

УЧЕБНЫЙ ЦЕНТР ОБЩЕЙ ФИЗИКИ ФТФ

Группа Р3215 К работе допущен _____

Студент Барсуков Максим Андреевич Работа выполнена _____

Преподаватель Хвастунов Н. Н. Отчет принят _____

Отчет по лабораторной работе № 1.01

Исследование распределения случайной величины

1. Цель работы:

Исследовать распределения случайной величины на примере многократных измерений определённого интервала времени.

2. Задачи, решаемые при выполнении работы:

1. Провести многократные измерения определённого интервала времени.
2. Построить гистограмму распределения результатов измерения.
3. Вычислить среднее значение и дисперсию полученной выборки.
4. Сравнить гистограмму с графиком функции Гаусса с такими же, как и у экспериментального распределения средним значением и дисперсией.

3. Объект исследования:

Случайная величина – результат измерения промежутка времени от нажатия кнопки питания ноутбука до загрузки экрана блокировки.

4. Метод экспериментального исследования:

Многократное прямое измерение определённого интервала времени и проверка закономерностей распределения значений этой случайной величины.

5. Рабочие формулы и исходные данные.

- $\langle t \rangle_N = \frac{1}{N} (t_1 + t_2 + \dots + t_N) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i$ – среднее арифметическое всех результатов измерений.
- $\sigma_N = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle_N)^2}$ – выборочное среднеквадратичное отклонение.
- $\rho_{max} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$ – максимальное значение плотности распределения.
- $\sigma_{\langle t \rangle} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle_N)^2}$ – среднеквадратичное отклонение среднего значения.
- $\rho(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(t - \langle t \rangle)^2}{2\sigma^2}\right)$ – нормальное распределение, описываемое функцией Гаусса.
- $\Delta t = t_{\alpha,N} \cdot \sigma_{\langle t \rangle}$ – доверительный интервал.

6. Измерительные приборы.

№ п/п	Наименование	Тип прибора	Используемый диапазон	Погрешность прибора
1	Секундомер	Цифровой	0 – 20 с	0.005 с

7. Схема установки:

Ноутбук ASUS ZenBook 14 UX425 с ОС Manjaro Linux и цифровой секундомер, с ценой деления не более 0,01 с. Первый прибор запускается кнопкой питания и загружается до экрана блокировки SDDM, интервал времени загрузки которого многократно измеряется цифровым секундомером.

8. Результаты прямых измерений и их обработки (таблицы, примеры расчетов).

Таблица 1. Результаты прямых измерений.

№	t_i, c	$t_i - \langle t \rangle_N, c$	$(t_i - \langle t \rangle_N)^2, c^2$
1	12,84	0,01	0,00004356
2	13,78	0,95	0,89605156
3	12,87	0,04	0,00133956
4	12,61	-0,22	0,04990756
5	12,58	-0,25	0,06421156
6	13,31	0,48	0,22714756
7	12,33	-0,50	0,25341156
8	12,06	-0,77	0,59814756
9	13,19	0,36	0,12716356
10	13,05	0,22	0,04691556
11	12,47	-0,36	0,13205956
12	12,95	0,12	0,01359556
13	12,93	0,10	0,00933156
14	12,85	0,02	0,00027556
15	13,01	0,18	0,03118756
16	12,59	-0,24	0,05924356
17	12,55	-0,28	0,08031556
18	12,93	0,10	0,00933156
19	13,40	0,57	0,32103556
20	13,05	0,22	0,04691556
21	13,10	0,27	0,07107556
22	12,35	-0,48	0,23367556
23	13,14	0,31	0,09400356
24	13,26	0,43	0,18198756
25	12,47	-0,36	0,13205956
26	12,65	-0,18	0,03363556
27	12,57	-0,26	0,06937956
28	12,51	-0,32	0,10458756
29	13,34	0,51	0,25664356
30	12,87	0,04	0,00133956
31	12,91	0,08	0,00586756
32	12,76	-0,07	0,00538756
33	12,60	-0,23	0,05447556
34	12,98	0,15	0,02149156
35	12,77	-0,06	0,00401956
36	12,81	-0,02	0,00054756
37	12,66	-0,17	0,03006756
38	12,30	-0,53	0,28451556
39	12,68	-0,15	0,02353156
40	13,56	0,73	0,52794756
41	13,12	0,29	0,08213956
42	13,45	0,62	0,38019556
43	12,48	-0,35	0,12489156
44	12,35	-0,48	0,23367556

