| № | Вопросы | Варианты ответов |
|---|---|---|
| 1 | Интегрируя по частям, получим $\int u(x)\,dv(x) =$ | 1. $u(x)v(x)+\int v(x)\,du(x)$, <br> 2. $u(x)v(x)-\int v(x)\,du(x)$, 3. $u(x)-\int v(x)\,dx$, <br> 4. $u(x)+\int v(x)\,dx$, 5. $u(x)v(x)-\int v(x)\,dx$. |
| 2 | Рациональную функцию $\frac{x+2020}{\left(x^4-16\right)^2}$ при интегрировании следует представить следующим образом | 1. $\frac{Ax+B}{\left(x^2+4\right)}+\frac{Cx+D}{\left(x^2+4\right)^2}+\frac{E}{(x-2)}+\frac{F}{(x-2)^2}+$ $+\frac{G}{(x+2)}+\frac{H}{(x+2)^2}$, <br> 2. $\frac{A}{\left(x^2+4\right)}+\frac{C}{\left(x^2+4\right)^2}+\frac{E}{(x-2)}+\frac{F}{(x-2)^2}+$ $+\frac{G}{(x+2)}+\frac{H}{(x+2)^2}$, <br> 3. $\frac{A}{\left(x^2+4\right)}+\frac{E}{(x-2)}+\frac{G}{(x+2)}$, <br> 4. $\frac{Ax+B}{\left(x^2+4\right)}+\frac{E}{(x-2)}+\frac{G}{(x+2)}$, <br> 5. $\frac{Cx+D}{\left(x^2+4\right)^2}+\frac{F}{(x-2)^2}+\frac{H}{(x+2)^2}$. |
| 3 | Интеграл $\int e^x\left(1+\frac{e^{-x}}{x}\right)dx$ равен | 1. $e^x+\ln\lvert x\rvert$, 2. $e^x+C$, 3. $\ln\lvert x\rvert+C$, <br> 4. $e^x+\ln\lvert x\rvert+C$, 5. $\ln\lvert x\rvert$. |
| 4 | Вычисление неопределенного интеграла $\int f(x)\,dx$ с помощью замены $x=\varphi(t)$ приводит к вычислению неопределенного интеграла | 1. $-\int f(\varphi(t))\,dt$, 2. $\int f(\varphi(t))\,dt$, <br> 3. $\int f(t)\varphi'(t)dt$, 4. $\int f'(t)\varphi'(t)dt$, <br> 5. $\int f(\varphi(t))\varphi'(t)dt$. |
| 5 | Интеграл $\int\left(1+\sqrt{x}\right)dx$ равен | 1. $x+x\sqrt{x}+\frac{1}{2}x^2+C$, 2. $x+\frac{1}{2}x^2+C$, <br> 3. $x+\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}+C$, <br> 4. $x+\frac{3}{4}x\sqrt{x}+\frac{1}{2}x^2+C$, 5. $\frac{4}{3}x\sqrt{x}+\frac{1}{2}x^2+C$. |
| 6 | Если $\Phi'(x)\equiv f(x), C$— произвольная постоянная, интеграл $\int f(x)\,dx$ равен: | 1. $\Phi(x)+C$, 2. $C\Phi(x)$, 3. $C\Phi(x)$, <br> 4. $-\Phi(x)+C$, 5. $\Phi'(x)$. |
| 7 | Интеграл $\int(2x-5)^{10}\,dx$ равен | 1. $\frac{2}{11}(2x-5)^{11}+C$, 2. $\frac{1}{11}(2x-5)^{11}+C$, <br> 3. $\frac{2}{11}(2x+5)^{11}+C$, 4. $\frac{1}{11}(2x+5)^{11}+C$, <br> 5. $\frac{1}{22}(2x-5)^{11}+C$. |
| 8 | Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a;b]$, разбитом на $n$ отрезков | 1. $S_n=\sum\limits_{k=1}^{n}\lvert f(\xi_k)\rvert\Delta x_k,\ \ \xi_k\in[x_{k-1};x_k]$, |

