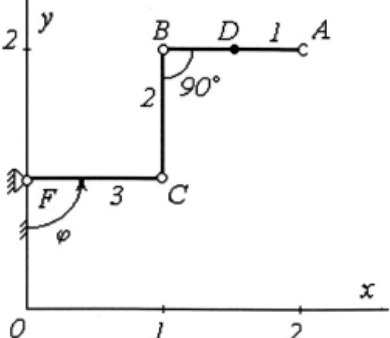


8	<p>Кривошип 3 механизма робота вращается вокруг оси, проходящей через точку <math>F</math>, по закону</p> $\varphi = 0,5\pi^2 \text{ рад},$ <p>а точка <math>A</math> (схват робота) движется по закону</p> $x_A = 1 + t^2 \text{ м}, y_A = 2t \text{ м}.$ <p>Принять</p> $AB = BC = FC = 1 \text{ м}, AD = BD, t^* = 1 \text{ с},$ $0 \leq t \leq 1 \text{ с}.$	
---	--	--

Каждый вариант курсового задания содержит одну задачу. Рассматриваемая в задании механическая система имеет две степени свободы. Для каждого варианта заданы законы движения двух звеньев или одного звена и точки другого звена или нити.

На схемах механизмов указаны начала и положительные направления отсчета величин, определяющих законы движения. Законы движения справедливы в пределах отрезка времени  $0 \leq t \leq t_1$ , который содержит и расчетный момент времени  $t^*$  ( $0 \leq t^* \leq t_1, t^* = 0, 1 \text{ или } 2 \text{ с}$ ). Схемы механических систем изображены на рисунках для расчетного момента времени  $t^*$

Для момента времени  $t^*$  требуется:

1) определить скорости и ускорения точек  $A, B, C$ , угловые скорости и ускорения всех звеньев механизмов; по векторным формулам построить многоугольники скоростей и ускорений точек;

2) найти положение мгновенного центра скоростей (МЦС) звеньев механизма и мгновенного центра ускорений (МЦУ) звена 2, с их помощью проверить правильность нахождения скорости и ускорения точки  $B$ ;

3) нанести на рисунок механизма векторы скоростей и ускорений точек  $A, B, C$ , обозначить круговыми стрелками направления угловых скоростей и ускорений звеньев;

4) составить кинематические уравнения для расчета скорости и ускорения точки  $B$ , угловых скоростей и ускорений звеньев в зависимости от времени с помощью ЭВМ. Расчеты провести для  $0 \leq t \leq t_1$  с помощью формул для плоского движения твердого тела, построить графические зависимости рассчитанных величин от времени, изобразить несколько положений механизма при движении, сопоставить расчеты, выполненные вручную, с расчетами на ЭВМ для ряда моментов времени

В задачах нити нерастяжимы и не скользят по телам.

В ряде задач указано, что тело вращается вокруг оси  $O(z)$ . Это значит, что тело вращается вокруг оси, перпендикулярной плоскости рисунка и проходящей через точку  $O$ ;

Использование ЭВМ при расчетах должно согласоваться с преподавателем. При защите курсового задания преподаватель рекомендует студенту определить скорость и ускорение какой-либо точки звена механизма, например точки  $D$ .

### Решение

1) Точка  $A$  (схват робота) движется по закону и кривошип вращается по закону

$$x_A = 1 + t^2 \text{ м}$$

$$y_A = 2t \text{ м}$$

$$\varphi = 0,5\pi t^2 \text{ рад}$$

Отсюда

$$v_{Ax} = \dot{x}_A = 2t \text{ м / с}$$

$$v_{Ay} = \dot{y}_A = 2 \text{ м / с}$$

$$a_{Ax} = \ddot{x}_A = 2 \text{ м / с}^2$$

$$a_{Ay} = \ddot{y}_A = 0 \text{ м / с}^2$$

$$\omega_{\text{кривошип}} = |\dot{\varphi}| = \pi t \text{ рад / с}$$

$$\varepsilon_{\text{кривошип}} = |\ddot{\varphi}| = \pi \text{ рад / с}^2$$

При  $t^* = 1 \text{ с}$

$$x_A = 2 \text{ м}, y_A = 2 \text{ м}, v_{Ax} = 2 \text{ м / с}, v_{Ay} = 2 \text{ м / с}$$

