

«Моделирование»

Преподаватель: АЛИЕВ Тауфик Измайлович,
доктор технических наук, профессор

**Национальный исследовательский университет ИТМО
(НИУ ИТМО)**

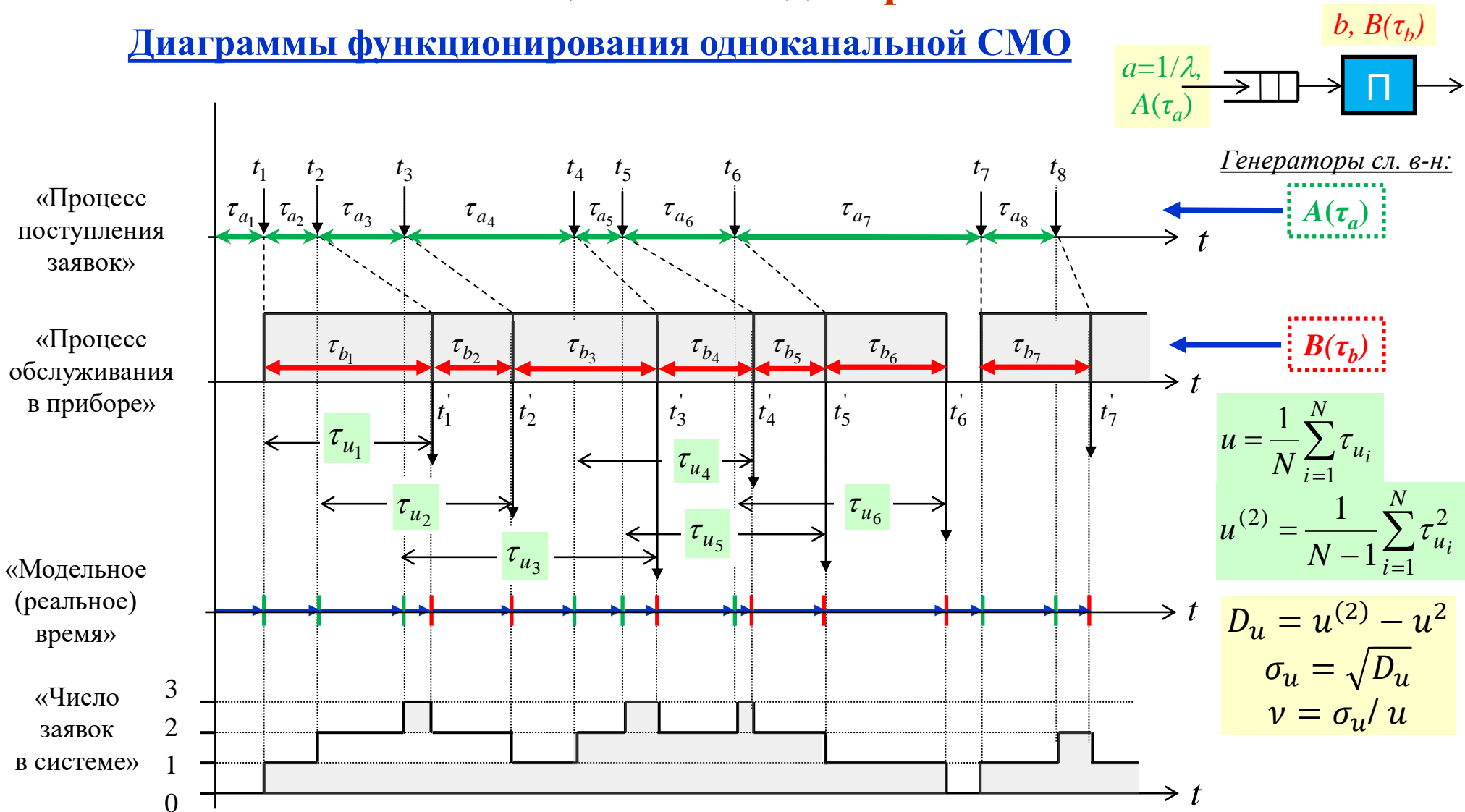
*Факультет программной инженерии и
компьютерной техники*

3. ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

1. Диаграммы функционирования одноканальной СМО
2. Методы формирования псевдослучайных величин
3. Сравнение методов формирования псевдослучайных величин с заданным законом распределения
4. Введение в GPSS
5. Классификация объектов GPSS
6. Операторы и структура GPSS-моделей
7. Процесс моделирования
8. Транзакты и модельное время
9. Завершение моделирования и списки
10. Простейшая GPSS-модель СМО D/U/1
11. Основные операторы блоков GPSS World
12. Стандартный отчет GPSS-модели СМО D/U/1
13. Операторы блоков GPSS World
14. GPSS-модель СМО M/U/5
15. GPSS-модель СМО с накопителем ограниченной емкости
16. GPSS-модель с гистограммой времени ожидания
17. GPSS-модель с произвольной гистограммой
18. Системные числовые атрибуты (СЧА / SNA)
19. GPSS-модель с обслуживанием по Эрлангу
20. Реализация гиперэкспоненциального распределения

3. Имитационное моделирование

Диаграммы функционирования одноканальной СМО



3. Имитационное моделирование

Методы формирования псевдослучайных величин

1. Равномерно распределённых в интервале (0; 1):

- a) метод квадратов;
- b) метод произведений;
- c) конгруэнтные методы;
- d) модификации перечисленных методов.

a) метод квадратов

Исх.число	Квадрат	Сл. число
7153	51 1654 09	0,1654
1654	02 7357 16	0,7357
7357	54 1254 49	0,1254
1254	01 5725 16	0,5725
5725	32 7756 25	0,7756
7756	60 1555 36	0,1555
Исх.число	Квадрат	Сл. число
1357	01 8414 49	0,8414
8414	70 7953 96	0,7953
7953	63 2502 09	0,2502
2502	06 2600 04	0,2600
2600	06 7600 00	0,7600
7600	57 7600 00	0,7600

б) метод произведений

Ядро (множитель) = 5167

Множимое	Произведение	Сл. число
3729	19 2677 43	0,2677
7743	40 0080 81	0,0080
8081	41 7545 27	0,7545
4527	23 3910 09	0,3910
1009	05 2135 03	0,2135
3501

3. Имитационное моделирование

Методы формирования псевдослучайных величин

1. Равномерно распределённых в интервале (0; 1):

- a) метод квадратов;
- b) метод произведений;
- c) конгруэнтные методы;**
- d) модификации перечисленных методов.