| | | |
|---|---|---|
| | точками $a = x_0, x_1, \ldots, x_n = b$, и $\Delta x_k = x_k - x_{k-1}$, то в равенстве $\int\limits_a^b f(x)dx = \lim\limits_{n\to\infty} S_n$ : | 2. $S_n = \sum\limits_{k=1}^{n} f(\xi_k)\Delta x_k$, $\xi_k \in [x_{k-1}; x_k]$, <br> 3. $S_n = \sum\limits_{k=1}^{n} f(x_{k+1})\Delta x_k$, <br> 4. $S_n = \sum\limits_{k=1}^{n} f(x_k)\Delta x_k$, <br> 5. $S_n = \sum\limits_{k=1}^{n} \lvert f(x_{k+1})\rvert \Delta x_k$. |
| 9 | Длина $l$ дуги гладкой кривой, заданной в полярной системе координат $Or\varphi$ уравнением $r = r(\varphi), \alpha \le r \le \beta$, вычисляется по формуле: | 1. $l = \int\limits_\alpha^\beta \left(r^2 + r'^2\right) d\varphi$, 2. $l = \int\limits_\alpha^\beta \sqrt{r + r'}\, d\varphi$, <br> 3. $l = \int\limits_\alpha^\beta (r + r')\, d\varphi$, 4. $l = \int\limits_\alpha^\beta \sqrt{r^2 + r'^2}\, d\varphi$, <br> 5. $l = \int\limits_\alpha^\beta \left(r^2 + r'^2\right)^{\frac{3}{2}} d\varphi$. |
| 10 | Разложение правильной рациональной дроби $\frac{3x+7}{(x+1)(x^2-4)}$ на простейшие дроби имеет вид | 1. $\frac{A}{x+1} + \frac{B}{x-2} + \frac{C}{x+2}$, <br> 2. $\frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{x^2-4}$, 3. $\frac{A}{x+1} + \frac{B}{x-2}$, <br> 4. $\frac{A}{x+1} + \frac{B}{x^2-4}$, 5. $\frac{A}{x+1} + \frac{B}{x^2-4} + \frac{C}{x+2}$. |
| 11 | При интегрировании $\int \frac{\sqrt[3]{x+2} - 1}{\sqrt{x+2} + \sqrt[4]{x+2}} dx$ следует применить подстановку | 1. $t = \sqrt{x+2}$, 2. $t^{12} = x+2$, <br> 3. $t = \sqrt[4]{x+2}$, 4. $t^6 = x+2$, <br> 5. $t = \sqrt[3]{x+2}$. |
| 12 | Какое из перечисленных соотношений не является свойством неопределенного интеграла? | 1. $\int (f(x) \pm g(x)dx) = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$, <br> 2. $d(\int f(x)dx) = f(x)dx$, <br> 3. $\int af(x)dx = a\int f(x)dx$, <br> 4. $(\int f(x)dx)' = f(x)$, <br> 5. $\int f(x) \cdot g(x)dx = \int f(x)dx \cdot \int g(x)dx$. |
| 13 | Интеграл $\int\limits_1^{+\infty} \frac{dx}{1+x}$ является: | 1. неопределенным интегралом <br> 2. первообразной <br> 3. определенным интегралом <br> 4. несобственным интегралом I –го рода <br> 5. несобственным интегралом 2 –го рода |
| 14 | Функция $F(x) = \arcsin \frac{x}{a}$ является первообразной для функции | 1. $\frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}}$, 2. $\frac{1}{a^2 + x^2}$, <br> 3. $\frac{1}{a^2 - x^2}$, 4. $\frac{1}{\sqrt{a^2 + x^2}}$, 5. $\frac{1}{a^2 - x^2}$. |

| | | |
|---|---|---|
| 15 | Геометрически определенный интеграл $\int\limits_a^b f(x)dx$ от непрерывной положительной на $[a,b]$ функции $f(x)$ равен | 1. $(b-a)\max\limits_{[a,b]} f(x)$, 2. $(b-a)f(a)$, 3. $(b-a)f(b)$, 4. Площади криволинейной трапеции, ограниченной линиями $y=0, y=f(x)$, 5. $(b-a)\min\limits_{[a,b]} f(x)$. |
| 16 | Значение несобственного интеграла $\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{dx}{1+x^2}$ равно | 1. $-\pi$, 2. $\frac{\pi}{2}$, 3. $\pi$, 4. 0, 5. 1. |
| 17 | Какая из перечисленных функций не интегрируема в классе элементарных функций? | 1. $\ln x$, 2. $x\cos(x^2)$, 3. $x^3e^{-x^2}$, 4. $x\sin(x^2)$, 5. $\cos(x^2)$. |
| 18 | Определить вид универсальной гиперболической подстановки. | 1. $t=\operatorname{th}\frac{x}{2}$, 2. $t=\operatorname{sh}x$, 3. $t=\operatorname{ch}x$, 4. $t=\operatorname{arth}x$, 5. $t=\operatorname{th}x$. |
| 19 | Какой из интегралов является несобственным интегралом II рода? | 1. $\int\limits_1^{+\infty}\frac{dx}{1+x^2}$, 2. $\int\limits_{-1}^{0}\frac{dx}{x-1}$, 3. $\int\limits_{-1}^{1}\frac{dx}{x^2}$, 4. $\int\limits_3^5\frac{dx}{x-2}$, 5. $\int\limits_0^{0,5}\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$. |
| 20 | Существует утверждение, что для непрерывной функции $f(x)$ на промежутке $[a,b]$ найдется такая точка $c$, что… | 1. $\int\limits_a^b f(x)dx=F(c)$, 2. $\int\limits_a^b f(x)dx=f(c)$, 3. $\int\limits_a^b f(x)dx=\frac{f(c)}{b-a}$, 4. $\int\limits_a^b f(x)dx=f(c)\cdot(a-b)$, 5. $\int\limits_a^b f(x)dx=f(c)\cdot(b-a)$. |
| 21 | Интеграл $\int e^x\left(1+e^x\right)^8dx$ равен | 1. $\left(1+e^x\right)^9+C$, 2. $\frac{1}{9}\left(1+e^x\right)^9+C$, |

