

# КИНЕМАТИКА

## Задача 1

Трамвай движется прямолинейно от остановки  $A$  до следующей остановки  $B$  с ускорением, меняющимся по закону  $a = a_0 - bS$ , где  $a_0$  и  $b$  - положительные постоянные,  $S$  - расстояние от остановки  $A$  до трамвая. Найти расстояние между этими остановками и максимальную скорость трамвая.

## Задача 2

Частица движется равномерно со скоростью  $v$  по параболической траектории  $y = kx^2$ , где  $k$  - положительная постоянная. Найти ускорение  $a$  частицы в точке  $x = 0$ .

## Задача 3

Точка движется замедленно по окружности радиуса  $r$  так, что ее тангенциальное и нормальное ускорения в каждый момент равны друг другу по модулю. В начальный момент точке была сообщена скорость  $v_0$ . Найти скорость  $v$  и модуль полного ускорения  $a$  точки в зависимости от пройденного пути  $S$ .

## Задача 1

Трамвай движется прямолинейно от остановки  $A$  до следующей остановки  $B$  с ускорением, меняющимся по закону  $a = a_0 - bS$ , где  $a_0$  и  $b$  - положительные постоянные,  $S$  - расстояние от остановки  $A$  до трамвая. Найти расстояние между этими остановками и максимальную скорость трамвая.

$$S_0 = 2a_0/b; \quad v_{max} = a_0/\sqrt{b}$$

## Задача 2

Частица движется равномерно со скоростью  $v$  по параболической траектории  $y = kx^2$ , где  $k$  - положительная постоянная. Найти ускорение  $a$  частицы в точке  $x = 0$ .

$$a = 2kv^2$$

### Задача 3

Точка движется замедленно по окружности радиуса  $r$  так, что ее тангенциальное и нормальное ускорения в каждый момент равны друг другу по модулю. В начальный момент точке была сообщена скорость  $v_0$ . Найти скорость  $v$  и модуль полного ускорения  $a$  точки в зависимости от пройденного пути  $S$ .

$$v = v_0 e^{-S/r}; \quad a = \sqrt{2}(v_0^2/r) e^{-2S/r}$$

# ЗАКОНЫ НЬЮТОНА

## Задача 1

Через блок перекинута нерастяжимая нить, на концах которой висят грузы 1 и 2 с массами  $m_1$  и  $m_2$ , соответственно. Блок начали поднимать вверх с ускорением  $\mathbf{a}_0$  относительно Земли (Рисунок 1). Полагая, что нить скользит по блоку без трения, найти ускорение  $\mathbf{a}_1$  груза 1 относительно Земли.

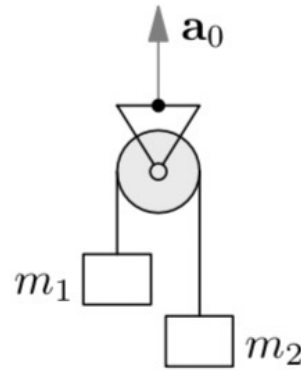


Рисунок 1

## Задача 2

Брусек массы  $m_1$  находится на доске массы  $m_2$ , которая лежит на гладкой горизонтальной плоскости. Коэффициент трения между бруском и доской равен  $\mu$ . К доске приложили горизонтальную силу  $F$ , зависящую от времени  $t$  по закону  $F = \alpha t$ , где  $\alpha$  - постоянная. Найти момент времени  $t_0$ , когда доска начнет выскальзывать из-под бруска.

### Задача 3

В установке наклонная плоскость составляет угол  $\alpha = 30^\circ$  с горизонтом (Рисунок 2). Отношение масс тел  $m_1/m_2 = 2/3$ . Коэффициент трения между телом  $m_2$  и плоскостью  $\mu = 0.10$ . Массы блока и нити пренебрежимо малы. Найти модуль и направление ускорения тела  $m_1$ , если система пришла в движение из состояния покоя.

