task1

April 9, 2020

Уравнение для анализа

[6]:
```
display(y)
```

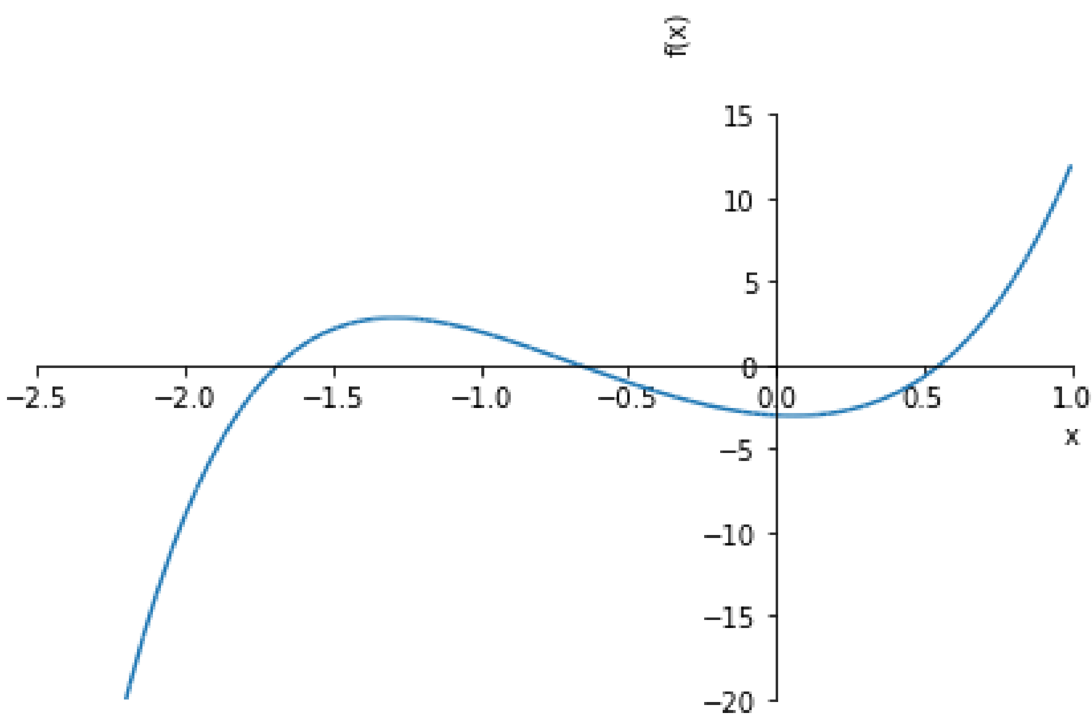
$x^5 + 2x^4 + 5x^3 + 8x^2 - x - 3$

Для локализации мы смотрим промежутки возрастания и убывания (найденные с помощью производной) и проверяем на каждом наличие корня. Для этого достаточно того, чтобы либо значение функции в левой границе было нулём, либо значения были разных знаков. Мы знаем, что будет единственный корень на этом промежутке, так как он монотонный. Тогда корень можно найти методом Ньютона.

В качестве бесконечности взяли 10^5. Так как $y(10^5) > 0$, корни производной примерно $-1,29$ и $0,06$, и $y'(10^5) > 0$. Наша функция непрерывна, поэтому после "бесконечности" корней точно не будет. Аналогично и отрицательная бесконечность -10^5. $y(-10^5) < 0$ и $y'(-10^5) > 0$.

График уравнения

[8]:
```
display(plot(y, (x, -2.5, 1.0), ylim=[-20, 20]))
```



```
<sympy.plotting.plot.Plot at 0xd195cb0>
```

Корни уравнения

```
[9]: display(roots)
```

```
[-1.68605466239665, -0.666021897044982, 0.554554429143766]
```

Локализация корней

```
[10]: display([{'l': seg[0], 'r': seg[1]} for seg in sol[2]])
```

```
[{'l': -100000.0, 'r': -1.29022829728533},
 {'l': -1.29022829728533, 'r': 0.0591165490773438},
 {'l': 0.0591165490773438, 'r': 100000.0}]
```

Полученные корни методом Ньютона

```
[11]: display(sol[0])
```

```
[-1.68605466250080, -0.666021902922307, 0.554554429497462]
```

Максимальная относительняа погрешность

```
[25]: display(max([abs((sol[0][i] - roots[i]) / roots[i]) for i in range(len(roots))]))
```

$8.82452228244335 \cdot 10^{-9}$

```
[ ]:
```

```
[1]: from sympy import Symbol
     from sympy.solvers import solveset
     from sympy.plotting import plot
```

```
[2]: x = Symbol('x')
     a, b, c, d, e, f = 1, 2, 5, 8, -1, -3
     y = a * x**5 + b * x**4 + c * x**3 + d * x**2 + e * x + f
     roots = sorted(list(map(lambda i: i.evalf(), filter(lambda i: i.is_real,␣
      ↪solveset(y, x)))))
```

```
[23]: def newton_method(y, l, r, eps=10**(-4)):
          m = (l + r) / 2.0
          m_num = y.subs(x, m)
          cnt = 0
```

```
    while (abs(m_num) > eps):
        m -= m_num / y.diff().subs(x, m)
        m_num = y.subs(x, m)
        cnt += 1
    return (m, cnt)
```

[14]:
```
def find_solutions(y, p, inf=1e5):
    if p <= 2:
        return (sorted(list(map(lambda i: i.evalf(), filter(lambda i: i.is_real,␣
↪solveset(y, x))))), 0, [])
    sign = lambda x: 1 if x >= 0 else -1
    fs = find_solutions(y.diff(), p - 1)
    xs = [-inf] + fs[0] + [inf]
    segments, roots, cnt = [], [], fs[1]
    for i in range(len(xs) - 1):
        l, r = xs[i:i+2]
        yl, yr = y.subs(x, l), y.subs(x, r)
        if yr != 0 and (yl == 0 or sign(yl) != sign(yr)):
            ans = newton_method(y, l, r)
            segments += [(l, r)]
            roots += [ans[0]]
            cnt += ans[1]
    return (roots, cnt, segments)
```

[24]:
```
sol = find_solutions(y, 5)
```