Смешанный конгруэнтный метод:

$$X_{i+1} = \lambda X_i + \mu \pmod{m} \quad (i = 0, 1, 2, \dots)$$

λ – множитель; μ – аддитивная константа; m – модуль

Мультипликативный конгруэнтный метод ($\mu = 0$):

Множитель = 1357; модуль (делитель) = 5689

Исх. число	Произведение	Частное, целая часть	Остаток	Сл. число
1357	1 8414 49	323	3902	0,6859
3902	5 2950 14	930	4244	0,7460
4244	5 7591 08	1012	1840	0,3234
1840

Сл.число=Остаток/модуль

Проверка генераторов равномерно распределённых псевдослучайных величин на ...

периодичность

равномерность

случайность

частот

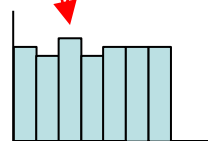
пар

комбинаций

серий

корреляции

Тесты



	4	6	4	5	5	3	5	4
6	1	1	1	1	0	0	1	1
4	0	1	1	0	1	0	1	0
5	1	0	1	1	1	1	0	0
4	0	1	0	1	0	0	1	1
5	1	1	0	0	1	1	0	1
3	0	0	1	0	1	1	0	0
4	0	1	0	1	1	0	1	0
5	1	1	0	1	0	0	1	1

3. Имитационное моделирование

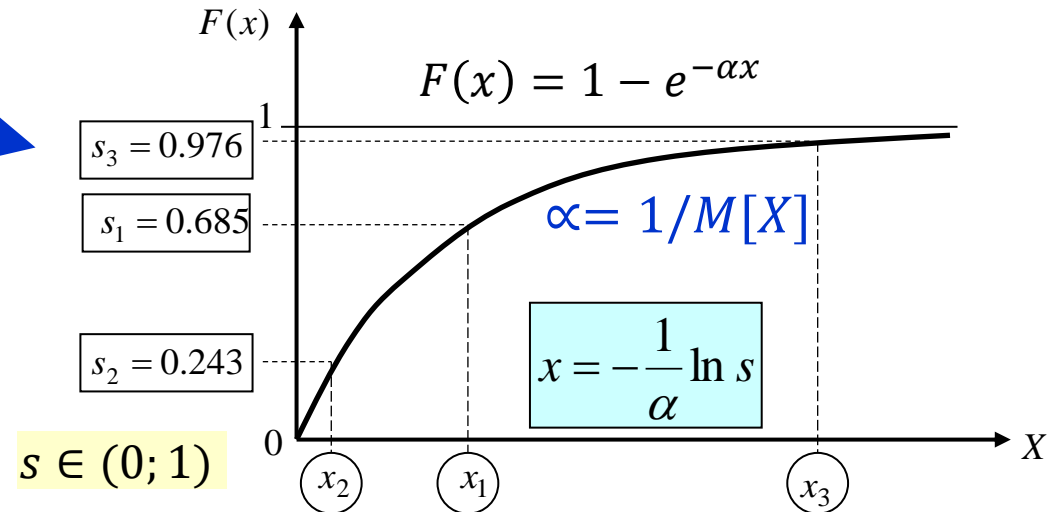
Методы формирования псевдослучайных величин

2. С заданным законом распределения:

а) аналитический метод

б) табличный метод

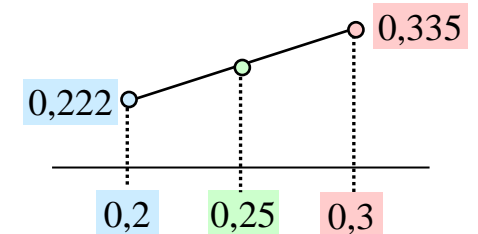
с) метод композиций



$F(x)$	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.75	0.8	0.84	0.88
x	0	0.104	0.222	0.335	0.509	0.69	0.915	1.2	1.38	1.6	1.83	2.12

$F(x)$	0.9	0.92	0.94	0.95	0.96	0.97	0.98	0.99	0.995	0.998	0.999	0.9997
x	2.3	2.52	2.81	2.99	3.2	3.5	3.9	4.6	5.3	6.2	7	8

Линейная интерполяция



- распределение Эрланга (гипоэкспоненциальное распределение) – сумма нескольких экспоненциальных величин с одинаковым матожиданием (с разными матожиданиями);
- гиперэкспоненциальное распределение – вероятностная смесь экспоненциальных величин с разными матожиданиями.

3. Имитационное моделирование

Сравнение методов формирования псевдослучайных величин с заданным законом распределения

Аналитический метод

Достоинства:

- высокая точность метода;
- не требуется память для хранения многочисленных таблиц.

Недостатки:

- конечная формула может содержать функции (логарифмы и т.п.), что значительно увеличивает затраты времени;
- невозможность получения конечной формулы в явном виде для многих законов распределений;
- использование же численных методов для вычисления интегралов приводит к погрешностям и затратам времени.

Табличный метод

Достоинства:

- возможность построения таблиц для любых законов распределения;
- возможность обеспечения заданной точности формирования случайных чисел за счет уменьшения шага табуляции;
- простые вычисления (линейная интерполяция) и, как следствие, небольшое время формирования случайных величин.

Недостатки:

- значительные затраты памяти для хранения большого числа таблиц с разными законами распределений;
- наличие методической погрешности, обусловленной применением линейной интерполяции;
- уменьшение методической погрешности формирования случайных последовательностей может быть достигнуто за счет увеличения количество точек табуляции, что приводит к дополнительным затратам памяти и времени;
- для обеспечения высокой точности формирования случайных последовательностей табулирование должно выполняться с переменным шагом, выбор которого связан с определёнными проблемами.

3. Имитационное моделирование

Введение в GPSS

«Если эксперимент удался, что-то здесь не так...» (*Первый закон Финэйгла*)

Типовые процедуры имитационного моделирования:

- 1) выработка (генерирование) случайных величин *равномерно* распределенных и с заданным законом распределения;
- 2) формирование *потоков* заявок и имитация *обслуживания*;
- 3) организация *очереди* заявок;
- 4) организация службы времени;
- 5) сбор и статистическая *обработка результатов* моделирования.

