

PTSZ - Zadanie 3 - Problem $F3||D_w$

Dariusz Max Adamski 136674 (grupa I9, godzina 8:15)

dariusz.adamski@student.put.poznan.pl

Data oddania: 23 stycznia 2021

Wstęp

W tym sprawozdaniu opisane jest podejście rozwiązujące problem szeregowania zadań na trzech maszynach w systemie przepływowym z minimalizacją średniego ważonego opóźnienia.

1 Generator instancji

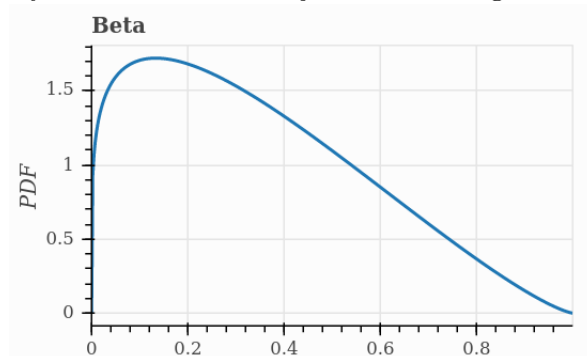
Algorithm 1: Algorytm generatora instancji dla problemu

```
1  $t := 0$ 
2 for  $j \in 1 \dots n$  do
3    $\forall_{m \in \{1,2,3\}} \cdot p_{j,m} := \lfloor \text{Uniform}(1, 30) \rfloor$ 
4    $w_j := \lfloor 100 * \text{Beta}(\alpha = 1.2, \beta = 2.3) \rfloor + 1$ 
5    $d_j := t$ 
6    $t := t + \lfloor \text{Uniform}(1, 20) \rfloor$ 
7 Potasuj losowo zadania
```

1.1 Opis algorytmu

Funkcja generująca instancje działa na zasadzie symulacji śledzącej aktualny czas t . Generowane jest n zadań z czasem przetwarzania j -tego zadania na m -tej maszynie $p_{j,m}$, oczekiwanym czasem zakończenia d_j i wagą zadania w_j . Czas przetwarzania na każdej maszynie jest losowany z rozkładu jednostajnego z minimalną wartością 1 i maksymalną 30. Jako oczekiwany czas zakończenia, algorytm przyjmuje aktualny czas symulacji t .

Rysunek 1: Wizualizacja rozkładu wag zadań.



Waga zadania w_j jest losowana z rozkładu Beta z parametrem α równym 1.2 i β równym 2.3; rozkład jest przedstawiony na rysunku 1. Po wylosowaniu wagi ze wspomnianego rozkładu, ta jest mnożona razy 100, zaokrąglana w dół, a następnie dodawane jest do niej 1 – dzięki temu wagi mają zakres $[1, 101]$. Parametry rozkładu zostały dobrane tak, aby większość zadań miała małą wagę około 15, ale żeby „niespodziewanie” pojawiały się też zadania z wagą około 90.

Po wygenerowaniu każdego zadania, czas symulacji t jest zwiększany o krok losowany ze zdyskretyzowanego rozkładu jednostajnego z minimalną wartością 1 i maksymalną 20. Po wygenerowaniu wszystkich zadań, zadania są losowo tasowane.

2 Algorytm szeregowania

Algorithm 2: Algorytm dla problemu szeregowania

```

1  $\forall_{m \in M} t_m := 0$ 
2 while  $T \neq \emptyset$  do
3    $j := T[\operatorname{argmax}_i h(T_i)]$ 
4    $t_1 := t_1 + p_{j,1}$ 
5    $t_2 := \max\{t_1, t_2\} + p_{j,2}$ 
6    $t_3 := \max\{t_2, t_3\} + p_{j,3}$ 
7   Zaplanuj zadanie  $j$ 
8    $T := T \setminus \{T_j\}$ 
9
```

Algorithm 3: Heurystyka $h(j)$ dla problemu szeregowania.

```

1  $t'_1 := t_1 + p_{j,1}$ 
2  $t'_2 := \max\{t'_1, t_2\} + p_{j,2}$ 
3  $t'_3 := \max\{t'_2, t_3\} + p_{j,3}$ 
4  $C_j := t'_3$ 
5 return  $(d_j - C_j)^\alpha * w_j^\beta$ 

```

2.1 Oznaczenia

Zbiór T początkowo zawiera wszystkie zadania $T_1 \dots T_n$. Gdy zadanie jest dodane do uszeregowania, usuwane jest z tego zbioru. Zbiór M zawiera numery maszyn od 1 do 3. Zmienne t_m oznaczają aktualny czas symulacji na m -tej maszynie.

2.2 Opis algorytmu

Algorytm szeregowania działa w następujący sposób. Dla danego punktu w czasie symulacji t_m wybierane jest najlepsze według heurystyki $h(j)$ zadanie ze zbioru kandydatów T . Rozpatrywane są tylko zadania, które nie zostały jeszcze dodane do uszeregowania.

Po wybraniu zadania j obliczany jest po kolei czas maszyn t_1 , t_2 i t_3 . Później zadanie jest dodane do uszeregowania, a następnie jest usuwane ze zbioru kandydatów T .

Heurystyka $h(j)$ priorytetyzuje zadania z największą wagą w_j i największym spóźnieniem $C_j - d_j$. Zarówno waga jak i spóźnienie są sparametryzowane parametrami α i β . Parametry są dopasowywane do instancji losowym przeszukiwaniem zakresu $[0.1, 10]$. Najlepsze parametry ustalane są przez uruchomienie algorytmu 20 razy. Tylko najlepszy wynik szeregowania jest zapisywany.

2.3 Analiza złożoności

Złożoność algorytmu to $O(n^2)$, gdzie n to wielkość instacji - liczba zadań. Złożoność wynika z tego, że zachłannie planujemy n zadań, a przy planowaniu każdego zadania wykonujemy operację argmax na zbiorze kandydatów T , która wykonuje się w maksymalnie n krokach. Wynika z tego, że złożoność wynosi $O(n * n)$, czyli $O(n^2)$. Kilkukrotne wywołanie algorytmu z różnymi parametryzacjami heurystyki nie wpływa na złożoność.