Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования **«Национальный исследовательский университет ИТМО»**

Факультет Программной Инженерии и Компьютерной Техники

Лабораторная работа **№6**
«Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений»

по дисциплине «Вычислительная математика»

Вариант: **2**

Преподаватель:
Малышева Татьяна Алексеевна

Выполнил:
Барсуков Максим Андреевич
Группа: P3215

Санкт-Петербург, 2024 г.

<u>Цель работы</u>: решить задачу Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений численными методами.

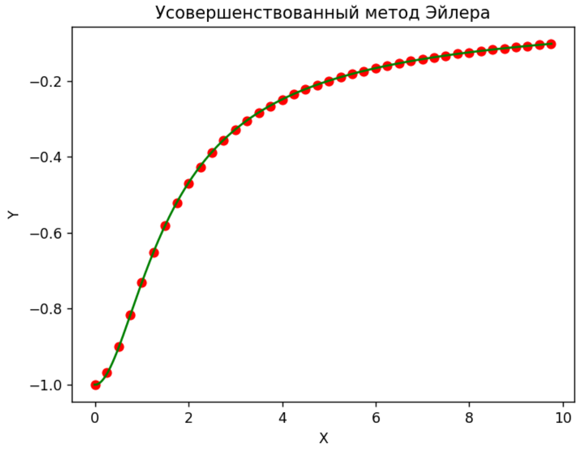
Программная реализация задачи

Исходный код:
https://github.com/maxbarsukov/itmo/tree/master/4%20вычмат/лабораторные/lab6

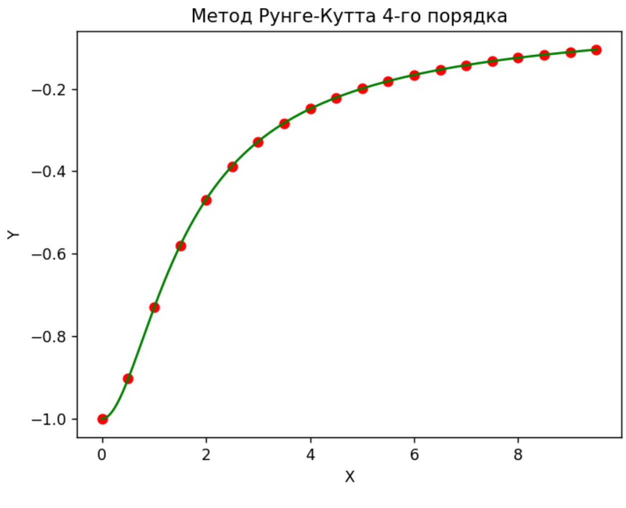
Результаты выполнения программы при различных исходных данных:

```
ОДУ:
1. y + (1 + x)*y^2
2. x + y
3. sin(x) - y
4. y / x
5. e^x

> Выберите ОДУ [1/2/3/4/5]: 1
> Введите первый элемент интервала x0: 0
> Введите последний элемент интервала xn: 10
> Введите количество элементов в интервале n: 10
> Введите y0: -1
> Введите точность eps: 0.0001

+ Усовершенствованный метод Эйлера:

Для точности eps=0.0001 интервал был разбит на n=40 частей с шагом h=0.25 за 2
итераций.
y:      [ -1.0 -0.96875 -0.90002 -0.81576 -0.73053 -0.65173 -0.58212 -0.52199
-0.47058 -0.42673 -0.38928 -0.35715 -0.32944 -0.3054 -0.28442 -0.26599 -0.2497
-0.23523 -0.22229 -0.21067 -0.20019 -0.19068 -0.18203 -0.17411 -0.16686 -
0.16018 -0.15401 -0.1483 -0.143 -0.13806 -0.13345 -0.12914 -0.1251 -0.1213 -
0.11773 -0.11436 -0.11118 -0.10817 -0.10532 -0.10262 -0.10005 ]
y_точн: [ -1.0 -0.97201 -0.90373 -0.81809 -0.73106 -0.65083 -0.58034 -0.51981
-0.46831 -0.42456 -0.38728 -0.35538 -0.32789 -0.30406 -0.28327 -0.265 -0.24886
-0.23451 -0.22167 -0.21014 -0.19973 -0.19029 -0.18168 -0.17382 -0.1666 -
0.15995 -0.15381 -0.14812 -0.14284 -0.13792 -0.13332 -0.12903 -0.12499 -
0.12121 -0.11764 -0.11428 -0.11111 -0.10811 -0.10526 -0.10256 ]
```

```
Погрешность (по правилу Рунге): 6.664168828246497e-05

Построение графика ...
------------------------------
```