Система имитационного моделирования (СИМ) GPSS World:

- GPSS
- PLUS
- компилятор

Объекты СИМ GPSS World:

1. *GPSS-модель*
2. *Процесс моделирования*
3. *Отчёт*
4. *Текстовый объект*

Элементы GPSS

Алфавитно-цифровые символы (АЦС): буквы от A до Z и цифры от 0 до 9



Операторы

арифметические:

\wedge # / \ @ + -

логические:

& или AND ; | или OR

отношения: > G; >= GE;
= E; < L; <= LE; != NE

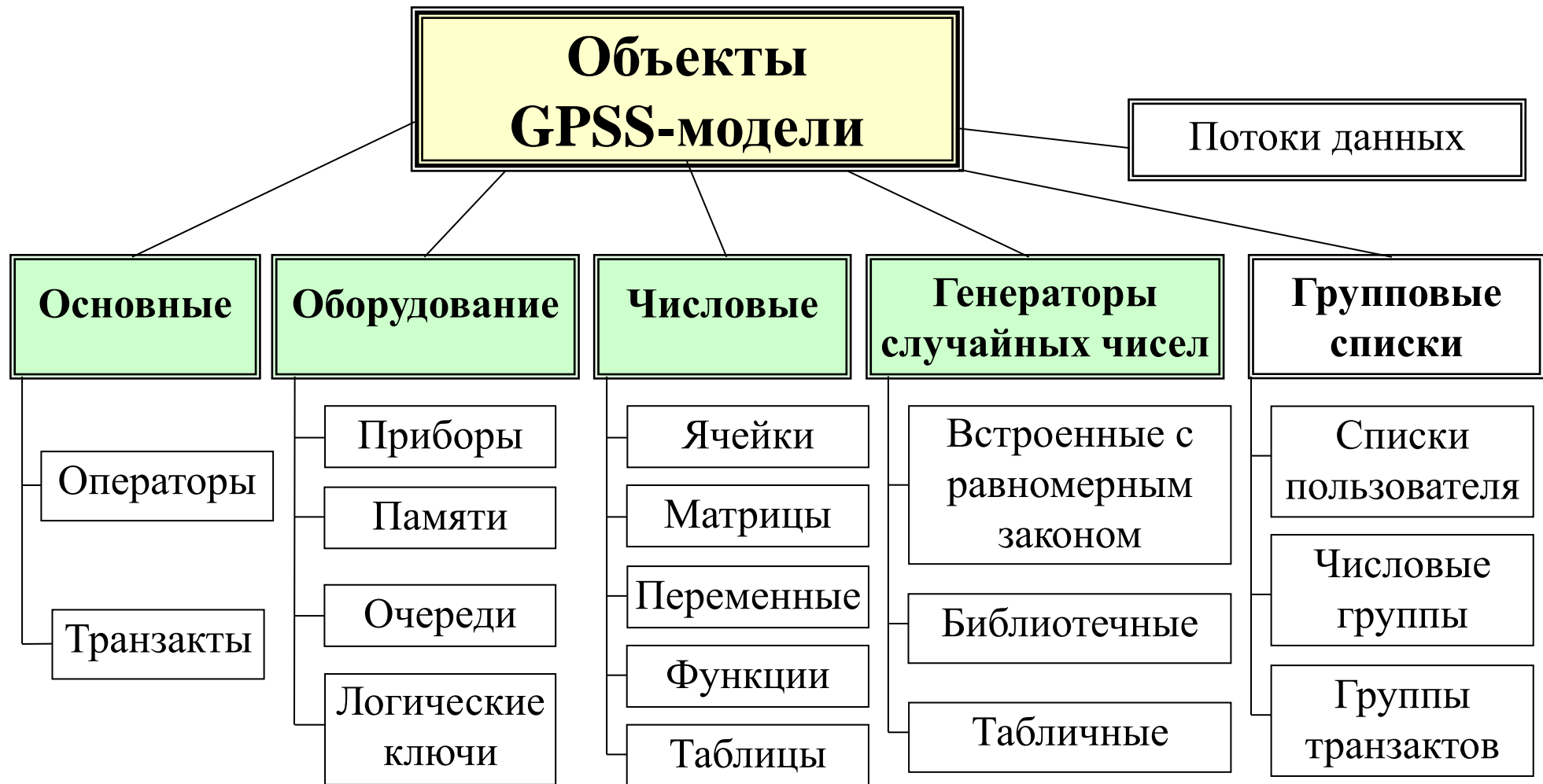
Выражения

Процедуры:

- стандартные (ABS, EXP, LOG, SQR, SIN, ...)
- пользовательские

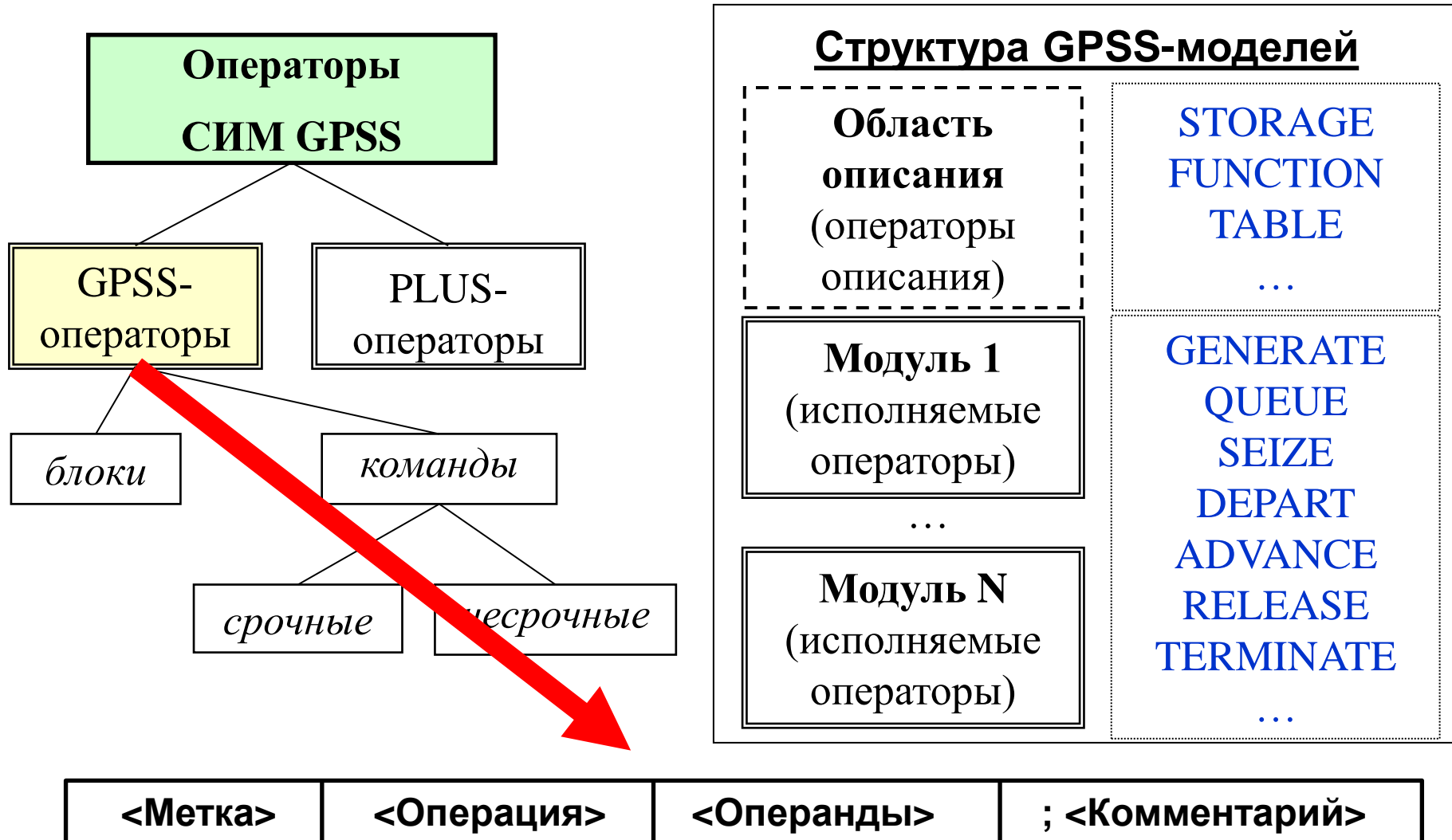
3. Имитационное моделирование

Классификация объектов GPSS



3. Имитационное моделирование

Операторы и структура GPSS-моделей

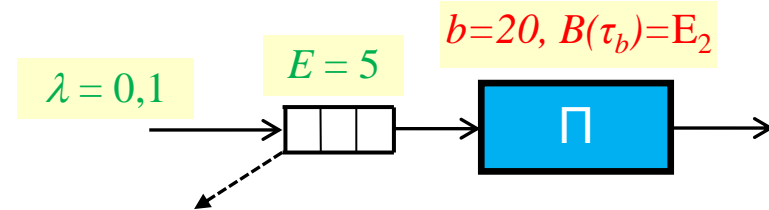


3. Имитационное моделирование

Процесс моделирования

Процесс моделирования в среде GPSS World:

1. Запуск процесса моделирования (**Command / Create Simulation; START**)
2. Транзакты (**GENERATE** и **TERMINATE**)
3. Модельное время
4. Завершение моделирования (**HALT; STOP; СчЗ**)
5. Списки: **список текущих событий (СТС); список будущих событий (СБС); ...**
6. Системные числовые атрибуты (СЧА): *СЧА объектов; СЧА системы; СЧА транзактов*
7. Встроенные вероятностные распределения



START TIME	END TIME	BLOCKS	FACILITIES	STOR
0.000	10012660.598	9	1	0

NAME	VALUE
OTKAZ_1	9.000

LABEL	LOC	BLOCK TYPE	ENTRY COUNT	CURRENT	COUNT
	1	GENERATE	1000006		0
	2	TEST	1000006		0
	3	QUEUE	499627		5
	4	SEIZE	499622		0

For Help, press F1 Report is Complete. Clock

3. Имитационное моделирование

Транзакты и модельное время

TM=40

Процесс моделирования в среде GPSS World:

1. Запуск процесса моделирования (**Command / Create Simulation; START**)
2. Транзакты (**GENERATE** и **TERMINATE**)
3. Модельное время
4. Завершение моделирования (**HALT; STOP; СчЗ**)
5. Списки: **список текущих событий (СТС); список будущих событий (СБС); ...**
6. Системные числовые атрибуты (СЧА): СЧА *объектов*; СЧА *системы*; СЧА *транзактов*
7. Встроенные вероятностные распределения

T3

GENERATE

$t_3=50$

SEIZE (ENTER)

<условие>

ADVANCE

<время=40>

TRANSFER (TEST, SELECT)

T4

GENERATE

$t_4=56$

TERMINATE

START

3. Имитационное моделирование

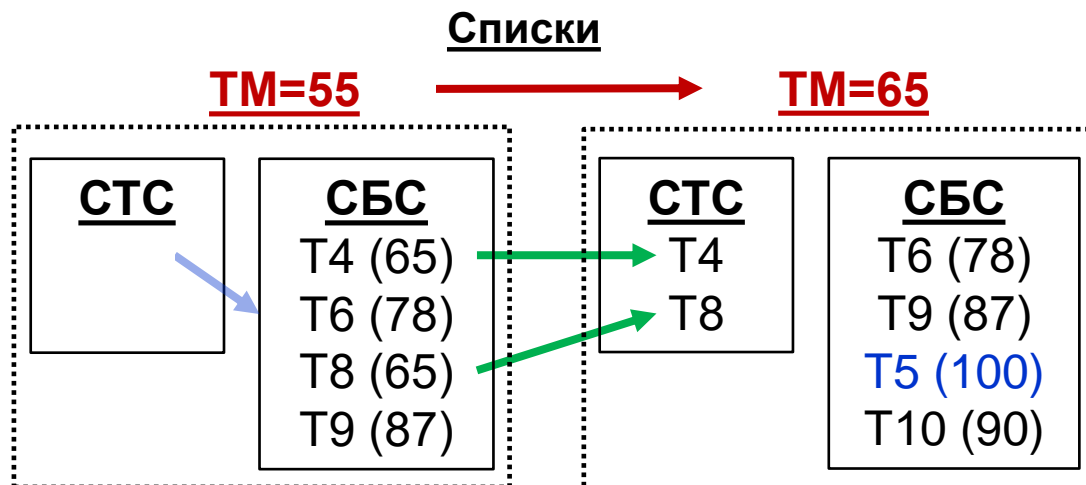
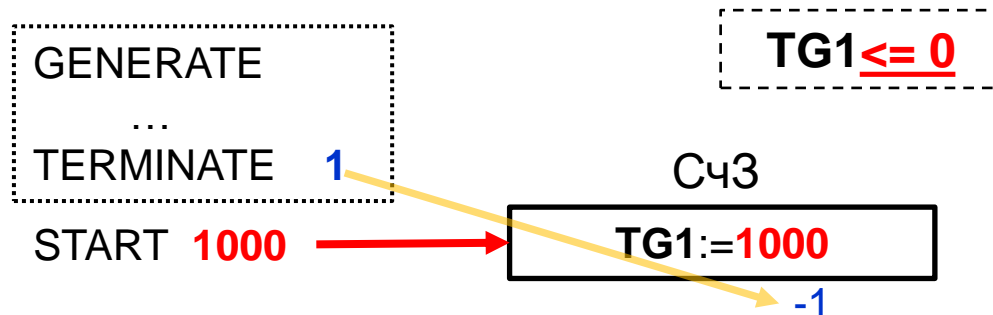
Завершение моделирования и списки