| | | |
|---|---|---|
| | | 3. $\frac{1}{9}\left(1+e^{x}\right)^{9}$,  4. $\left(1+e^{x}\right)^{9}$,<br>5. $\frac{1}{3}\left(1+e^{x}\right)^{9}+C$. |
| 22 | Укажите неверное утверждение: | 1. $\int_a^b f(x)dx=-\int_b^a f(x)dx$,<br>2. $\int_a^b(\alpha f(x)+\beta g(x))dx=\alpha\int_a^b f(x)dx+\beta\int_a^b g(x)dx$,<br>3. $\int_a^b u(x)dv(x)=u(x)v(x)\Big\vert_a^b+\int_a^b v(x)du(x)$,<br>4. $\left\vert\int_a^b f(x)dx\right\vert\le\int_a^b\vert f(x)\vert dx$,<br>5. $\int_a^b f(x)dx=f(\xi)(b-a),\xi\in[a;b]$ |
| 23 | Интеграл $\int\frac{2x+1}{x^2+1}dx$ равен | 1. $\ln\left(x^2+1\right)+3\,\mathrm{arctg}\,x+C$,<br>2. $\ln\left(x^2+1\right)+2\,\mathrm{arctg}\,x+C$,<br>3. $\ln\left(x^2+1\right)-3\,\mathrm{arctg}\,x+C$,<br>4. $\ln\left(x^2+1\right)+\mathrm{arctg}\,x+C$,<br>5. $\ln\left(x^2+1\right)-2\,\mathrm{arctg}\,x+C$. |
| 24 | Неопределенный интеграл $\int\frac{df(x)}{f(x)}$ равен: | 1. $\frac{1}{f(x)}+C$,  2. $\frac{-1}{f(x)}+C$,<br>3. $-\ln(f(x))+C$,  4. $\ln(f(x))+C$,<br>5. $\ln\vert(f(x))\vert+C$. |
| 25 | Криволинейная трапеция ограничена графиками непрерывной функции $y=f(x)$, осью абсцисс, прямыми $x=a, x=b$ и вращается вокруг оси $Ox$. Объем полученного тела вращения равен: | 1. $V=\pi\int_a^b f(x)\,dx$,  2. $V=\int_a^b f^2(x)\,dx$,<br>3. $V=\pi\int_a^b f^2(x)\,dx$,  4. $V=\int_a^b f(x)\,dx$,<br>5. $V=\pi^2\int_a^b f^2(x)\,dx$. |
| 26 | Дуга кривой $y=f(x), a\le x\le b$, вращается вокруг оси абсцисс. Площадь $S$ полученной поверхности тела вращения вычисляется по формуле | 1. $S=2\pi\int_a^b f(x)\sqrt{1+f'^2(x)}\,dx$,<br>2. $S=\pi\int_a^b f(x)\sqrt{1+f'^2(x)}\,dx$, |

| | | |
|---|---|---|
| | | 3. $S=\int_a^b f(x)\sqrt{1+f'^2(x)}\,dx$,<br>4. $S=2\pi\int_a^b \sqrt{1+f'^2(x)}\,dx$,<br>5. $S=\pi\int_a^b \sqrt{1+f'^2(x)}\,dx$. |
| 27 | Неопределенный интеграл $\int x e^x\,dx$ равен: | 1. $xe^x+e^x$, 2. $xe^x+e^x+C$, 3. $xe^x-e^x$,<br>4. $xe^x-e^x+C$, 5. $xe^x-2e^x+C$. |
| 28 | Интеграл $\int\frac{dx}{\sin x+\cos x+1}$ вычисляется с помощью замены | 1. $t=\mathrm{tg}\,x$, 2. $t=\mathrm{tg}\frac{x}{2}$, 3. $t=\cos x$,<br>4. $t=\sin x$, 5. $t=\mathrm{arctg}\,x$. |
| 29 | Несобственный интеграл: $\int_1^{\infty}\frac{\cos(x^6+21)}{1+x^2}dx$ | 1. сходится по теореме сравнения<br>2. не имеет конечного значения<br>3. равен бесконечности<br>4. расходится<br>5. расходится по теореме сравнения |
| 30 | Первообразной для функции *f(x)* называется функция *F(x)*, обладающая свойством | 1. $F'(x)=\frac{1}{f(x)}$<br>2. $F(x)=f'(x)$<br>3. $F'(x)=f(x)+C$.<br>4. $F'(x)\cdot f(x)=C$.<br>5. $F'(x)=f(x)$. |
| 31 | Какая пара уравнений является параметрическими уравнениями окружности $x^2+y^2=a^2$? | 1. $x=a\cos t,\ y=a\sin t$<br>2. $x=a(t-\sin t),\ y=a(1-\cos t)$<br>3. $x=a\cos^3 t,\ y=a\sin^3 t$<br>4. $x=at\cos t,\ y=at\sin t$<br>5. $x=a\,\mathrm{ch}\,t,\ y=a\,\mathrm{sh}\,t$ |
| 32 | Если $a$ и $b$ константы и $F(x)$ первообразная для функции $f(x)$, то $\int f(ax+b)dx=$ | 1. $aF(ax+b)+C$,<br>2. $\frac{1}{a}F(ax+b)+C$,<br>3. $\frac{1}{a}F(x+b)+C$,<br>4. $\frac{1}{a}F(x)+C$,<br>5. $aF(x)+C$. |
| 33 | Если функция *f(x)* непрерывна на отрезке $[a,b]$, то на интервале $(a,b)$ | 1. дифференцируема и $F'(x)=-f(x)$<br>2. непрерывна и $F'(x)=f(x)-f(a)$<br>3. дифференцируема и $F'(x)=f(x)$ |

