

Devoir 3

Date de remise : 13 novembre 2017

Jeu de collision

Un développeur de jeu vidéo vous demande de concevoir un moteur physique pour simuler la collision entre deux autos (deux blocs rectangulaires) glissant sur une surface. La masse

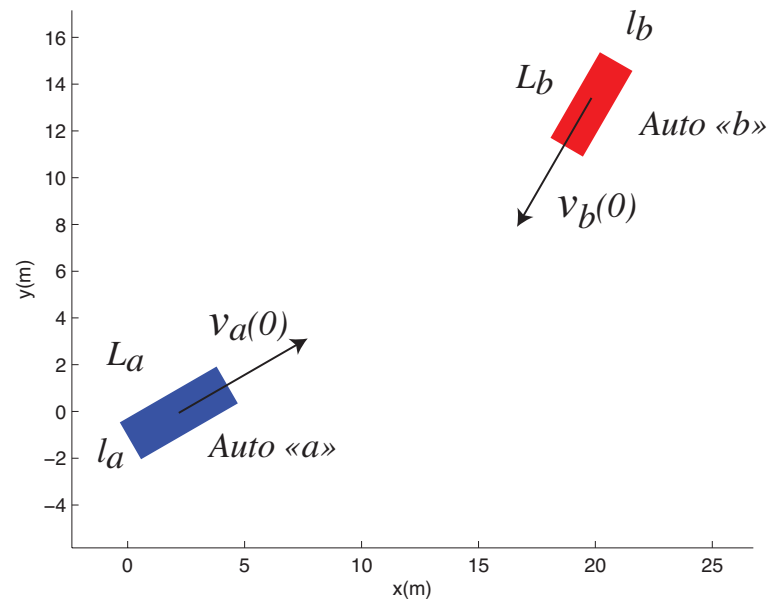


Figure 1: Dimensions et positions initiales des deux autos.

(masse volumique uniforme) et les dimensions de chacune des autos sont fournies au tableau 1.

Tableau 1: Masse et dimensions de chaque auto.

	Auto «a»	Auto «b»
Masse (Kg)	1540	1010
Longueur L (m)	4.78	4.23
Largeur l (m)	1.82	1.6
hauteur h (m)	1.8	1.8

Votre moteur physique doit simuler la situation suivante:

- Au temps $t = 0$, l'auto «a» est localisée au point $(x_{a,c}(0), y_{a,c}(0))$ et possède une vitesse $\vec{v}_a(0)$. Le côté de l'auto le plus long est alors parallèle à $\vec{v}_a(0)$ et fait un angle $\Omega_{z,a}$ par rapport à l'axe des x . Le conducteur décide soudainement de mettre les freins. L'auto commence alors à glisser sur la glace avec une vitesse $\vec{v}_a(0)$ tout en tournant autour de son centre de masse avec une vitesse angulaire $\omega_{z,a}$. Cette vitesse angulaire demeure constante tant qu'il n'y a pas de collision avec l'auto «b».
- Au temps $t = 0$, l'auto «b» est localisée à $(x_{b,c}(0), y_{b,c}(0))$ et roule sur la glace à une vitesse initiale constante $\vec{v}_b(0)$ (vitesse angulaire constante nulle $\omega_{z,b} = 0$). Le côté le plus long de l'auto est parallèle à $\vec{v}_b(0)$ et fait un angle $\Omega_{z,b}$ par rapport à l'axe des x . Son conducteur réalise rapidement que l'auto «a» est hors de contrôle et appuie sur les freins au temps t_b . L'auto «b» commence alors à glisser sur la glace à la vitesse $\vec{v}_b(0)$ tout en tournant autour de son centre de masse à la vitesse $\omega_{z,b} = \omega_{z,b}(t_b)$ qui demeure constante tant et aussi longtemps qu'il n'y a pas de collision avec l'auto «a».