$$a_{Ax} = 2 \text{ м / с}^2$$

$$a_{Ay} = 0 \text{ м / с}^2$$

$$\omega_{\text{кривошип}} = \pi \text{ рад / с}$$

$$\varepsilon_{\text{кривошип}} = \pi \text{ рад / с}^2$$

**Рассмотрим кривошип**

F – полюс кривошипа

$$v_C = \omega_{\text{кривошип}} \cdot FC = \pi \cdot 1 = \pi \text{ м / с}$$

$$\overline{a_C} = \overline{a_C^\tau} + \overline{a_C^n}$$

$$a_C^\tau = \varepsilon_{\text{кривошип}} \cdot FC = \pi \cdot 1 = \pi \text{ м / с}^2$$

$$a_C^n = \omega_{\text{кривошип}}^2 \cdot FC = (\pi)^2 \cdot 1 = \pi^2 \text{ м / с}^2$$

$$\Rightarrow a_C = \sqrt{(a_C^n)^2 + (a_C^\tau)^2} = \sqrt{(\pi)^2 + (\pi^2)^2} = 10,358 \text{ м / с}^2$$

## Звено 2

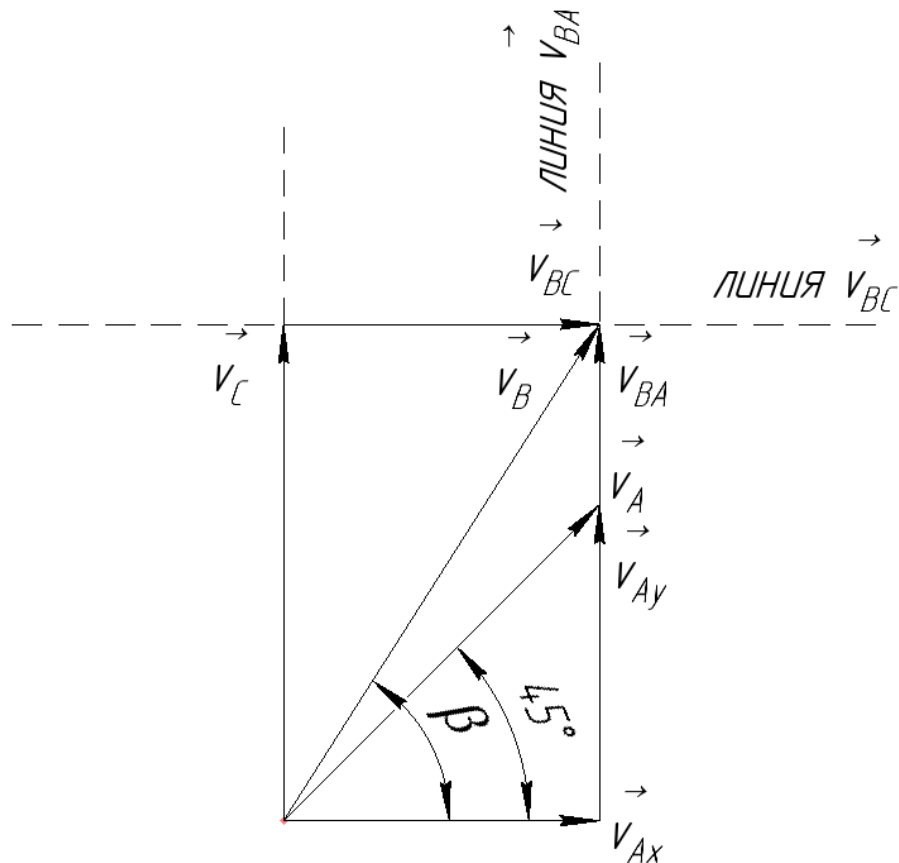
C – полюс звена 2

$$\underline{\underline{\overline{v_B}}} = \underline{\underline{\overline{v_C}}} + \underline{\underline{\overline{v_{BC}}}}$$

## Звено 1

A – полюс звена 1

$$\underline{\underline{\overline{v_B}}} = \underline{\underline{\overline{v_A}}} + \underline{\underline{\overline{v_{BA}}}}$$



Тогда

$$v_{BC} = v_{Ax} = 2\text{ м / с}$$

$$v_A = \sqrt{v_{Ax}^2 + v_{Ay}^2} = 2\sqrt{2}\text{ м / с}$$

$$v_B = \sqrt{v_C^2 + v_{BC}^2} = \sqrt{\pi^2 + 2^2} = 3,724\text{ м / с}$$

$$v_{BA} = v_C - v_{Ay} = \pi - 2 = 1,142\text{ м / с}$$

$$\tan \beta = \frac{v_C}{v_{Ax}} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \beta = 57,518^\circ$$

