

Metodo di simulazione Monte Carlo

Laboratorio di Fisica Applicata - Seconda relazione

Davide Ferraresi, Maria Francesca Morrone

7 giugno 2017

Abstract

Scopo dell'esperienza di laboratorio è stata l'analisi dei risultati di simulazioni del fenomeno di diffusione ottenute mediante metodo Monte Carlo. Il sistema simulato era composto da una sorgente di fotoni, un mezzo (vuoto o acqua, con l'eventuale presenza di un fantoccio in alluminio) e un rivelatore.

Metodi e strumentazione

In questa sezione si descrivono i metodi generali utilizzati nel corso dell'esperienza e le caratteristiche del software impiegato.

Metodo Monte Carlo

Il metodo di simulazione numerica Monte Carlo si basa sull'impiego di numeri generati in modo random come base per riprodurre un determinato fenomeno mediante simulazione computazionale.

A differenza dei metodi deterministicici, che richiedono la conoscenza delle equazioni che descrivono il sistema e che sono utilizzabili in modo pratico solamente per descrivere sistemi relativamente semplici¹, il metodo Monte Carlo utilizza una descrizione del sistema basata sulle funzioni densità di probabilità (o *pdf*, cioè *probability distribution functions*). La simulazione si fonda sul campionamento casuale delle pdf sfruttando la generazione di numeri random; le simulazioni sono ripetute più volte in modo da ridurre l'errore statistico associato al processo². Al termine del processo si determinano i valori risultati per le grandezze d'interesse.

Confrontando metodi deterministicici e simulazione Monte Carlo, si nota che i primi portano ad una descrizione analitica delle proprietà medie del sistema, laddove il metodo Monte Carlo fornisce una stima delle grandezze medie del sistema come frutto di numerose ripetizioni di una simulazione (in base alla "legge dei grandi numeri").

Applicazione del metodo Monte Carlo per il trasporto di radiazione

Nel caso in cui si intenda simulare il trasporto di radiazione (fotoni) in un mezzo, occorre utilizzare un modello adatto per la simulazione, che generalmente richiede la conoscenza di parametri specifici:

- la geometria dello spazio in cui le particelle si muovono e le caratteristiche geometriche della sorgente e del rivelatore, nonché degli eventuali oggetti (es. fantocci) collocati nello spazio;

¹La risoluzione del problema in questi casi è di tipo analitico.

²Occorre tener presente che il campione che si ottiene da un gran numero di estrazioni casuali dalla pdf riproduce in buona approssimazione le caratteristiche della distribuzione stessa.

- le caratteristiche fisiche d'interesse dei materiali che caratterizzano i diversi elementi (mezzi) di cui è costituito lo spazio: nel caso in esame, ci si riferisce in particolare alle sezioni d'urto, che devono tener conto di tutte le possibili interazioni radiazione-materia di cui si vuole tener conto.

Il modello utilizzato per la simulazione deve quindi occuparsi di descrivere il moto delle particelle: ciascuna di esse percorre traiettorie che sono determinate dalle proprietà di emissione della sorgente, dalle caratteristiche dei mezzi che le particelle stesse attraversano e dagli effetti delle interazioni che si verificano tra fotoni e costituenti elementari della materia. La probabilità che si verifichi un determinato evento (es. interazione con la materia in un dato punto dello spazio posto lungo la traiettoria percorsa dalla particella) è determinata dall'estrazione di un numero random da parte di un apposito generatore incluso all'interno del modello di simulazione.

Si assume che il moto di una particella termini quando essa fuoriesce dallo spazio descritto dal modello, quando la sua energia scende al di sotto di un determinato valore o quando si verifica un evento che porta ad una eliminazione programmata di tale particella.

Ripetendo la simulazione per un gran numero di volte, si ottiene una stima (in termini di media) delle grandezze d'interesse.

Software per la simulazione

Il codice utilizzato per la simulazione è il codice *Monte Carlo EGSnrc* (tipo *Electron Gamma Shower*) implementato in Fortran.

Il codice è contenuto nel file **COMPT.for**, in cui la generazione dei numeri casuali è delegata alla funzione **ranlux**.

Il sistema simulato si trova in uno spazio tridimensionale avente le seguenti caratteristiche:

- l'asse z è l'asse di simmetria centrale degli elementi che compongono lo spazio;
- il semispazio $z < 0$ contiene l'ambiente in cui avviene il trasporto delle particelle; il semispazio $z > 0$ contiene il rivelatore; il piano $z = 0$ rappresenta la superficie del rivelatore a contatto con l'ambiente.