| | | |
|---|---|---|
| | первообразная $F(x)=\int_a^x f(t)\,dt$ | 4. непрерывна и $F'(x)=f(x)+f(a)$<br>5. непрерывна и $F'(x)=f(x-a)$ |
| 34 | Относительно несобственного интеграла $\int_1^{+\infty}\frac{dx}{x^2+2x+1}$ верно утверждение | 1. расходится<br>2. равен 0,5<br>3. равен -0,5<br>4. равен 2<br>5. равен -2 |
| 35 | Если $F(x)$ — первообразная функции $f(x)$, то по формуле Ньютона-Лейбница интеграл $\int_a^b f(x)dx$ равен: | 1. $F(b)$<br>2. $F(a)$<br>3. $F(a)+F(b)$<br>4. $F(a)-F(b)$<br>5. $F(b)-F(a)$ |
| 36 | Значение интеграла $\int_{-3}^{+3}\frac{x\,dx}{1+x^2}$ равно | 1. 0<br>2. $\ln 10$<br>3. $\frac{1}{2}\ln 10$<br>4. $-\frac{1}{2}\ln 10$<br>5. $-\ln 10$ |
| 37 | Для какой из перечисленных непрерывных на промежутке $[-a,a]$ функции $f(x)$ справедливо равенство $\int_{-a}^{a} f(x)dx=0$ ? | 1. $f(-x)=f(x)$<br>2. $f(-x)=-f(x)$<br>3. $f(x)=a^2$<br>4. $f(x)=-a^2$<br>5. $f(x)=e^{ax}$ |
| 38 | Интеграл $2\pi\int_a^b f(x)\sqrt{1+(f'(x))^2}\,dx$ — это … | 1. Объем тела вращения дуги $y=f(x)$ вокруг оси $OX$<br>2. Объем тела вращения дуги $y=f(x)$ вокруг оси $OY$<br>3. Площадь поверхности, образуемой вращением дуги $y=f(x)$ вокруг оси $OX$<br>4. Длина дуги $y=f(x)$<br>5. Абсцисса центра тяжести плоской фигуры… |
| 39 | Функции $F(x)$ и $\Phi(x)$ являются первообразными функции $f(x)$, поэтому для любой постоянной $C$ | 1. $\Phi(x)=CF(x)$<br>2. $\Phi(x)=C-F(x)$<br>3. $\Phi(x)=F(x)+C$<br>4. $\Phi(x)=F^2(x)+C$<br>5. $F(x)\cdot\Phi(x)=C$ |
| 40 | К какому интегралу наиболее рационально следует применить интегрирование по частям? | 1. $\int \ln x\,dx$, 2. $\int\frac{x\,dx}{x+1}$, 3. $\int \mathrm{tg}\,x\,dx$,<br>4. $\int e^{-x+2011}dx$, 5. $\int x^2\sqrt{x^3+1}\,dx$. |
| 41 | Несобственный интеграл | 1. сходится по теореме сравнения,<br>2. не имеет конечного значения, |

| | | |
|---|---|---|
| | $\int_{1}^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg}(x^{2023}+1506)}{1+x^2}\,dx$: | 3. равен бесконечности,<br>4. расходится,<br>5. расходится по теореме сравнения. |
| 42 | Укажите неверное утверждение: | 1. $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx,$<br>2. $\int_a^b(\alpha f(x)+\beta g(x))dx = \alpha\int_a^b f(x)dx + \beta\int_a^b g(x)dx,$<br>3. $\int_a^b u(x)dv(x) = u(x)v(x)\Big\vert_a^b + \int_a^b v(x)du(x),$<br>4. $\left\vert\int_a^b f(x)dx\right\vert \le \int_a^b \vert f(x)\vert dx,$<br>5. $\int_a^b f(x)dx = f(\xi)(b-a), \xi\in[a;b]$. |
| 43 | Вычислить сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} arctg\frac{1}{2n^2}$ | 1.1; 2. $\frac{\pi}{2}$; 3. $\frac{\pi}{3}$. 4. $\frac{\pi}{4}$; 5. $\frac{\pi}{6}$. |
| 44 | Для функционального ряда $(x^{\frac{1}{3}}-x)+(x^{\frac{1}{5}}-x^{\frac{1}{3}})+(x^{\frac{1}{7}}-x^{\frac{1}{5}})+\ldots+(x^{\frac{1}{2n+1}}-x^{\frac{1}{2n-1}})+\ldots$ справедливы утверждения: | 1. Члены ряда (каждый из них заключён в скобки) – непрерывные функции при всех вещественных значениях аргумента;<br>2. Ряд мажорируемый на любом отрезке;<br>3. Ряд сходится при любом значении аргумента;<br>4. Ряд сходится равномерно на отрезке [-1;1];<br>5. Сумма ряда – разрывная функция. |
| 45 | Справедливы утверждения: | 1. Если функциональный ряд мажорируем в некоторой области, то он абсолютно сходится в этой области;<br>2. Если функциональный ряд сходится в некоторой области, то он мажорируем в этой области;<br>3. Если функциональный ряд мажорируем в некоторой области, то он сходится равномерно в этой области;<br>4. Существуют немажорируемые в некоторой области ряды, равномерно сходящиеся в этой области;<br>5. Любой немажорируемый в некоторой области ряд не является равномерно сходящимся в этой области. |
| 46 | Пусть члены ряда – непрерывные функции на некотором отрезке, тогда | 1. Если ряд не мажорируемый, то почленное интегрирование ряда не возможно;<br>2. Если ряд не мажорируемый, то почленное интегрирование ряда не всегда возможно;<br>3. Если члены ряда – непрерывно-дифференцируемые функции на этом отрезке, тогда сумма ряда производных равна |

