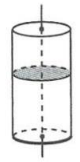
● d'une pyramide

par un plan parallèle à sa base est un polygone de même forme que le polygone de base (c'en est une réduction).



● d'un cylindre de révolution

◗ par un plan parallèle à sa base (et donc perpendiculaire à son axe) est un cercle de même rayon que le cercle de base.



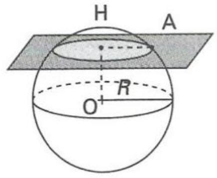
◗ par un plan parallèle à son axe est un rectangle dont l'un des côtés a pour longueur la hauteur du cylindre.

● d'une sphère

◗ Si OH < *R*,
la section de la sphère par le plan perpendiculaire à (OH) passant par H est un cercle.

◗ Si OH = *R*,
la plan et la sphère sont tangents. Ils ont un seul point commun, H.

◗ Si OH > *R*,
le plan et la sphère n'ont aucun point commun.



• Sections de solides et agrandissements, réduction

Volumes : En notant $\mathcal{V}$ le volume initial et $\mathcal{V}'$ le volume du solide agrandi ou réduit, on a la relation : $\boldsymbol{\mathcal{V}' = \mathcal{V} \times k^3}$

Exemple :

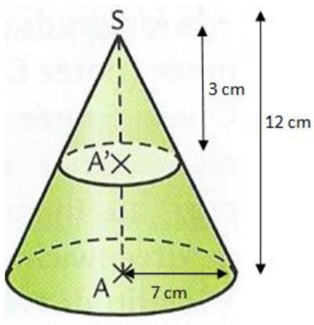
↳Volume du grand cône : $\mathcal{V} = \frac{\pi \times r^2 \times h}{3} = \frac{\pi \times 7^2 \times SA}{3} = \frac{\pi \times 49 \times 12}{3} = \frac{\pi \times 49 \times 4 \times 3}{3} = \pi \times 196 = \boxed{196\,\pi\ cm^3}$

↳ Le coefficient de réduction est : $k = \frac{SA'}{SA} = \frac{3}{12} = \frac{3 \times 1}{3 \times 4} = \boxed{\frac{1}{4}}$

↳Volume du petit cône :

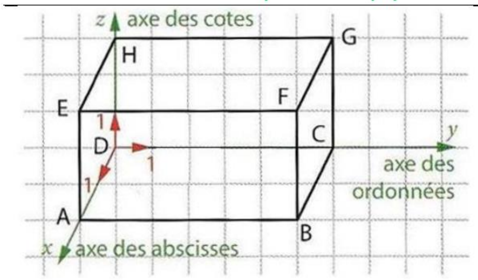
$\mathcal{V}' = \mathcal{V} \times k^3 = 196\,\pi \times \left(\frac{1}{4}\right)^3 = 196\,\pi \times \frac{1}{64} = \frac{196\pi}{64} = 3{,}0625\,\pi\ cm^3$ (valeur exacte)

$\boxed{\mathcal{V}' \approx 10\ cm^3}$ (valeur arrondie au cm³)



• Se repérer dans l'espace

Sur un parallélépipède rectangle



Origine du repère :
D (0 ; 0 ; 0)

Point sur l'axe des abscisses :
A (2 ; 0 ; 0)

Point sur l'axe des ordonnées :
C (0 ; 6 ; 0)

Point sur l'axe des cotes : H (0 ; 0 ; 3)

Autres points :

B (2 ; 6 ; 0)   E (2 ; 0 ; 3)

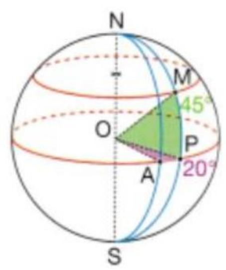
F (2 ; 6 ; 3)   G (0 ; 6 ; 3)

sur une sphère

• **Sur la Terre** assimilée à une **sphère**, un point est repéré par ses coordonnées géographiques : sa **longitude** (par rapport au **méridien de Greenwich**) et sa **latitude** (par rapport à l'**équateur**).