Процесс моделирования в среде GPSS World:

1. Запуск процесса моделирования (**Command / Create Simulation; START**)
2. Транзакты (**GENERATE** и **TERMINATE**)
3. Модельное время
4. Завершение моделирования (**HALT; STOP; СчЗ**)
5. Списки: **список текущих событий (СТС); будущих событий (СБС); повторных попыток (СПП) ...**
6. Системные числовые атрибуты (СЧА): СЧА *объектов*; СЧА *системы*; СЧА *транзактов*
7. Встроенные вероятностные распределения

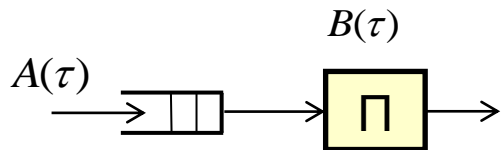
Завершение процесса моделирования:

- принудительно (**HALT**);
- по заданному условию (**STOP**);
- по счетчику завершений (СчЗ):



3. Имитационное моделирование

Простейшая GPSS-модель СМО D/U/1



- количество обслуживающих приборов: 1;
- количество потоков (классов) заявок: 1;
- ёмкость накопителя: *не ограничена* (равна бесконечности);
- интервалы между заявками в потоке: 10 с (*детерминированный*);
- длительность обслуживания заявок: 8 ± 4 с (*равномерный*).

GENERATE	10;	<i>формирование детерминированного потока заявок</i>
QUEUE	1;	<i>отметка момента поступления заявки в очередь 1</i>
SEIZE	uzel;	<i>занятия прибора с именем uzel</i>
DEPART	1;	<i>отметка момента покидания заявкой очереди 1</i>
ADVANCE	8,4;	<i>задержка на время 8 ± 4 единицы времени</i>
RELEASE	uzel;	<i>освобождение прибора с именем uzel</i>
TERMINATE	1;	<i>удаление заявки из модели</i>

START 100000

3. Имитационное моделирование

Основные операторы блоков GPSS World

GENERATE	10;	<i>формирование детерминированного потока заявок</i>
QUEUE	1;	<i>отметка момента поступления заявки в очередь 1</i>
SEIZE	uzel;	<i>занятия прибора с именем uzel</i>
DEPART	1;	<i>отметка момента покидания заявкой очереди 1</i>
ADVANCE	8,4;	<i>задержка на время 8 ± 4 единицы времени</i>
RELEASE	uzel;	<i>освобождение прибора с именем uzel</i>
TERMINATE	1;	<i>удаление заявки из модели</i>

START 100000

GENERATE [A],[B],[C],[D],[E]

GENERATE	10
GENERATE	25,10.5
GENERATE	(Uniform(99,14.5,35.5))
GENERATE	25,10,100,250,5
GENERATE	(Exponential(1,0,50))
GENERATE	,,,10

TERMINATE [A]

TERMINATE	
TERMINATE	1
TERMINATE	5
TERMINATE	2.5

3. Имитационное моделирование

Основные операторы блоков GPSS World

GENERATE	10;	<i>формирование детерминированного потока заявок</i>
QUEUE	1;	<i>отметка момента поступления заявки в очередь 1</i>
SEIZE	uzel;	<i>занятия прибора с именем uzel</i>
DEPART	1;	<i>отметка момента покидания заявкой очереди 1</i>
ADVANCE	8,4;	<i>задержка на время 8±4 единицы времени</i>
RELEASE	uzel;	<i>освобождение прибора с именем uzel</i>
TERMINATE	1;	<i>удаление заявки из модели</i>

START **100000**

<u>QUEUE A,[B]</u>	←	<u>DEPART A,[B]</u>	<u><i>Очередь</i></u>
<u>SEIZE A</u>	←	<u>RELEASE A</u>	<u><i>OK СМО</i></u>
<u>ENTER A,[B]</u>	←	<u>LEAVE A,[B]</u>	<u><i>МК СМО</i></u>

QUEUE 1;	<u>ADVANCE [A],[B]</u>
QUEUE buf_er,5;	ADVANCE 20;
ENTER did2,3;	ADVANCE 10.5,10;
ENTER s1_tu;	ADVANCE 100,FN\$ErI_1;
	ADVANCE (Exponential(35,5,50));

3. Имитационное моделирование

Стандартный отчет GPSS-модели CMO D/U/1

GPSS World Simulation Report - CMO_DU1.2.1

Wednesday, January 23, 2019 14:28:00

START TIME	END TIME	BLOCKS	FACILITIES	STORAGES
0.000	1000005.010	7	1	0

NAME	VALUE
UZEL	10000.000

LABEL	LOC	BLOCK	TYPE	ENTRY	COUNT	CURRENT	COUNT	RETRY
1	GENERATE			100000	0		0	
2	QUEUE			100000	0		0	
3	SEIZE			100000	0		0	
4	DEPART			100000	0		0	
5	ADVANCE			100000	0		0	
6	RELEASE			100000	0		0	
7	TERMINATE			100000	0		0	

FACILITY	ENTRIES	UTIL.	AVE.TIME	AVAIL.	OWNER	PEND	INTER	RETRY	DELAY
UZEL	100000	0.801	8.008	1	0	0	0	0	0

QUEUE	MAX	CONT.	ENTRY	ENTRY(0)	AVE.CONT.	AVE.TIME	AVE.(-0)	RETRY
1	1	0	100000	69780	0.040	0.405	1.339	0

FEC XN	PRI	BDT	ASSEM	CURRENT	NEXT	PARAMETER	VALUE
100001	0	1000010.000	100001	0	1		

3. Имитационное моделирование

Операторы блоков GPSS World

```
GENERATE      10
QUEUE         1
SEIZE         uzel
DEPART        1
ADVANCE       8,4
RELEASE       uzel
TERMINATE     1
```

```
START          100000
```

ADVANCE [A=0],[B=0]

```
ADVANCE 20;
ADVANCE (Exponential(35,5,50));
```

```
ADVANCE 10.5,10;
ADVANCE 100,FN$Erl_1;
```

GENERATE [A],[B],[C],[D=∞],[E]



TERMINATE [A]

```
GENERATE 10
GENERATE (Exponential(1,0,50))
```

```
GENERATE 25,10.5;
GENERATE 25.85,FN$Erlang
```

```
GENERATE ,,10
GENERATE 25,10,100,250,5
```

```
TERMINATE
TERMINATE 1
TERMINATE 5
TERMINATE 2.5
```

