

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ «МЭИ»

Отчет

о выполнении лабораторной работы №4
«Моделирование следящей системы»

Студент гр. ЭР-15-16

Попов Максим Геннадьевич

Вариант 9

Москва, 2020

1. Постановка задачи

Моделируется следящая система (СС) за частотой.

Требуется:

- 1) Построить график зависимости динамической ошибки оценивания от полосы следящей системы.
- 2) Построить график зависимости флуктуационной ошибки оценивания от полосы следящей системы.
- 3) Построить график общей среднеквадратической ошибки оценивания частоты от полосы следящей системы.
- 4) Определить шумовую полосу следящей системы, при которой достигается минимум среднеквадратической ошибки оценивания частоты.

Допущения:

- 1) Моделирование будем производить в линейном приближении работы следящей системы по методу информационного параметра.
- 2) Процесс частоты развивается в соответствии с моделью второго порядка как интеграл от винеровского случайного процесса.

2. Математические модели

В соответствии с вариантом задания $D_\xi = 7$ – дисперсия формирующего шума, $D_\eta = 11$ – дисперсия эквивалентных наблюдений.

Математическая модель процесса частоты:

$$\begin{aligned}\omega_k &= \omega_{k-1} + \nu_{k-1}T \\ \nu_k &= \nu_{k-1} + \xi_k T \\ \xi_k &\sim N(0, D_\xi) \\ M \begin{bmatrix} \xi_i & \xi_j \end{bmatrix} &= D_\xi \delta_{ij}\end{aligned}$$

Начальные значения:

$$\omega_0 = 0, \quad \nu_0 = 0$$

Выражения можно записать в векторном виде

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_k &= \mathbf{F}\mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{G}\xi_k, \\ \mathbf{x}_k &= \begin{bmatrix} \omega_k \\ \nu_k \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{G} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & T \end{bmatrix}, \quad \xi_k = \begin{bmatrix} 0 \\ \xi_k \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Алгоритм работы следящей системы относительно информационного параметра:

$$\begin{aligned} \hat{\omega}_k &= \tilde{\omega}_k + K_1(\omega_{meas,k} - \tilde{\omega}_k), \\ \hat{\nu}_k &= \tilde{\nu}_k + K_2(\omega_{meas,k} - \tilde{\omega}_k), \\ \tilde{\omega}_k &= \hat{\omega}_{k-1} + \hat{\nu}_{k-1}T, \quad \tilde{\nu}_k = \hat{\nu}_{k-1}, \end{aligned}$$

инициализационные значения

$$\hat{\omega}_0 = 0, \quad \hat{\nu}_0 = 0$$

коэффициенты определяются шумовой полосой системы Δf

$$\begin{aligned} K_1 &= \frac{8}{3} \cdot \Delta f \cdot T, \\ K_2 &= \frac{32}{9} \cdot \Delta f^2 \cdot T, \end{aligned}$$

$\omega_{meas,k}$ - поступившие на k-м шаге измерения частоты.

Алгоритм может быть представлен в векторном виде

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}_k &= \begin{bmatrix} \hat{\omega}_k \\ \hat{\nu}_k \end{bmatrix} = \tilde{\mathbf{x}}_k + \mathbf{K}(\omega_{meas,k} - \tilde{\omega}_k), \\ \tilde{\mathbf{x}}_k &= \begin{bmatrix} \tilde{\omega}_k \\ \tilde{\nu}_k \end{bmatrix} = \mathbf{F}\hat{\mathbf{x}}_{k-1}, \quad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

3. Тестовое воздействие

Условия: Исключим формирующий шум и шум наблюдений. Установим полосу СС равной 2 Гц. Установим начальную ошибку слежения на уровне нескольких Гц.

Ожидаемый результат: Следящая система произведет подстройку частоты, ошибка в установившемся режиме будет равняться нулю (ввиду величины астатизма). Характерное время переходного процесса – несколько обратных значений полосы, т.е. для 2 Гц около 1-2 секунд.

