Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования **«Национальный исследовательский университет ИТМО»**

Факультет Программной Инженерии и Компьютерной Техники

Домашнее задание №2
по дисциплине «Методы оптимизации»

Вариант: **2**

Преподаватель:
Кудашов Вячеслав Николаевич

Выполнил:
Барсуков Максим Андреевич
Группа: P3215

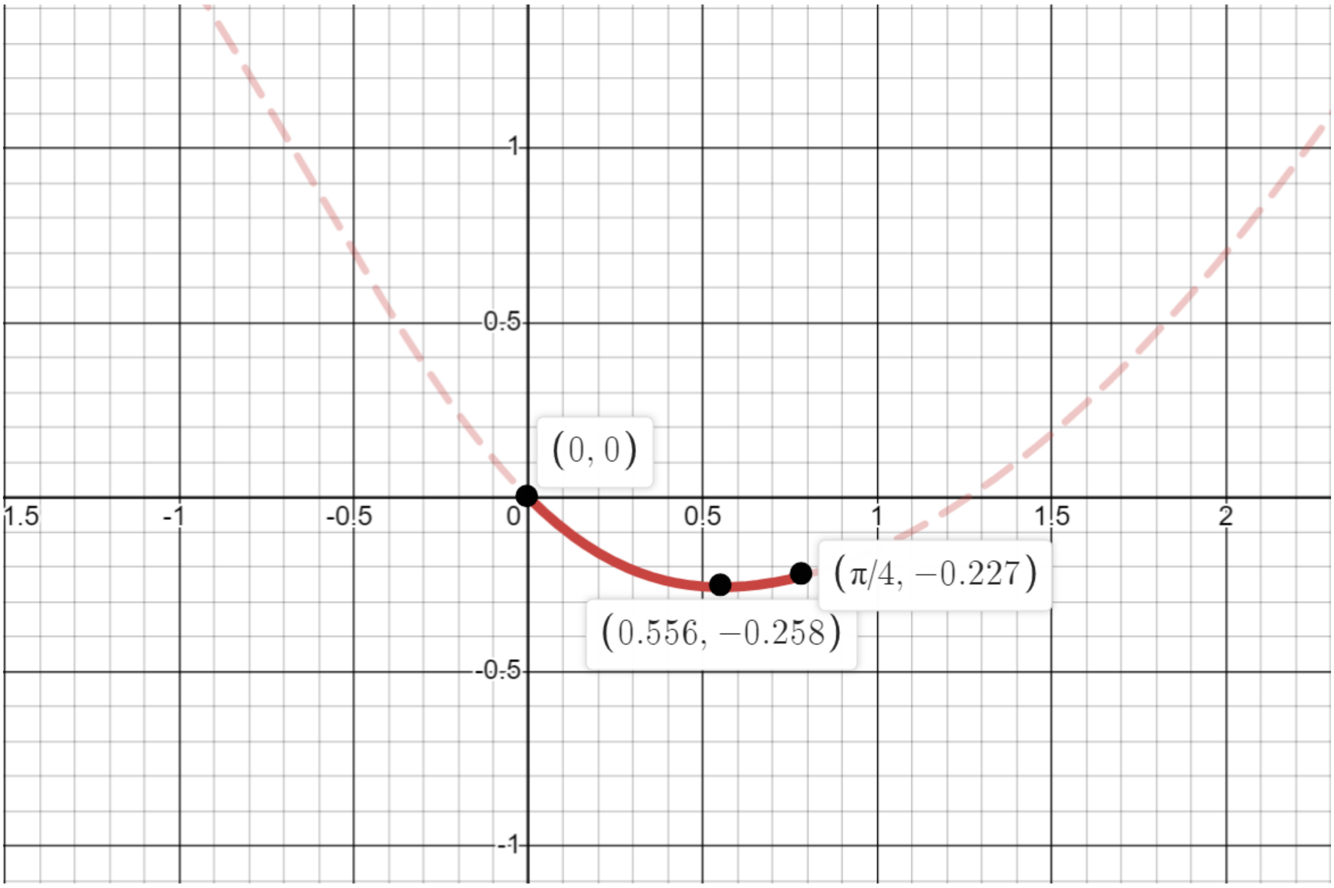
Санкт-Петербург, 2024

<u>Цель работы</u>: Решить задачу **тремя методами**: методом половинного деления, методом золотого сечения и методом Ньютона.
По **25 шагов** каждого метода выполнить вручную + написать программу по каждому методу на одном из языков программирования.