45	12,61	-0,22	0,04990756
46	12,91	0,08	0,00586756
47	12,75	-0,08	0,00695556
48	12,79	-0,04	0,00188356
49	12,80	-0,03	0,00111556
50	12,77	-0,06	0,00401956
	$\langle t \rangle_N = 12,8334 \text{ c}$	$\sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle_N) = 0 \text{ c}$	$\sigma_N = 0,3497 \text{ c}$ $\rho_{\max} = 1,1405 \text{ c}^{-1}$

9. Расчет результатов косвенных измерений (таблицы, примеры расчетов).

- $\langle t \rangle_N = \frac{1}{50} \sum_{i=1}^{50} t_i N_i = 12,8334 \text{ c}$
- $\sigma_N = \sqrt{\frac{1}{50-1} \sum_{i=1}^{50} (t_i - 12,8334)^2} = 0,3497 \text{ c}$
- $\rho_{\max} = \frac{1}{0,3497 \sqrt{2\pi}} = 1,1405 \text{ c}^{-1}$
- $\sigma_{\langle t \rangle} = \sqrt{\frac{1}{50 \cdot 49} \sum_{i=1}^{50} (t_i - 12,8334)^2} = 0,0495 \text{ c}$
- $\Delta t = 2,01 \cdot 0,01 = 0,0201 \text{ c}$
- $t_{\min} = 12,06 \text{ c}, t_{\max} = 13,78 \text{ c}, \sqrt{N} \approx 7$ – тогда для построения гистограммы возьмем 7 интервалов
 $\Delta t = 0,246 \text{ c}$

Таблица 2. Данные для построения гистограммы.

Границы интервалов, с	ΔN	$\frac{\Delta N}{N \Delta t}, \text{ c}^{-1}$	$t, \text{ c}$	$\rho, \text{ c}^{-1}$
12,060	2	0,162602	12,183	0,20243
12,306				
12,306	8	0,650407	12,429	0,584588
12,552				
12,552	14	1,138211	12,675	1,029426
12,798				
12,798	13	1,056911	12,921	1,105376
13,044				
13,044	7	0,569106	13,167	0,723759
13,290				
13,290	4	0,325203	13,413	0,288967
13,536				
13,536	2	0,162602	13,658	0,070827
13,780				

Опытное значение плотности вероятности (третий интервал): $\frac{\Delta N}{N \Delta t} = \frac{14}{50 \cdot 0,246} = 1,1382$

Нормальное распределение, описываемое функцией Гаусса: $\rho(12,675) = \frac{1}{0,3497 \sqrt{6,28}} \exp\left(-\frac{(12,675 - 12,8334)^2}{2 \cdot 0,3497^2}\right) = 1,029426 \text{ с}^{-1}$

Таблица 3. Стандартные доверительные интервалы

	Интервал, с		ΔN	$\frac{\Delta N}{N}$	P
	от	до			
$\langle t \rangle_N \pm \sigma$	12,484	13,183	34	0,68	0,683
$\langle t \rangle_N \pm 2\sigma$	12,134	13,533	47	0,94	0,954
$\langle t \rangle_N \pm 3\sigma$	11,784	13,883	50	1	0,997

10. Расчет погрешностей измерений (для прямых и косвенных измерений):