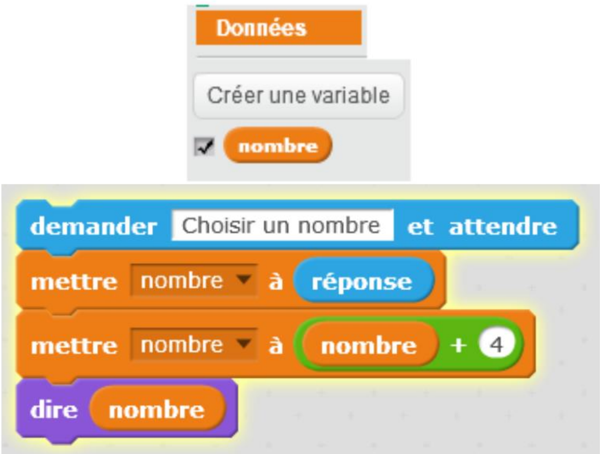
Exemples :

Point	Longitude	Latitude
A	0°	0°
P	20° E	0°
M	20° E	45° N

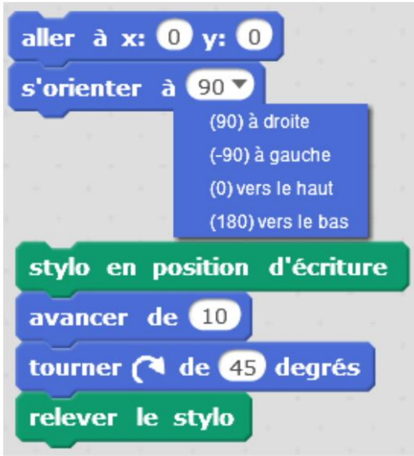


Fiche de révisions : Algorithmique

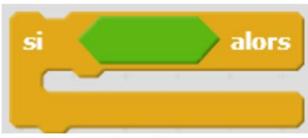
Variables



Mouvement



« Si … alors …» et « si … alors … sinon … »



permet d'exécuter certaines instructions lorsqu'une condition est vraie

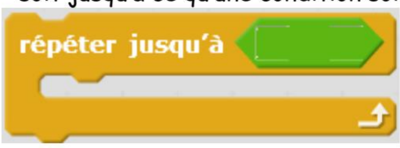
permet d'exécuter deux instructions : une si la condition est vraie et l'autre si la condition est fausse.

Répéter

Une boucle permet de répéter des instructions :

- soit un nombre de fois prévu à l'avance

- soit jusqu'à ce qu'une condition soit vraie.



Exemple : ***Brevet, France, juin 2017***

On donne le programme suivant qui permet de tracer plusieurs triangles équilatéraux de tailles différentes.

Ce programme comporte une variable nommée « côté ». Les longueurs sont données en pixels.

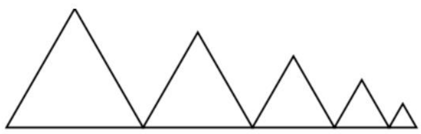
Numéros d'instruction	Script	Le bloc **triangle**
1	Quand [drapeau] est cliqué	définir triangle
2	effacer tout	stylo en position écriture
3	aller à x: −200 y: −100	répéter 3 fois
4	s'orienter à 90	avancer de côté
5	Mettre côté à 100	tourner ↺ de 120 degrés
6	répéter 5 fois	
7	triangle	relever le stylo
8	avancer de côté	
9	Ajouter à côté −20	

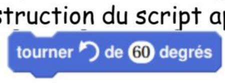
1) Quelles sont les coordonnées du point de départ du tracé ? (-200 ; -100)

2) Combien de triangles sont dessinés par le script ? 5 triangles.

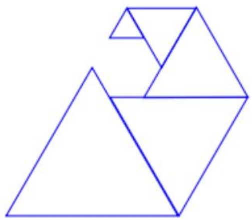
3) a) Quelle est la longueur (en pixels) du côté du 2e triangle tracé ? 100-20= 80 pixels

b) Tracer à main levée l'allure de la figure obtenue quand on exécute le script.

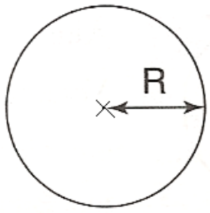
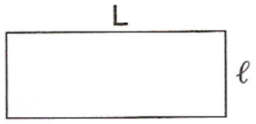
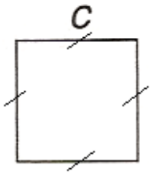
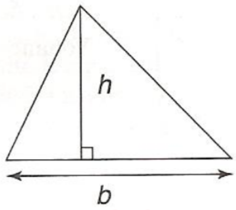
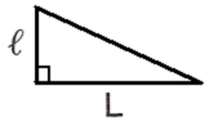
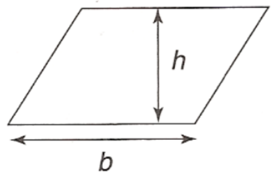