1. Решение вручную

Исходная функция:

$$f(x) = ln(1 + x^2) - \sin(x)\,; [a, b] = \left[0, \frac{\pi}{4}\right], \varepsilon = 10^{-10}$$



1. Вычисление по методу Ньютона:

Шаг 0:

Начнем с середины заданного отрезка $x_0 = \frac{0+\frac{\pi}{4}}{2}$ т.е. x_0 = 0.39269908169872414.

Шаг 1:
Касательная к графику функции f '(x) в точке x_1 пересекает ось Oy в точке x_2 = 0.540007047432276.
Выберем это новой точкой. В ней f '(x_2) = –0.021526883273964015.

Шаг 2:
Касательная к графику функции f '(x) в точке x_2 пересекает ось Oy в точке x_3 = 0.5557960959223451.
Выберем это новой точкой. В ней f '(x_3) = –0.00022993356547418298.

Шаг 3:
Касательная к графику функции f '(x) в точке x_3 пересекает ось Oy в точке x_4 = 0.5559684104844275.
Выберем это новой точкой. В ней f '(x_4) = $-2.6994852020401083 \cdot 10^{-8}$.

Шаг 4:
Касательная к графику функции f '(x) в точке x_4 пересекает ось Oy в точке x_5 = 0.5559684307193964.
Выберем это новой точкой. В ней f '(x_5) = $-2.220446049250313 \cdot 10^{-16}$.

$-2.220446049250313 \cdot 10^{-16} < 10^{-10} \rightarrow |f'(x)| <= \varepsilon$.
Минимум с заданной погрешностью $\varepsilon = 10^{-10}$ найден.

Минимум достигается в точке x_m = 0.5559684307193964.
Значение в минимуме y_m = f (x_5) = –0.25842556006023065.

2. Вычисление по методу половинного деления:

Шаг 1:

Рассматриваем отрезок [0; $\frac{\pi}{4} = 0.7853981633974483$].
x1 = 0.39269908164872414, x2 = 0.39269908174872414; y1 = -0.23926507952553752, y2 = -0.2392650795498792
y1 > y2 → Отсекаем начало отрезка: [a; x1], от 0 до 0.39269908164872414.
b - a = 0.39269908174872414.

Шаг 2:

Рассматриваем отрезок [0.39269908164872414; 0.7853981633974483].
x1 = 0.5890486224730862, x2 = 0.5890486225730862; y1 = -0.2577064606497885, y2 = -0.2577064606454733
y1 ≤ y2 → Отсекаем конец отрезка: [x2; b], от 0.5890486225730862 до 0.7853981633974483.
b - a = 0.19634954092436208.

Шаг 3:

Рассматриваем отрезок [0.39269908164872414; 0.5890486225730862].
x1 = 0.49087385206090517, x2 = 0.4908738521609052; y1 = -0.25551376890704836, y2 = -0.2555137689161283
y1 > y2 → Отсекаем начало отрезка: [a; x1], от 0.39269908164872414 до 0.49087385206090517.
b - a = 0.09817477051218104.

Шаг 4:

Рассматриваем отрезок [0.49087385206090517; 0.5890486225730862].
x1 = 0.5399612372669957, x2 = 0.5399612373669957; y1 = -0.258253395913527, y2 = -0.25825339591568586
y1 > y2 → Отсекаем начало отрезка: [a; x1], от 0.49087385206090517 до 0.5399612372669957.
b - a = 0.04908738530609047.

Шаг 5:

Рассматриваем отрезок [0.5399612372669957; 0.5890486225730862].
x1 = 0.564504929870041, x2 = 0.564504929970041; y1 = -0.2583771399458687, y2 = -0.2583771399447364
y1 ≤ y2 → Отсекаем конец отрезка: [x2; b], от 0.564504929970041 до 0.5890486225730862.
b - a = 0.02454369270304524.