| | | |
|---|---|---|
| | | производной от суммы исходного ряда;<br>4. Если ряд мажорируемый на этом отрезке, то интеграл от суммы ряда в пределах, принадлежащих указанному отрезку, равен сумме таких же нтегралов от членов ряда;<br>5. Сумма ряда непрерывна на этом отрезке. |
| 47 | Если степенной ряд сходится при некотором значении $x_0$, отличном от нуля, то он… | 1. Абсолютно сходится при любом значении $x$, для которого $\lvert x\rvert > \lvert x_0\rvert$;<br>2. Абсолютно сходится при любом значении $x$, для которого $\lvert x\rvert < \lvert x_0\rvert$;<br>3. Сходится условно при любом значении $x$, для которого $\lvert x\rvert < \lvert x_0\rvert$;<br>4. Сходится равномерно при любом значении $x$, для которого $\lvert x\rvert > \lvert x_0\rvert$;<br>5. Расходится при любом значении $x$, для которого $\lvert x\rvert > \lvert x_0\rvert$. |
| 48 | При доказательстве теоремы о дифференцировании степенного ряда требуется установить… | 1. Мажорируемость исходного ряда на любом отрезке, лежащем внутри интервала сходимости;<br>2. Мажорируемость ряда, составленного из производных членов исходного ряда на любом отрезке, лежащем внутри интервала сходимости;<br>3. Интервал сходимости исходного ряда;<br>4. Интервал сходимости ряда, составленного из производных членов исходного ряда;<br>5. Расходимость ряда, составленного из производных членов исходного ряда, вне интервала сходимости исходного ряда. |
| 49 | Как связаны интервалы сходимости степенного ряда и ряда из производных его членов? | 1. Интервал сходимости степенного ряда шире интервала сходимости ряда, составленного из производных его членов;<br>2. Интервал сходимости степенного ряда уже интервала сходимости ряда, составленного из производных его членов;<br>3. Иногда интервал сходимости степенного ряда шире, а иногда уже интервала сходимости ряда, составленного из производных его членов;<br>4. Совпадают;<br>5. Нет никакой связи.<br>6. |
| 50 | Ряд Тейлора сходится к порождающей его функции в некоторой точке тогда и только тогда, когда… | 1. В этой точке предел остаточного члена формулы Тейлора для рассматриваемой функции при неограниченном возрастании номера равен нулю;<br>2. В этой точке предел остаточного члена формулы Тейлора для рассматриваемой функции при неограниченном возрастании номера не равен нулю;<br>3. Рассматриваемая функция принадлежит классу |

| | | |
|---|---|---|
| | | бесконечно дифференцируемых функций в этой точке;<br>4. Рассматриваемая функция и все её производные ограничены в совокупности в некоторой окрестности этой точки;<br>5. Рассматриваемая функция ограничена в некоторой окрестности этой точки. |
| 51 | Достаточное условие представления функции в некотором интервале рядом Маклорена состоит в том, что... | 1. В этом интервале предел остаточного члена формулы Маклорена для рассматриваемой функции при неограниченном возрастании номера равен нулю;<br>2. Рассматриваемая функция и все её производные ограничены в совокупности на рассматриваемом интервале;<br>3. Рассматриваемая функция принадлежит классу бесконечно дифференцируемых функций на этом интервале;<br>4. В этом интервале предел остаточного члена формулы Маклорена для рассматриваемой функции при неограниченном возрастании номера не равен нулю;<br>5. Рассматриваемая функция ограничена на этом интервале. |
| 52 | Функция $y = \operatorname{arsh} x$ имеет представление в виде ряда Маклорена: | 1. $x+\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(2n-1)!!}{2^n n!\,(2n+1)}(-1)^n x^{2n+1}$,<br>2. $x-\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(2n-1)!!}{2^n n!\,(2n+1)}(-1)^n x^{2n+1}$,<br>3. $x+\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(2n-1)!!}{2^n n!\,(2n+1)!}(-1)^n x^{2n+1}$,<br>4. $x+\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{1}{n!}x^n$,<br>5. $x+\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^n}{2^n n!}x^{2n+1}$. |
| 53 | Функциональный ряд $\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\cos^2(kx+1701)}{k^2+2023}$ в смысле сходимости ведет себя следующим образом: | 1. Сходится абсолютно и равномерно по мажорантному признаку Вейерштрасса.<br>2. Абсолютно расходится.<br>3. Сходится абсолютно, но расходится условно.<br>4. Сходится условно по признаку Лейбница как знакочередующийся ряд.<br>5. Условно расходится. |

