N1

Условия задач. *Найти частные производные до второго порядка включительно заданных функций.*

1. $z = e^{xy}$.
2. $z = x\ln(x/y)$.
3. $z = \sin(xy)$.
4. $z = e^x \cos y$.
5. $z = \sqrt{x^2 + y^2}$.
6. $z = \ln(x^2 + y)$.
7. $z = \sqrt{2xy + y^2}$.
8. $z = \ln\sqrt[3]{xy}$.
9. $z = x\cos y + y\sin x$.
10. $z = (1 + x)^2(1 + y)^4$.

N2

Условия задач. *Найти градиент функции $u = f(x, y, z)$ в точке M.*

1. $u = x + \ln(z^2 + y^2)$, $M(2, 1, 1)$.
2. $u = x^2y - \sqrt{xy + z^2}$, $M(1, 5, -2)$.
3. $u = \sin(x + 2y) + 2\sqrt{xyz}$, $M(\pi/2, 3\pi/2, 3)$.
4. $u = x^3 + \sqrt{y^2 + z^2}$, $M(1, 1, 0)$.
5. $u = \sqrt{xy} + \sqrt{9 - z^2}$, $M(1, 1, 0)$.
6. $u = \ln(3 - x^2) + xy^2z$, $M(1, 3, 2)$.
7. $u = x^2y^2z - \ln(z - 1)$, $M(1, 1, 2)$.
8. $u = \ln(x^2 + y^2)$, $M(1, -1, 2)$.
9. $u = xy - x/z$, $M(-4, 3, -1)$.
10. $u = \ln(x + \sqrt{z^2 + y^2})$, $M(1, -3, 4)$.

N3.

Условия задач. Найти производную функции $u(x, y, z)$ в точке A по направлению к точке B.

1. $u = x + \ln(z^2 + y^2)$, $A(2, 1, 1)$, $B(0, 2, 0)$.
2. $u = x^2y - \sqrt{xy + z^2}$, $A(1, 5, -2)$, $B(1, 7, -4)$.
3. $u = \sin(x + 2y) + 2\sqrt{xyz}$, $A\left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, 3\right)$, $B\left(\frac{\pi}{2} + 4, \frac{3\pi}{2} + 3, 3\right)$.
4. $u = x^3 + \sqrt{y^2 + z^2}$, $A(1, 1, 0)$, $B(1, 2, -1)$.
5. $u = \sqrt{xy} + \sqrt{9 - z^2}$, $A(1, 1, 0)$, $B(3, 3, -1)$.
6. $u = \ln(3 - x^2) + xy^2z$, $A(1, 3, 2)$, $B(0, 5, 0)$.
7. $u = x^2y^2z - \ln(z - 1)$, $A(1, 1, 2)$, $B(6, -5, 2\sqrt{5} + 2)$.
8. $u = \ln(x^2 + y^2)$, $A(1, -1, 2)$, $B(2, -2, 3)$.
9. $u = \ln(x + \sqrt{z^2 + y^2})$, $A(1, -3, 4)$, $B(-1, -4, 5)$.
10. $u = xy - \frac{x}{z}$, $A(-4, 3, -1)$, $B(1, 4, -2)$.

N4

Условия задач. *Найти производные z'_x и z'_y функции $z = z(u, v)$, где $u = u(x, y)$ и $v = v(x, y)$.*

1. $z = u^2 + v^2, \quad u = x + y, \quad v = x - y.$

2. $z = \ln(u^2 + v^2), \quad u = xy, \quad v = x/y.$
3. $z = u^v, \quad u = \sin x, \quad v = \cos y.$
4. $z = u^2 + 2v^3, \quad u = x^2 - y^2, \quad v = e^{xy}.$
5. $z = \operatorname{arctg}(u/v), \quad u = x \sin y, \quad v = x \cos y.$
6. $z = \ln(u - v^2), \quad u = x^2 + y^2, \quad v = y.$
7. $z = u^3 + v^2, \quad u = \ln\sqrt{x^2 + y^2}, \quad v = \operatorname{arctg}(y/x).$
8. $z = \sqrt{uv}, \quad u = \ln(x^2 + y^2), \quad v = xy^2.$
9. $z = e^{uv}, \quad u = \ln x, \quad v = \ln y.$
10. $z = \ln(u/v), \quad u = \sin(x/y), \quad v = \sqrt{x/y}.$

N5

Условия задач. *Найти производные функций $y = y(x)$, заданных неявно уравнениями.*

1. $y^x = x^y.$
2. $y = 1 + y^x.$
3. $y = x + \ln y.$
4. $x + y = e^{x-y}.$
5. $x^2 e^{2y} - y^2 e^{2x} = 0.$
6. $x - y + \operatorname{arctg} y = 0.$
7. $y \sin x - \cos(x - y) = 0.$
8. $\sin(xy) - e^{xy} - x^2 y = 0.$
9. $1 + xy - \ln(e^{xy} + e^{-xy}) = 0.$
10. $x^2 - 2xy + y^2 + x + y - 2 = 0.$

N6

Условия задач. *Найти уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности в заданной точке M.*