**Для звена 2**

Угловая скорость звена 2

$$\omega_2 = \frac{v_{BC}}{BC} = \frac{2}{1} = 2\text{ рад / с}$$

С – полюс звена 2

$$\begin{aligned} \overline{a_B} &= \overline{a_C} + \overline{a_{BC}} \\ \Leftrightarrow \overline{a_B} &= \underline{\underline{\overline{a_C^\tau}}} + \underline{\underline{\overline{a_C^n}}} + \underline{\underline{\overline{a_{BC}^\tau}}} + \underline{\underline{\overline{a_{BC}^n}}} \end{aligned}$$

$$\overline{a_C^\tau} = \pi = 3,142\text{ м / с}^2$$

$$\overline{a_C^n} = \pi^2 = 9,87\text{ м / с}^2$$

$$\overline{a_{BC}^n} = \omega_2^2 \cdot BC = (2)^2 \cdot 1 = 4\text{ м / с}^2$$

**Для звена 1**

Угловая скорость звена 1

$$\omega_1 = \frac{v_{BA}}{BA} = \frac{\pi - 2}{1} = \pi - 2 = 1,142\text{ рад / с}$$

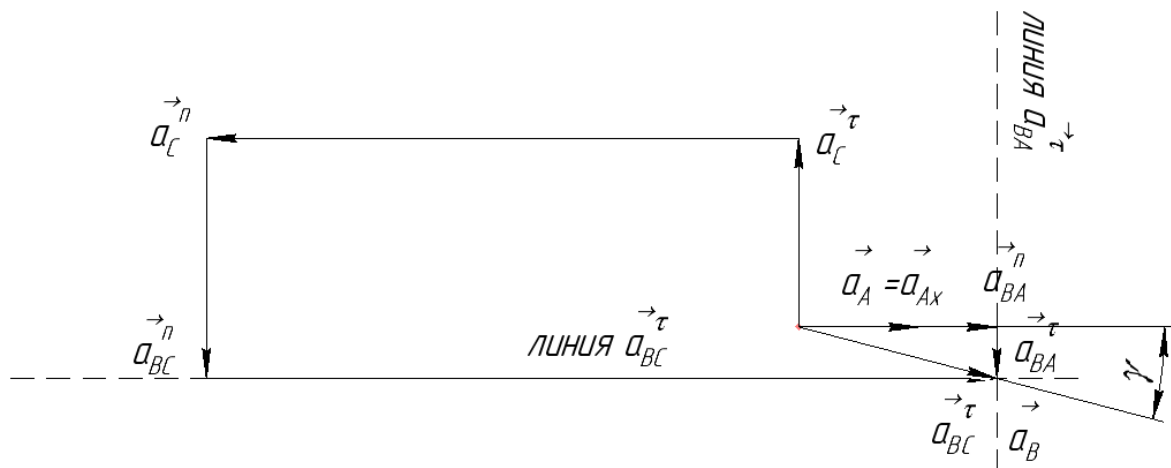
А – полюс звена 1

$$\begin{aligned} \overline{a_B} &= \overline{a_A} + \overline{a_{BA}} \\ \Leftrightarrow \overline{a_B} &= \underline{\underline{\overline{a_{Ax}}}} + \underline{\underline{\overline{a_{Ay}}}} + \underline{\underline{\overline{a_{BA}^\tau}}} + \underline{\underline{\overline{a_{BA}^n}}} \end{aligned}$$

$$\overline{a_{Ax}} = 2\text{ м / с}^2$$

$$\overline{a_{Ay}} = 0\text{ м / с}^2$$

$$a_{BA}^n = \omega_1^2 \cdot BA = (\pi - 2)^2 \cdot 1 = 1,303 \text{ м} / \text{с}^2$$



Тогда

$$a_{BA}^tau = a_{BC}^n - a_C^tau = 4 - \pi = 0,858 \text{ м} / \text{с}^2$$

$$a_{BC}^tau = a_C^n + a_A + a_{BA}^n = \pi^2 + 2 + (\pi - 2)^2 = 13,173 \text{ м} / \text{с}^2$$

$$a_B = \sqrt{(a_A + a_{BA}^n)^2 + a_{BA}^tau^2} = \sqrt{(2 + (\pi - 2)^2)^2 + (4 - \pi)^2} = 3,413 \text{ м} / \text{с}^2$$

