

1. Являются ли линейными операторы \hat{A} и \hat{B} ?

$$\hat{A}x = \{x_1, 2x_1 - x_2 + 1, x_1 - x_2 - 3x_3\},$$

$$\hat{B}x = \{x_1, 2x_1 - x_2 - 3x_3, x_1^3 - x_2 - 3x_3\},$$

$$\hat{C}x = \{x_1, 2x_1 - x_2 - 3x_3, x_1 - x_2 - 3x_3\}.$$

2. Написать матрицу оператора, найдите базис его ядра и образа.

$$\hat{C}x = \{x_1 - 3x_2 - x_3, x_3, x_1 + 2x_2 + 3x_3\}$$

$$\hat{B}x = \{4x_1 - 2x_2, 3x_3, x_1 + 2x_2 + 3x_3\}$$

3.

Найти матрицы $A_{e'}$ в базисе e'_1, e'_2, e'_3 , где

$$e'_1 = 2e_1 + 3e_2 + e_3,$$

$$e'_2 = 3e_1 + 4e_2 + e_3,$$

$$e'_3 = e_1 + 2e_2 + 2e_3,$$

если заданы матрицы A_e в базисе e_1, e_2, e_3 .

$$A_e = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 3 \\ -4 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}. \quad 10. A_e = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 0 & -3 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

4. Найти собственные векторы и собственные значения оператора. Написать матрицу перехода к базису из собственных векторов и матрицу оператора в базисе из собственных векторов.

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

5. Пусть в некотором базисе заданы линейные операторы \hat{A} и \hat{B} .

$\hat{A}x = \{x_1 - 2x_3, x_2, x_2 - x_3\}$ и $\hat{B}x = \{2x_3, x_1, -x_2\}$ Найти координаты следующих векторов:

$$(\hat{A}^2 - 2\hat{B}^2)x.$$

$$(\hat{A}\hat{B} + \hat{A}^2)x.$$