| | | |
|---|---|---|
| | | бесконечно дифференцируемых функций в этой точке;<br>4. Рассматриваемая функция и все её производные ограничены в совокупности в некоторой окрестности этой точки;<br>5. Рассматриваемая функция ограничена в некоторой окрестности этой точки. |
| 51 | Достаточное условие представления функции в некотором интервале рядом Маклорена состоит в том, что… | 1. В этом интервале предел остаточного члена формулы Маклорена для рассматриваемой функции при неограниченном возрастании номера равен нулю;<br>2. Рассматриваемая функция и все её производные ограничены в совокупности на рассматриваемом интервале;<br>3. Рассматриваемая функция принадлежит классу бесконечно дифференцируемых функций на этом интервале;<br>4. В этом интервале предел остаточного члена формулы Маклорена для рассматриваемой функции при неограниченном возрастании номера не равен нулю;<br>5. Рассматриваемая функция ограничена на этом интервале. |
| 52 | Функция $y = \operatorname{arsh} x$ имеет представление в виде ряда Маклорена: | 1. $x+\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{(2n-1)!!}{2^n n!\,(2n+1)}(-1)^n x^{2n+1}$,<br>2. $x-\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{(2n-1)!!}{2^n n!\,(2n+1)}(-1)^n x^{2n+1}$,<br>3. $x+\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{(2n-1)!!}{2^n n!\,(2n+1)!}(-1)^n x^{2n+1}$,<br>4. $x+\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{1}{n!}x^n$,<br>5. $x+\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^n}{2^n n!}x^{2n+1}$. |
| 53 | Функциональный ряд $\sum\limits_{k=1}^{+\infty}\frac{\cos^2(kx+1701)}{k^2+2023}$ в смысле сходимости ведет себя следующим образом: | 1. Сходится абсолютно и равномерно по мажорантному признаку Вейерштрасса.<br>2. Абсолютно расходится.<br>3. Сходится абсолютно, но расходится условно.<br>4. Сходится условно по признаку Лейбница как знакочередующийся ряд.<br>5. Условно расходится. |

нтервале;
5. Кусочная непрерывность и ...
на рассматриваемом интервале.

1. Ряд расходится по признаку Коши,
2. Ряд сходится по признаку Даламбера,
3. Ряд расходится по признакам сравнения и

14.
15.
16.
17.

| | | |
|---|---|---|
| 54 | Вычислить $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}\,d\varphi$, $(k<1)$ | 1. 0<br>2. $\frac{\pi}{2}$<br>3. $\frac{\pi}{2}k$<br>4. $\frac{\pi}{2}\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^2 k^2-\left(\frac{1\cdot3}{2\cdot4}\right)^2\frac{k^4}{3}-\left(\frac{1\cdot3\cdot5}{2\cdot4\cdot6}\right)^2\frac{k^6}{5}-\ldots\right]$<br>5. Среди вышеприведенных ответов правильного нет. |
| 55 | Условие представления функции на некотором интервале рядом Фурье: | 1. Непрерывность на рассматриваемом интервале;<br>2. Монотонность на рассматриваемом интервале;<br>3. Интегрируемость на рассматриваемом интервале;<br>4. Дифференцируемость на рассматриваемом итервале;<br>5. Кусочная непрерывность и кусочная монотонность на рассматриваемом интервале. |
| 56 | Относительно ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{3^n+1}$ верно утверждение | 1. Ряд расходится по признаку Коши,<br>2. Ряд сходится по признаку Даламбера,<br>3. Ряд расходится по признакам сравнения и Даламбера,<br>4. Ряд расходится по признаку Даламбера,<br>5. Ряд расходится, так как не выполняется необходимый признак сходимости. |
| 57 | Функциональный ряд $\sum_{k=1}^{+\infty}\frac{\operatorname{arctg}(kx+1)}{k^2+2023}$ в смысле сходимости ведет себя следующим образом: | 1. Абсолютно расходится.<br>2. Условно расходится.<br>3. Сходится абсолютно и равномерно по мажорантному признаку Вейерштрасса.<br>4. Сходится условно по признаку Лейбница как знакочередующийся ряд.<br>5. Сходится абсолютно, но расходится условно. |
| 58 | Относительно ряда $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n-1}$ верно утверждение | 1. Ряд сходится по признаку Коши,<br>2. Ряд сходится по признаку Даламбера,<br>3. Ряд сходится по интегральному признаку,<br>4. Ряд сходится, так как $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$,<br>5. Ряд расходится по интегральному признаку. |
| 59 | Относительно ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n^2}$ верно утверждение | 1. Ряд сходится абсолютно и его сумма $S>2$,<br>2. Ряд сходится абсолютно и его сумма $S>1$,<br>3. Ряд сходится абсолютно и его сумма $S<1$,<br>4. Ряд сходится только условно,<br>5. Ряд расходится. |
| 1 | Характеристический многочлен и, следовательно, спектр линейного оператора… | 1. Не зависит от базиса, в котором найдена матрица линейного оператора;<br>2. Зависит от базиса, в котором найдена матрица линейного оператора;<br>3. Иногда зависит, иногда не зависит от базиса, в котором найдена матрица линейного оператора; |