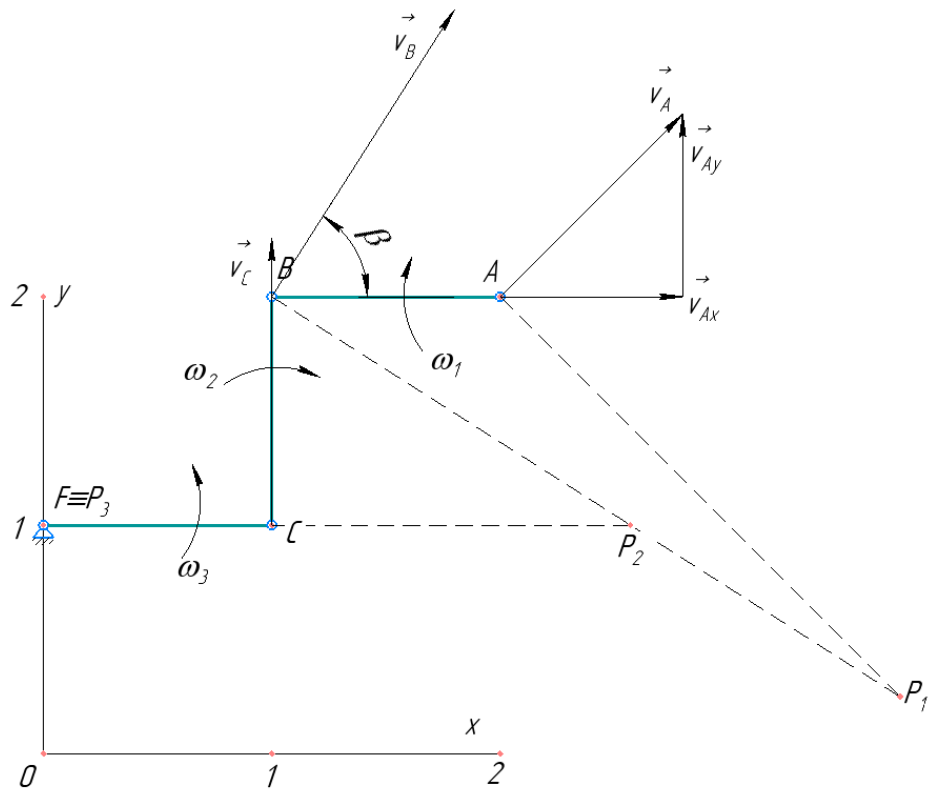
$$\begin{aligned} \tan \gamma &= \frac{a_{BA}^tau}{a_A + a_{BA}^n} \\ &= \frac{4 - \pi}{2 + (\pi - 2)^2} = 0,26 \Rightarrow \gamma = 14,567^\circ \end{aligned}$$

$$a_{BC}^tau = \varepsilon_2 \cdot BC \Rightarrow \varepsilon_2 = \frac{a_{BC}^tau}{BC} = \frac{13,173}{1} = 13,173 \text{ рад} / \text{с}^2$$

$$a_{BA}^tau = \varepsilon_1 \cdot BA \Rightarrow \varepsilon_1 = \frac{a_{BA}^tau}{BA} = \frac{0,858}{1} = 0,858 \text{ рад} / \text{с}^2$$

2)

**Рисунок для скоростей**



**P<sub>3</sub> – МЦС звена 3 совпадает с точкой F**

**P<sub>2</sub> – МЦС звена 2**

$$CP_2 = BC \tan \beta = 1 \cdot \frac{\pi}{2} = 1,571 \text{ м}$$

**P<sub>1</sub> – МЦС звена 1**

$$\frac{P_1A}{\sin(90^\circ - \beta)} = \frac{AB}{\sin(180^\circ - 90^\circ + \beta - 135^\circ)} \Leftrightarrow \frac{P_1A}{\sin(32,482^\circ)} = \frac{AB}{\sin(12,518^\circ)}$$

$$\Rightarrow P_1A = \frac{AB}{\sin(12,518^\circ)} \cdot \sin(32,482^\circ) = 1 \cdot \frac{\sin(32,482^\circ)}{\sin(12,518^\circ)} = 2,478 \text{ м}$$