Le caratteristiche del sistema vengono riassunte nel file di testo **param.ini**, di cui si riporta una versione esemplificativa in Figura 1.

Le informazioni contenute nel file sono le seguenti (si fa riferimento nello specifico alla Figura 1; si riportano solo le variabili d'interesse per la simulazione effettuata)³:

- (riga 1) nome della directory in cui è contenuto il file con le caratteristiche dei materiali;

³Tutte le grandezze lineari inserite in questo file si considerano espresse in cm.

```

1   /EGSnrc_Media_Data/
2   geom.hsb
3   16749
4       00      201      301      0.1405E+00
5       1      20000
6       40     .0050    .0050  .0010000  .0144200   1
7       8     .0050    1.029   1   1   0   1   0   0   1   1
8       0.000   0.000    0   0   3.e00   0      5.0   1   0
9   AIR-900KEV-05KEV-05KEV
10  BRE-900KEV-05KEV-05KEV
11  H2O-900KEV-05KEV-05KEV
12  LEAD-900KEV-05KEV-05KEV
13  NAITL-900KEV-05KEV-05KEV
14  YAP-900KEV-05KEV-05KEV
15  CSITL-900KEV-05KEV-05KEV
16  ALUM-900KEV-05KEV-05KEV
17      3
18      8   -0.400   0.000   -0.250   0.250   -0.250   0.250   0.000  1010007   1 //Alluminio
19      3   -40.000   0.000   -5.000   5.000   -5.000   5.000   0.000  1010001   1 //acqua
20      5   0.000   0.500   -5.000   5.000   -5.000   5.000   0.000  5010001   1 //detector (bounds)
21      1   0.000   0.500   -5.000   5.000   -5.000   5.000  10.000  10.000  10.000  10.000 5 5 //detector (module)
22      1   0.000   0.000   -2.500   2.500   -7.500   7.500   .020   .000   .075   .000 4 1 //collimator(module)
23      1
24      11  5000000   0.000   0.000  -20.000   0.000   0.000   0.000   .0400   8.      360. // source.

```

Figura 1: Versione del file `param.ini` utilizzata per una simulazione.

- (riga 2) nome del file di output in cui sono contenute le n-tuple di dati prodotti dalla simulazione;
- (riga 3) seed per la generazione dei numeri random;
- (riga 4, primo valore) parametro che determina la tipologia di particella utilizzata nella simulazione ($00 \rightarrow$ fotoni, $+1 \rightarrow$ positroni, $-1 \rightarrow$ elettroni);
- (riga 7, primo valore) numero dei materiali utilizzabili per la simulazione (8 nel caso in esame);
- (righe 9-16, variabili in funzione del parametro riportato alla riga 7) materiali utilizzabili (nel file impiegato per la simulazione erano inclusi: aria, tessuto del seno, acqua, piombo, ioduro di sodio attivato al tallio, YAP, ioduro di cesio attivato al tallio, alluminio);
- (riga 17) numero di regioni *normali*, ovvero parallelepipedi o cilindri, utilizzate nella simulazione (3 nel caso in esame);
- (righe 18-20, variabili in funzione del parametro riportato alla riga 17) caratteristiche delle regioni normali (una riga descrive le caratteristiche di una sola regione), così ordinate:
 - (campo 1, intero) indice del materiale che compone la regione, rispetto all'ordine dei materiali elencati nelle righe 9 e successive (con il valore 0 si indica il vuoto);
 - (campi 2-7, float) vertici z_{min} , z_{max} , x_{min} , x_{max} , y_{min} , y_{max} della regione;
 - (campo 8, float) raggio della regione (se cilindrica; in caso contrario si pone pari a 0.0);
 - (campo 9) etichetta (*label*) di identificazione della regione;
 - (campo 10, intero) forma della regione (1 \rightarrow parallelepipedo, 2, 3 \rightarrow cilindro);