4. Проверка модели в тестовых условиях

Составлена программа компьютерной модели:

В качестве тестовых условий сократили время моделирования до 5 секунд, приравняли нулю дисперсии формирующего шума и шума наблюдений, начальное значение оцениваемого процесса частоты установили на 10 рад/с больше, чем начальное значение частоты в оценке вектора состояния.

```
Tmax = 5;  
Dksi = 7*0; % Дисперсия формирующего шума  
Deta = 11*0; % Дисперсия шумов наблюдений  
Xest = [0; 0]; % Начальные условия  
Xist = [11; 0];
```

Построим графики истинного процесса частоты и оценки частоты:

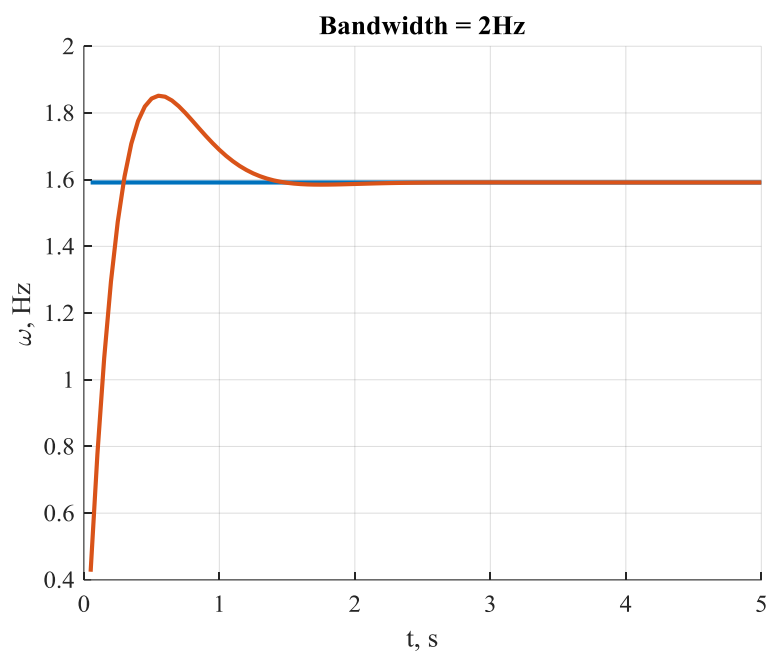


Рисунок П1.1 – Процесс частоты (синий) и его оценка (оранжевый)

График ошибки оценивания частоты:

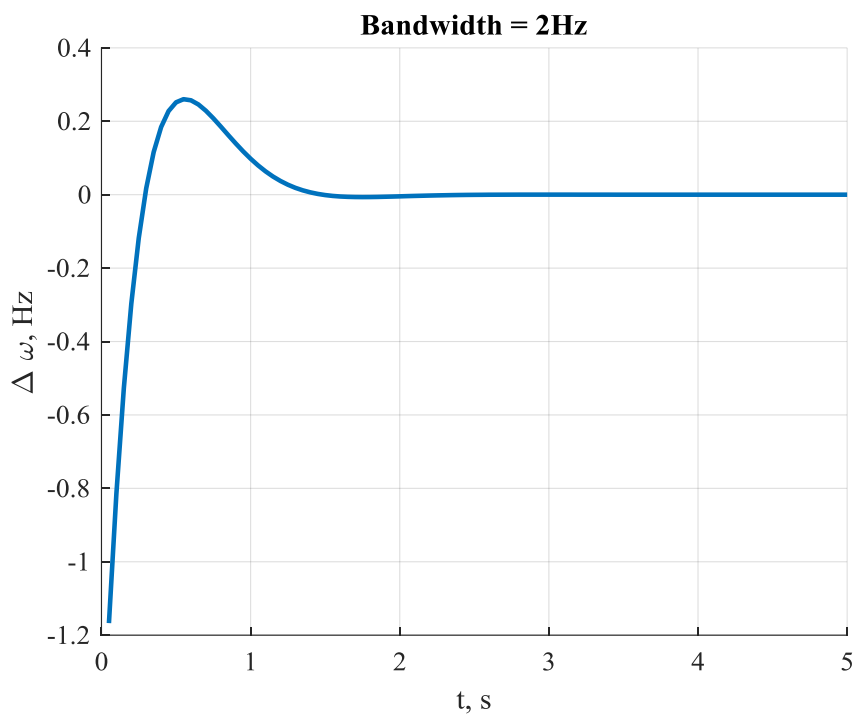


Рисунок П1.2 – Ошибка оценивания частоты

Из графиков можно сделать вывод, что система слежения успешно обрабатывает начальную ошибку. Характерное время переходного процесса – около 1 с, что соответствует ожидаемому при полосе СС 2 Гц.

