

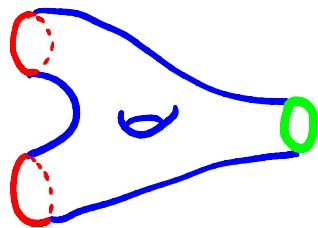
Théorie des champs quantiques topologiques (TQFT)

Théorie des champs quantiques topologiques (TQFT)

$n \in \mathbb{N}$

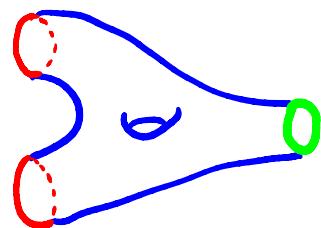
Théorie des champs quantiques topologiques (TQFT)

$n \in \mathbb{N}$



Théorie des champs quantiques topologiques (TQFT)

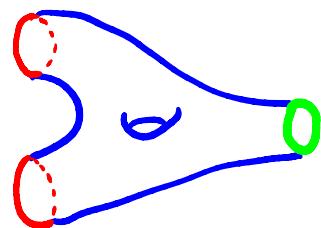
$n \in \mathbb{N}$



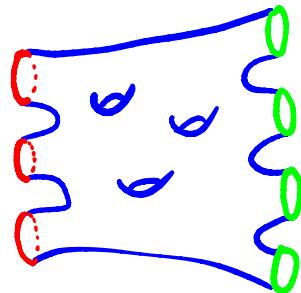
$$A \in \text{Mat}(n^{\#\text{bords vertes}} \times n^{\#\text{bords rouges}}, \mathbb{R})$$

Théorie des champs quantiques topologiques (TQFT)

$n \in \mathbb{N}$



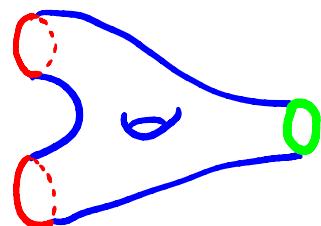
$$A \in \text{Mat}(n^{\#\text{bords vertes}} \times n^{\#\text{bords rouges}}, \mathbb{R})$$



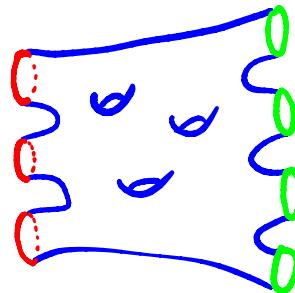
$$A \in \text{Mat}(n^4 \times n^3, \mathbb{R})$$

Théorie des champs quantiques topologiques (TQFT)

$n \in \mathbb{N}$



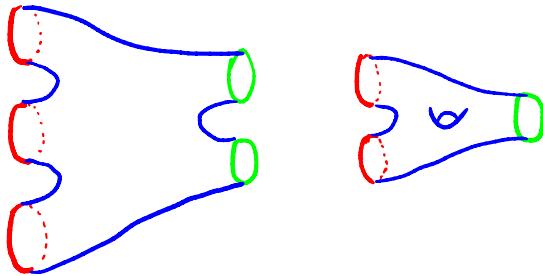
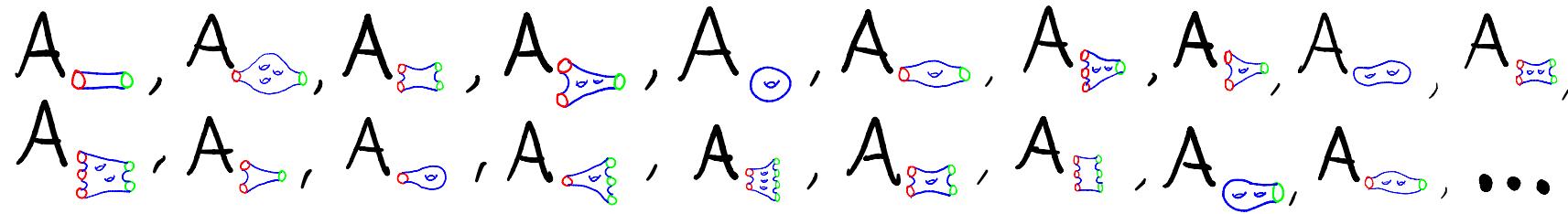
$$A \in \text{Mat}(n^{\#\text{bords vertes}} \times n^{\#\text{bords rouges}}, \mathbb{R})$$

