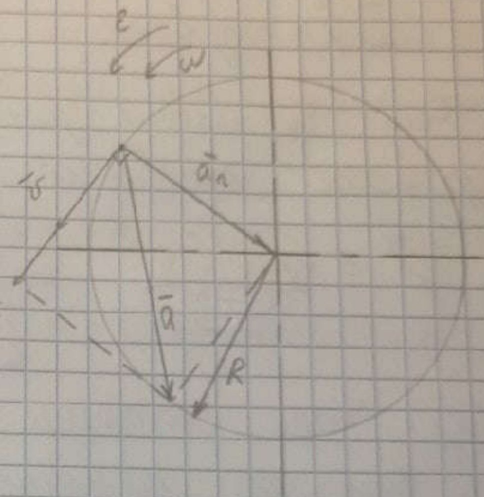
Билет №20.

№1 Полное, тангенциальное (касательное) и нормальное ускорение.

Вектор ускорения можно представить в виде суммы двух векторов – вектора $\vec{a}_\tau$, параллельно вектору скорости и вектора $\vec{a}_n$, перпендикулярного вектору скорости

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$$



$\vec{a}_\tau$ – тангенциальное ускорение

$$a_\tau = \varepsilon R$$

$\vec{a}_n$ – нормальное ускорение

$$a_n = \omega^2 R$$

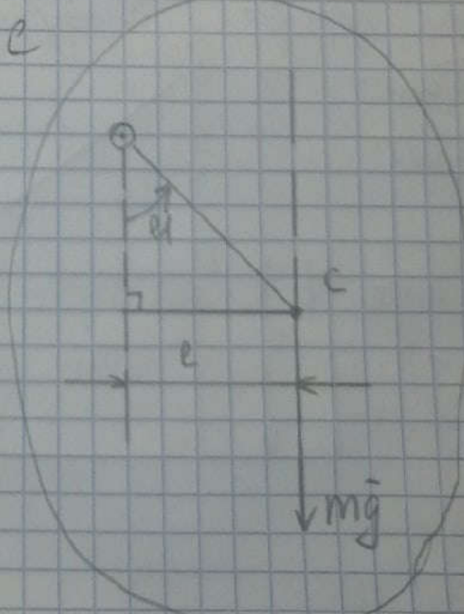
$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$$

$$a = R\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}$$

№2 Вывод выражения для собственной частоты малых колебаний физического маятника

1) Проведем из центра масс тела C перпендикуляр к оси z вращения. Длина перпендикуляра равна l.

2) Положение тела задаем углом отклонения от вертикала этого перпендикуляра – φ.



Если ∠φ увеличивается, то $\vec{L}$ направлен вдоль горизонтальной оси z направлен от нас ($\vec{L}$ - момент импульса)

Момент внешних сил тяжести относительно оси z направлен от нас.

3) Проекция на ось z: $L_z = I_z \omega = I_z \dot{\varphi}$

$M_z(mg) = -mgl\sin\varphi$

Уравнение вращения вокруг оси z: $\frac{dL_z}{dt} = M_z^{внеш}$

$I_z \ddot{\varphi} = -mgl\sin\varphi$.

Если выполняется условие малости колебаний: $\sin\varphi \approx \varphi$, то уравнение колебаний имеет вид:

$$\ddot{\varphi} = \frac{-mgl\varphi}{I_z} \Rightarrow \boxed{\omega = \sqrt{\frac{mgl}{I_z}}}$$

№3. Сани, съехавшие с гладкой горки высотой h, въезжают на горизонтальный шероховатый участок дороги. Коэффициент трения между санями и дорогой $\mu = b\sqrt{x}$, где x - расстояние от начала шероховатого участка, b - известная константа. Какое расстояние сани проедут по шероховатому участку