| | | |
|---|---|---|
| | | 4. Зависит от базиса линейного оператора;<br>5. Иногда зависит, иногда не зависит от базиса линейного оператора. |
| 2 | Ядро линейного оператора $A - \lambda I$ состоит из… | 1. Всех собственных векторов, отвечающих собственному значению;<br>2. Всех собственных векторов, отвечающих собственному значению, и нулевого вектора;<br>3. Базиса линейного пространства;<br>4. Образа линейного оператора;<br>5. Спектра линейного оператора. |
| 3 | Геометрической кратностью собственного значения линейного оператора называется | 1. Размерность ядра линейного оператора;<br>2. Размерность соответствующего собственного подпространства линейного оператора;<br>3. Размерность образа линейного оператора;<br>4. Порядок алгебраической кратности собственного значения линейного оператора;<br>5. Число, определяемое определителем Вронского. |
| 4 | Базис, состоящий из собственных векторов линейного оператора, определяется… | 1. Однозначно;<br>2. Иногда однозначно, иногда неоднозначно;<br>3. Неоднозначно;<br>4. Однозначно для матриц диагонального вида;<br>5. Неоднозначно только для матриц диагонального вида. |
| 5 | Для доказательства неравенства Коши–Буняковского следует воспользоваться: | 1. Аксиомами скалярного произведения;<br>2. Аксиомами нормы;<br>3. Аксиомами метрического пространства;<br>4. Свойством собственных векторов самосопряжённого оператора;<br>5. Теоремой о линейной независимости ортогональных элементов евклидова пространства. |
| 6 | При доказательстве теоремы о том, что ортогональное дополнение линейного подпространства в евклидовом пространстве является линейным пространством, причём, сумма размерностей подпространства и его ортогонального дополнения равна размерности пространства: | 1. Достаточно проверить условия из определения линейного пространства и убедиться в том, что подпространство и его ортогональное дополнение представляют прямую сумму подпространств евклидова пространства, совпадающую со всем пространством;<br>2. Необходимо проверить условия из определения линейного пространства;<br>3. Необходимо и достаточно проверить условия из определения линейного пространства;<br>4. Достаточно лишь доказать существование ортонормированного базиса пространства;<br>5. Достаточно лишь построить ортонормированный базис пространства с помощью алгоритма ортогонализации Грама– Шмидта. |
| | …и доказательстве неравенства | 1. Достаточно учесть определение ортогональной |

1.
2.
3.
4.
5.
6.
7.
8.
9.
10.
11.
12.
13.
14.
15.
16.
17.
18.
19.
20.
21.
22.
23.
24.
25.
26.
27.
28.
29.
30.
31.
32.
33.

| | | |
|---|---|---|
| | Бесселя | проекции элемента линейного пространства на подпространство;<br>2. Достаточно учесть теорему Пифагора;<br>3. Необходимо учесть теорему Пифагора, определение ортогональной проекции элемента линейного пространства на подпространство, понятие коэффициентов Фурье;<br>4. Достаточно учесть понятие коэффициентов Фурье;<br>5. Достаточно учесть равенство Парсеваля. |
| 8 | Матрица самосопряжённого оператора в любом ортонормированном базисе является | 1. Диагональной;<br>2. Симметрической;<br>3. Единичной;<br>4. Ортогональной;<br>5. Унитарной. |
| 9 | Все корни характеристического уравнения самосопряжённого оператора | 1. Различные;<br>2. Простые;<br>3. Мнимые;<br>4. Действительны;<br>5. Соответствуют одному семейству собственных векторов. |
| 10 | Собственные векторы самосопряжённого оператора, отвечающие различным собственным значениям | 1. Ортогональны;<br>2. Различны;<br>3. Ортонормированы;<br>4. Линейно зависимы;<br>5. Линейно независимы. |
| 11 | Для доказательства теоремы о том, что самосопряжённый оператор имеет скалярный тип | 1. Достаточно доказать, что разным собственным значениям оператора соответствуют ортогональные собственные векторы;<br>2. Необходимо доказать, что для любого самосопряженного оператора существует ортонормированный базис, состоящий из собственных векторов этого линейного оператора;<br>3. Достаточно доказать, что разным собственным значениям оператора соответствуют различные собственные векторы;<br>4. Достаточно воспользоваться спектральной теоремой для самосопряжённого оператора;<br>5. Достаточно воспользоваться спектральной теоремой для унитарного оператора. |
| 12 | Если линейный оператор сохраняет норму, то он | 1. Ортогональный;<br>2. Сопряжённый;<br>3. Самосопряжённый;<br>4. Эрмитов;<br>5. Унитарный. |
| | В евклидовом пространстве матрица перехода от одного ортонормированного базиса к другому | 1. Ортогональной;<br>2. Симметрической;<br>3. Эрмитовой; |