QUEUE A,[B=1]



DEPART A,[B=1]

```
QUEUE 1
```

```
QUEUE buf_er,5
```

SEIZE A



RELEASE A

```
SEIZE dom
```

```
RELEASE 15
```

ENTER A,[B=1]



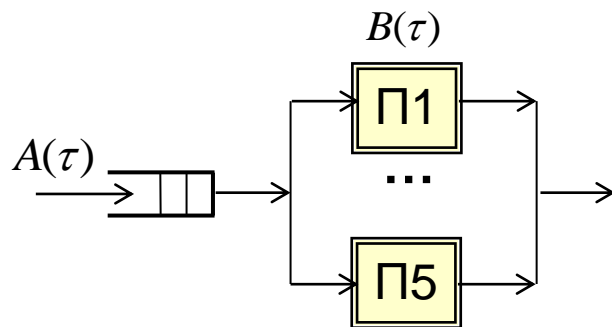
LEAVE A,[B=1]

```
ENTER did2,3
```

```
ENTER s1_tu
```

3. Имитационное моделирование

GPSS-модель СМО М/У/5



- количество обслуживающих приборов: 5;
- количество потоков (классов) заявок: 1;
- ёмкость накопителя: не ограничена (равна бесконечности);
- интервалы между заявками в потоке: 10 с (*простейший*);
- длительность обслуживания заявок: 40 ± 25 с (*равномерный*).

```

*****
pri_m  STORAGE      5
*****

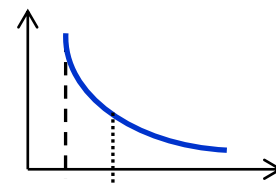
GENERATE      (exponential(33,5,10))
QUEUE        stu_1
ENTER        pri_m
DEPART      stu_1
ADVANCE      (uniform(99,15,65))
LEAVE
TERMINATE    1

*****

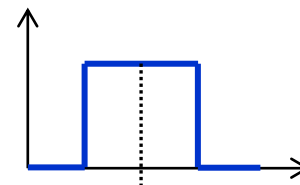
START        100000
*****
    
```

<Имя>	STORAGE	A
did2	STORAGE ENTER LEAVE	90 A,[B] A,[B]

Среднее значение
Смещение
Номер генератора RN33



Максимальное значение
Минимальное значение
Номер генератора RN99



3. Имитационное моделирование

GPSS-модель СМО с накопителем *ограниченной* емкости

```
*****
pri_m  STORAGE      5
*****
      GENERATE      (exponential(33,0,10))
      TEST          L  Q$stu_1,20,otk_1
      QUEUE          stu_1
      ENTER          pri_m
      DEPART         stu_1
      ADVANCE        (uniform(99,15,65))
      LEAVE          pri_m
      TERMINATE      1
otk_1  TERMINATE    1
*****
      START         1000000
*****
```

TEST X A,B,[C]

A – проверяемое
значение

B – контрольное
значение

C – имя (метка) блока
назначения [отказ]

X – оператор отноше-
ния (условие про-
верки) между **A** и **B**:

X = (L, E, G, LE, GE, NE)

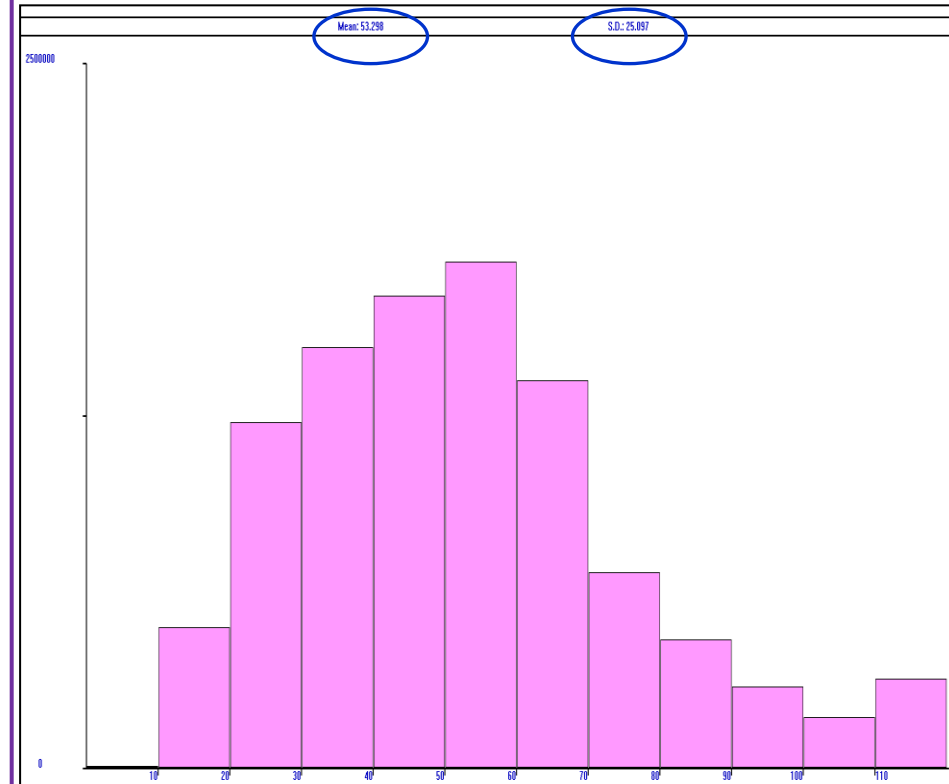
3. Имитационное моделирование

GPSS-модель с гистограммой времени ожидания

pri_m STORAGE 5
w_1 QTABLE 1,5,10,12

GENERATE (exponential(33,0,10))
TEST L Q1,20,otk_1
QUEUE 1
ENTER pri_m
DEPART 1
ADVANCE (uniform(99,15,65))
LEAVE pri_m
TERMINATE 1
otk_1 TERMINATE 1

START 1000000



<Имя> QTABLE

A,B,C,D

- A** — имя очереди
- B** — ширина 1-го частотного интервала
- C** — ширина остальных интервалов
- D** — кол-во частотных интервалов