1. $z = x^2 + y^2, \quad M(1, -2, 5).$
2. $\dfrac{x^2}{16} + \dfrac{y^2}{9} - \dfrac{z^2}{8} = 0, \quad M(4, 3, 4).$
3. $z = \sin x \cos y, \quad M(\pi/4, \pi/4, 1/2).$
4. $z = e^{x \cos y}, \quad M(1, \pi, 1/e).$
5. $z = y \operatorname{tg} x, \quad M(\pi/4, 1, 1).$
6. $z = \operatorname{arctg}(x/y), \quad M(1, 1, \pi/4).$
7. $x(y + z)(z - xy) = 8, \quad M(2, 1, 3).$
8. $2^{x/z} + 2^{y/z} = 8, \quad M(2, 2, 1).$
9. $x^2 + y^2 + z^2 - 16 = 0, \quad M(2, 2, 2\sqrt{2}).$
10. $x^2 + y^2 - z^2 = -1, \quad M(2, 2, 3).$

№7

Условия задач. *Найти стационарные точки заданных функций и исследовать их характер.*

1. $z = x^2 - xy + y^2$.
2. $z = x^2 - xy - y^2$.
3. $z = x^2 - 2xy + 2y^2 + 2x$.
4. $z = x^3 + y^3 - x^2 - 2xy - y^2$.
5. $z = x^3 - 2y^3 - 3x + 6y$.
6. $z = 4x + 2y - x^2 - y^2$.
7. $z = x^3 + y^3 - 15xy$.
8. $z = x^2 + xy + y^2 - 3x - 6y$.
9. $z = x^2 + 4y^2 - 2xy + 4$.
10. $z = x/y + 1/x + y$.

Условия задач. №8

В этом задании в каждом варианте даны функция u трёх переменных x, y, z и уравнение в частных производных (e). Проверьте, является ли функция u решением уравнения (e).

1. $u = x^{z^3} y$, (e): $3x \ln x \dfrac{\partial u}{\partial x} = yz \dfrac{\partial^2 u}{\partial y \partial z}$.
2. $u = z^{x^2+y}$, (e): $2xz \ln^2 z \dfrac{\partial u}{\partial z} = (x^2 + y) \dfrac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$.
3. $u = \sin(x^3 y^2 z)$, (e): $\dfrac{\partial^2 u}{\partial z^2} + x^6 y^4 u = 0$.
4. $u = z \operatorname{tg}(x^2 y)$, (e): $z^2 \dfrac{\partial^2 u}{\partial y \partial z} = x^2(u^2 + z^2)$.
5. $u = z^{2y} \arcsin x$, (e): $2 \ln z \dfrac{\partial u}{\partial x} = \dfrac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$.
6. $u = x^{y^3 z}$, (e): $x \dfrac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} = y^3 (zy^3 \ln x + 1) u$.
7. $u = x^2 y^z$, (e): $xy \dfrac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = 2zu$.
8. $u = y^{z^3} \operatorname{arctg} x$, (e): $3z^2 \ln y \dfrac{\partial u}{\partial x} = \dfrac{\partial^2 u}{\partial x \partial z}$.
9. $u = z^4 e^{xy^3}$, (e): $z \dfrac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} = 4y^3 u$.
10. $u = z^{x^5 y^3} - 1$,
   (e): $z \dfrac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} = 5x^4 y^3 (1 + x^5 y^3 \ln z)(u + 1)$.

 №9

Условия задач.

В этом задании в каждом варианте даны функция z двух переменных x и y и область D. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции z в области D.

1. $z = x^2 - 2x + y^2 - 4y + 3$, область D задана неравенствами $-2 \leq x \leq 0$ и $0 \leq y \leq 3$.
2. $z = x^2 + 2x + y^2 - 4y + 4$, область D задана неравенствами $0 \leq x \leq 2$ и $0 \leq y \leq 3$.
3. $z = -x^2 + 2x - y^2 + 4y$, область D задана неравенствами $0 \leq x \leq 2$ и $0 \leq y \leq 3$.
4. $z = 2x^2 - 8x + y^2 - 2y + 8$, область D задана неравенствами $0 \leq y \leq 4x - x^2 - 1$.
5. $z = x^2 - 2x + y^2 + 4y + 6$, область D задана неравенствами $x^2 - 2x - 3 \leq y \leq 0$.
6. $z = -x^2 - 4x - y^2 + 2y - 4$, область D задана неравенствами $-4 \leq x \leq 0$ и $0 \leq y \leq 2$.
7. $z = x^2 + 4x + y^2 - 2y + 4$, область D задана неравенствами $1 \leq x \leq 2$ и $0 \leq y \leq 2$.
8. $z = -x^2 - 2x - y^2 - 4y - 6$, область D задана неравенствами $-2 \leq x \leq 0$ и $-4 \leq y \leq 0$.
9. $z = -x^2 - 4x - 3y^2 + 6y + 8$, область D задана неравенствами $-4 \leq x \leq 0$ и $0 \leq y \leq 2$.
10. $z = 4x^2 + 8x + y^2 + 4y + 7$, область D задана неравенствами $-4 \leq x \leq 0$ и $0 \leq y \leq 2$.