Для проверки

$$BP_2 = \frac{BC}{\cos \beta} = \frac{1}{\cos 57,518^\circ} = 1,862 \text{ м}$$

$$\Rightarrow v_B = \omega_2 \cdot BP_2 = 2 \cdot 1,862 = 3,724 \text{ м / с}$$

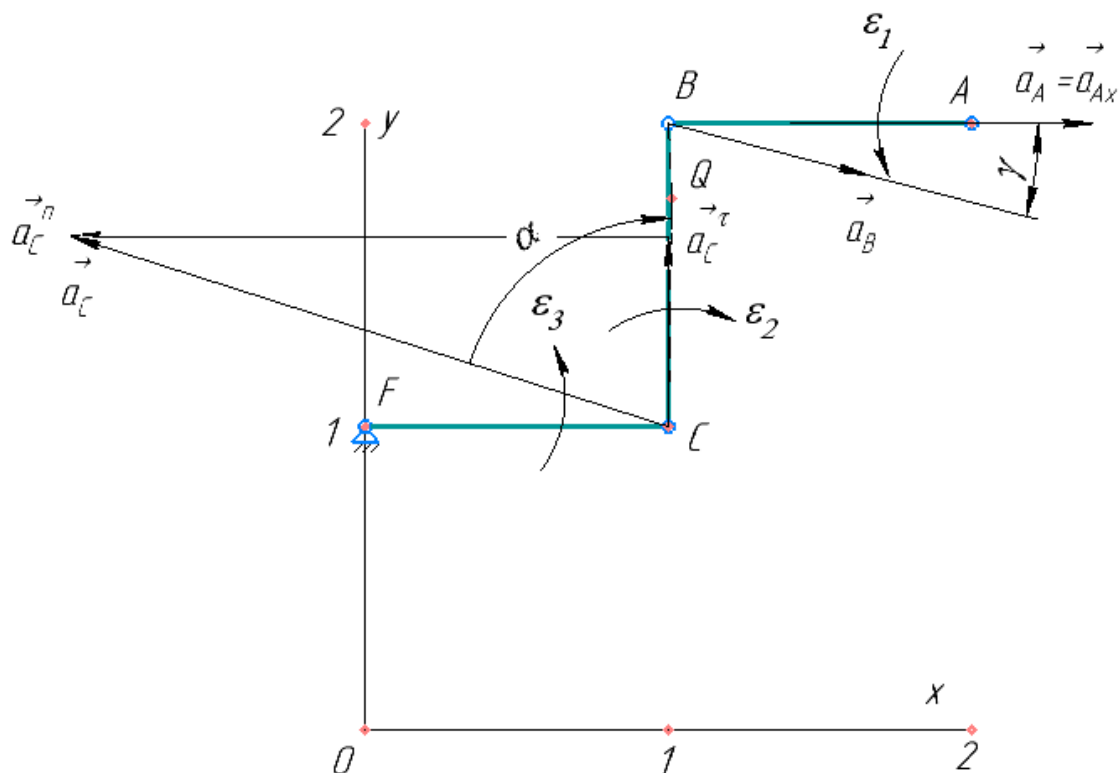
$$BP_1 = AB \cdot \frac{\sin 135^\circ}{\sin 12,518^\circ} = 3,262 \text{ м}$$

$$\Rightarrow v_B = \omega_1 \cdot BP_1 = (\pi - 2) \cdot 3,262 = 3,724 \text{ м / с}$$

## Q – МЦУ звена 2

$$CQ = \frac{a_c}{\sqrt{\varepsilon_2^2 + \omega_2^4}} = \frac{\sqrt{(\pi)^2 + (\pi^2)^2}}{\sqrt{(13,173)^2 + (2)^4}} = 0,752_m$$

$$\tan \alpha = \frac{\varepsilon_2}{\omega_2^2} = \frac{13,173}{(2)^2} \Rightarrow \alpha = 73,109^\circ$$

