

## **Учебно-исследовательская работа (УИР 4):**

### **«Исследование сетевых моделей массового обслуживания»**

#### **1. Цель работы**

Исследование свойств системы, моделируемой в виде *замкнутых и разомкнутых сетей массового обслуживания (СеМО) с однородным потоком заявок* с применением имитационного моделирования при различных предположениях о параметрах структурно-функциональной организации и нагрузки.

#### **2. Содержание работы**

Разработка *имитационных моделей* и проведение модельных экспериментов с целью исследования зависимостей характеристик функционирования от параметров и выявления свойств замкнутых и разомкнутых СеМО, а также сравнительный анализ эффективности разомкнутых и замкнутых СеМО.

Исследования выполняются с применением имитационного моделирования в среде GPSS World.

При представлении в отчете результатов исследований предпочтение следует отдавать графической форме в виде гистограмм и графиков, наглядно отображающих зависимости основных наиболее важных (с точки зрения исследователя) характеристик исследуемых систем от параметров (таких как загрузка, характер потока поступающих в РССеМО заявок, характер обслуживания заявок в узлах, количество приборов в узлах).

Представление результатов в виде таблиц носит только рекомендательный характер и может быть выполнено, если это необходимо для подтверждения сформулированных выводов.

#### **3. Этапы работы**

##### **3.1. Описание моделей замкнутой СеМО (ЗСеМО) и разомкнутой СеМО (РССеМО)**

Описание моделей ЗСеМО и РССеМО предполагает изображение моделей в виде **графов СеМО** с указанием следующих параметров:

- количество обслуживающих приборов в узлах СеМО;
- средние длительности обслуживания заявок в узлах СеМО;
- вероятности передач (в виде матрицы или на дугах графа СеМО);
- рассчитанные значения коэффициентов передач для узлов сети.

**Число заявок**, циркулирующих в замкнутой СеМО, и **интенсивность входящего потока** заявок, поступающих в разомкнутую СеМО, являются *варьируемыми параметрами*.

В качестве основных характеристик следует рассматривать прежде всего сетевые характеристики СеМО.

Сравнение характеристик функционирования разомкнутых и замкнутых СеМО следует проводить при условии равенства интенсивности поступления заявок в РСеМО и производительности ЗСеМО.

При моделировании необходимо формулировать предположения и допущения, при которых проводится эксперимент.

### 3.2. Разработка имитационных моделей РСеМО и ЗСеМО

Разработать в среде GPSS и представить в отчете следующие имитационные модели:

- имитационная модель ЗСеМО с *экспоненциальным распределением* длительностей обслуживания заявок в узлах и с *неэкспоненциальным распределением* (Эрланг 2-го порядка и гиперэкспоненциальное с коэффициентом вариации 2) в одном из узлов, указанном в **Таблице 1 (Номер узла)**;
- имитационная модель РСеМО с *экспоненциальным распределением* длительностей обслуживания заявок в узлах и *простейшим потоком* заявок, поступающих в сеть (интенсивность потока заявок должна быть равна производительности ЗСеМО) и с тем же *неэкспоненциальным распределением* (Эрланг 2-го порядка и гиперэкспоненциальным) длительности обслуживания заявок **в том же узле, что и в ЗСеМО.**

**ВАЖНО!** При защите УИР необходимо предоставить разработанные имитационные модели и проиллюстрировать их работоспособность.

## 4. Проведение имитационных экспериментов

Имитационные эксперименты направлены на выявление свойств исследуемых систем и выявлению различий между результатами, полученными при различных предположениях о характере процессов поступления и обслуживания заявок в системе, уровне загрузки, количества приборов в узлах и т. п.

Рекомендуется следующий порядок проведения экспериментов.

4.1. Изменяя число заявок  $M$  в *заданной* ЗСеМО, начиная с  $M=1$ , определить **критическое число заявок  $M^*$** , начиная с которого производительность сети не изменяется с заданной точностью (изменение значения производительности не превосходит 1-2%).

Результаты представляются в графическом виде: зависимость производительности сети от числа циркулирующих в ней заявок.