- (riga 21-22) caratteristiche delle regioni modulari (sempre numericamente pari a 2, la prima corrispondente al rivelatore, la seconda al collimatore), così ordinate:
 - (campo 1, intero) forma delle celle (1 → rettangolare, 2 → esagonale);
 - (campi 2-7, float) vertici z_{min} , z_{max} , x_{min} , x_{max} , y_{min} , y_{max} della regione da riempire con i moduli ripetuti;
 - (campi 8-11, float) descrizione della cella elementare (2 campi relativi all'area totale, 2 campi relativi all'area effettiva);
 - (campi 12-13, interi) indice del materiale che compone rispettivamente l'area totale e l'area effettiva della regione, rispetto all'ordine dei materiali elencati nelle righe 9 e successive (con il valore 0 si indica il vuoto);
- (riga 23, intero) numero di sorgenti utilizzate nella simulazione (1 nel caso in esame);
- (riga 24, variabile in funzione del parametro riportato alla riga 23) caratteristiche delle sorgenti, così ordinate:
 - (campo 1, intero) coppia di cifre, in cui la prima determina la tipologia di emissione della sorgente (1 → isotropa, 2 → isotropa che spara particelle su un piano) e la seconda determina la forma dell'emissione (1 → ellittica, 2, 3 → cilindrica, 4 → parallelepipedo);
 - (campo 2, intero) numero di particelle emesse dalla sorgente nel corso della simulazione;
 - (campi 3-5, float) coordinate x , y , z del centro della sorgente;
 - (campi 6-8, float) intervalli r_x , r_y , r_z di estensione della sorgente nelle tre direzioni spaziali;
 - (campo 9, float) energia dei fotoni (espressa in MeV);
 - (campi 10-11, float) angoli azimutale e polare di apertura della sorgente (espressi in gradi sessagesimali).

Software per la visualizzazione dei risultati della simulazione

I risultati della simulazione vengono memorizzati nel file `geom.hsb` e possono essere visualizzati mediante il software *Paw++*. Nel file sono contenuti soltanto gli eventi rilevati dal detector, cioè le particelle che hanno terminato il loro percorso nella regione di spazio corrispondente al rivelatore.

All'interno di `geom.hsb` ciascun fotone rivelato è caratterizzato dalle seguenti variabili:

- le coordinate d'origine x_{orig} , y_{orig} e z_{orig} ;
- i coseni direttori (che descrivono cioè la direzione della traiettoria iniziale della particella) α_{1orig} , α_{2orig} e α_{3orig} ;

- le coordinate d'arrivo $xslab$, $yslab$ e $zslab$ che tengono conto delle sole interazioni fotoelettriche e Compton;
- le coordinate d'arrivo $xslabesr$, $yslabesr$ e $zslabesr$ che tengono conto, oltre che delle interazioni fotoelettriche e Compton, anche delle interazioni dei fotoni con il materiale scintillatore.

1 Point Spread Function (PSF) e Quantum Detector Efficiency (QDE)

Scopo della prima parte dell'esperienza è la determinazione della Point Spread Function (PSF) e della Quantum Detector Efficiency (QDE) di un rivelatore a scintillazione collocato all'interno di un modello di sistema predefinito, al variare dello spessore del materiale scintillatore e dell'energia dei fotoni incidenti, utilizzando il software di simulazione Monte Carlo già descritto.

1.1 Point Spread Function (PSF) - Definizione

Si definisce *Point Spread Function (PSF)* di un rivelatore l'immagine prodotta da un segnale puntiforme (ad esempio un fascio puntiforme di fotoni) che incide su di esso: in generale il segnale rivelato non è puntiforme, ma è caratterizzato da una distribuzione spaziale, conseguenza dell'interazione delle particelle o della radiazione incidente con il materiale che costituisce il rivelatore. Tale distribuzione può essere isotropa o non isotropa; essa può inoltre variare a seconda del punto d'incidenza del segnale sul detector (nel caso contrario, si parla di PSF stazionaria o *shift-invariant*).

A livello pratico, la PSF descrive le caratteristiche dello sfocamento prodotto da un sistema di rivelazione. L'immagine prodotta dal rivelatore si può descrivere come la convoluzione del segnale incidente con la PSF.

1.2 Quantum Detector Efficiency (QDE) - Definizione

Si definisce *Quantum Detector Efficiency (QDE)* di un rivelatore il rapporto tra il numero di particelle rivelate e il numero di particelle che colpiscono il rivelatore stesso:

$$QDE = \frac{n^{\circ} \text{ particelle rivelate}}{n^{\circ} \text{ particelle incidenti}} \quad (1)$$

In generale, il valore della QDE dipende dallo spessore del rivelatore e dal materiale di cui è composto, oltre che dall'energia delle particelle incidenti.

