Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования **«Национальный исследовательский университет ИТМО»**

Факультет Программной Инженерии и Компьютерной Техники

Лабораторная работа **№5**
«Интерполяция функции»

по дисциплине «Вычислительная математика»

Вариант: **2**

Преподаватель:
Малышева Татьяна Алексеевна

Выполнил:
Барсуков Максим Андреевич
Группа: P3215

Санкт-Петербург, 2024 г.

Цель работы: решить задачу интерполяции, найти значения функции при заданных значениях аргумента, отличных от узловых точек.

1. Вычислительная реализация задачи

1. Выбрать таблицу $y = f(x)$:

	x	y	N варианта	X_1	X_2
Таблица 1.4	0.50	1.5320	**2**	0.502	0.645
	0.55	2.5356			
	0.60	3.5406			
	0.65	4.5462			
	0.70	5.5504			
	0.75	6.5559			
	0.80	7.5594			

2. Построить таблицу конечных разностей:

№	x_i	y_i	Δy_i	$\Delta^2 y_i$	$\Delta^3 y_i$	$\Delta^4 y_i$	$\Delta^5 y_i$	$\Delta^6 y_i$
0.	0.50	1.5320	1.0036	0.0014	-0.0008	-0.0012	0.0059	-0.0166
1.	0.55	2.5356	1.0050	0.0006	-0.0020	0.0047	-0.0107	
2.	0.60	3.5406	1.0056	-0.0014	0.0027	-0.0060		
3.	0.65	4.5462	1.0042	0.0013	-0.0033			
4.	0.70	5.5504	1.0055	-0.0020				
5.	0.75	6.5559	1.0035					
6.	0.80	7.5594						

3. Вычислить значения функции для аргумента X_1, используя первую или вторую интерполяционную формулу **Ньютона**:

Воспользуемся формулой Ньютона для интерполирования **вперед**, так как $X_1 = 0.502$ лежит в левой половине отрезка.

Для $X_1 = 0.502$: $t = \frac{(x - x_n)}{h} = \frac{(0.502 - 0.500)}{0.05} = 0.04$

$$N_6(x) = y_0 + t\Delta y_0 + \frac{t(t-1)}{2!}\Delta^2 y_0 + \frac{t(t-1)(t-2)}{3!}\Delta^3 y_0 + \frac{t(t-1)(t-2)(t-3)}{4!}\Delta^4 y_0 + \frac{t(t-1)(t-2)(t-3)(t-4)}{5!}\Delta^5 y_0 + \frac{t(t-1)(t-2)(t-3)(t-4)(t-5)}{6!}\Delta^6 y_0$$

$$y(0.502) \approx 1.5320 + 0.04 * 1.0036 + \frac{0.04(0.04-1)}{2} * 0.0014 + \frac{0.04(0.04-1)(0.04-2)}{6} * (-0.0008) + \frac{0.04(0.04-1)(0.04-2)(0.04-3)}{24} * (-0.0012\,) + \frac{0.04(0.04-1)(0.04-2)(0.04-3)(0.04-4)}{120} * 0.0059 + \frac{0.04(0.04-1)(0.04-2)(0.04-3)(0.04-4)(0.04-5)}{720} * (-0.0166)$$

$y(0.502) \approx 1.57226249$

4. Вычислить значения функции для аргумента *X*₂, используя первую или вторую интерполяционную формулу **Гаусса**:

Центральная точка $a = 0.65$, X_2 = 0.645 < 0.65, то есть $x < a$ → используем **вторую** интерполяционную формулу Гаусса.

$$\mathrm{t} = \frac{(x - x_0)}{h} = \frac{(0.645 - 0.65)}{0.05} = -0.1$$

$$P_6(x) = y_0 + t\Delta y_{-1} + \frac{t(t+1)}{2!}\Delta^2 y_{-1} + \frac{(t+1)t(t-1)}{3!}\Delta^3 y_{-2} + \frac{(t+2)(t+1)t(t-1)}{4!}\Delta^4 y_{-2} + \frac{(t+2)(t+1)t(t-1)(t-2)}{5!}\Delta^5 y_{-3} + \frac{(t+3)(t+2)(t+1)t(t-1)(t-2)}{6!}\Delta^6 y_{-3}$$

$$y(0.645) \approx 4.5462 + (-0.1) * 1.0056 + \frac{-0.1(-0.1+1)}{2} * (-0.0014) + \frac{(-0.1+1)(-0.1)(-0.1-1)}{6} * (-0.0020) + \frac{(-0.1+2)(-0.1+1)(-0.1)(-0.1-1)}{24} * (0.0047) + \frac{(-0.1+2)(-0.1+1)(-0.1)(-0.1-1)(-0.1-2)}{120} * (0.0059) + \frac{(-0.1+3)(-0.1+2)(-0.1+1)(-0.1)(-0.1-1)(-0.1-2)}{720} * (-0.0166)$$