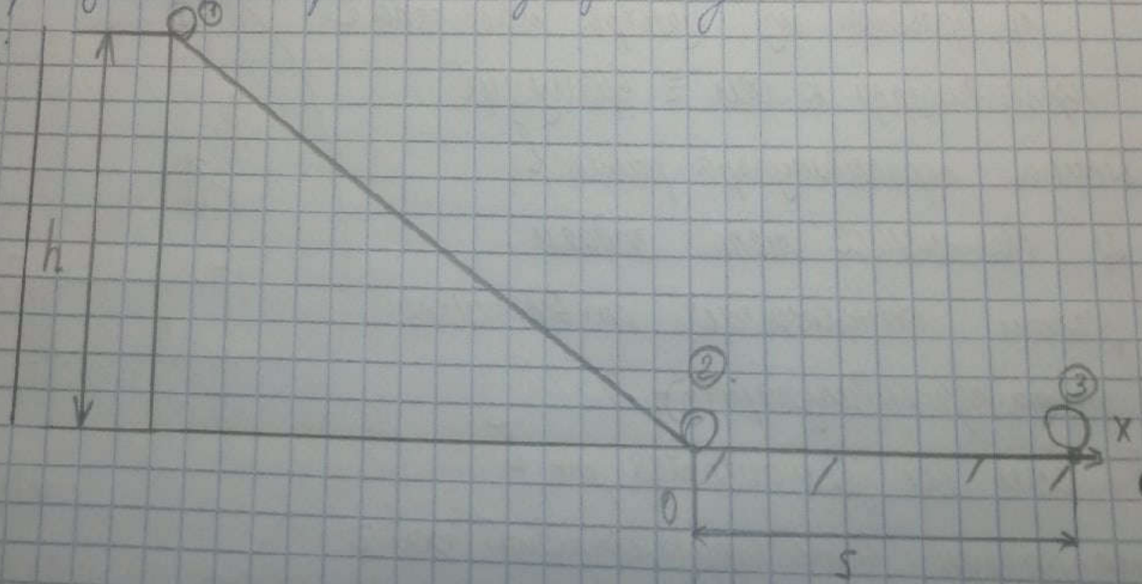
Дано:

$\mu = b\sqrt{x}$

h

$b = const$

$S - ?$



1) На этапе 1-2 тело двигалось без потери энергии ⇒ можно использовать закон сохранения энергии.

$W_{мех1} = W_{мех2}$

$W_{пот1} = W_{кин2}$

$W_{кин2} = mgh$. (1)

2) На этапе 2-3 можно заметить уменьшение энергии из-за трения тела с шероховатой поверхности ⇒ энергия перешла в работу, которая нужна, чтобы пройти расстояние S.

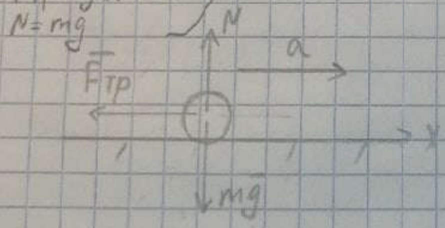
$$A = \Delta W_{кин} = W_{3кин} - W_{2кин} = -W_{2кин} \quad (2).$$

3) Также работу можно расчитать через переменную силу, а именно:

$$A = \int_0^S F_p\,dx$$

По второму закона Ньютона

$$\left.\begin{aligned} F_p &= ma \\ ma &= -F_{тр} \\ F_{тр} &= \mu N \\ N &= mg \end{aligned}\right\} F_p = -mg\mu = -mgb\sqrt{x}$$



Значит $A = \int_0^S -mgb\sqrt{x}\,dx = -mgb\,\frac{2x^{3/2}}{3}\Big|_0^S = \frac{-2mgb}{3}S^{3/2}$ (3)

Из (1;2;3) ⇒ $-mgh = -\frac{2mgb}{3}S^{3/2}$

$$S^{3/2} = \frac{3h}{2b} \Rightarrow S = \sqrt[3]{\frac{9h^2}{4b^2}}$$

Ответ: $\sqrt[3]{\frac{9h^2}{4b^2}}$