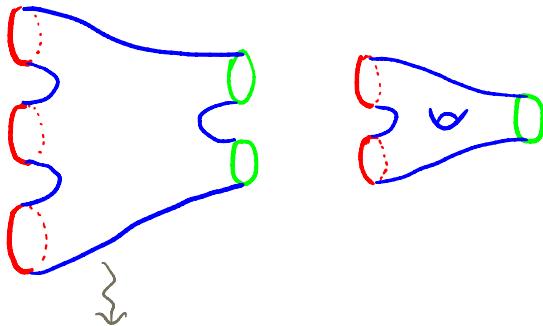
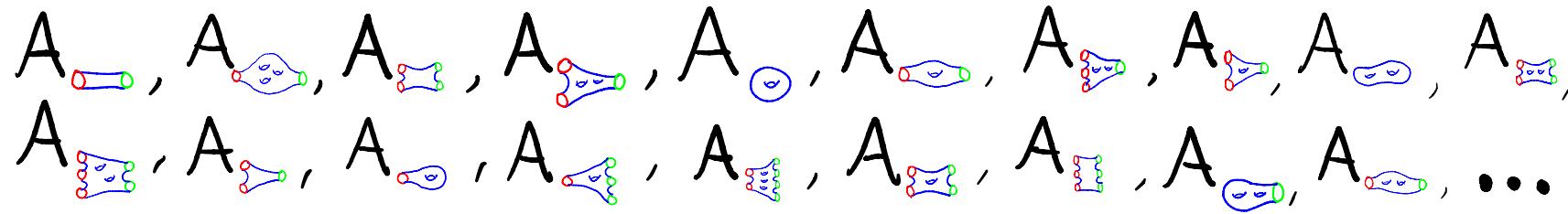


$$A \in \text{Mat}(n^4 \times n^3, \mathbb{R})$$

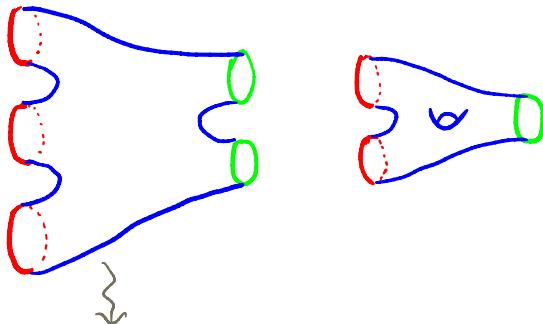
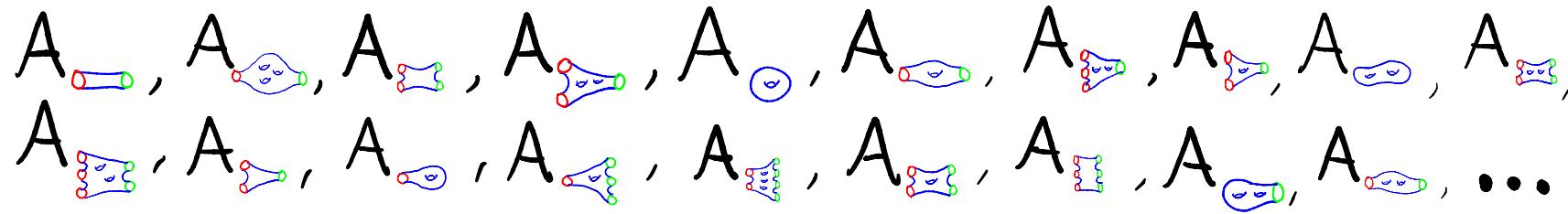
⋮

A₀, A₁, A₂, A₃, A₄, A₅, A₆, A₇, A₈, A₉, A₁₀,
A₁₁, A₁₂, A₁₃, A₁₄, A₁₅, A₁₆, A₁₇, A₁₈, A₁₉, A₂₀, ...