| | | |
|---|---|---|
| | ортонормированному базису является | 4. Транспонированной к матрице линейного оператора;<br>5. Обратной к к матрице линейного оператора. |
| 14 | Укажите верные утверждения | 1. Любая эрмитова матрица может быть приведена к диагональному виду унитарным преобразованием;<br>2. Любая симметрическая матрица может быть приведена к диагональному виду унитарным преобразованием;<br>3. Любая ортогональная матрица может быть приведена к диагональному виду унитарным преобразованием;<br>4. Унитарный оператор имеет скалярный тип;<br>5. Ортогональный оператор имеет скалярный тип. |
| 15 | Укажите верные утверждения | 1. При ортогональном преобразовании квадратичной формы характеристическое уравнение её матрицы не изменяется;<br>2. Не любую квадратичную форму ортогональным преобразованием можно привести к каноническому виду;<br>3. Диагональными элементами матрицы квадратичной формы в каноническом виде, полученной в результате ортогонального преобразования, являются собственные значения матрицы квадратичной формы;<br>4. Поиск ортогонального преобразования с целью приведения квадратичной формы к каноническому виду сводится к поиску базиса из собственных векторов соответствующего самосопряжённого оператора;<br>5. Поиск ортогонального преобразования с целью приведения квадратичной формы к каноническому виду сводится к поиску базиса из собственных векторов соответствующего унитарного оператора. |
| 16 | Определить тип квадратичной формы, матрица которой $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ | 1. Положительно определённая<br>2. Отрицательно определённая<br>3. Неотрицательно определённая<br>4. Знакопеременная<br>5. Неположительно определённая |
| 17 | При доказательстве закона инерции | 1. Необходимо воспользоваться методом математической индукции;<br>2. Необходимо воспользоваться методом доказательства от противного;<br>3. Достаточно лишь доказать, что ранг квадратичной формы не меняется при невырожденных линейных заменах переменных;<br>4. Достаточно лишь доказать, что количество отличных от нуля характеристических значений |

| | | |
|---|---|---|
| | | матрицы квадратичной формы является инвариантом при невырожденных линейных заменах переменных;<br>5. Достаточно воспользоваться критерием Сильвестра. |
| 18 | Инвариантным подпространством линейного оператора является | 1. Корневое подпространство, соответствующее собственному значению линейного оператора;<br>2. Собственное подпространство, соответствующее собственному значению линейного оператора;<br>3. Ортогональное дополнение собственного подпространства самосопряжённого оператора;<br>4. Ортогональное дополнение корневого подпространства самосопряжённого оператора;<br>5. Ортогональное дополнение собственного подпространства линейного оператора. |
| 19 | $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 2\end{pmatrix}$, $e^A=$ | 1. $\begin{pmatrix}e & e\\ 0 & e^2\end{pmatrix}$ 2. $\begin{pmatrix}e & e-1\\ 0 & e^2\end{pmatrix}$<br>3. $\begin{pmatrix}e^2 & e(e-1)\\ 0 & e^2\end{pmatrix}$ 4. $\begin{pmatrix}e & e(e-1)\\ 0 & e\end{pmatrix}$<br>5. $\begin{pmatrix}e & e(e-1)\\ 0 & e^2\end{pmatrix}$ |
| 20 | $A=\begin{pmatrix}-1 & 1 & 0\\ 0 & -1 & 1\\ 0 & 0 & -1\end{pmatrix}$, $e^A=$ | 1. $\begin{pmatrix}e^{-1} & e^{-1} & \frac{1}{2}e^{-1}\\ 0 & e^{-1} & e^{-1}\\ 0 & 0 & e^{-1}\end{pmatrix}$ 2. $\begin{pmatrix}e^{-1} & e & \frac{1}{2}e^{-1}\\ 0 & e^{-1} & e\\ 0 & 0 & e^{-1}\end{pmatrix}$<br>3. $\begin{pmatrix}e^{-1} & e & 1\\ 0 & e^{-1} & e\\ 0 & 0 & e^{-1}\end{pmatrix}$ 4. $\begin{pmatrix}e^{-1} & e & \frac{1}{2}e^{-1}\\ 0 & e^{-1} & e\\ 0 & 0 & e^{-1}\end{pmatrix}$<br>5. $\begin{pmatrix}e^{-1} & e & \frac{1}{2}e^{-1}\\ 0 & e^{-1} & e\\ 0 & 0 & e^{-1}\end{pmatrix}$ |