Шаг 6:

Рассматриваем отрезок [0.5399612372669957; 0.564504929970041].
x1 = 0.5522330835685183, x2 = 0.5522330836685183; y1 = -0.25841623723392554, y2 = -0.25841623723442525

y1 > y2 → Отсекаем начало отрезка: [a; x1], от 0.5399612372669957 до 0.5522330835685183.
b - a = 0.01227184640152268.

Шаг 7:
Рассматриваем отрезок [0.5522330835685183; 0.564504929970041].
x1 = 0.5583690067192797, x2 = 0.5583690068192797; y1 = -0.2584217202842772, y2 = -0.2584217202839575
y1 ≤ y2 → Отсекаем конец отрезка: [x2; b], от 0.5583690068192797 до 0.564504929970041.
b - a = 0.006135923250761399.

Шаг 8:
Рассматриваем отрезок [0.5522330835685183; 0.5583690068192797].
x1 = 0.555301045143899, x2 = 0.555301045243899; y1 = -0.2584252628705626, y2 = -0.2584252628706517
y1 > y2 → Отсекаем начало отрезка: [a; x1], от 0.5522330835685183 до 0.555301045143899.
b - a = 0.0030679616753807037.

Шаг 9:
Рассматриваем отрезок [0.555301045143899; 0.5583690068192797].
x1 = 0.5568350259315893, x2 = 0.5568350260315893; y1 = -0.25842505932282933, y2 = -0.25842505932271387
y1 ≤ y2 → Отсекаем конец отрезка: [x2; b], от 0.5568350260315893 до 0.5583690068192797.
b - a = 0.0015339808876903005.

Шаг 10:
Рассматриваем отрезок [0.555301045143899; 0.5568350260315893].
x1 = 0.5560680355377441, x2 = 0.5560680356377441; y1 = -0.25842555344279916, y2 = -0.2584255534427858
y1 ≤ y2 → Отсекаем конец отрезка: [x2; b], от 0.5560680356377441 до 0.5568350260315893.
b - a = 0.0007669904938450989.

Шаг 11:
Рассматриваем отрезок [0.555301045143899; 0.5560680356377441].
x1 = 0.5556845403408215, x2 = 0.5556845404408215; y1 = -0.2584255062944745, y2 = -0.2584255062945122
y1 > y2 → Отсекаем начало отрезка: [a; x1], от 0.555301045143899 до 0.5556845403408215.
b - a = 0.0003834952969226091.

Шаг 12:
Рассматриваем отрезок [0.5556845403408215; 0.5560680356377441].
x1 = 0.5558762879392828, x2 = 0.5558762880392828; y1 = -0.25842555439667453, y2 = -0.2584255543966868
y1 > y2 → Отсекаем начало отрезка: [a; x1], от 0.5556845403408215 до 0.5558762879392828.
b - a = 0.00019174769846130868.

Шаг 13:
Рассматриваем отрезок [0.5558762879392828; 0.5560680356377441].
x1 = 0.5559721617385134, x2 = 0.5559721618385134; y1 = -0.2584255600509452, y2 = -0.25842556005094464
y1 ≤ y2 → Отсекаем конец отрезка: [x2; b], от 0.5559721618385134 до 0.5560680356377441.
b - a = $9.587389923060297*10^{-5}$.

Шаг 14:
Рассматриваем отрезок [0.5558762879392828; 0.5559721618385134].
x1 = 0.555924224838898, x2 = 0.555924224938898; y1 = -0.2584255587567121, y2 = -0.25842555875671797
y1 > y2 → Отсекаем начало отрезка: [a; x1], от 0.5558762879392828 до 0.555924224838898.
b - a = $4.793699961536113*10^{-5}$.

Шаг 15:
Рассматриваем отрезок [0.555924224838898; 0.5559721618385134].
x1 = 0.5559481932887057, x2 = 0.5559481933887057; y1 = -0.25842555978704174, y2 = -0.2584255597870443
y1 > y2 → Отсекаем начало отрезка: [a; x1], от 0.555924224838898 до 0.5559481932887057.
b - a = $2.3968549807684703*10^{-5}$.