4.2. При найденном критическом числе заявок **выявить «узкое место»** сети и устранить его путем изменения в этом узле: 1) длительности обслуживания заявок; 2) количества приборов в узле.

Оценить, как изменились сетевые характеристики ЗСеМО (производительность сети, время ожидания и пребывания заявок в сети, ...) при устранении «узкого места».

4.3. Преобразовать ЗСеМО в РСеМО, полагая, что **интенсивность поступления** заявок в разомкнутую сеть равна **производительности** замкнутой сети.

Выполнить имитационные эксперименты и сравнить характеристики функционирования экспоненциальной РСеМО с характеристиками ЗСеМО.

Определить предельную интенсивность поступления заявок в РСеМО, при которой в сети отсутствуют перегрузки.

Проанализировать сетевые характеристики функционирования РСеМО при изменении интенсивности входящего потока заявок от значения, при котором загрузка «узкого места» составляет 0,8 – 0,95.

4.4. На модели замкнутой сети с **неэкспоненциальным** распределением длительности обслуживания заявок в узлах необходимо:

- оценить влияние закона распределения (*коэффициента вариации*) длительности обслуживания заявок в заданном узле на характеристики функционирования сети;
- выполнить анализ влияния количества заявок в замкнутой сети с неэкспоненциальным распределением длительности обслуживания заявок в заданном узле на характеристики функционирования и сравнить с аналогичными характеристиками замкнутой сети с экспоненциальным распределением длительности обслуживания заявок в том же узле.

4.5. На модели разомкнутой сети с **неэкспоненциальным** распределением длительностей обслуживания заявок в узлах необходимо:

- сравнить характеристики РСеМО с характеристиками ЗСеМО, *производительность* которой равна *интенсивности потока* заявок, поступающих в РСеМО;
- оценить влияние характера входного потока заявок (*коэффициента вариации интервалов времени между заявками*) на характеристики функционирования сети, сравнив результаты, полученные для *детерминированного* и *простейшего* потока заявок, поступающих в разомкнутую сеть.

## 5. Обработка и анализ результатов моделирования

Обработка полученных результатов заключается в их представлении в форме таблиц и/или графических зависимостей, позволяющих выполнить детальный анализ свойств исследуемой системы.

Результаты, полученные в процессе выполнения имитационных экспериментов, рекомендуется представлять прежде всего в графическом виде, сопровождая подробным анализом, выводами и комментариями.

Результаты (на усмотрение исследователя) могут быть представлены или продублированы в табличном виде, рекомендуемые формы которых представлены ниже.

В процессе анализа свойств системы должны быть:

- выявлены наиболее существенные особенности исследуемой системы;
- сформулированы выводы о характере зависимостей характеристик функционирования системы от значений параметров.

Примерный перечень вопросов, подлежащих проработке, и рекомендуемая последовательность их изложения, приведены ниже.

По результатам **моделирования** должны быть представлены выводы, включающие в себя, кроме констатации очевидных фактов (типа «характеристика увеличивается» или «характеристика уменьшается»), объяснение характера полученной зависимости; при этом следует ответить на следующие вопросы:

- Чему равно критическое число заявок в ЗСеМО и почему при достижении критического числа заявок в ЗСеМО не меняется производительность ЗСеМО?
- Чем определяется предельная производительность (пропускная способность) ЗСеМО? Как ее можно определить, не прибегая к подробным расчетам?
- Как изменяется время пребывания заявок в ЗСеМО? Почему эта зависимость имеет именно такой характер?
- Чему равна производительность и пропускная способность РСеМО?
- Как и почему именно так ведет себя зависимость времени пребывания заявок в РСеМО от интенсивности источника? В чем отличие этой зависимости от аналогичной для ЗСеМО при изменении числа заявок в ЗСеМО?

По результатам оценки влияния **коэффициентов вариации** (КВ) длительностей обслуживания и интервалов между поступающими в разомкнутую СеМО заявками на характеристики функционирования СеМО. При этом необходимо ответить на следующие вопросы:

- Каким законом (Эрланга, экспоненциальным, гиперэкспоненциальным) можно аппроксимировать распределение времени пребывания и ожидания заявок в сети и в узлах СеМО (проиллюстрировать на гистограммах, полученных при моделировании в среде GPSS)?