4) On modifie le script initial pour obtenir la figure ci-contre. Indiquer le numéro d'une instruction du script après laquelle on peut placer l'instruction 

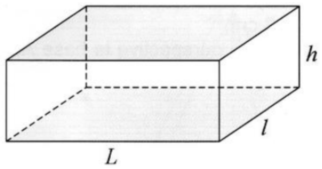
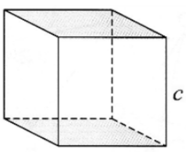
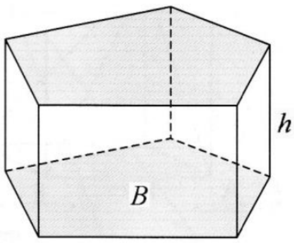
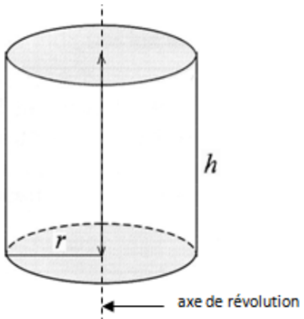
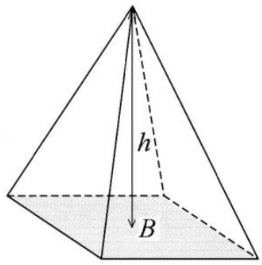
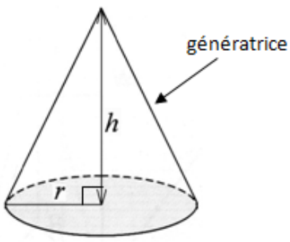
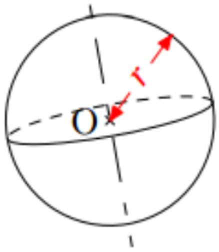
Il faut la placer après l'instruction n°8



Formulaire de géométrie plane (périmètre et aire)

CERCLE / DISQUE	RECTANGLE	CARRE	TRIANGLE	PARALLELOGRAMME
 **périmètre du cercle :** $\mathcal{P} = 2 \times \pi \times R$ **aire du disque :** $\mathcal{A} = \pi \times R^2$	 **périmètre :** $\mathcal{P} = 2 \times L + 2 \times \ell$ **aire :** $\mathcal{A} = L \times \ell$	 **périmètre :** $\mathcal{P} = 4 \times c$ **aire :** $\mathcal{A} = c^2$	 **aire :** $\mathcal{A} = \frac{b \times h}{2}$ <u>POUR UN TRIANGLE RECTANGLE :</u>  **aire :** $\mathcal{A} = \frac{L \times \ell}{2}$	 **aire :** $\mathcal{A} = b \times h$

Formulaire de géométrie dans l'espace (volumes)

PAVE DROIT ET CUBE	PRISME DROIT ET CYLINDRE DE REVOLUTION	PYRAMIDE ET CONE DE REVOLUTION	SPHERE / BOULE
<u>parallélépipède rectangle (ou pavé droit) :</u> $V = L \times l \times h$  <u>cube :</u> $V = c^3$ 	<u>prisme droit :</u> $V = \mathcal{B} \times h$ où $\mathcal{B}$ est l'aire de la base  <u>cylindre de révolution :</u> $V = \pi \times r^2 \times h$ 	<u>pyramide :</u> $V = \frac{\mathcal{B} \times h}{3}$ où $\mathcal{B}$ est l'aire de la base  <u>cône de révolution :</u> $V = \frac{\pi \times r^2 \times h}{3}$ 	 <u>aire d'une sphère :</u> $\mathcal{A} = 4 \times \pi \times r^2$ <u>volume d'une boule :</u> $V = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$

Formulaire de conversions

- **Masses**

t tonne	q quintal		kg	hg	dag	g	dg	cg	mg

1 tonne = 1 000 kg

- **Capacités**

hL	daL	L	dL	cL	mL

- **Longueurs**

km	hm	dam	m	dm	cm	mm

- **Aires**

km^2		hm^2		dam^2		m^2		dm^2		cm^2		mm^2	

- **Volumes**

km^3			hm^3			dam^3			m^3			dm^3			cm^3			mm^3		
												hL	daL	L	dL	cL	mL			

- **Conversions L/m³**

$1\ L = 1\ dm^3$

$1\ 000\ L = 1 m^3$

- **Durées**

$1\ min = 60\ s$

$1\ h = 60\ min$

$1\ jour = 24\ h$

$1\ an \approx 365\ jours$