Шаг 16:
Рассматриваем отрезок [0.5559481932887057; 0.5559721618385134].
x1 = 0.5559601775136096, x2 = 0.5559601776136096; y1 = -0.25842556001479505, y2 = -0.2584255600147962
y1 > y2 → Отсекаем начало отрезка: [a; x1], от 0.5559481932887057 до 0.5559601775136096.
b - a = $1.1984324903790977*10^{-5}$.

Шаг 17:
Рассматриваем отрезок [0.5559601775136096; 0.5559721618385134].
x1 = 0.5559661696260615, x2 = 0.5559661697260615; y1 = -0.25842556005682044, y2 = -0.25842556005682066
y1 > y2 → Отсекаем начало отрезка: [a; x1], от 0.5559601775136096 до 0.5559661696260615.
b - a = $5.992212451899626*10^{-6}$.

Шаг 18:
Рассматриваем отрезок [0.5559661696260615; 0.5559721618385134].
x1 = 0.5559691656822874, x2 = 0.5559691657822874; y1 = -0.25842556005987033, y2 = -0.25842556005987016
y1 ≤ y2 → Отсекаем конец отрезка: [x2; b], от 0.5559691657822874 до 0.5559721618385134.
b - a = $2.9961562258984387*10^{-6}$.

Шаг 19:

Рассматриваем отрезок [0.5559661696260615; 0.5559691657822874].
x1 = 0.5559676676541745, x2 = 0.5559676677541745; y1 = -0.2584255600598422, y2 = -0.25842556005984235
y1 > y2 → Отсекаем начало отрезка: [a; x1], от 0.5559661696260615 до 0.5559676676541745.
b - a = $1.4981281128978452*10^{-6}$.

Шаг 20:
Рассматриваем отрезок [0.5559676676541745; 0.5559691657822874].
x1 = 0.5559684166682309, x2 = 0.5559684167682309; y1 = -0.25842556006023043, y2 = -0.2584255600602304
y1 ≤ y2 → Отсекаем конец отрезка: [x2; b], от 0.5559684167682309 до 0.5559691657822874.
b - a = $7.491140564530596*10^{-7}$.

Шаг 21:
Рассматриваем отрезок [0.5559676676541745; 0.5559684167682309].
x1 = 0.5559680421612028, x2 = 0.5559680422612028; y1 = -0.2584255600601299, y2 = -0.25842556006012984
y1 ≤ y2 → Отсекаем конец отрезка: [x2; b], от 0.5559680422612028 до 0.5559684167682309.
b - a = $3.74607028286178*10^{-7}$.

Шаг 22:
Рассматриваем отрезок [0.5559676676541745; 0.5559680422612028].
x1 = 0.5559678549076886, x2 = 0.5559678550076886; y1 = -0.25842556006000955, y2 = -0.25842556006000944
y1 ≤ y2 → Отсекаем конец отрезка: [x2; b], от 0.5559678550076886 до 0.5559680422612028.
b - a = $1.87353514147226*10^{-7}$.

Шаг 23:
Рассматриваем отрезок [0.5559676676541745; 0.5559678550076886].
x1 = 0.5559677612809315, x2 = 0.5559677613809315; y1 = -0.25842556005993167, y2 = -0.25842556005993184
y1 > y2 → Отсекаем начало отрезка: [a; x1], от 0.5559676676541745 до 0.5559677612809315.
b - a = $9.372675713326117*10^{-8}$.

Шаг 24:
Рассматриваем отрезок [0.5559677612809315; 0.5559678550076886].
x1 = 0.55596780809431, x2 = 0.55596780819431; y1 = -0.258425560059972, y2 = -0.258425560059972
y1 ≤ y2 → Отсекаем конец отрезка: [x2; b], от 0.55596780819431 до 0.5559678550076886.
b - a = $4.6913378515256454*10^{-8}$.

Шаг 25:
Рассматриваем отрезок [0.5559677612809315; 0.55596780819431].
x1 = 0.5559677846876208, x2 = 0.5559677847876208; y1 = -0.2584255600599521, y2 = -0.25842556005995226
y1 > y2 → Отсекаем начало отрезка: [a; x1], от 0.5559677612809315 до 0.5559677846876208.
b - a = $2.3506689261765246*10^{-8}$.