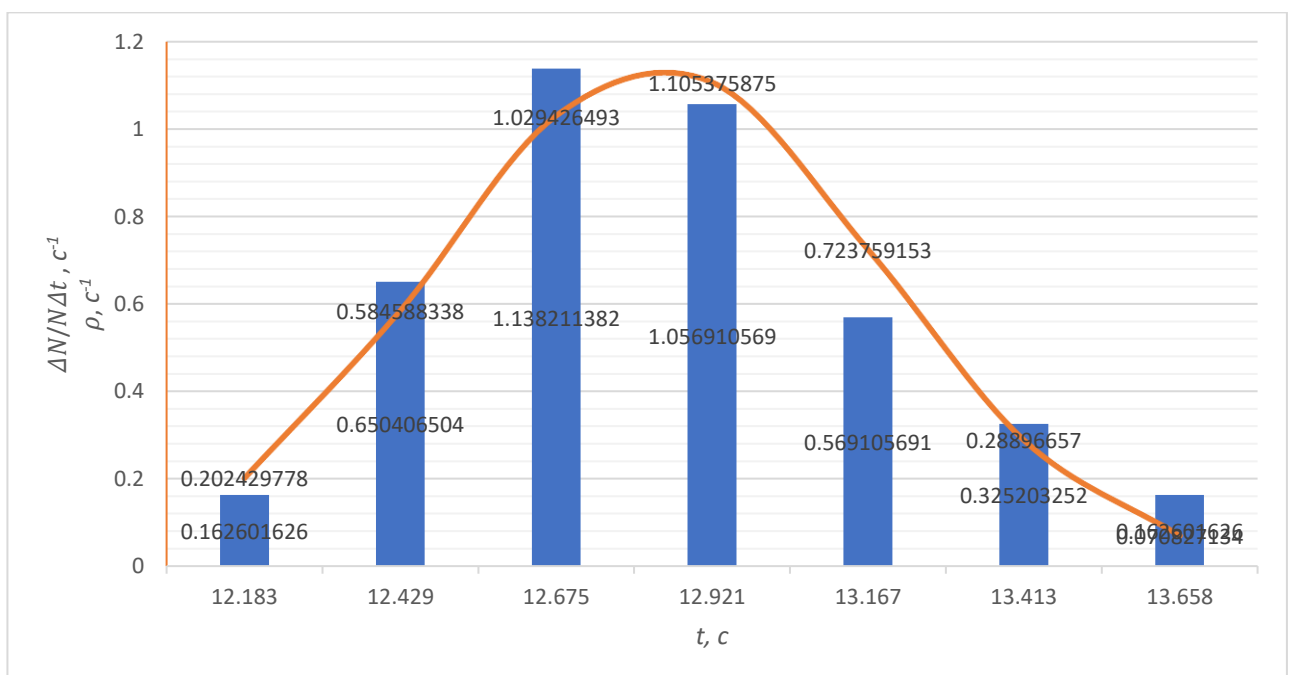
$$\Delta_{ux} = 0,005 \text{ с}; \overline{\Delta x} = t_{\alpha, N} \cdot \sigma_{\langle t \rangle} \approx 2,01 \cdot 0,0495 = 0,099495; t_{\alpha, N} \approx 2,01;$$

Абсолютная погрешность с учетом погрешности прибора: $\Delta x = \sqrt{(\overline{\Delta x})^2 + \left(\frac{2}{3} \Delta_{ux}\right)^2} \approx 0,0995 \text{ с}$

Относительная погрешность измерения: $\varepsilon_x = \frac{\Delta x}{\bar{x}} \cdot 100\% = 5,67\%$

11. Графики:

График 1 – Гистограмма и функция Гаусса



12. Окончательные результаты.

- Среднеквадратичное отклонение среднего значения $\sigma_{\langle t \rangle} = 0,0495 \text{ с}$
- Табличное значение коэффициента Стьюдента $t_{\alpha, N}$ для доверительной вероятности $\alpha = 0,95$: $t_{\alpha, N} = 2,01$
- Доверительный интервал $\Delta t = 0,02 \text{ с}$
- Среднее арифметическое всех результатов измерений $\langle t \rangle_N = 12,8334 \text{ с}$
- Выборочное среднеквадратичное отклонение: $\sigma_N = 0,3497 \text{ с}$
- Максимальное значение плотности распределения $\rho_{\max} = 1,1405 \text{ с}^{-1}$

13. Выводы и анализ результатов работы.

Было исследовано распределение случайной величины на примере многократных замеров временного отрезка, получена выборка из 50 измерений. Результаты прямых измерений, данные для построения гистограммы, стандартные доверительные интервалы были занесены в соответствующие таблицы. После заполнения таблиц была построена гистограмма и функция Гаусса.

При сравнении гистограммы с графиком функции Гаусса - распределения случайной величины (при таких же начальных параметрах) – было отмечено сходство поведения построенной опытным путём функции с теоретико-статистической сущностью.

Работа позволила ознакомиться с законом распределения случайной величины и подробно его изучить.