Aucune force de frottement n'agit sur les autos lorsqu'elles roulent sur la glace. La seule force qui agit sur les autos lorsqu'elles glissent sur la glace est la force de frottement entre l'auto et la glace. Cette force dépend de la masse des autos et du coefficient de frottement cinétique. Ce coefficient de frottement cinétique dépend lui-même de la vitesse des autos. Ici, on utilisera

$$\vec{F}_{f,a/b} = -\mu(|\vec{v}_{a/b}|)m_{a/b}g\frac{\vec{v}_{a/b}}{|\vec{v}_{a/b}|} \quad (1)$$

$$\mu(|\vec{v}_{a/b}|) = \begin{cases} 0.15 \left(1 - \frac{|\vec{v}_{a/b}|}{100}\right) & \text{si } |\vec{v}_{a/b}| < 50 \\ 0.075 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2)$$

Le coefficient de restitution lors d'une collision entre les autos est $\epsilon_c = 0.8$. Vous négligerez le frottement entre les deux autos s'il y a une collision.

Le but de ce devoir est de programmer une fonction Matlab qui permet de :

- simuler les trajectoires des deux autos dans le plan $x - y$ en fonction du temps ;
- détecter si des collisions entre les deux autos existent et dans cette éventualité, déterminer les vitesses des autos (centre de masse et vitesse angulaire) après la collision;
- terminer la simulation lorsque la collision se produit ou que la vitesse des autos est inférieure à 1 cm/s.

Votre client vous demande donc de programmer un script Matlab pour effectuer ces simulations qui pourra être appelé directement par son module de contrôle. Le format d'appel qu'il vous impose est le suivant

```
[Coll tf raf vaf rbf vbf]=Devoir3(rai,vai,rbi,vbi,tb)
```

où les données d'entrée sont

- `rai`

Un vecteur de 2 éléments contenant la position initiale en x et y du centre de masse de l'auto «a»

$$- \text{rai} = (x_a(0), y_a(0))$$

- `vai`

Un vecteur de 3 éléments contenant la vitesse linéaire initiale en x et y du centre de masse de l'auto «a» ainsi que sa vitesse angulaire initiale $\omega_{z,a}(0)$ autour de son centre de masse

$$- \text{vai} = (v_{x,a}(0), v_{y,a}(0), \omega_{z,a}(0))$$

- `rbi`

Un vecteur de 2 éléments contenant la position initiale en x et y du centre de masse de l'auto «b»

$$- \text{rbi} = (x_b(0), y_b(0))$$

- `vbi`

Un vecteur de 3 éléments contenant la vitesse linéaire initiale en x et y du centre de masse de l'auto «b» ainsi que sa vitesse angulaire $\omega_{z,b}(t_b)$ autour de son centre de masse au temps t_b

$$- \text{vbi} = (v_{x,b}(0), v_{y,b}(0), \omega_{z,b}(t_b))$$

- `tb`

Temps t_b lorsque le conducteur de la voiture «b» met les freins et commence à glisser sur la glace.

Les résultats produits par cette fonction Matlab sont

- `Coll`

`Coll=0` indique que les deux autos sont entrées en collision. `Coll=1` indique qu'aucune collision n'a eu lieu.

- `tf`

Temps t_f de la fin de la simulation (collision ou arrêt des deux autos).

- `raf`

Un vecteur de 3 éléments contenant la position finale en x et y du centre de masse de l'auto «a» ainsi que l'angle de rotation $\Omega_{z,a}(t_f)$ de l'auto autour de son centre de masse après la simulation.

$$- \text{raf} = (x_a(t_f), y_a(t_f), \Omega_{z,a}(t_f))$$

- vaf

Un vecteur de 3 éléments contenant la vitesse linéaire finale en x et y du centre de masse de l'auto «a» (après la collision ou au moment où les deux autos sont au repos) ainsi que sa vitesse angulaire finale $\omega_{z,a}(t_f)$ autour de son centre de masse

$$- \text{vaf} = (v_{x,a}(t_f), v_{y,a}(t_f), \omega_{z,a}(t_f))$$

- rbf

Un vecteur de 3 éléments contenant la position finale en x et y du centre de masse de l'auto «b» ainsi que l'angle de rotation $\Omega_{z,b}(t_f)$ de l'auto autour de son centre de masse après la simulation.

$$- \text{rbf} = (x_b(t_f), y_b(t_f), \Omega_{z,b}(t_f))$$

- vbf

Un vecteur de 3 éléments contenant la vitesse linéaire finale en x et y du centre de masse de l'auto «b» ainsi que sa vitesse angulaire finale $\omega_{z,b}(t_f)$ autour de son centre de masse après la collision ou au moment où les deux autos sont au repos

$$- \text{vbf} = (v_{x,b}(t_f), v_{y,b}(t_f), \omega_{z,b}(t_f))$$

Les vitesses initiales des autos pour les six cas à simuler et à analyser sont données au tableau 2. La précision requise pour les résultats des simulations correspond à des erreurs maximales sur les positions de la collision en x et y de ± 1 cm (positions du centre de masse des autos). La partie du rapport où les simulations sont analysées doit contenir des tableaux

Tableau 2: Conditions initiales pour les six cas à simuler.