<u>Рассмотрено 25 шагов.</u>

$2.3506689261765246*10^{-8} > 2*10^{-10}$ → b - a > 2ε, значит **минимума с заданной погрешностью** $\varepsilon = 10^{-10}$ **найти за 25 шагов не удалось**. Достигнута точность 10^{-7}.
Текущий минимум: x_m = 0.5559677729842761.
Значение в минимуме $y_m = f(x_m)$ = –0.25842556006023065.

3. Вычисление по методу золотого сечения:

Шаг 1:
Рассматриваем отрезок [a = 0; b = 0.7853981633974483].
x1 = 0.30002209841782523; x2 = 0.48537606497962305; y1 = -0.20935145713230702; y2 = -0.2549924940860797.
y1 ≥ y2 → a = 0.30002209841782523; x1 = x2. Пересчет y1 не требуется.
b - a = 0.48537606497962305.

Шаг 2:
Рассматриваем отрезок [a = 0.30002209841782523; b = 0.7853981633974483].
x1 = 0.48537606497962305; x2 = 0.5999845065752323; y1 = -0.2549924940860797; y2 = -0.25715865688989753.
y1 ≥ y2 → a = 0.48537606497962305; x1 = x2. Пересчет y1 не требуется.
b - a = 0.30002209841782523.

Шаг 3:
Рассматриваем отрезок [a = 0.48537606497962305; b = 0.7853981633974483].
x1 = 0.5999845065752323; x2 = 0.670789721801839; y1 = -0.25715865688989753; y2 = -0.2500696170654099.
y1 < y2 → b = 0.670789721801839; x2 = x1. Пересчет y2 не требуется.
b - a = 0.185413656822216.

Шаг 4:
Рассматриваем отрезок [a = 0.48537606497962305; b = 0.670789721801839].
x1 = 0.5562040818857096; x2 = 0.5999845065752323; y1 = -0.2584255230227785; y2 = -0.25715865688989753.
y1 < y2 → b = 0.5999845065752323; x2 = x1. Пересчет y2 не требуется.
b - a = 0.11460844159560923.

Шаг 5:
Рассматриваем отрезок [a = 0.48537606497962305; b = 0.5999845065752323].
x1 = 0.5291564896691457; x2 = 0.5562040818857096; y1 = -0.25794014797524845; y2 = -0.2584255230227785.
y1 ≥ y2 → a = 0.5291564896691457; x1 = x2. Пересчет y1 не требуется.
b - a = 0.07082801690608653.

Шаг 6:
Рассматриваем отрезок [a = 0.5291564896691457; b = 0.5999845065752323].
x1 = 0.5562040818857096; x2 = 0.5729282041171072; y1 = -0.2584255230227785; y2 = -0.2582351673531551.
y1 < y2 → b = 0.5729282041171072; x2 = x1. Пересчет y2 не требуется.
b - a = 0.04377171444796146.

Шаг 7:
Рассматриваем отрезок [a = 0.5291564896691457; b = 0.5729282041171072].
x1 = 0.545877284588267; x2 = 0.5562040818857096; y1 = -0.2583573226367282; y2 = -0.2584255230227785.
y1 ≥ y2 → a = 0.545877284588267; x1 = x2. Пересчет y1 не требуется.
b - a = 0.0270509195288402.

Шаг 8:
Рассматриваем отрезок [a = 0.545877284588267; b = 0.5729282041171072].
x1 = 0.5562040818857096; x2 = 0.5625947528570903; y1 = -0.2584255230227785; y2 = -0.2583963597555743.
y1 < y2 → b = 0.5625947528570903; x2 = x1. Пересчет y2 не требуется.
b - a = 0.016717468268823255.

Шаг 9:
Рассматриваем отрезок [a = 0.545877284588267; b = 0.5625947528570903].
x1 = 0.5522633574669575; x2 = 0.5562040818857096; y1 = -0.2584163878653694; y2 = -0.2584255230227785.
y1 ≥ y2 → a = 0.5522633574669575; x1 = x2. Пересчет y1 не требуется.
b - a = 0.010331395390132725.

Шаг 10:
Рассматриваем отрезок [a = 0.5522633574669575; b = 0.5625947528570903].
x1 = 0.5562040818857096; x2 = 0.5586481598180596; y1 = -0.2584255230227785; y2 = -0.258420775944091.
y1 < y2 → b = 0.5586481598180596; x2 = x1. Пересчет y2 не требуется.
b - a = 0.006384802351102059.