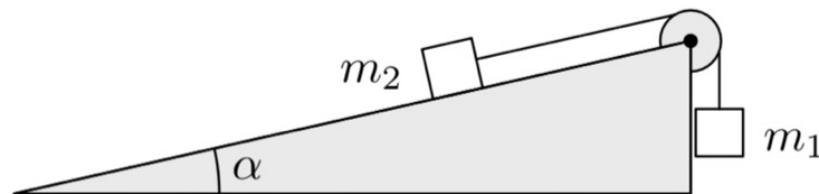


Рисунок 2

## Задача 1

Через блок перекинута нерастяжимая нить, на концах которой висят грузы 1 и 2 с массами  $m_1$  и  $m_2$ , соответственно. Блок начали поднимать вверх с ускорением  $\mathbf{a}_0$  относительно Земли (Рисунок 1). Полагая, что нить скользит по блоку без трения, найти ускорение  $\mathbf{a}_1$  груза 1 относительно Земли.

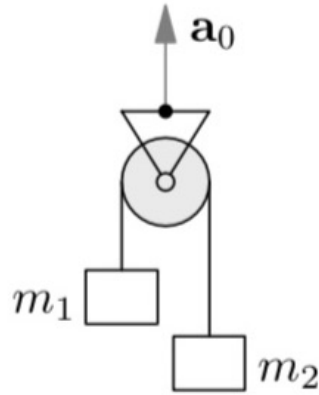


Рисунок 1

$$\mathbf{a}_1 = (2m_2\mathbf{a}_0 + (m_1 - m_2)\mathbf{g}) / (m_1 + m_2)$$

## Задача 2

Брусok массы  $m_1$  находится на доске массы  $m_2$ , которая лежит на гладкой горизонтальной плоскости. Коэффициент трения между бруском и доской равен  $\mu$ . К доске приложили горизонтальную силу  $F$ , зависящую от времени  $t$  по закону  $F = \alpha t$ , где  $\alpha$  - постоянная. Найти момент времени  $t_0$ , когда доска начнет выскальзывать из-под бруска.

$$t_0 = (m_1 + m_2)\mu g / \alpha$$



### Задача 3

В установке наклонная плоскость составляет угол  $\alpha = 30^\circ$  с горизонтом (Рисунок 2). Отношение масс тел  $m_1/m_2 = 2/3$ . Коэффициент трения между телом  $m_2$  и плоскостью  $\mu = 0.10$ . Массы блока и нити пренебрежимо малы. Найти модуль и направление ускорения тела  $m_1$ , если система пришла в движение из состояния покоя.

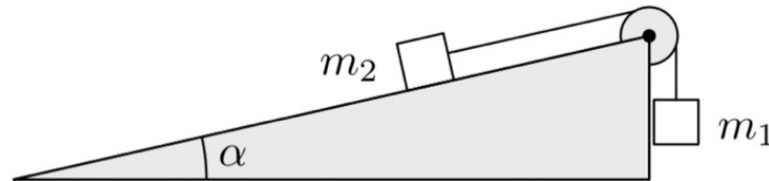


Рисунок 2

$$a' = (m_1/m_2 - \sin \alpha - \mu \cos \alpha)g / (m_1/m_2 + 1) = 0.05g$$

# ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ, ДВИЖЕНИЕ ЦЕНТРА МАСС

## Задача 1

Две тележки, каждая массы  $M$ , движутся друг за другом по инерции (без трения) с одинаковой скоростью  $\mathbf{v}_0$ . На задней тележке находится человек массы  $m$ . В некоторый момент человек прыгнул в переднюю тележку со скоростью  $\mathbf{u}$  относительно своей тележки. Какой стала скорость передней тележки?

## Задача 2

На краю покоящейся тележки массы  $M$  стоят два человека, каждый массы  $m$ . Пренебрегая трением, найти скорость тележки после того, как оба человека спрыгнут с одной и той же горизонтальной скоростью  $\mathbf{u}$  относительно тележки друг за другом.

## Задача 3

Две небольшие шайбы, массы которых  $m_1$  и  $m_2$ , связаны между собой нитью длины  $l$  и движутся по гладкой горизонтальной плоскости. В некоторый момент скорость одной шайбы равна нулю, а другой -  $v$ , причем ее направление перпендикулярно нити (Рисунок 3). Найти силу натяжения нити в процессе движения.