- Как влияют КВ длительностей обслуживания и интервалов между поступающими в разомкнутую СеМО заявками на средние значения и КВ характеристик СеМО (загрузку узлов, времена ожидания и пребывания)?
- Одинаково ли ведут себя характеристики ЗСеМО и РСеМО при изменении КВ длительностей обслуживания заявок?

Ответы на все сформулированные выше вопросы должны сопровождаться подробными пояснениями и обоснованиями.

**УКАЗАНИЕ:** при выборе объема представляемых в отчете результатов (числа таблиц, графиков и зависимостей на одном графике) следует руководствоваться следующими соображениями:

1) для каждой модели результаты должны быть представлены как минимум для 1-2-х сетевых и 1-2-х узловых характеристик СеМО, при этом следует иметь в виду, что основной *сетевой* характеристикой для ЗСеМО является **производительность сети**, а для РСеМО - **время пребывания заявок в сети**;

2) на одном графике рекомендуется представлять не менее 2-х зависимостей (например, времени ожидания и времени пребывания), позволяющих выполнить их сравнительный анализ.

### **Порядок выполнения работы**

1. Получить вариант задания и ознакомиться с постановкой задачи.
2. Разработать и подготовить имитационные модели в соответствии с полученным вариантом.
3. Выполнить модельные эксперименты с использованием системы имитационного моделирования GPSS.
4. Обработать полученные экспериментальные результаты и составить отчет по результатам выполненной работы.
5. Защитить работу.

#### **6. Оформление и содержание отчета**

1. Отчет по УИР должен содержать:
  - 1) **Постановку задачи** исследования замкнутых и разомкнутых СеМО и все исходные данные с указанием размерностей.
  - 2) **Результаты исследований ЗСеМО:**
    - граф ЗСеМО с указанием всех параметров (структурных и нагрузочных);
    - имитационная модель ЗСеМО (листинг GPSS-программы) с необходимыми комментариями;
    - результаты имитационного моделирования ЗСеМО в виде графиков (таблиц) и выводы на основе анализа этих результатов;
    - анализ результатов устранения «узкого места» в ЗСеМО.
  - 3) **Результаты исследований РСеМО:**

- граф с указанием всех параметров (структурных и нагрузочных) исследуемой РСМО;
- имитационная модель РСМО (листинг GPSS-программы) с необходимыми комментариями;
- результаты имитационного моделирования в виде графиков (таблиц) и выводы на основе анализа полученных результатов;
- анализ влияния неэкспоненциального характера интервалов между поступающими в сеть заявками и длительности обслуживания в узлах на характеристики функционирования РСМО.

4) **Результаты сравнительного анализа** (графики, выводы) характеристик разомкнутых и замкнутых СеМО.

**Примечание.** При защите УИР необходимо предоставить разработанные имитационные модели и, при необходимости, проиллюстрировать их работоспособность.

### **Варианты заданий**

Номер варианта формируется в виде двух чисел: А/В, где:

**А** - номер варианта, по которому из **таблицы 1** выбираются основные структурные параметры исследуемой ЗСеМО и количество заявок, циркулирующих в ЗСеМО; граф модели в соответствии с указанным в задании типом представлен на рисунке (см. **Типы моделей**);

**В** - номер варианта, по которому из **таблицы 2** выбираются вероятности передач и средние длительности обслуживания заявок в узлах.

В графе «**Номер узла**» указан номер узла, для которого при исследовании *неэкспоненциальной* СеМО экспоненциальный закон распределения длительности обслуживания заменяется на:

- *Эрланг 2-го порядка*;
- *гиперэкспоненциальный* с коэффициентом вариации 2.

### **Важно!**

В качестве варианта УИР 4 можно использовать вариант, выданный для типовой КР, при этом, если второе число варианта превышает значение 10, необходимо его уменьшить на 10. Например, вариант 25/17 станет 25/7.

