(Следовательно, системы со смешанным целочисленным основанием обладают этим свойством. Наиболее общими системами такого типа являются системы со смешанным основанием, у которых $\beta_1 = (c_0 + 1)\beta_0, \beta_2 = (c_1 + 1)(c_0 + 1)\beta_0, ..., \beta_{-1} = \beta_0/(c_{-1} + 1), ...$)

1 ***[M21]***

Покажите, что любое ненулевое число имеет единственное "знакопеременное двоичное представление"

$$2^{e_0} - 2^{e_1} + ... + (-1)^t 2^{e_t},$$

где $e_0 < e_1 < ... < e_t$

2 ***[M24]***

Покажите, что любое неотрицательное комплексное число вида a + bi, где a и b — целые числа, обладает единственным "периодическим двоичным представлением"

$$1 + (i)^{e_0} + i(1 + (i))^{e_0} - (1 + i)^{e_3} + ... + i^{-t}(1 + i)^{e_t},$$

где $e_0 < e_1 < ... < e_t$ (ср. с упр. 27).

3 ***[M35]***

(Н. Г. де Брейн (N. G. de Bruijn).) Пусть $S_0, S_1, S_2, ...$ - множества неотрицательных целых чисел; говорят, что совокупность $\{S_0, S_1, S_2, ...\}$ обладает свойством B, если любое неотрицательное целое число n может быть единственным способом записано в виде

$$n = s_0 + s_1 + ..., s_j \in S_j$$

(Свойство B означает, что $0 \in S_j$ для всех j, поскольку n = 0 может быть представлено только как 0 + 0 + 0 + ...) Любая система счисления со смешанным основанием $b_0, b_1, b_2, ...$ дает пример совокупности множеств, удовлетворяющих свойству B, если положить $S_j = \{0, B_j, ..., (b_j{}^-1)B_j\}, B_j = b_0 b_1 ... bj - i$. В таком случае представление $n = s_0 + s_1 + s_2 + ...$ очевидным образом соответствует представлению (9) этого числа по смешанному основанию. Далее, если совокупность $\{S_0, S_1, S_2, ...\}_{0,\,1,\,2,}...$ обладает свойством B, то, каково бы ни было разбиение $_{0,\,1,\,2,}...$ неотрицательных целых чисел (т. е. $_0 \cup {}_1 \cup {}_2 U ... = \{0, 1, 2, ...\} A_i \cap A_j = \times\emptyset$