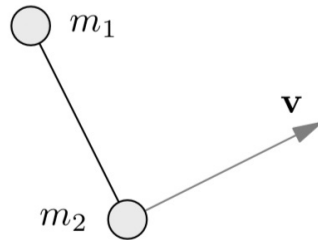


Рисунок 3

## Задача 1

Две тележки, каждая массы  $M$ , движутся друг за другом по инерции (без трения) с одинаковой скоростью  $\mathbf{v}_0$ . На задней тележке находится человек массы  $m$ . В некоторый момент человек прыгнул в переднюю тележку со скоростью  $\mathbf{u}$  относительно своей тележки. Какой стала скорость передней тележки?

$$\mathbf{v}' = \mathbf{v}_0 + mM\mathbf{u}/(m + M)^2$$

## Задача 2

На краю покоящейся тележки массы  $M$  стоят два человека, каждый массы  $m$ . Пренебрегая трением, найти скорость тележки после того, как оба человека спрыгнут с одной и той же горизонтальной скоростью  $\mathbf{u}$  относительно тележки друг за другом.

$$\mathbf{v}' = -(2M + 3m)m\mathbf{u}/(M + m)(M + 2m)$$

### Задача 3

Две небольшие шайбы, массы которых  $m_1$  и  $m_2$ , связаны между собой нитью длины  $l$  и движутся по гладкой горизонтальной плоскости. В некоторый момент скорость одной шайбы равна нулю, а другой -  $v$ , причем ее направление перпендикулярно нити (Рисунок 3). Найти силу натяжения нити в процессе движения.

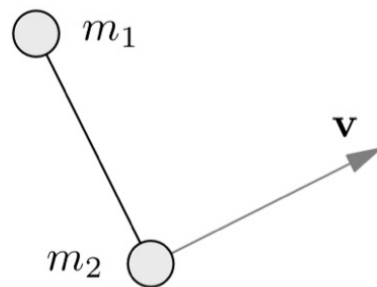


Рисунок 3

$$F = \mu v^2 / l, \text{ где } \mu = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$$

# ДВИЖЕНИЕ ТЕЛ С ПЕРЕМЕННОЙ МАССОЙ

## Задача 1

Космический корабль массы  $m_0$  движется в отсутствие внешнего силового поля с постоянной скоростью  $\mathbf{v}_0$ . Для изменения направления движения был включен реактивный двигатель, который стал выбрасывать струю газа с постоянной относительно корабля скоростью  $\mathbf{u}$ , причем вектор  $\mathbf{u}$  все время перпендикулярен направлению движения корабля. В конце работы двигателя масса корабля стала равной  $m$ . На какой угол изменилось направление движения корабля за время работы двигателя?

## Задача 2

Железнодорожная платформа в момент  $t = 0$  начинает двигаться под действием постоянной силы тяги  $\mathbf{F}$ . Пренебрегая трением в осях, найти зависимость от времени скорости платформы  $\mathbf{v}(t)$ , если на платформу, масса которой  $m_0$ , в момент времени  $t = 0$  начинает высыпаться песок из неподвижного бункера так, что скорость погрузки постоянна и равна  $\mu$  (кг/с).

## Задача 3

Железнодорожная платформа в момент  $t = 0$  начинает двигаться под действием постоянной силы тяги  $\mathbf{F}$ . Пренебрегая трением в осях, найти зависимость от времени скорости платформы  $\mathbf{v}(t)$ , если платформа нагружена песком, который высыпается через отверстие в ее дне с постоянной скоростью  $\mu$  (кг/с), а в момент  $t = 0$  масса платформы с песком равна  $m_0$ .

