

1 Całki

1.1 Metody całkowania

1.1.1 Przez części

$$\int u \, dv = uv - \int v \, du$$

1.1.2 Completing the square

$$ax^2 + bx + c \Rightarrow a \left(\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} \right)$$

1.1.3 Metoda nieoznaczonych współczynników

W i R to wielomiany zmiennej x . W jest wielomianem stopnia n

$$\begin{aligned} \int \frac{W_n}{\sqrt{R}} dx &= W_{n-1} \sqrt{R} + \int \frac{A}{\sqrt{R}} dx \wedge n > 1 \Rightarrow \\ \Rightarrow W_n &= W'_{n-1} R + W_{n-1} \frac{1}{2} R' + A \end{aligned}$$

1.2 Wzory praktyczne

1.2.1 Długość łuku krzywej

$$|l| = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$$

1.2.2 Długość łuku krzywej parametrycznej

$$|l| = \int_a^b \sqrt{(x'(t))^2 + (y'(x))^2} dt$$

1.2.3 Objętość obrotu OX

$$|V| = \pi \int_a^b (f(x))^2 dx$$

1.2.4 Objętość obrotu OY

$$|V| = 2\pi \int_a^b x f(x) dx$$

1.2.5 Pole obrotu OX

$$|P| = 2\pi \int_a^b f(x) \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$$

1.2.6 Pole obrotu OY

$$|P| = 2\pi \int_a^b x \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$$

2 Szeregi

2.1 Warunek konieczny zbieżności

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$$

3 Trygonometria

3.1 Jedyńska trygonometryczna

$$1 = \sin^2 x + \cos^2 x$$

3.2 Podwojony kąt

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

3.3 Iloczyn funkcji

$$\sin a \sin b = \frac{1}{2}(\cos(a - b) - \cos(a + b))$$

$$\cos a \cos b = \frac{1}{2}(\cos(a - b) + \cos(a + b))$$

$$\sin a \cos b = \frac{1}{2}(\sin(a - b) + \sin(a + b))$$

3.4 Ogólne podstawienie trygonometryczne

$t = \tan \frac{x}{2}$	$t = \tan x$
$dx = \frac{2dt}{1+t^2}$	$dx = \frac{dt}{1+t^2}$
$\sin x = \frac{2t}{1+t^2}$	$\sin^2 x = \frac{t^2}{1+t^2}$
$\cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2}$	$\cos^2 x = \frac{1}{1+t^2}$
—	$\sin x \cos x = \frac{t}{1+t^2}$

3.5 Trywialne wzory

$\int f(x)dx (+ C)$	$f(x)$	$f'(x)$
$\frac{a^x}{\ln a}$	a^x	$a^x \ln a$
e^x	e^x	e^x
$\frac{1}{a}e^{ax}$	e^{ax}	ae^{ax}
$x \ln x - x$	$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\ln f(x) $	$\frac{f'(x)}{f(x)}$	—
$\frac{c}{a} \ln ax + b $	$\frac{c}{ax+b}$	—
$\sin^{-1} \frac{x}{a}$	$\frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}$	—
$\ln x + \sqrt{a^2 + x^2} $	$\frac{1}{\sqrt{a^2+x^2}}$	—
$-\cos x$	$\sin x$	$\cos x$
$\sin x$	$\cos x$	$-\sin x$
$-\ln \cos x $	$\tan x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
$\ln \sin x $	$\cot x$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$
—	$\sin^{-1} x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
—	$\cos^{-1} x$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
—	$\tan^{-1} x$	$\frac{1}{1+x^2}$
—	$\cot^{-1} x$	$-\frac{1}{1+x^2}$