Шаг 11:
Рассматриваем отрезок [a = 0.5522633574669575; b = 0.5586481598180596].
x1 = 0.5547023519650786; x2 = 0.5562040818857096; y1 = -0.2584244902182002; y2 = -0.2584255230227785.
y1 ≥ y2 → a = 0.5547023519650786; x1 = x2. Пересчет y1 не требуется.
b - a = 0.0039458078529810425.

Шаг 12:
Рассматриваем отрезок [a = 0.5547023519650786; b = 0.5586481598180596].
x1 = 0.5562040818857096; x2 = 0.5571408612182208; y1 = -0.2584255230227785; y2 = -0.25842464364698847.
y1 < y2 → b = 0.5571408612182208; x2 = x1. Пересчет y2 не требуется.
b - a = 0.0024385092531422625.

Шаг 13:
Рассматриваем отрезок [a = 0.5547023519650786; b = 0.5571408612182208].
x1 = 0.5556338624997789; x2 = 0.5562040818857096; y1 = -0.25842548538376076; y2 = -0.2584255230227785.
y1 ≥ y2 → a = 0.5556338624997789; x1 = x2. Пересчет y1 не требуется.
b - a = 0.0015069987184419542.

Шаг 14:
Рассматриваем отрезок [a = 0.5556338624997789; b = 0.5571408612182208].
x1 = 0.5562040818857096; x2 = 0.556565187707776; y1 = -0.2584255230227785; y2 = -0.25842532258095735.
y1 < y2 → b = 0.556565187707776; x2 = x1. Пересчет y2 не требуется.
b - a = 0.0009313252079971024.

Шаг 15:
Рассматриваем отрезок [a = 0.5556338624997789; b = 0.556565187707776].
x1 = 0.5559896287292337; x2 = 0.5562040818857096; y1 = -0.2584255597604976; y2 = -0.2584255230227785.
y1 < y2 → b = 0.5562040818857096; x2 = x1. Пересчет y2 не требуется.
b - a = 0.0005702193859307148.

Шаг 16:
Рассматриваем отрезок [a = 0.5556338624997789; b = 0.5562040818857096].
x1 = 0.5558516863052044; x2 = 0.5559896287292337; y1 = -0.2584255509685609; y2 = -0.2584255597604976.
y1 ≥ y2 → a = 0.5558516863052044; x1 = x2. Пересчет y1 не требуется.
b - a = 0.0003523955805051493.

Шаг 17:
Рассматриваем отрезок [a = 0.5558516863052044; b = 0.5562040818857096].
x1 = 0.5559896287292337; x2 = 0.5560694667739566; y1 = -0.2584255597604976; y2 = -0.2584255532512636.
y1 < y2 → b = 0.5560694667739566; x2 = x1. Пересчет y2 не требуется.
b - a = 0.00021778046875220447.

Шаг 18:
Рассматриваем отрезок [a = 0.5558516863052044; b = 0.5560694667739566].
x1 = 0.5559348784442678; x2 = 0.5559896287292337; y1 = -0.25842555930930144; y2 = -0.2584255597604976.
y1 ≥ y2 → a = 0.5559348784442678; x1 = x2. Пересчет y1 не требуется.
b - a = 0.00013458832968882284.

Шаг 19:
Рассматриваем отрезок [a = 0.5559348784442678; b = 0.5560694667739566].
x1 = 0.5559896287292337; x2 = 0.5560180540320155; y1 = -0.2584255597604976; y2 = -0.25842555841771264.
y1 < y2 → b = 0.5560180540320155; x2 = x1. Пересчет y2 не требуется.
b - a = $8.317558774773026*10^{-5}$.

Шаг 20:
Рассматриваем отрезок [a = 0.5559348784442678; b = 0.5560180540320155].
x1 = 0.5559666515187874; x2 = 0.5559896287292337; y1 = -0.25842556005811906; y2 = -0.2584255597604976.
y1 < y2 → b = 0.5559896287292337; x2 = x1. Пересчет y2 не требуется.
b - a = $5.475028496593204*10^{-5}$.