5. Результаты моделирования

После завершения тестирования была выполнена основная программа моделирования.

Для увеличения объема статистики время одного эксперимента увеличено до 60 минут:

```
Tmax = 3600;
```

начальные значения векторов состояния оцениваемого процесса и фильтра приравнены друг другу:

```
Xest = [0; 0]; % Начальные условия
```

```
Xist = [0; 0];
```

На первом этапе построен график динамической ошибки в зависимости от полосы СС (см. рисунок П1.3, зеленый график). Для этого дисперсия флуктуационных шумов приравнена нулю, а дисперсия формирующего шума установлена номинальной

```
Dksi = 7*1; % Дисперсия формирующего шума
```

```
Deta = 10*0; % Дисперсия шумов наблюдений
```

На втором этапе построен график флуктуационной ошибки. Для этого дисперсия формирующих шумов уменьшена до нуля (частота постоянна), а дисперсия шумов наблюдений выставлена в соответствии с вариантом задания:

```
Dksi = 7*0; % Дисперсия формирующего шума
```

```
Deta = 11*1; % Дисперсия шумов наблюдений
```

Результат представлен на рисунке П1.3 (красный график).

График зависимости общей среднеквадратической ошибки оценивания построен при значениях дисперсий шумов

```
Dksi = 7*0; % Дисперсия формирующего шума  
Deta = 11*1; % Дисперсия шумов наблюдений
```

На рисунке П1.3 он изображен синей линией.

В программе отсутствует команда *close all*, которая обнуляла бы полученные ранее графики, поэтому, при изменении значений параметров Dksi и Deta и повторном моделировании, графики среднеквадратической ошибки оценивания накладывались друг на друга, что позволило более наглядно проследить за разницей СКО.

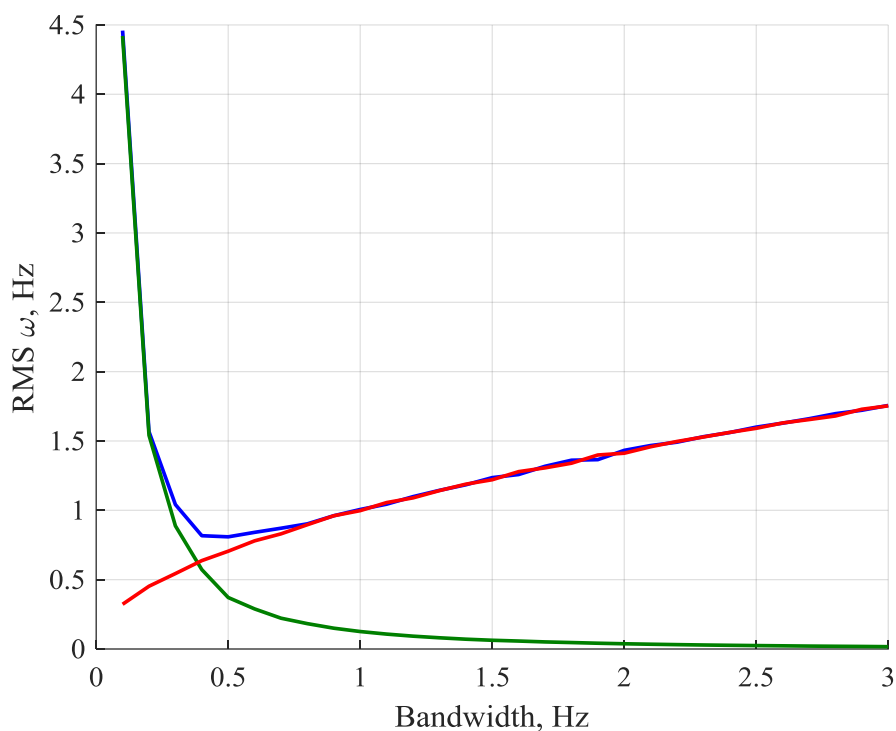


Рисунок П1.3 – Среднеквадратическая ошибка оценивания: общая (синий), динамическая (зеленый), флуктуационная (красный)

Минимум среднеквадратической ошибки слежения при заданных условиях достигается при полосе СС примерно 0.4 Гц.