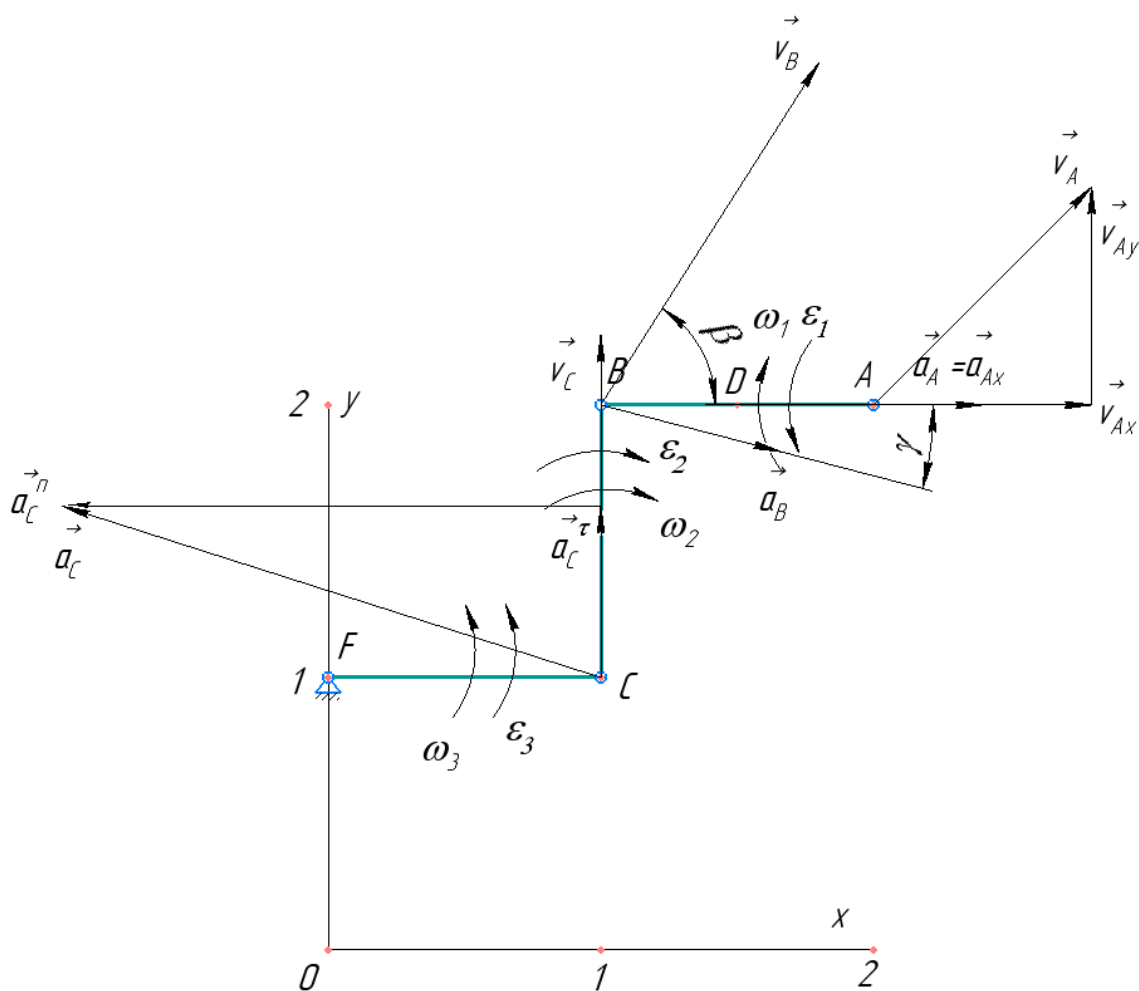


Имеем

$$\begin{aligned} BQ &= \sqrt{CQ^2 + CB^2 - 2CQ.CB.\cos(\angle QCB)} \\ &= \sqrt{0,752^2 + 1^2 - 2.0,752.1.\cos\left(73,109^\circ - 90^\circ + \arctan \frac{a_C^r}{a_C^n}\right)} \\ &= 0,248_M \end{aligned}$$

$$a_B = BQ\sqrt{\varepsilon_2^2 + \omega_2^4} = 0,248 \cdot \sqrt{(13,173)^2 + (2)^4} = 3,414 \text{ м} / \text{с}^2 \text{ (погрешность из-за округления)}$$

3)