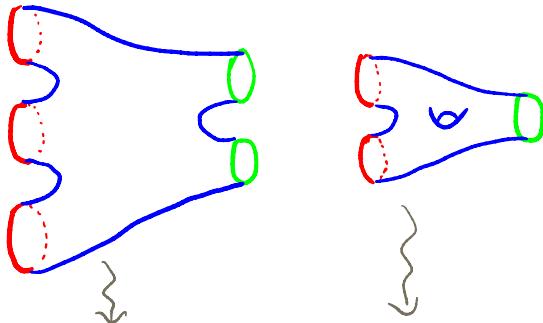
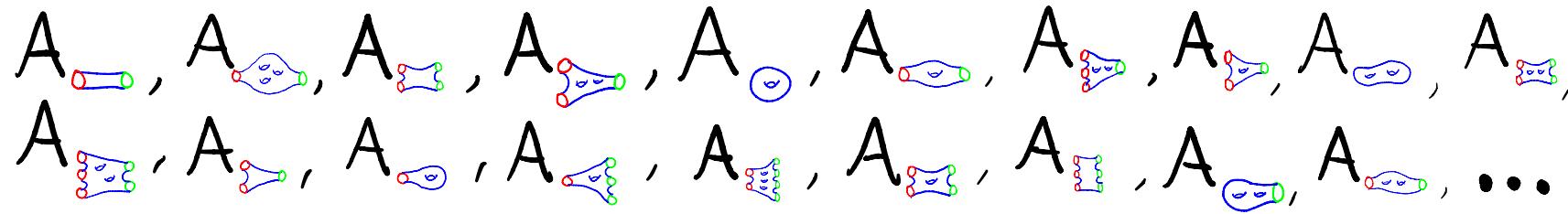




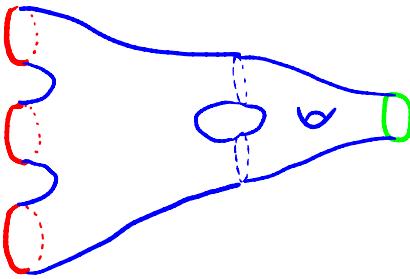
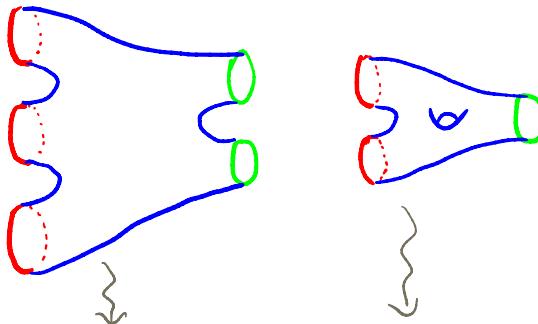
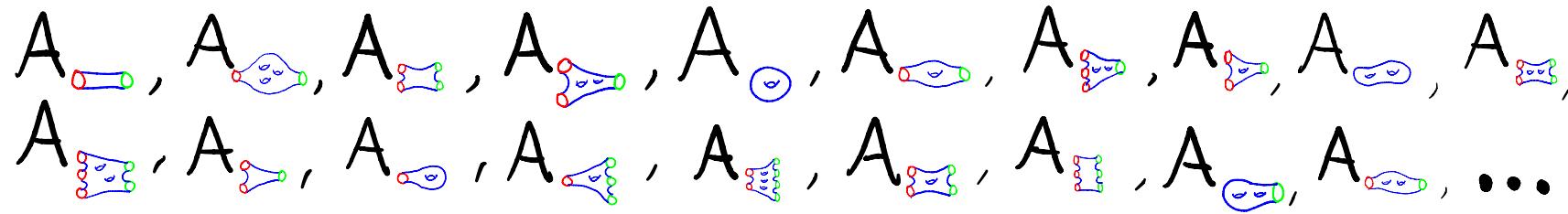
$$\mathbb{R}^{n^3} \xrightarrow{A} \mathbb{R}^{n^2}$$



