

Билет №6.

(4.) Найти момент инерции твердого тела относительно оси. Момент инерции однородного цилиндра (диска) относительно его оси.

$$I_z = \sum_{i=1}^n \Delta m_i \cdot r_{i\perp}^2$$

Δm - масса малой частицы в теле
 $r_{i\perp}$ - траектория частицы

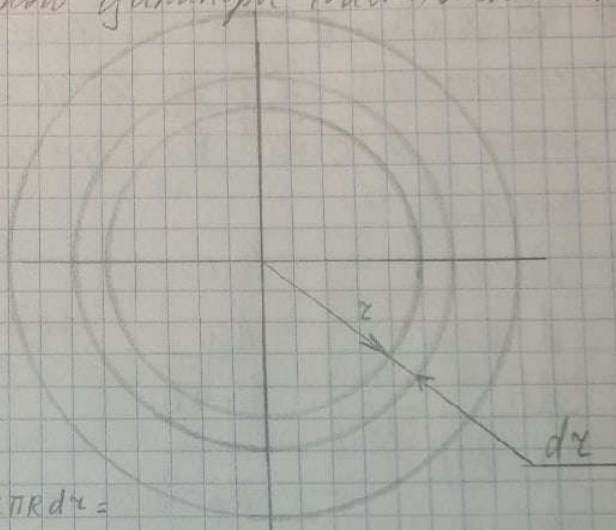
Для сплошных тел:

$$I_z = \iiint_V r_{i\perp}^2 dm$$

Момент инерции однородного цилиндра (диска) относительно его оси.

m - масса диска

R - радиус относительно оси z , перпендикулярной к плоскости диска, проходящей через центр диска



$$\text{Масса цилиндра } dm = \frac{m}{\pi R^2} 2\pi R dr =$$

$$= \frac{m}{R^2} 2r dr, \quad r_{\perp} = r$$

$$I_z = \int_0^R r^2 \frac{m}{R^2} 2r dr = \frac{2m}{R^2} \int_0^R r^3 dr = \frac{2m}{R^2} \cdot \frac{r^4}{4} \Big|_0^R =$$

$$= \frac{2m R^4}{4 R^2} = \frac{m R^2}{2}$$

② Потенциальная энергия силы упругости.

Для силы упругости $F_y = kx$ потенциальная энергия:

$$W_{\text{пот упр}} = \frac{kx^2}{2} + C \quad (\text{обозначим } C=0)$$

Потенциальная энергия для обобщенного закона Гука:

$$\text{Из соотношений } x = \epsilon l, \quad \epsilon = \frac{k l}{S} \Rightarrow W_{\text{пот упр}} = \frac{k(\epsilon l)^2}{2} = \frac{k l \epsilon^2}{2} S l$$

Учитывая, что объём деформируемого тела $V = Sl$, находим энергию при возникновении относительной деформации величиной ϵ : $W_{\text{пот упр}} = \frac{E \epsilon^2}{2} V$

③ В течение какого количества колебаний амплитуда уменьшается в 10 раз, если логарифмический декремент равен $\lambda = 0,001$? Чему при этом равна добротность колебательной системы?

Дано:

$$\lambda = 0,001$$

$$\frac{A(t)}{A(t+NT)} = 10$$

Найти:

N - ?

Q - ?

Решение.

$$\frac{A(t)}{A(t+NT)} = e^{BNT} = \left| B T = \lambda \right| = e^{N\lambda} = 10$$

$$N\lambda = \ln 10$$

$$N = \frac{\ln 10}{\lambda} = 2302,59$$

$$Q = \pi N = \frac{\pi \ln 10}{\lambda} = 7233,78$$

Ответ: $N = 2302,59$

$Q = 7233,78$