## Задача 1

Космический корабль массы  $m_0$  движется в отсутствие внешнего силового поля с постоянной скоростью  $\mathbf{v}_0$ . Для изменения направления движения был включен реактивный двигатель, который стал выбрасывать струю газа с постоянной относительно корабля скоростью  $\mathbf{u}$ , причем вектор  $\mathbf{u}$  все время перпендикулярен направлению движения корабля. В конце работы двигателя масса корабля стала равной  $m$ . На какой угол изменилось направление движения корабля за время работы двигателя?

$$\alpha = u \ln(m_0/m)/v_0$$

## Задача 2

Железнодорожная платформа в момент  $t = 0$  начинает двигаться под действием постоянной силы тяги  $\mathbf{F}$ . Пренебрегая трением в осях, найти зависимость от времени скорости платформы  $\mathbf{v}(t)$ , если на платформу, масса которой  $m_0$ , в момент времени  $t = 0$  начинает высыпаться песок из неподвижного бункера так, что скорость погрузки постоянна и равна  $\mu$  (кг/с).

$$\mathbf{v} = \mathbf{F}t / (m_0 + \mu t)$$



### Задача 3

Железнодорожная платформа в момент  $t = 0$  начинает двигаться под действием постоянной силы тяги  $\mathbf{F}$ . Пренебрегая трением в осях, найти зависимость от времени скорости платформы  $\mathbf{v}(t)$ , если платформа нагружена песком, который высыпается через отверстие в ее дне с постоянной скоростью  $\mu$  (кг/с), а в момент  $t = 0$  масса платформы с песком равна  $m_0$ .

$$\mathbf{v} = \mathbf{F}/\mu \ln(m_0/(m_0 - \mu t))$$

# ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ

## Задача 1

Шарик массы  $m$  подвесили на упругой невесомой нити, жесткость которой  $k$ . Затем шарик подняли так, чтобы нить оказалась в недеформированном состоянии, и без толчка отпустили. Найти максимальное удлинение нити  $x_{max}$  в процессе движения шарика.

## Задача 2

Небольшое тело массы  $m$  поднимается без начальной скорости с поверхности Земли под действием двух сил: силы  $\mathbf{F}$ , меняющейся с высотой подъема  $y$  по закону  $\mathbf{F} = -2mg(1 - ay)$ , где  $a$  - положительная постоянная, и силы тяжести  $mg$ . Найти работу силы  $\mathbf{F}$  на первой половине пути подъема и соответствующее приращение потенциальной энергии тела в поле тяжести Земли (поле тяжести предполагается однородным).

## Задача 3

Три одинаковые заряженные частицы, каждая массы  $m$  и с зарядом  $q$ , поместили в вершины углов равностороннего треугольника со стороной  $a$ . Затем частицы одновременно освободили, и они стали симметрично разлетаться под действием кулоновских сил отталкивания. Сил тяжести нет, найти:

- 1) скорость каждой частицы в зависимости от расстояния  $r$  между ними;
- 2) работу  $A_K$ , которую совершили кулоновские силы, действующие на каждую частицу при разлете их на очень большое расстояние друг от друга.

## Задача 1

Шарик массы  $m$  подвесили на упругой невесомой нити, жесткость которой  $k$ . Затем шарик подняли так, чтобы нить оказалась в недеформированном состоянии, и без толчка отпустили. Найти максимальное удлинение нити  $x_{max}$  в процессе движения шарика.

$$x_{max} = 2mg/k$$

## Задача 2

Небольшое тело массы  $m$  поднимается без начальной скорости с поверхности Земли под действием двух сил: силы  $\mathbf{F}$ , меняющейся с высотой подъема  $y$  по закону  $\mathbf{F} = -2mg(1 - ay)$ , где  $a$  - положительная постоянная, и силы тяжести  $mg$ . Найти работу силы  $\mathbf{F}$  на первой половине пути подъема и соответствующее приращение потенциальной энергии тела в поле тяжести Земли (поле тяжести предполагается однородным).

$$A_F = \frac{3mg}{4a}$$

### Задача 3

Три одинаковые заряженные частицы, каждая массы  $m$  и с зарядом  $q$ , поместили в вершины углов равностороннего треугольника со стороной  $a$ . Затем частицы одновременно освободили, и они стали симметрично разлетаться под действием кулоновских сил отталкивания. Сил тяжести нет, найти:

- 1) скорость каждой частицы в зависимости от расстояния  $r$  между ними;
- 2) работу  $A_K$ , которую совершили кулоновские силы, действующие на каждую частицу при разлете их на очень большое расстояние друг от друга.

$$v = \sqrt{\frac{2kq^2(r-a)}{ra}}, \quad A_K = \frac{kq^2}{a}$$