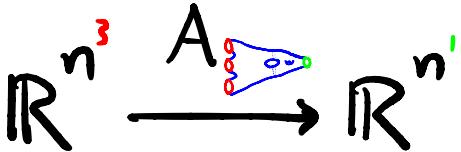
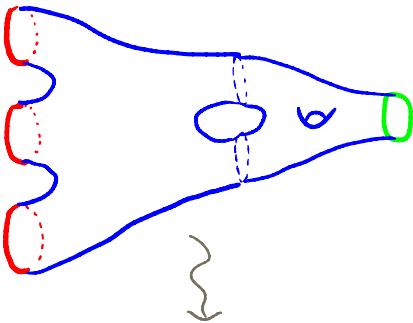
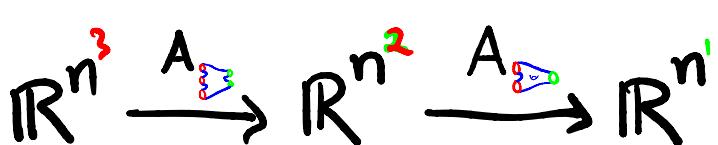
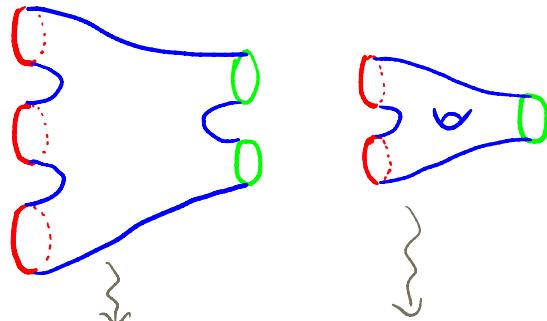
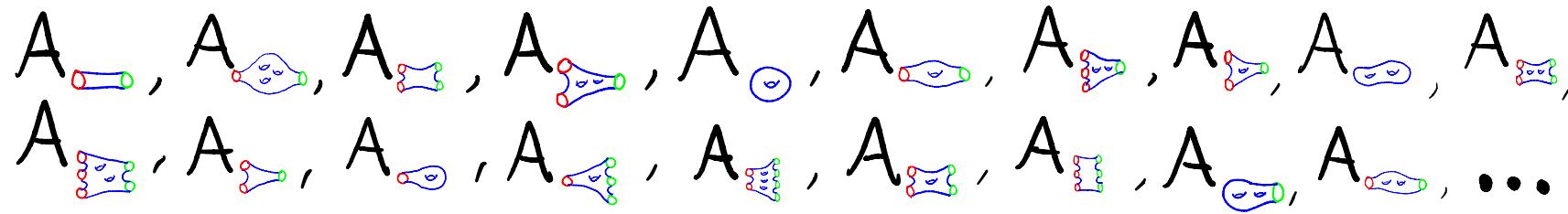
$$\mathbb{R}^{n^3} \xrightarrow{A} \mathbb{R}^{n^2}$$

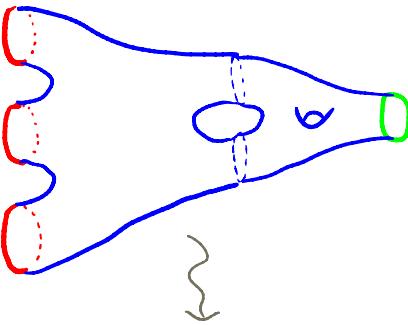
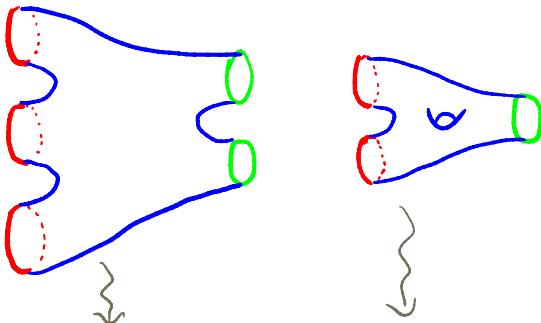
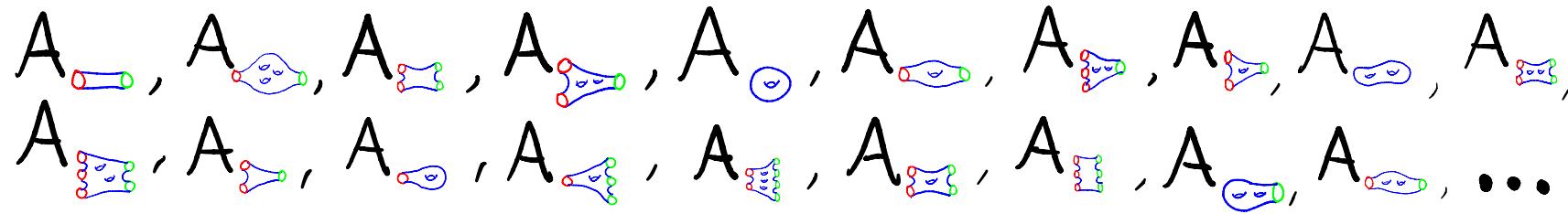