Код программы представлен в Приложении.

6 Анализ результатов моделирования

Поставленные цели моделирования достигнуты:

- найдены графики динамической, флуктуационной и общей среднеквадратической ошибки слежения в зависимости от полосы СС;
- определена полоса СС, при которой достигается минимум среднеквадратической ошибки слежения; она составила 0.4 Гц.

Результаты моделирования не противоречат ожиданиям и общетеоретическим соображениям. Проведение новых итераций моделирования и уточнение модели не требуется.

Вывод:

В данной лабораторной работе были получены навыки моделирования следящей системы (СС) за частотой. Были получены зависимости СКО от шумовой полосы. Как и ожидалось, характерное время переходного процесса для 2 Гц около 2 секунд.

Зависимости общей СКО имеет минимум значения полосы системы равном 0.4 Гц, при котором ошибка слежения минимальна. Необходимо выбирать полосу системы так, чтобы она работала в точке минимума ошибки слежения.

Приложение

```
clear all;
% отсутствие clear all для наложения графиков зависимости СКО
clc;
close all;

T = 0.05;
%Tmax = 5; %тестовое условие
Tmax = 3600; %основная программа моделирования
t = T:T:Tmax;
N = length(t);

G = [0 0;
     0 T];

F = [1 T;
     0 1];

Dksi = 7*0; % Дисперсия формирующего шума
Deta = 11*0; % Дисперсия шумов наблюдений

% Dksi = 7*1; % При построении динамической ошибки
% Deta = 11*0;
%
% Dksi = 7*0; % При построении флуктуационной ошибки
% Deta = 11*1;
% Dksi = 7*1; % При построении общей среднеквадратической
ошибки % Deta = 11*1;

ksi = sqrt(Dksi)*randn(1, N); % Реализация формирующего шума
eta = sqrt(Deta)*randn(1, N); % Реализация шумов наблюдений

Band = 0.1:0.1:3; %Полоса СС

Band_for_plot = 2; % Полоса, при которой выводится график

RMS_Omega = nan(1, length(Band));

for i = 1:length(Band)

    K = nan(2,1);
    K(1) = 8/3*Band(i)*T; % коэф. СС
    K(2) = 32/9*(Band(i)^2)*T;

    Xest = [0; 0]; % Начальные условия
    Hextr = F*Xest;
    Xist = [0; 0]; %основная программа моделирования
    % Xist = [10; 0]; %тестовое условие

    ErrOmega = nan(1, N); Omega = nan(1, N);

    for k = 1:N
        Xist = F*Xist + G*[0; ksi(k)]; % Развитие оцениваемого процесса
        omega_meas = Xist(1) + eta(k); % Наблюдения
        Xest = Hextr + K*(omega_meas - Hextr(1)); % Этап оценивания
        Hextr = F*Xest; % Этап экстраполяции
        ErrOmega(k) = Xest(1) - Xist(1); % Ошибка оценивания
        Omega(k) = Xist(1); % Истинные значения
    end
end
```

```

end
if Band(i) == Band_for_plot
    figure(1);
    hold on;
    grid on;
    plot(t, ErrOmega/2/pi, 'LineWidth',2);
    xlabel('t, s'); ylabel('\Delta \omega, Hz');
    title(['Bandwidth = ' num2str(Band(i)) 'Hz']);

    figure(2);
    hold on;
    grid on;
    plot(t, [Omega; Omega + ErrOmega]/2/pi, 'LineWidth',2);
    xlabel('t, s'); ylabel('\omega, Hz');
    title(['Bandwidth = ' num2str(Band(i)) 'Hz']);
end
RMS_Omega(i) = sqrt(mean(ErrOmega.^2));
end
if Dksi == 0
    Col = [1 0 0];
elseif Deta == 0
    Col = [0 0.5 0];
else
    Col = [0 0 1];
end

figure(3)
hold on;
grid on;
plot(Band, RMS_Omega, 'Color', Col, 'LineWidth',1.5);
xlabel('Bandwidth, Hz'); ylabel('RMS \omega, Hz');

```