Студенты, не имеющие варианта КР, но желающие выполнить УИР 4, могут прислать запрос и получить вариант, но не позднее 30-го ноября.

**Структурные параметры и количество заявок в ЗСеМО**

Вариант (А)	К-во узлов n	Количество приборов в узлах				Но- мер узла	Тип модели см.рис.
		У1	У2	У3	У4		
1	3	1	2	1		1	М1
2	3	3	1	1		2	М1
3	3	1	3	1		3	М1
4	3	1	2	3		1	М1
5	3	4	1	2		2	М1
6	3	1	4	1		3	М1
7	3	1	3	2		1	М1
8	3	2	3	1		2	М1
9	3	3	1	2		3	М1
10	4	1	1	2	1	1	М2
11	4	2	1	2	1	2	М2
12	4	1	1	2	3	3	М2
13	4	3	2	1	2	1	М2
14	4	1	1	1	4	2	М2
15	4	2	1	2	2	3	М2
16	4	1	2	1	3	1	М2
17	4	4	2	1	3	2	М2
18	4	2	1	1	3	3	М2
19	4	4	1	2	1	1	М2
20	4	2	1	1	2	2	М2
21	4	1	3	2	1	3	М2
22	4	1	1	2	2	1	М2
23	4	2	1	2	1	2	М2
24	4	1	1	3	1	3	М2
25	4	3	2	1	1	1	М2
26	4	2	3	1	1	2	М2
27	4	2	1	1	3	3	М2
28	4	1	4	1	2	1	М2
29	4	2	1	2	1	2	М2
30	4	5	1	2	1	3	М2
31	4	3	1	3	1	1	М3
32	4	1	2	1	1	2	М3
33	4	2	1	1	1	3	М3
34	4	1	3	1	3	1	М3
35	4	1	4	1	2	2	М3
36	4	2	1	1	2	3	М3

Вариант (А)	К-во узлов n	Количество приборов в узлах				Но- мер узла	Тип модели см.рис.
		У1	У2	У3	У4		
37	4	1	3	2	1	1	М3
38	4	1	1	2	2	2	М3
39	4	2	1	2	1	3	М3
40	4	1	1	3	1	1	М3
41	4	3	2	1	1	2	М3
42	4	2	3	1	1	3	М3
43	4	2	1	1	3	1	М3
44	4	1	4	1	2	2	М3
45	4	2	1	2	1	3	М3
46	4	5	1	2	1	1	М3
47	4	3	1	3	1	2	М3
48	4	1	2	1	1	3	М3
49	4	2	1	1	1	1	М3
50	4	1	3	1	3	2	М3
51	4	2	1	3	1	1	М3
52	4	3	2	1	2	2	М3

**Номер узла** – это узел, в котором необходимо экспоненциальное распределение длительности обслуживания изменять на распределение Эрланга 2-го порядка и гиперэкспоненциальное распределение с коэффициентом вариации равным 2.

Таблица 2

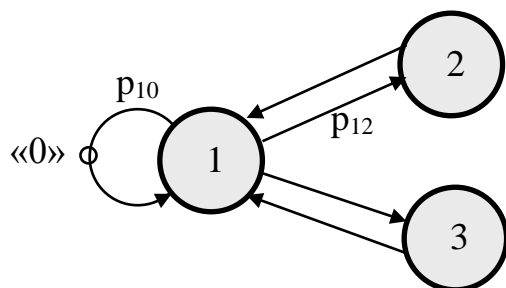
**Вероятности передач и средние длительности обслуживания заявок  
в узлах СеМО**

Вариант (В)	Вероятности передач			Средние длительности обслуживания, с			
	$p_{10}$	$p_{12}$	$p_{13}$	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$
1	0,1	0,3	0,3	1	10	4,5	20
2	0,2	0,4	0,2	2	5,5	10	12
3	0,25	0,25	0,25	4	2,5	14	5
4	0,5	0,25	0,1	5	8,5	5	15
5	0,1	0,5	0,2	10	5	1,5	25
6	0,2	0,3	0,3	1	15	10	6,4
7	0,25	0,5	0,1	2	4,5	5	15
8	0,5	0,3	0,1	4	10	8	9,5
9	0,1	0,4	0,25	5	25	10,5	15
10	0,2	0,5	0,1	10	12	15,5	25