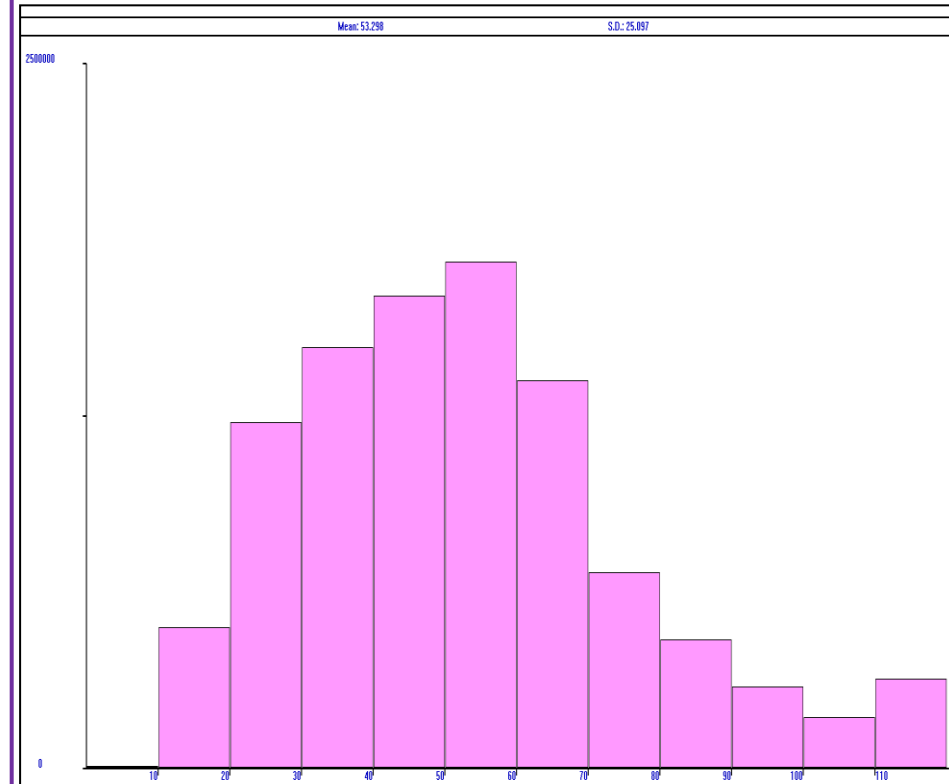
3. Имитационное моделирование

GPSS-модель с гистограммой времени ожидания

```
pri_m  STORAGE      5
w_1    QTABLE        stu_1,10,10,12
*****
        GENERATE      (exponential(33,0,10))
        TEST          L  Q$stu_1,20,otk_1
        QUEUE         stu_1
        ENTER          pri_m
        DEPART         stu_1
        ADVANCE        (uniform(99,15,65))
        LEAVE          pri_m
        TERMINATE      1
otk_1  TERMINATE      1
*****
```

START 1000000

<Имя> QTABLE A,B,C,D



- A** — имя очереди
- B** — ширина 1-го частотного интервала
- C** — ширина остальных интервалов
- D** — кол-во частотных интервалов

3. Имитационное моделирование

GPSS-модель с произвольной гистограммой

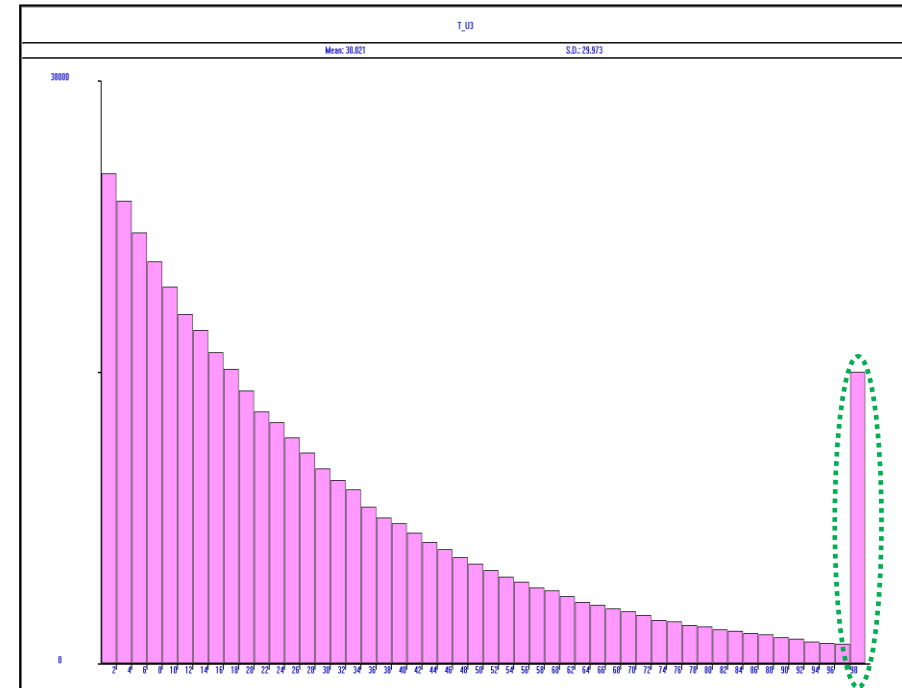
```
*****
pri_m  STORAGE      5
U_1    TABLE      M1,5,5,50
*****

GENERATE (exponential(33,0,10))
ENTER    pri_m
ADVANCE  (uniform(99,15,65))
LEAVE    pri_m
TABULATE U_1
TERMINATE 1

*****

START    1000000

*****
```