Шаг 21:
Рассматриваем отрезок [a = 0.5559348784442678; b = 0.5559896287292337].
x1 = 0.5559557930531248; x2 = 0.5559666515187874; y1 = -0.25842555995369754; y2 = -0.25842556005811906.
y1 ≥ y2 → a = 0.5559557930531248; x1 = x2. Пересчет y1 не требуется.
b - a = $3.383567610892868*10^{-5}$.

Шаг 22:
Рассматриваем отрезок [a = 0.5559557930531248; b = 0.5559896287292337].
x1 = 0.5559666515187874; x2 = 0.5559767035009602; y1 = -0.25842556005811906; y2 = -0.25842556001457967.
y1 < y2 → b = 0.5559767035009602; x2 = x1. Пересчет y2 не требуется.
b - a = $2.0910447835364998*10^{-5}$.

Шаг 23:
Рассматриваем отрезок [a = 0.5559557930531248; b = 0.5559767035009602].
x1 = 0.555963780844198; x2 = 0.5559666515187874; y1 = -0.2584255600458084; y2 = -0.25842556005811906.
y1 ≥ y2 → a = 0.555963780844198; x1 = x2. Пересчет y1 не требуется.
b - a = 1.2922656762226481*10^{-5}.

Шаг 24:
Рассматриваем отрезок [a = 0.555963780844198; b = 0.5559767035009602].
x1 = 0.5559666515187874; x2 = 0.555971767046077; y1 = -0.25842556005811906; y2 = -0.25842556005280587.
y1 < y2 → b = 0.555971767046077; x2 = x1. Пересчет y2 не требуется.
b - a = 7.986201879028876*10^{-6}.

Шаг 25:
Рассматриваем отрезок [a = 0.555963780844198; b = 0.555971767046077].
x1 = 0.5559668315733157; x2 = 0.5559666515187874; y1 = -0.25842556005852485; y2 = -0.25842556005811906.
y1 < y2 → b = 0.5559666515187874; x2 = x1. Пересчет y2 не требуется.
b - a = 2.870674589483535*10^{-6}.

<u>**Рассмотрено 25 шагов.**</u>

2.870674589483535*10^{-6} > 10^{-10} → b - a > ε, значит **минимума с заданной погрешностью** ε = 10^{-10} **найти за 25 шагов не удалось**. Достигнута точность 10^{-5}.
Текущий минимум: x_m = 0.5559677739451374.
Значение в минимуме y_m = f (x_m) = -0.25842556005994277.

2. Программное решение

constants.py

```
import math
A = 0
B = math.pi / 4
E = 10**(-10)
```

derivatives.py

```
from math import log, sin, cos
def f(x: float) -> float:
    """Функция f."""
    return log(1 + x**2) - sin(x)
def f_derivative_1(x: float) -> float:
    """Первая производная функции f."""
    return (2*x / (x**2 + 1)) - cos(x)
def f_derivative_2(x: float) -> float:
    """Вторая производная функции f."""
    return sin(x) - ((2*(x**2 - 1)) / ((1 + x**2)**2))
F_DERIVATIES = [
    f,
    f_derivative_1,
    f_derivative_2,
]
```

golden_ratio.py

```
from typing import Callable
GOLDEN_RATIO_1 = 0.382
GOLDEN_RATIO_2 = 0.618
def solve(f_derivatives: list[Callable[[float], float]], _a: float, _b: float,
e: float) -> tuple[float, float]:
    f = f_derivatives[0]
    a = _a
    b = _b
    x1 = a + GOLDEN_RATIO_1 * (b - a)
    x2 = a + GOLDEN_RATIO_2 * (b - a)
    iteration = 1
    while (b - a > e):
        print(f"Шаг {iteration}:")
        print(f"Рассматриваем отрезок [a = {a}; b = {b}].")
        print(f"x1 = {x1}; x2 = {x2}; y1 = {f(x1)}; y2 = {f(x2)}.")
        if f(x1) < f(x2):
            print(f"y1 < y2 → b = {x2}; x2 = x1. Пересчет y2 не требуется.")
            b = x2
            x2 = x1
            x1 = a + GOLDEN_RATIO_1 * (b - a)
```

```
        else:
            print(f"y1 ≥ y2 → a = {x1}; x1 = x2. Пересчет y1 не требуется.")
            a = x1
            x1 = x2
            x2 = a + GOLDEN_RATIO_2 * (b - a)
        print(f"b - a = {b - a}.\n")
        iteration += 1
    print(f"\nb - a < e. Минмум с заданной погрешностью ε = {e} лежит на 
середине данного отрезка.")
    x_m = (a + b) / 2
    y_m = f(x_m)
    print(f"Минимум в точке xm = {x_m}.")
    print(f"Значение в минимуме ym = {y_m}.\n")
    return x_m, y_m
```