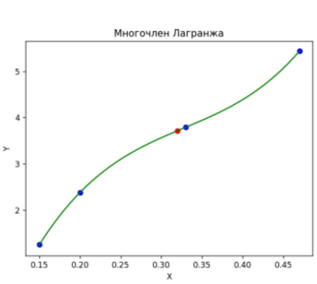
$y(0.502) \approx 4.4457138257325$

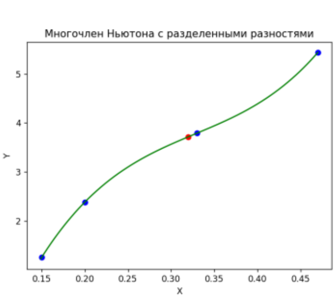
2. Программная реализация задачи

https://github.com/maxbarsukov/itmo/tree/master/4%20вычмат/лабораторные/lab5

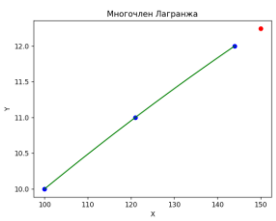
Результаты выполнения программы при различных исходных данных:

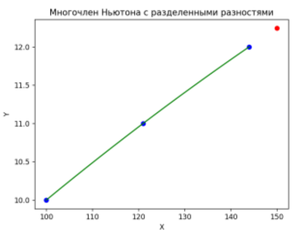
```
Введите точку интерполяции: 0.32
Введите 'quit', чтобы закончить ввод.
Введите узлы интерполяции:
0.15 1.25
0.2 2.38
0.33 3.79
0.47 5.44
quit
Таблица конечных разностей:
1.2500  1.1300  0.2800  -0.0400
2.3800  1.4100  0.2400
3.7900  1.6500
5.4400
------------------------------------------------------------
t:  -0.20000000000000012
Многочлен Лагранжа
P(0.32) = 3.716050824175824
------------------------------------------------------------
t:  -0.20000000000000012
Многочлен Ньютона с разделенными разностями
P(0.32) = 3.716050824175824
------------------------------------------------------------
```

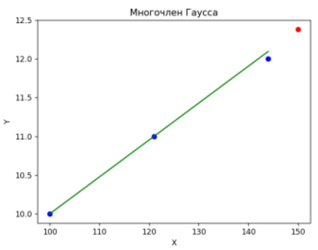


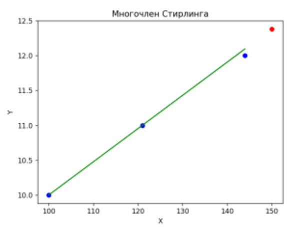


```
Введите точку интерполяции: 150
Введите 'quit', чтобы закончить ввод.
Введите узлы интерполяции:
100 10
121 11
144 12
quit
Таблица конечных разностей:
10.0000 1.0000  0.0000
11.0000 1.0000
12.0000
--------------------------------------------------------
t:  1.380952380952381
Многочлен Лагранжа
P(150.0) = 12.244494635798986
--------------------------------------------------------
t:  1.380952380952381
Многочлен Ньютона с разделенными разностями
P(150.0) = 12.244494635798983
--------------------------------------------------------
t:  1.380952380952381
Многочлен Гаусса
P(150.0) = 12.380952380952381
--------------------------------------------------------
t:  1.380952380952381
Многочлен Стирлинга
P(150.0) = 12.380952380952381
--------------------------------------------------------
```









Вывод

В ходе выполнения данной лабораторной работы я рассмотрел и реализовал методы интерполяции Ньютона и Гаусса для заданной таблицы данных. Интерполяция позволяет нам предсказывать значения функции в промежуточных точках на основе имеющихся данных.

С помощью разработанной программы были вычислены приближенные значения функции для заданных аргументов с использованием методов Ньютона и Гаусса. Было проведено сравнение результатов, полученных разными методами.

Результаты показали, что оба метода могут быть эффективно использованы для интерполяции, но их точность может зависеть от конкретной функции и распределения данных. Эта работа подчеркивает важность выбора подходящего метода интерполяции в соответствии с требованиями конкретной задачи.