$$\mathbb{R}^{n^3} \xrightarrow{A} \mathbb{R}^{n^2} \xrightarrow{A} \mathbb{R}^{n^1}$$



$$\mathbb{R}^{n^3} \xrightarrow{A} \mathbb{R}^{n^2} \xrightarrow{A} \mathbb{R}^{n^1}$$





$$\mathbb{R}^{n^3} \xrightarrow{A} \mathbb{R}^{n^2} \xrightarrow{A} \mathbb{R}^{n^1}$$

$$\mathbb{R}^{n^3} \xrightarrow{A} \mathbb{R}^{n^1}$$

$$A_{\text{---}} A_{\text{---}} = A_{\text{---}}$$

Théorie des cordes:

particules



Cordes



Théorie des cordes:

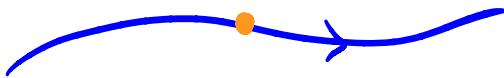
particules



Cordes



trajectoires



Théorie des cordes:

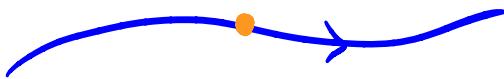
particules



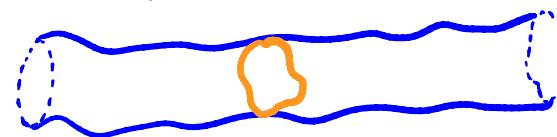
Cordes



trajectoires



surfaces



Théorie des cordes:

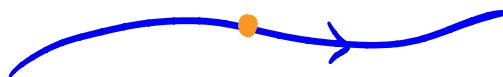
particules



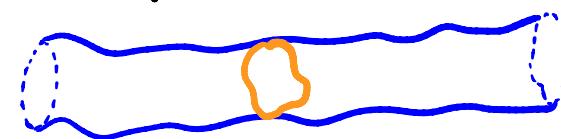
Cordes



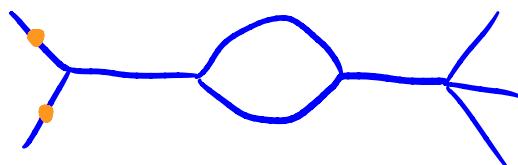
trajectoires



surfaces



interaction



Théorie des cordes:

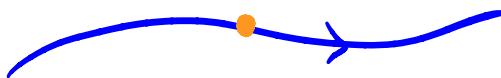
particules



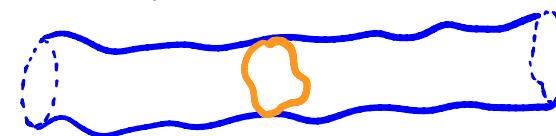
Cordes



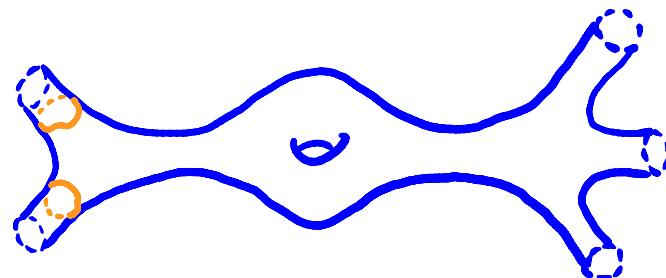
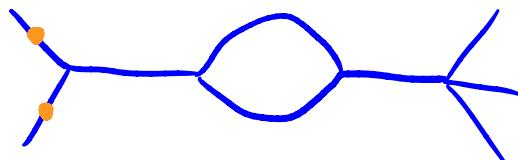
trajectoires