half_division.py

```
from typing import Callable
def solve(f_derivatives: list[Callable[[float], float]], _a: float, _b: float, 
e: float) -> tuple[float, float]:
    f = f_derivatives[0]
    a = _a
    b = _b
    iteration = 1
    while (b - a > 2 * e):
        print(f"Шаг {iteration}:")
        print(f"Рассматриваем отрезок [{a}; {b}].")
        x1 = (a + b - e) / 2
        x2 = (a + b + e) / 2
        y1 = f(x1)
        y2 = f(x2)
        print(f"x1 = {x1}, x2 = {x2}; y1 = {y1}, y2 = {y2}")
        if y1 > y2:
            print(f"y1 > y2 → Отсекаем начало отрезка: [a; x1], от {a} до 
{x1}.")
            a = x1
        else:
            print(f"y1 ≤ y2 → Отсекаем конец отрезка: [x2; b], от {x2} до 
{b}.")
            b = x2

        print(f"b - a = {b - a}.\n")
        iteration += 1
    print(f"\nb - a < 2ε. Минимум с заданной погрешностью ε = {e} лежит на 
середине этого отрезка.")
    x_m = (a + b) / 2
    y_m = f(x_m)
    print(f"Минимум в точке xm = {x_m}.")
    print(f"Значение в минимуме ym = {y_m}.\n")
    return x_m, y_m
```

newton.py

```
from typing import Callable
def solve(f_derivatives: list[Callable[[float], float]], a: float, b: float, e: float) -> tuple[float, float]:
    f = f_derivatives[0]
    f_d1 = f_derivatives[1]
    f_d2 = f_derivatives[2]
    x = (a + b) / 2
    print('Шаг 0:')
    print(f'Начнем с середины заданного отрезка, т.е x0 = {x}.')
    iteration = 1
    while abs(f_d1(x)) > e:
        print(f'Шаг {iteration}:')
        x = x - (f_d1(x) / f_d2(x))
        print(f"Касательная к графику функции f'(x) в точке x{iteration} пересекает ось Oy в точке x{iteration+1} = {x}.")
        print(f"Выберем это новой точкой. В ней f'(x{iteration + 1}) = {f_d1(x)}.\n")
        iteration += 1
    print(f"\n|f'(x)| <= ε. Минимум с заданной погрешностью ε = {e} найден!")
    print(f"Минимум достигается в точке xm = {x}.")
    print(f"Значение в минимуме ym = {f(x)}.\n")
    return x, f(x)
```

main.py

```
from constants import A, B, E
from derivatives import F_DERIVATIES
from methods.newton import solve as solve_via_newton_method
from methods.golden_ratio import solve as solve_via_golden_ratio
from methods.half_division import solve as solve_via_half_division
METHODS = [
    dict(
        name='Вычисление по методу Ньютона',
        func=solve_via_newton_method,
    ),
    dict(
        name='Вычисление по методу половинного деления',
        func=solve_via_half_division
    ),
    dict(
        name='Вычисление по методу золотого сечения',
        func=solve_via_golden_ratio,
    )
]
def main():
    for method in METHODS:
        print(f'==========\n\n{method["name"]}:\n')
        solve = method['func']
        x_m, y_m = solve(F_DERIVATIES, A, B, E)
```

```
        print(f'x_m = {x_m}')
        print(f'y_m = f(x_m) = {y_m}')
        print()
if __name__ == '__main__':
    main()
```

Вывод

В ходе выполнения домашнего задания я научился находить минимум функции методами Ньютона, половинного деления и золотого сечения с использованием Python. В результате работы были найдены минимумы уравнений на отрезке с определенной точностью.