

## Учебно-исследовательская работа (УИР 1) «Обработка результатов измерений: статистический анализ числовой последовательности»

### 1. Цель работы

Изучение методов обработки и статистического анализа результатов измерений на примере заданной числовой последовательности путем оценки числовых моментов и выявления свойств последовательности на основе корреляционного анализа, а также аппроксимация закона распределения заданной последовательности по двум числовым моментам случайной величины.

### 2. Порядок выполнения работы

В процессе исследований необходимо выполнить обработку заданной числовой последовательности (ЧП) для случаев, когда путем измерений получено 10, 20, 50, 100, 200 и 300 значений случайной величины, а именно:

- рассчитать значения следующих числовых моментов заданной числовой последовательности:
  - *математическое ожидание;*
  - *дисперсию;*
  - *среднеквадратическое отклонение;*
  - *коэффициент вариации;*
  - *доверительные интервалы для оценки математического ожидания с доверительными вероятностями 0,9; 0,95 и 0,99;*
  - *относительные отклонения (в процентах) полученных значений от наилучших значений, полагая, что наилучшими (эталонными) являются значения, рассчитанные для наиболее представительной выборки из трехсот случайных величин;*
- построить **график значений** для заданной числовой последовательности и определить ее характер, а именно: является эта последовательность *возрастающей/убывающей, периодичной* (при наличии периодичности оценить по графику длину периода);
- выполнить *автокорреляционный анализ* и определить, можно ли заданную числовую последовательность считать *случайной*;
- построить **гистограмму распределения частот** для заданной числовой последовательности;
- выполнить **аппроксимацию закона распределения** заданной случайной последовательности *по двум начальным моментам*, используя, в зависимости от значения коэффициента вариации, одно из следующих распределений:
  - ✓ равномерный;
  - ✓ экспоненциальный;
  - ✓ нормированный Эрланга  $k$ -го порядка или гипоекспоненциальный с заданным коэффициентом вариации;
  - ✓ гиперэкспоненциальный с заданным коэффициентом вариации;

- реализовать генератор случайных величин в соответствии с полученным аппроксимирующим законом распределения (в EXEL или программно) и **проиллюстрировать на защите** его работу;
- сгенерировать последовательность случайных величин в соответствии с полученным законом распределения и рассчитать значения числовых моментов по аналогии с заданной числовой последовательностью;
- выполнить *автокорреляционный анализ* сгенерированной последовательности случайных величин;
- выполнить сравнительный анализ *сгенерированной* последовательности случайных величин с *заданной* последовательностью, построив соответствующие зависимости на **графике значений** и **гистограмме распределения частот**;
- оценить корреляционную зависимость *сгенерированной* и *заданной* последовательностей случайных величин.

Результаты проводимых исследований представить в виде таблиц и графиков.

На основе полученных промежуточных и конечных результатов следует сделать **обоснованные выводы** об исследуемой числовой последовательности, предложить **закон распределения** для ее описания и **оценить качество аппроксимации** этим законом.

### 3. Содержание отчета

- 1) оценки *математического ожидания, дисперсии, среднеквадратического отклонения, коэффициента вариации* заданной числовой последовательности и *доверительные интервалы* для оценки математического ожидания с доверительными вероятностями 0,9; 0,95 и 0,99, сведенные в таблицу (форма 1);
- 2) график (график 1) значений заданной числовой последовательности с результатами анализа характера числовой последовательности (возрастающая, убывающая, периодичная и т.п.);
- 3) результаты автокорреляционного анализа (значения коэффициентов автокорреляции со сдвигом 1, 2, 3, ...), представленные как в числовом (форма 3), так и графическом виде, с *обоснованным выводом о характере заданной числовой последовательности* (можно ли ее считать случайной);
- 4) гистограмма распределения частот для заданной числовой последовательности (график 2);
- 5) параметры, рассчитанные по двум начальным моментам и определяющие *вид аппроксимирующего закона распределения* заданной случайной последовательности (равномерный; экспоненциальный; нормированный Эрланга; гипоекспоненциальный; гиперэкспоненциальный);
- 6) *описание алгоритма (программы) формирования* аппроксимирующего закона распределения и расчета значений всех числовых характеристик с иллюстрацией (при защите отчета) его работоспособности;

- 7) выводы по результатам сравнения сгенерированной в соответствии с полученным аппроксимирующим законом распределения последовательности случайных величин и заданной числовой последовательности, а именно:
- сравнения *плотности распределения* аппроксимирующего закона с *гистограммой распределения* частот для исходной числовой последовательности (график 3);
  - расчета числовых характеристик *сгенерированной* в соответствии с аппроксимирующим законом распределения случайной последовательности: математического ожидания, дисперсии, среднеквадратического отклонения, коэффициента вариации (представленные в таблице по форме 2) и коэффициентов автокорреляции при разных значениях сдвигов (в таблице по форме 3), а также сравнения (в %) полученных значений со значениями, рассчитанными для *заданной* числовой последовательности;
  - проведения *корреляционного анализа* сгенерированной в соответствии с аппроксимирующим законом распределения последовательности случайных величин и заданной числовой последовательности на основе *коэффициента корреляции*.
- 8) *по каждому из перечисленных выше пунктов отчета должны быть сформулированы результативные выводы и заключения.*

#### 4. Рекомендуемые формы таблиц

Форма 1

Характеристики заданной ЧП (вариант \_\_\_\_)

Характеристика		Количество случайных величин					
		10	20	50	100	200	300
Мат.ож.	Знач.						
	%						
Дов. инт. (0,9)	Знач.						
	%						
Дов. инт. (0,95)	Знач.						
	%						
Дов. инт. (0,99)	Знач.						
	%						
Дисперсия	Знач.						
	%						
С.к.о.	Знач.						
	%						
К-т вариации	Знач.						
	%						

% - относительные отклонения рассчитанных значений от значений, полученных для выборки из трехсот величин

## Форма 2

## Характеристики сгенерированной случайной ЧП

<b><u>Закон распределения:</u></b>							
Характеристика		Количество случайных величин					
		10	20	50	100	200	300
Мат.ож.	Знач.						
	%						
Дов. инт. (0,9)	Знач.						
	%						
Дов. инт. (0,95)	Знач.						
	%						
Дов. инт. (0,99)	Знач.						
	%						
Дисперсия	Знач.						
	%						
С.к.о.	Знач.						
	%						
К-т вариации	Знач.						
	%						

% - относительные отклонения характеристик сгенерированной случайной последовательности от одноименных значений заданной числовой последовательности

## Форма 3

## Коэффициенты автокорреляции

Сдвиг ЧП	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
К-т АК для задан. ЧП										
К-т АК для сгенерир. ЧП										
%										

**Примечание:** в графы «Дов. инт.» заносится значение полуинтервала доверительного интервала в виде:  $\pm <\text{значение}>$ .