surfaces



interaction



Conjecture de Moore-Tachikawa (2011)

Conjecture de Moore-Tachikawa (2011)

G groupe de matrices satisfaisant certaines propriétés

Conjecture de Moore-Tachikawa (2011)

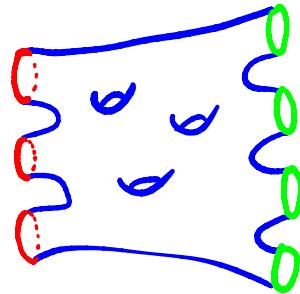
G groupe de matrices satisfaisant certaines propriétés

Ex : $G = GL(n, \mathbb{C}) = \{ A \in \text{Mat}(n \times n, \mathbb{C}) : \det(A) \neq 0 \}$

Conjecture de Moore-Tachikawa (2011)

G groupe de matrices satisfaisant certaines propriétés

Ex : $G = \text{GL}(n, \mathbb{C}) = \{ A \in \text{Mat}(n \times n, \mathbb{C}) : \det(A) \neq 0 \}$



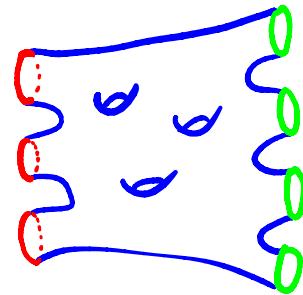
TQFT G

ensemble de solutions
d'un système de polynômes
avec une action de $G^{\# \text{bords rouges}} \times G^{\# \text{bords verts}}$

Conjecture de Moore-Tachikawa (2011)

G groupe de matrices satisfaisant certaines propriétés

Ex : $G = GL(n, \mathbb{C}) = \{ A \in \text{Mat}(n \times n, \mathbb{C}) : \det(A) \neq 0 \}$



TQFT G

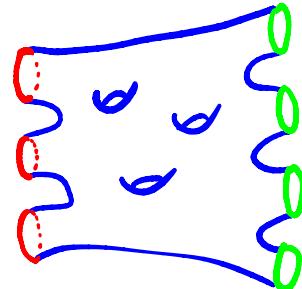
ensemble de solutions
d'un système de polynômes
avec une action de $G^{\# \text{bords rouges}} \times G^{\# \text{bords verts}}$

$$\text{TQFT}_{GL(2, \mathbb{C})}(\text{Diagram}) = \mathbb{C}^8$$

Conjecture de Moore-Tachikawa (2011)

G groupe de matrices satisfaisant certaines propriétés

Ex : $G = GL(n, \mathbb{C}) = \{ A \in \text{Mat}(n \times n, \mathbb{C}) : \det(A) \neq 0 \}$



TQFT G

ensemble de solutions
d'un système de polynômes
avec une action de $G^{\# \text{bords rouges}} \times G^{\# \text{bords verts}}$

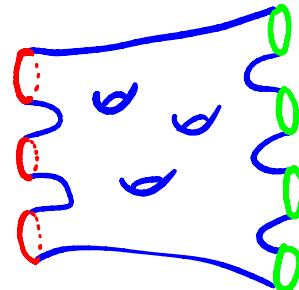
$$\text{TQFT}_{GL(2, \mathbb{C})} \left(\text{shape} \right) = \mathbb{C}^8$$

$$\text{TQFT}_{GL(3, \mathbb{C})} \left(\text{shape} \right) = \{ \text{matrices nilpotentes dans l'algèbre de Lie exceptionnelle } E_6 \}$$

Conjecture de Moore-Tachikawa (2011)