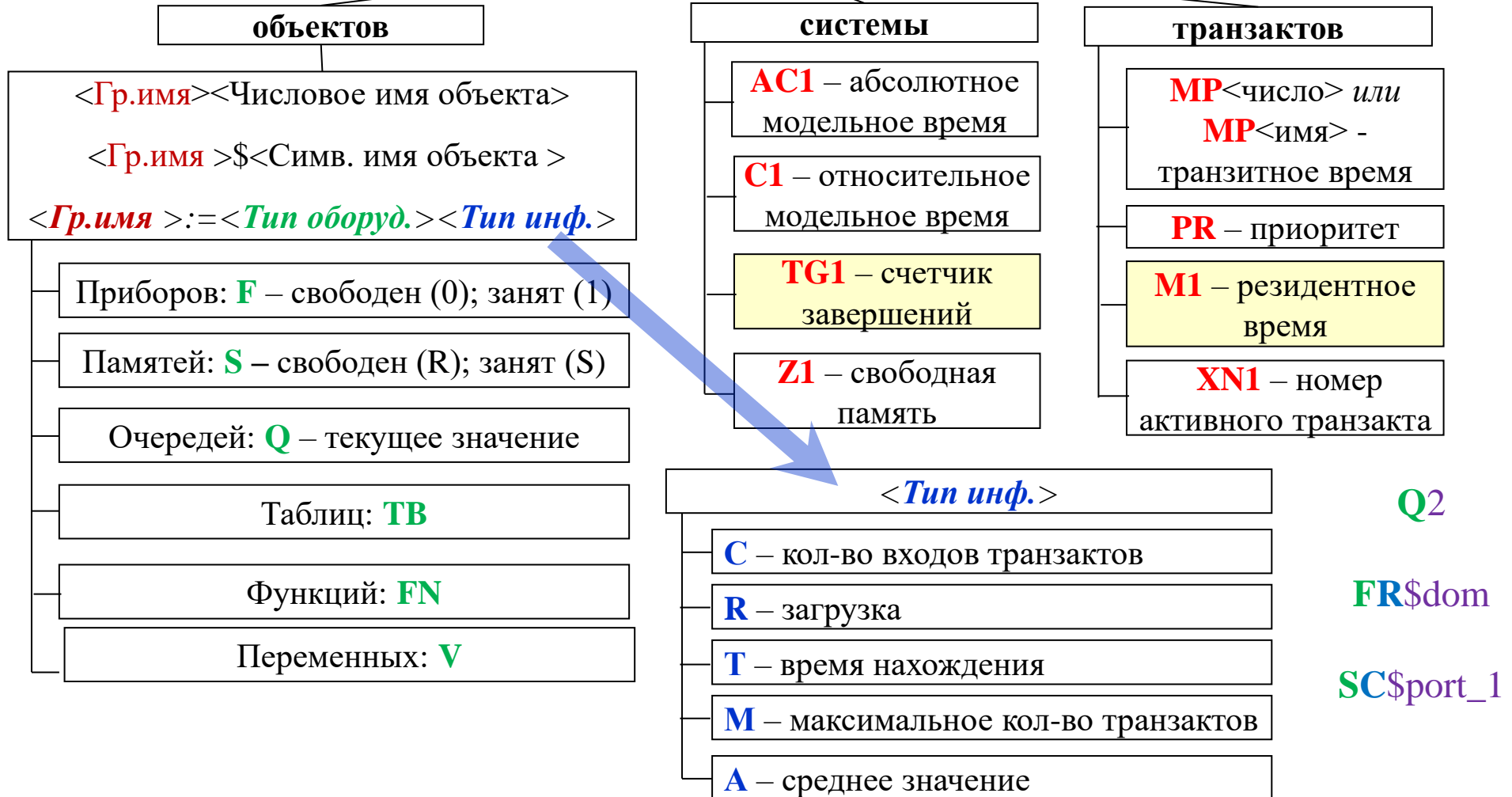
```
<Имя> TABLE      A,B,C,D
TABULATE          A,[B=1]
MARK [A]
```

- A** – имя случайной величины
- B** – ширина 1-го частотного интервала
- C** – ширина остальных интервалов
- D** – кол-во частотных интервалов
- A** – имя таблицы
- B** – весовой коэффициент

A – номер параметра для записи абсолютного времени [вместо времени входа в модель]

3. Имитационное моделирование

Системные числовые атрибуты (СЧА / SNA)



3. Имитационное моделирование

СЧА приборов (Facility)

Групповое имя	Значение
F	1, если прибор занят; 0, если свободен
FC	Число занятий прибора транзактами
FR	Загрузка прибора, выраженная в долях тысячи
FT	Среднее время занятия прибора транзактом

F5
FR\$Pribor

S\$mos_t
SA\$Bag
SR\$System_1

СЧА памяти (Storage) [многоканальных устройств]

Групповое имя	Значение
R	Количество незанятых элементов (приборов; каналов)
S	Количество занятых приборов
SA	Среднее количество занятых приборов
SC	Счетчик числа входов в многоканальное устройство
SM	Максимальное количество занятых приборов
SR	Загрузка многоканального устройства, выраженная в долях тысячи
ST	Среднее время нахождения транзакта в устройстве.

3. Имитационное моделирование

СЧА очередей (QUEUE)

Групп. имя	Значение	
Q	Текущее значение длины очереди	Q\$bu_fer
QA	Среднее значение длины очереди	
QC	Кол-во входов в очередь (увеличивается на величину В блока QUEUE)	QC\$Que_L
QM	Максимальное значение длины очереди	
QT	Ср. время пребывания в очереди с учетом нулевых входов	QT\$Q_auto
QX	Ср. время пребывания в очереди для входов без учета нулевых входов	
QZ	Кол-во нулевых входов в очередь (время ожидания было равно нулю)	QZ\$Syst_3

СЧА таблицы (TABLE):

TB\$<Имя>	– Среднее значение элементов таблицы	TB\$exp_1
TD \$<Имя>	– Стандартное отклонение элементов таблицы	TD\$Erlang
TC \$<Имя>	– Количество учтенных в таблице элементов	TC\$Tab_W

СЧА функции (FUNCTION):

FN\$<Имя>	– результат вычисления функции	FN\$Lim_on
-----------	--------------------------------	------------

СЧА переменной (VARIABLE):

V\$<Имя>	– результат вычисления переменной	V\$Sym_5
----------	-----------------------------------	----------

3. Имитационное моделирование

GPSS-модель с обслуживанием по Эрлангу

```
*****
pri_m  STORAGE      5
tu_5   TABLE  M1,10,20,50
*****

      GENERATE      (exponential(33,0,10))
      TEST          L   Q$stu_1,20,otk_1
      QUEUE         stu_1
      ENTER         pri_m
      DEPART        stu_1
      ADVANCE       (exponential(44,0,20)+exponential(55,0,20))
      TABULATE      tu_5
      LEAVE         pri_m
      TERMINATE     1
otk_1  TERMINATE     1
*****

      START         1000000
*****
```

3. Имитационное моделирование

Реализация гиперэкспоненциального распределения

* По параметрам двухфазного распределения: **q**, **t_1** и **t_2**

```
PROCEDURE hyper1(q, t_1, t_2) BEGIN
    if (uniform(51,0,1) < q) then return exponential(99,0,t_1);
    else return exponential(199,0,t_2);
END;
```

* По мат.ожиданию **tt** и коэффициенту вариации **k_var** с заданным генератором **rndgen**

```
PROCEDURE hyper2(rndgen, tt, k_var, dolya) BEGIN
    temporary q_max, tt_1, tt_2;
    q_max = dolya#2/(1+k_var#k_var);
    tt_1 = tt*(1+SQR((1-q_max)#(k_var#k_var-1)/(2#q_max)));
    tt_2 = tt*(1-SQR(q_max#(k_var#k_var-1)/(2*(1-q_max))));
    return hyper1(q_max,tt_1,tt_2);
END;
```