Для защиты

Найти скорость и ускорение точки D

$$\underline{\underline{v_D}} = \underline{\underline{v_A}} + \underline{\underline{v_{DA}}}$$

$$v_A = 2\sqrt{2} \text{ м / с}$$

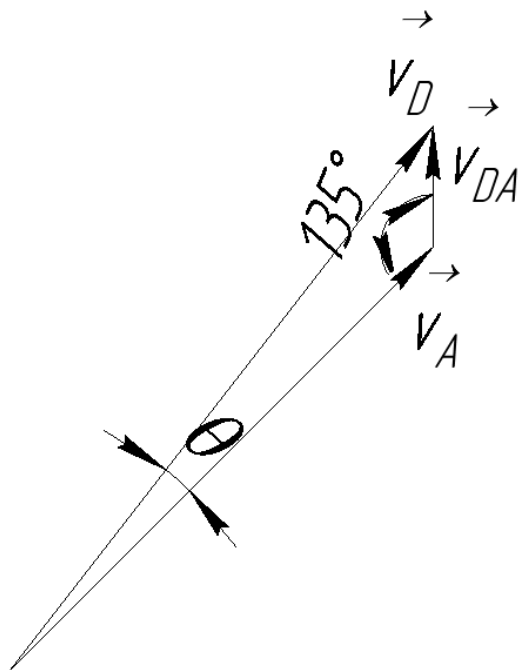
$$v_{DA} = DA \cdot \omega_1 = 0,5 \cdot (\pi - 2) = 0,571 \text{ м / с}$$

$$v_D = \sqrt{v_A^2 + v_{DA}^2 + 2 \cdot v_A \cdot v_{DA} \cdot \cos 45^\circ}$$

$$= \sqrt{(2\sqrt{2})^2 + 0,571^2 + 2 \cdot 2\sqrt{2} \cdot 0,571 \cdot \cos 45^\circ} = 3,257 \text{ м / с}$$

$$\frac{v_{DA}}{\sin \theta} = \frac{v_D}{\sin 135^\circ} \Rightarrow \sin \theta = \frac{v_{DA}}{v_D} \sin 135^\circ = \frac{0,571}{3,257} \cdot \sin 135^\circ = 0,124 \Rightarrow \theta = 7,121^\circ$$





$$\overline{a_D} = \overline{a_A} + \overline{a_{DA}}$$

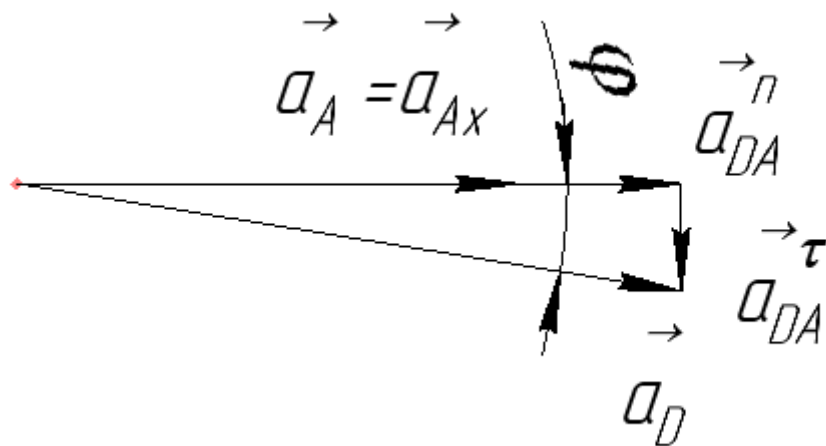
$$\Leftrightarrow \overline{a_D} = \underline{\underline{a_{Ax}}} + \underline{\underline{a_{Ay}}} + \underline{\underline{a_{DA}^\tau}} + \underline{\underline{a_{DA}^n}}$$

$$a_{Ax} = 2M / c^2$$

$$a_{Ay} = 0M / c^2$$

$$a_{DA}^n = \omega_1^2 \cdot DA = (\pi - 2)^2 \cdot 0,5 = 0,652M / c^2$$

$$a_{DA}^\tau = \varepsilon_1 \cdot DA = 0,858 \cdot 0,5 = 0,429M / c^2$$



$$\begin{aligned}
a_D &= \sqrt{\left(a_A + a_{DA}^n\right)^2 + \left(a_{DA}^\tau\right)^2} \\
&= \sqrt{\left(2 + 0,652\right)^2 + \left(0,429\right)^2} \\
&= 2,686 \mathcal{M} / c^2 \\
\tan \varphi &= \frac{a_{DA}^\tau}{a_A + a_{DA}^n} \\
&= \frac{0,429}{2,652} = 0,162 \Rightarrow \varphi = 9,189^\circ
\end{aligned}$$