

Algorytmy i struktury danych - Programowanie dynamiczne

Dariusz Max Adamski

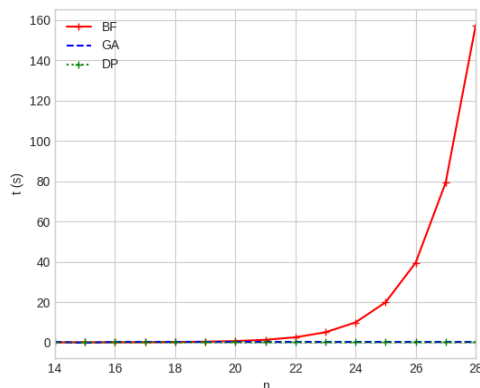
Wstęp

W tym sprawozdaniu będzie porównywana efektywność algorytmu zachłannego, przeszukiwania wyczerpującego oraz algorytmu dynamicznego, w rozwiązywaniu problemu plecakowego. Skonfrontowane będą także algorytmy pod względem jakości uzyskanych rozwiązań.

Metodologia

Optymalizacje kompilatora zostały wyłączone flagą „-O0”. Czas wykonywania był mierzony w nanosekundach.

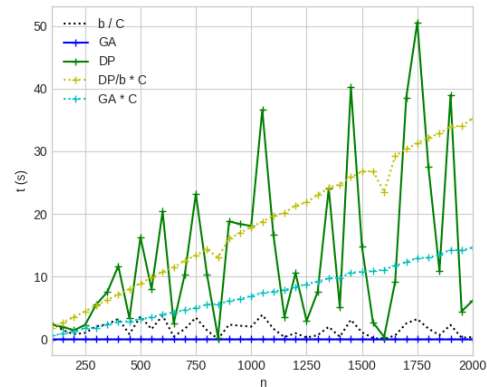
1 Efektywność algorytmów



Rysunek 1: Efektywność algorytmów w zależności od n

Algorytm BF ma złożoność $O(2^n)$, co widać na wykresie 1. Krzywa BF może być aproksymowana przez funkcję $BF'(n) = 2^n \cdot C = 2^{n-20.6}$, co potwierdza jej przynależność do klasy złożoności.

Czasy wykonywania GA oraz DP dla $n > 28$, są przedstawione na wykresie 2. Złożoność GA jest zależna od złożoności ob-



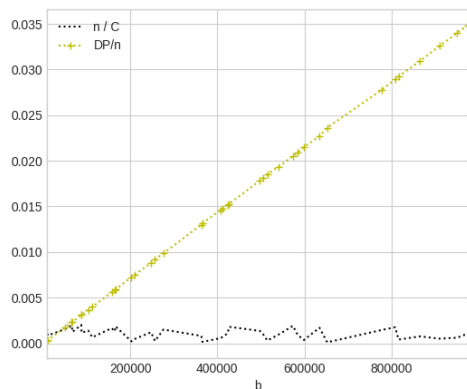
Rysunek 2: Efektywność algorytmów w zależności od n

liczeniowej zastosowanego algorytmu sortującego, tutaj $O(n \log n)$ w każdym przypadku. Rzeczywisty czas wykonywania jest oznaczony jako GA. Funkcja została także przeskalowana o stałą C i przedstawiona na wykresie jako „GA * C”, aby lepiej zilustrować czas wykonywania.

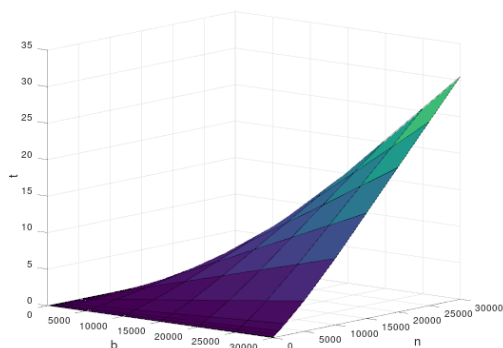
Analiza złożoności DP jest trudniejsza, ponieważ zależy ona od dwóch zmiennych b oraz n . Na wykresie 2 jest przedstawiona funkcja DP/b , przeskalowana o stałą C która pokazuje, że DP rośnie liniowo w zależności od n . Ewentualne odchylenia są spowodowane losowością instancji problemu.

Następnie na wykresie 3 została przedstawiona zależność „DP/n”. Jak widać DP rośnie także liniowo w zależności od b . Dodatkowo na wykresie znajduje się relacja n od b , przeskalowana o stałą C .

Aby mieć pewność, że b nie jest zależne od n , na rysunku 2 została pokazana relacja b od n , przeskalowana o stałą C . Jak widać, jest ona losowa. Możemy więc potwierdzić, że złożoność DP to faktycznie $O(b \cdot n)$.



Rysunek 3: Efektywność algorytmów w zależności od b



Rysunek 4: Efektywność DP w zależności od n i b

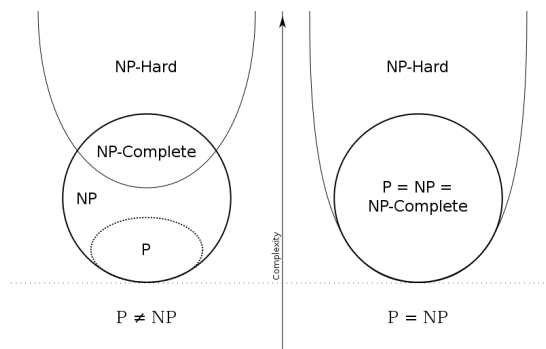
2 Jakość rozwiązań

Rysunek 5: Efektywność DP w zależności od n i b

Algorytm GA nie rozwiązuje problemu plecakowego, a jedynie przybliża jego rozwiązanie. Na rysunku ?? widać, że jakość rozwiązań GA jest mniejsza od DP oraz BF, przy czym zaznaczając, że te metody rozwiązują problem plecakowy.

3 Podsumowanie

Problem plecakowy jest problemem należącym do części wspólnej klas NP oraz NP-hard, czyli NP-complete, zakładając że $P \neq NP$. Oznacza to, że operacja znajdowania rozwiązania problemu ma złożo-



ność najwyższej wykładniczą. Możemy jednak zweryfikować znalezione rozwiązanie w czasie wielomianowym.

Podsumowując, metodą najlepiej rozwiązującą problem plecakowy jest programowanie dynamiczne. Ta metoda działa zdecydowanie szybciej od przeszukiwania wyczerpującego i w odróżnieniu od algorytmu zachłannego nie aproksymuje rozwiązania. Jednak jeżeli możemy pozwolić sobie na aproksymację rozwiązania, algorytm zachłanny zapewnia je w czasie wielomianowym.