Билет №7

№1. Момент импульса материальной точки и механической системы. Уравнение моментов механической системы. Закон сохранения момента импульса механической системы.

Момент импульса $\vec{L}$ материальной точки – векторная физическая величина, равна $[\bar{r}; \bar{p}] = m[\bar{r}; \bar{V}]$.

$\bar{r}$ - радиус-вектор из точки О (относительно которой рассматриваем) в данную материальную точку.

$\bar{p} = m\bar{V}$ - импульс данной материальной точки.

Направление $\vec{L}$ определяют правилом правого винта

Моментом импульса $\bar{L}$ системы материальных точек из N тел называется величина $\vec{L} = \sum_{i=1}^{n} \vec{L_i} = \sum_{i=1}^{n} [\bar{r_i}; \bar{p_i}]$

Уравнение моментов МС:

$$\frac{d\bar{L}}{dt} = \sum_{i=1}^{n} \bar{M_i} = \bar{M}$$

Вывод: Пусть $\bar{M}_i'$ и $\bar{M}_i$ - результирующие моменты внешних и внутренних сил соответственно, действующих на i-ю материальную точку системы, тогда для этой точки: $\frac{dL_i}{dt} = \bar{M_i} + \bar{M}_i'$ (1)

Сложив (1) с индексами $i = \overline{1; n}$ получим

$$\frac{d}{dt} \sum_{i=1}^{n} \vec{L_i} = \sum_{i=1}^{n} \bar{M_i} + \sum_{i=1}^{n} \bar{M}_i' \quad (2)$$

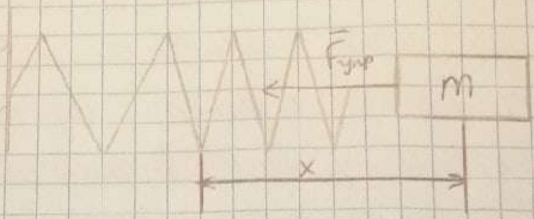
Так как любой элем. масс силы взаимодействия лежат на одной прямой, равны по величине и противоположны по направлению, то моменты сил уравновешивают друг друга, поэтому

$$\sum_{i=1}^{n} \bar{M}_i' \text{ в (2)} = 0 \Rightarrow \frac{d}{dt}\vec{L} = \sum_{i=1}^{n} \bar{M_i} = \bar{M}$$

Закон сохранения момента импульса МС:

Момент импульса системы материальных точек остается постоянным, если система замкнута $\left(\sum_{i=1}^{n} \overline{F}_i^{\text{внешних}} = 0\right)$

② Собственная частота колебаний пружинного маятника:



II Закон Ньютона:

$ma = -F_{упр}$

$ma = -kx$

$$\left.\begin{aligned} a &= -\frac{kx}{m} \\ a &= \ddot{x} \end{aligned}\right\} \ddot{x} = -\frac{kx}{m}$$

$$\left.\begin{aligned} \ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0 \\ \omega_0^2 = \frac{k}{m} \end{aligned}\right\} \ddot{x} + \omega_0^2 x = 0.$$

$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ - собственная частота пружинного маятника

③. Пуля, летевшая со скоростью V_0, пробивает доску и вылетает из нее со скоростью V. Внутри доски на пулю действует сила сопротивления $F_c = -\alpha \cdot V^3$, где α - известная постоянная. Найдите время, в течение которого пуля проходит сквозь доску.

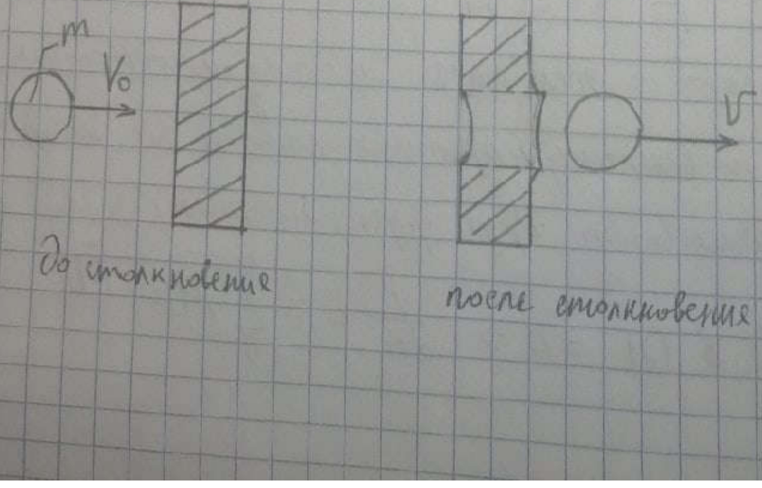
Дано:

V_0, V

$F_c = -\alpha V^3$

$\alpha = const$

$t - ?$



до столкновения

после столкновения (момент вылета)

Рассмотрим F_c по определению силы, как $\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}$. Тогда

$$\left.\begin{aligned} F_c &= \frac{dP}{dt} \\ P &= mV \end{aligned}\right\} F_c = \frac{m\,dV}{dt} = -\alpha V^3 \Rightarrow \frac{m\,dV}{V^3} = -\alpha\,dt$$

m - масса пули

интегрируем

$$\int_{V_0}^{V} \frac{m\,dV}{V^3} = -\alpha \int_0^t dt$$

$$\left.\frac{m}{-2V^2}\right|_{V_0}^{V} = -\alpha t$$

$$+ \ t = \frac{m}{2\alpha}\left(\frac{1}{V^2} - \frac{1}{V_0^2}\right)$$

$$t = \frac{m}{2\alpha}\left(\frac{V_0^2 - V^2}{V^2 V_0^2}\right)$$

Ответ: $t = \frac{m}{2\alpha}\left(\frac{V_0^2 - V^2}{V^2 V_0^2}\right)$