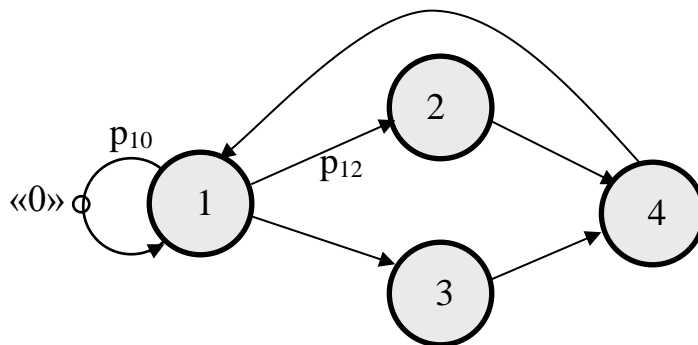


## Типы моделей

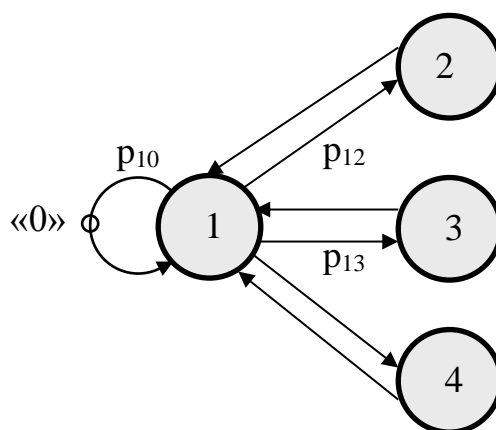
Модель М1



Модель М2



Модель М3



**Примечание:** значения вероятностей передач, *отмеченных на графе модели*, выбираются из таблицы 2. Значения остальных вероятностей передач определяются из условия, что все представленные сетевые модели относятся к классу линейных СеМО, т.е. сумма вероятностей должна быть равна 1.

**Рекомендуемые формы таблиц**

Форма 1

**Результаты варьирования параметров**

Характеристики СеМО	(Критич.число = ) Число заявок в СеМО					(Предельная инт.= ) Инт-ть потока в РСеМО				
	1	2	3	...						
Длина очереди										
Число заявок										
Время ожидания										
Время пребывания										
Производительность										

**Примечание:** вместо предлагаемой таблицы более предпочтительным является представление результатов в виде графиков с указанием на них численных значений характеристик и варьируемых параметров.

Форма 2

**Результаты имитационного моделирования для ЗСеМО**

Длительность моделирования \_\_\_\_\_ Количество заявок \_\_\_\_\_

Характеристики СеМО	ЗСеМО-экспоненциальная					ЗСеМО-неэкспоненциальная				
	Узловые				Сете - вые	Узловые				Сете- вые
	У1	У2	У3	У4		У1	У2	У3	У4	
Загрузка										
Длина очереди										
Производительность										
Время ожидания										
Время пребывания										

**Результаты имитационного моделирования для РСМО**

Длительность моделирования \_\_\_\_\_ Количество заявок \_\_\_\_\_

Характеристики СМО	РСМО-экспоненциальная					РСМО-неэкспоненциальная				
	Узловые				Сетевые	Узловые				Сетевые
	У1	У2	У3	У4		У1	У2	У3	У4	
Загрузка										
Длина очереди										
Число заявок в										
Время ожидания										
Время пребывания										

**Примечания:**

1) рекомендуемые формы таблиц при желании и необходимости могут быть изменены, заменены или представлены в другом виде;

2) вместо таблиц, отражающих зависимости характеристик исследуемых систем от параметров структурно-функциональной организации и параметров нагрузки, **более предпочтительными являются графики этих зависимостей с указанием значений характеристик и их размерностей;**

3) количество таблиц и графиков с результатами и их соотношение — на усмотрение автора (авторов) работы.