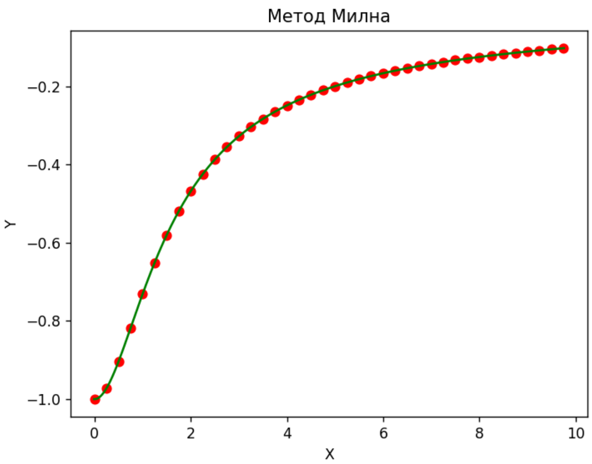



```
+ Метод Рунге-Кутта 4-го порядка:

Для точности eps=0.0001 интервал был разбит на n=20 частей с шагом h=0.5.
y:      [ -1.0 -0.90243 -0.73036 -0.58035 -0.46856 -0.38754 -0.32809 -0.28341
-0.24896 -0.22175 -0.19978 -0.18172 -0.16662 -0.15383 -0.14285 -0.13333 -0.125
-0.11765 -0.11111 -0.10527 -0.1 ]
y_точн: [ -1.0 -0.90373 -0.73106 -0.58034 -0.46831 -0.38728 -0.32789 -0.28327
-0.24886 -0.22167 -0.19973 -0.18168 -0.1666 -0.15381 -0.14284 -0.13332 -
0.12499 -0.11764 -0.11111 -0.10526 ]

Погрешность (по правилу Рунге): 5.1803001374889355e-06

Построение графика ...
------------------------------
```




```
+ Метод Милна:

Для точности eps=0.0001 интервал был разбит на n=40 частей с шагом h=0.25 за 2
итераций.
y:      [ -1.0 -0.97197 -0.90368 -0.81805 -0.73106 -0.65083 -0.58036 -0.51981
-0.46832 -0.42455 -0.3873 -0.35537 -0.32791 -0.30405 -0.28328 -0.26499 -
0.24887 -0.2345 -0.22168 -0.21013 -0.19974 -0.19028 -0.18169 -0.17381 -0.1666
-0.15994 -0.15382 -0.14811 -0.14285 -0.13791 -0.13333 -0.12902 -0.125 -0.1212
-0.11765 -0.11428 -0.11112 -0.1081 -0.10527 -0.10256 ]
y_точн: [ -1.0 -0.97201 -0.90373 -0.81809 -0.73106 -0.65083 -0.58034 -0.51981
-0.46831 -0.42456 -0.38728 -0.35538 -0.32789 -0.30406 -0.28327 -0.265 -0.24886
```

```
-0.23451 -0.22167 -0.21014 -0.19973 -0.19029 -0.18168 -0.17382 -0.1666 -
0.15995 -0.15381 -0.14812 -0.14284 -0.13792 -0.13332 -0.12903 -0.12499 -
0.12121 -0.11764 -0.11428 -0.11111 -0.10811 -0.10526 -0.10256 ]

Погрешность (max|y_iточн - y_i|): 4.857600891861047e-05

Построение графика ...
------------------------------
```



Вывод

В ходе выполнения данной лабораторной работы я рассмотрел и реализовал численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений: усовершенствованный метод Эйлера, метод Рунге-Кутта 4-го порядка и метод Милна.

Реализация этих методов была написана на языке Python. Я также реализовал правило Рунге для оценки точности одношаговых методов. Визуализация результатов позволила продемонстрировать эффективность каждого из методов. Во время работы я поработал с численными методами в решении обыкновенных дифференциальных уравнений.