G groupe de matrices satisfaisant certaines propriétés

Ex : $G = GL(n, \mathbb{C}) = \{ A \in \text{Mat}(n \times n, \mathbb{C}) : \det(A) \neq 0 \}$



TQFT $_G$

ensemble de solutions
d'un système de polynômes
avec une action de $G^{\# \text{bords rouges}} \times G^{\# \text{bords verts}}$

$$\text{TQFT}_{GL(2, \mathbb{C})} \left(\text{shape} \right) = \mathbb{C}^8$$

$$\text{TQFT}_{GL(3, \mathbb{C})} \left(\text{shape} \right) = \{ \text{matrices nilpotentes dans l'algèbre de Lie exceptionnelle } E_6 \}$$

$$\text{TQFT}_{GL(4, \mathbb{C})} \left(\text{shape} \right) = ?$$

Version ultra simplifiée :

G groupe ($\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$, S_n , $GL(n, \mathbb{C})$, ...)

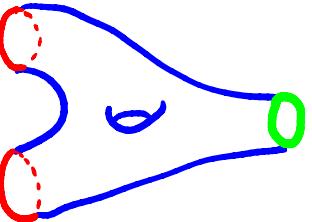
Version ultra simplifiée :

G groupe ($\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$, S_n , $GL(n, \mathbb{C})$, ...)



Version ultra simplifiée :

G groupe ($\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$, S_n , $GL(n, \mathbb{C})$, ...)



$TQFT_G$ \rightsquigarrow ensemble avec une action de $G^{\# \text{bords rouges}} \times G^{\# \text{bords verts}}$

$$= G^{\# \text{bords rouges}} \times G^{\# \text{bords verts}} / G$$

Version ultra simplifiée :

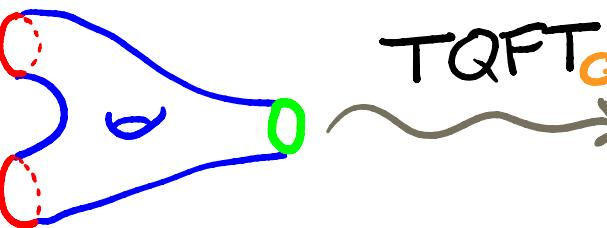
G groupe ($\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$, S_n , $GL(n, \mathbb{C})$, ...)

TQFT _{G} \rightsquigarrow ensemble avec une action de $G^{\# \text{bords rouges}} \times G^{\# \text{bords verts}}$
= $G^{\# \text{bords rouges}} \times G^{\# \text{bords verts}} / G$

But du projet: Montrer qu'il s'agit bien d'une TQFT.

Version ultra simplifiée :

G groupe ($\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$, S_n , $GL(n, \mathbb{C})$, ...)


$$\text{TQFT}_G \rightarrow \text{ensemble avec une action de } G^{\# \text{bords rouges}} \times G^{\# \text{bords verts}}$$
$$= G^{\# \text{bords rouges}} \times G^{\# \text{bords verts}} / G$$

But du projet: Montrer qu'il s'agit bien d'une TQFT.

Prérequis: Savoir ce qu'est un groupe.

Version ultra simplifiée :

G groupe ($\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$, S_n , $GL(n, \mathbb{C})$, ...)



But du projet : Montrer qu'il s'agit bien d'une TQFT.

Prérequis : Savoir ce qu'est un groupe.

Nouvelles notions : • Théorie des catégories

Version ultra simplifiée :

G groupe ($\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$, S_n , $GL(n, \mathbb{C})$, ...)



But du projet : Montrer qu'il s'agit bien d'une TQFT.

Prérequis : Savoir ce qu'est un groupe.

- Nouvelles notions :
- Théorie des catégories
 - Théorie des graphes



Version ultra simplifiée :

G groupe ($\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$, S_n , $GL(n, \mathbb{C})$, ...)



But du projet : Montrer qu'il s'agit bien d'une TQFT.

Prérequis : Savoir ce qu'est un groupe.

- Nouvelles notions :
- Théorie des catégories
 - Théorie des graphes
 - (Physique mathématique)

