

La transformée de Fourier appliquée à la compression d'images.

Le sujet mêle le traitement du signal et la compression d'images, à travers un lien que je n'avais pas soupçonné. Le traitement du signal est un thème qui m'a rapidement intéressé. Je suis ravi de pouvoir l'explorer à travers un contexte aussi pratique et visuel.

La transmission de données est de plus en plus importante dans le monde urbanisé. Réduire la taille des données à transmettre est un objectif double. D'une part accélérer le temps de transmission. D'autre part réduire la quantité de données à stocker.

Positionnement thématique (ETAPE 1)

INFORMATIQUE (Informatique pratique), INFORMATIQUE (Informatique Théorique), MATHEMATIQUES (Analyse).

Mots-clés (ETAPE 1)

Mots-Clés (en français)	Mots-Clés (en anglais)
<i>Compression</i>	<i>Compression</i>
<i>Traitement d'images</i>	<i>Image processing</i>
<i>Transformée de Fourier</i>	<i>Fourier transform</i>
<i>JPEG</i>	<i>JPEG</i>
<i>Entropie</i>	<i>Entropy</i>

Bibliographie commentée

Dans son article *A mathematical theory of communication* [1] Claude Shannon expose les premières idées de la théorie de l'information. Il crée le concept d'entropie qui correspond à la quantité d'information contenue par une source d'information. Shannon a montré que la compression sans perte produit un code dont la taille est bornée par l'entropie de la source (théorème du codage sans bruit) [1][2][5]. Pour dépasser ce seuil et ainsi améliorer les algorithmes de compression, on procède à la compression avec pertes. On s'intéresse à la source d'un point de vue global plutôt que local, comme le faisaient des algorithmes de compression sans pertes comme RLE ou Huffman [3]. Ainsi on utilise des algorithmes de compressions différents pour chaque type de source (image, son) plutôt que de voir chaque source comme une suite de bits et d'appliquer les algorithmes compression sans pertes.

Les transformations sont un bon moyen pour répondre à cet objectif, en effet : ce sont des opérateurs inversibles et linéaires qui permettent de changer le domaine de représentation de la source afin de concentrer l'information (l'énergie) de la source en un minimum de coefficients pour réduire son entropie. [3][4][5]

Nous nous intéresserons à la transformée de Fourier qui permet de passer d'une représentation spatiale à une représentation fréquentielle. Les basses fréquences d'une image contiennent ses informations essentielles (zones uniformes, dégradés) contrairement aux hautes fréquences qui

correspondent aux détails (contours, bruits) [3]. L'objectif de la compression sera d'atténuer ces hautes fréquences auxquelles l'œil humain est moins sensible.

La transformée de Fourier a été massivement utilisée en compression d'images à tel point qu'elle a été implémentée au niveau de la machine [3][4]. En effet la transformation est :

- rapide, il existe des algorithmes dont le temps d'exécution est de l'ordre de $O(n \log n)$ (contrairement à la transformation optimale transformation de Karhunen-Loève qui s'exécute en $O(n^4)$). [3]
- efficace, elle concentre fortement l'énergie et permet une bonne décorrélation des pixels, elle se rapproche donc de la transformation optimale. [3][4]

Malgré tout ces avantages, la transformée de Fourier crée des discontinuités aux bords des blocs sur lesquels elle est appliquée [3][5] (on l'utilise sur des sous-blocs de l'image pour gagner du temps de calcul), on utilisera donc la transformée en cosinus discrète (TCD ou DCT) afin de résoudre ce problème. La TCD se déduit de la transformée de Fourier : il s'agit donc de la même opération. [3][5]

L'algorithme de JPEG (Joint Photographic Experts Group) est un standard des algorithmes de compression d'images qui utilise notamment la TCD pour réaliser la compression. Il consiste d'une part à appliquer la TCD à l'image puis lui appliquer un 'filtre' (la quantification) pour supprimer les hautes fréquences, enfin à appliquer un algorithme de codage sans pertes (notamment Huffman) pour compresser l'image quantifiée.

Problématique retenue

Il s'agit de comprendre pourquoi et comment on utilise la transformée de Fourier en compression d'image notamment à travers l'exemple de l'algorithme de compression JPEG.

Objectifs du TIPE

- Comprendre la transformée de Fourier (discrète) et ses propriétés.
- Implémenter un algorithme de compression utilisant la transformée de Fourier.
- Evaluer la qualité de la compression obtenue.

Références bibliographiques (ETAPE 1)

- [1] CLAUDE SHANNON : A mathematical theory of communication : *Bell System Technical Journal*, vol. 27, no 3, juillet 1948, p. 379-423 (DOI 10.1002/j.1538-7305.1948.tb01338.x) & *Bell System Technical Journal*, vol. 27, no 4, octobre 1948, p. 623-666 (DOI 10.1002/j.1538-7305.1948.tb00917.x)
- [2] JEAN-GUILLAUME DUMAS, JEAN-LOUIS ROCH, ÉRIC TANNIER, SÉBASTIEN VARETTE : Théorie des codes : Compression, cryptage, correction : *Dunod 3e édition (2018) ISBN 978-2-10-078109-6*
- [3] ERIC INCERTI : Compression d'images : Algorithmes et standards : *Vuibert (2003) ISBN 2-*

7117-4815-4

[4] MOUSSA AMMAR : Optimisation d'un schéma de codage d'image à base d'une TCD.

Application à un codeur JPEG pour l'enregistrement numérique à bas débit : (*Thèse soutenue le 14 janvier 2002*) : <https://pastel.archives-ouvertes.fr/tel-00005739>

[5] JEAN-PAUL GUILLOIS : Techniques de compression des images : *Hermès (1996) ISBN 2-86601-536-3*