Tir	rai	vai	rbi	vbi	tb
1	[0 0]	[20 0 2]	[100 100]	[0 -20 -1]	0.0
2	[0 0]	[30 0 2]	[100 100]	[0 -30 -1]	0.0
3	[0 0]	[20 0 2]	[100 50]	[0 -10 0]	1.6
4	[0 0]	[10 10 1]	[25 10]	[10 0 0]	0.0
5	[0 0]	[20 0 2]	[100 50]	[0 -10 0]	0.0
6	[0 0]	[20 2 2]	[100 10]	[10 0 5]	1.0

présentant les résultats obtenus pour chacun des six cas. Ceci inclus (Coll), le temps à l'arrêt t_f ainsi que le contenu des variables raf, vaf, rbf et vbf. Des graphiques illustrant la trajectoire des autos pour les différentes simulations sont requis (voir par exemple la figure 2).

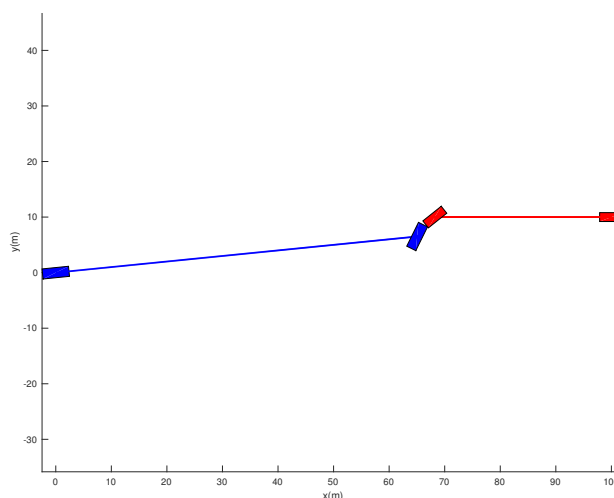


Figure 2: Trajectoire des autos et détection d'une collision.

Instructions pour le devoir

Le devoir sera noté sur 15. Cette note sera divisée en deux parties : 9 points seront alloués au rapport et 6 points à la fonction `Devoir3.m` que vous devez rendre avec le rapport.

- Évaluation du rapport (9 points)

1. Mise en page (0,5 point).

Ces points sont accordés pour la qualité globale du rapport.

2. Orthographe et syntaxe (0,5 point)

Le rapport devrait, si possible, être exempt d'erreurs de syntaxe.

3. Introduction (0,5 point)

Le rapport doit inclure une brève description du devoir.

4. Théorie et équations (3,5 points)

Vous devez fournir les équations utilisées par le logiciel incluant :

- les équations du mouvement à résoudre ;
- les équations utilisées pour identifier une collision ou déterminer l'arrêt de la simulation ;
- si une collision entre les autos se produit, les équations pour déterminer les vitesses linéaires et angulaires des deux autos tout juste après la collision.

Vous devez aussi indiquer et justifier la méthode de résolution des équations du mouvement ainsi que les intervalles de temps Δt choisis pour la résolution.

5. Présentation et analyse des résultats (3,5 points)
Vous devez présenter et discuter les résultats obtenus pour les différentes simulations requises. Ceci doit inclure une discussion concernant les vérifications que vous avez effectuées pour vous assurer de la précision de vos simulations.
 6. Conclusion (0,5 point)
Vous devez inclure une discussion des problèmes rencontrés lors de la programmation et des simulations.
- Évaluation de la fonction requise pour les simulations (6 points)
 1. La fonction `Devoir3.m` est conforme aux instructions du devoir (2 points).
 2. Elle peut être exécutée et produit les résultats requis et qui sont ceux que vous avez présentés dans votre rapport (4 points).