

Билет №5.

Q1) Понятие момента инерции твердого тела относительно оси. Момент инерции такого однородного стержня относительно перпендикулярной ему оси, проходящей через его центр.

$$I_z = \sum_{i=1}^n \Delta m_i \cdot r_{i\perp}^2$$

Δm - масса малой частицы в теле
 $r_{i\perp}$ - траектория частицы

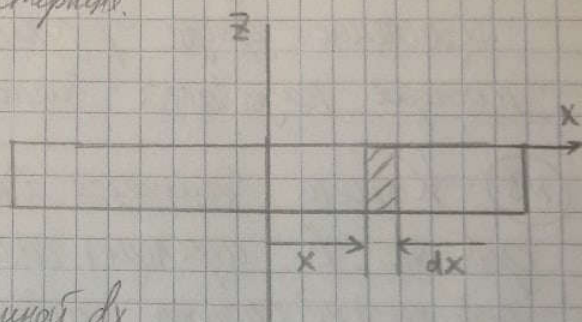
Для сплошных тел:

$$I_z = \iiint_M r_{i\perp}^2 dm$$

Момент инерции тонкого стержня.

m - масса стержня

L - длина стержня.



Выделим на расстоянии x от оси маленькую часть стержня длиной dx

Масса этой частицы $dm = \frac{m}{L} dx$ и $r_{\perp} = x$

$$I_z = \int_{-L/2}^{L/2} x^2 \frac{m}{L} dx = \frac{m}{L} \cdot \frac{x^3}{3} \Big|_{-L/2}^{L/2} = \frac{m}{3L} \left(\frac{L^3}{8} + \frac{L^3}{8} \right) = \frac{mL^2}{12}$$

Q2) Сложение гармонических колебаний одинакового направления близкой частот. Биеция.

$$x_1 = A_1 \cos(\omega_1 t + \alpha_1)$$

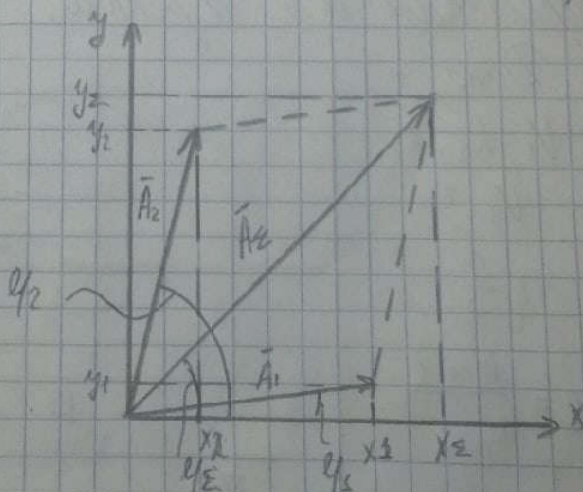
$$x_2 = A_2 \cos(\omega_2 t + \alpha_2)$$

$$A_1 = A_2 = A$$

$$\omega_1 = \omega, \omega_2 = \omega + \Delta\omega$$

$$\Delta\omega \ll \omega$$

$$\alpha_1 = \alpha_2 = 0$$



$$x_1 = A \cos(\omega t)$$

$$x_2 = A \cos(\omega t + \Delta\omega t)$$

$$x_z = x_1 + x_2 = A \cos \omega t + A \cos(\omega t + \Delta\omega t) = 2A \cos\left(\frac{\Delta\omega t}{2}\right) \cos\left(\omega t + \frac{\Delta\omega t}{2}\right)$$

$$\Delta\omega \rightarrow 0$$

$$x_z = 2A \left| \cos\left(\frac{\Delta\omega t}{2}\right) \right| \cos(\omega t + \theta)$$

$$\text{Если } \cos\left(\frac{\Delta\omega t}{2}\right) > 0 \Rightarrow \theta = 0.$$

$$\text{Если } \cos\left(\frac{\Delta\omega t}{2}\right) < 0 \Rightarrow \theta = \pi$$

При сложении колебаний близких частот возникает периодическое изменение амплитуды и скачкообразное изменение фазы результирующего колебания - явление, которое называется биемением.

13) Комета движется вокруг Солнца по вытянутой орбите. В афелии (самой дальнейшей от Солнца точке орбиты) её скорость равна V_1 , а расстояние до Солнца R_1 . Расстояние от Солнца в перигелии (ближайшей к солнцу точке орбиты) равно R_2 . Найдите скорость кометы в перигелии. Во сколько раз отличается потенциальная энергия кометы в перигелии и в афелии?

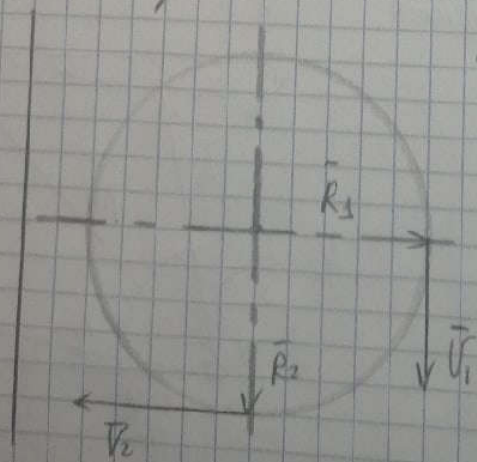
Дано:

$$V_1, R_1, R_2.$$

$$V_2 = ?$$

$$E = ?$$

$$E = \frac{W_{пот.1}}{W_{пот.2}}$$



Закон сохранения
момента импульса

$$L_1 = L_2$$

$$m V_1 R_1 = m V_2 R_2 \quad / : m$$

$$V_1 R_1 = V_2 R_2$$

$$V_2 = \frac{V_1 R_1}{R_2}$$

$$W_{\text{not } 1} = -G \frac{mM}{R_1}$$

$$W_{\text{not } 2} = -G \frac{mM}{R_2}$$

$$\eta = \frac{W_{\text{not } 1}}{W_{\text{not } 2}} = \frac{-G \frac{mM}{R_1}}{-G \frac{mM}{R_2}} = \frac{-GmMR_2}{-GmMR_1} = \frac{R_2}{R_1}$$

Orbiter: $V_2 = \frac{V_1 R_1}{R_2}$

$\eta = \frac{R_2}{R_1}$