1.3 Configurazione del sistema

In questa parte dell'esperienza si è utilizzato un sistema con le seguenti caratteristiche:

- come particelle incidenti sono stati selezionati i fotoni;
- sono state inizializzate due regioni normali: un parallelepipedo antistante il rivelatore, contenente vuoto, di area $10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$ e profondità lungo l'asse z pari a 40 cm e il rivelatore, anch'esso parallelepipedo, in ioduro di sodio attivato al tallio (NaI(Tl)), con una superficie di area $10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$ e profondità definita all'interno dell'insieme di valori $\{0.5 \text{ mm}, 1 \text{ mm}, 2 \text{ mm}, 5 \text{ mm}, 10 \text{ mm}\}$;

- si è definita la regione modulare del rivelatore come un unico pixel corrispondente all’intera superficie $10\text{ cm} \times 10\text{ cm}$ e si è rimosso l’effetto del collimatore ponendo a zero il suo spessore;
- si è inizializzata una sorgente puntiforme isotropa ed ellittica, emittente in direzione del rivelatore, collocata nel punto di coordinate $(0\text{ cm}, 0\text{ cm}, -10\text{ cm})$, emittente nel corso della simulazione 100000 fotoni di energia definita (una volta all’inizio di ogni simulazione) all’interno dell’insieme di valori $\{10\text{ keV}, 30\text{ keV}, 50\text{ keV}, 140\text{ keV}\}$.

La simulazione è stata ripetuta 20 volte, variando i valori dello spessore del rivelatore e dell’energia dei fotoni, in modo da eseguire tutte le combinazioni possibili.

1.4 Risultati

1.4.1 Point Spread Function (PSF)

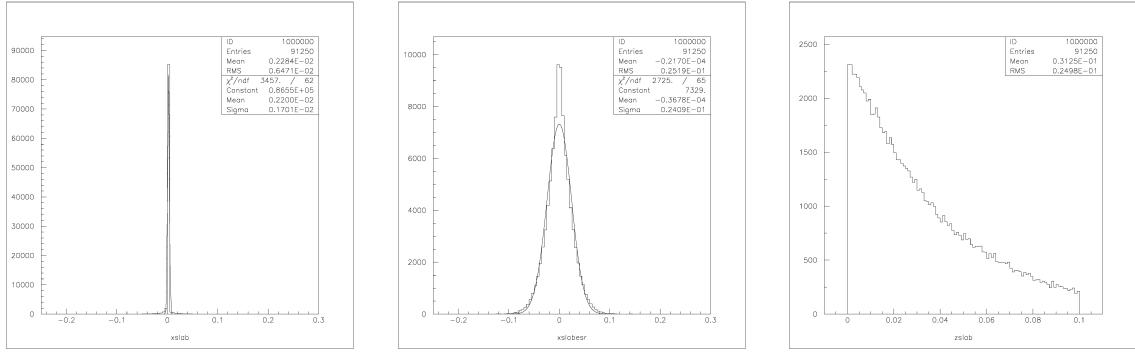
Partendo dalla definizione di PSF fornita in precedenza, assumiamo che la sua forma sia approssimabile con una gaussiana. In tal caso, è possibile definire la larghezza della PSF come il valore della larghezza a metà altezza (cioè *Full Width at Half Maximum*, o *FWHM*) della gaussiana ottenuta, che è a sua volta legato alla deviazione standard σ della gaussiana stessa dalla relazione:

$$FWHM = 2\sqrt{2\ln 2} \cdot \sigma \approx 2.35 \cdot \sigma \quad (2)$$

Come riportato in precedenza, fra i risultati delle simulazioni si trovano i valori delle coordinate d’arrivo dei fotoni, sia tenendo conto delle sole interazioni fotoelettriche e Compton, sia includendo le interazioni con il materiale scintillatore. Il software riporta inoltre la distribuzione complessiva delle coordinate di arrivo nelle tre direzioni (x , y e z). Si presentano a titolo d’esempio, nelle Figure 2, 3, 4 e 5, le distribuzioni ottenute per due valori di energia dei fotoni (30 keV, 140 keV) e due valori di spessore del rivelatore (1 mm, 10 mm): con la dicitura x si intendono le distribuzioni dei fotoni incidenti nel rivelatore lungo la direzione x trascurando le interazioni all’interno del rivelatore; con x_esr si indicano le distribuzioni dei fotoni incidenti considerando le interazioni all’interno del rivelatore; con z si intendono le distribuzioni dei fotoni incidenti nel rivelatore lungo la direzione z . Non si riportano le distribuzioni y e y_esr dal momento che presentano le stesse caratteristiche rispettivamente delle distribuzioni x e x_esr .

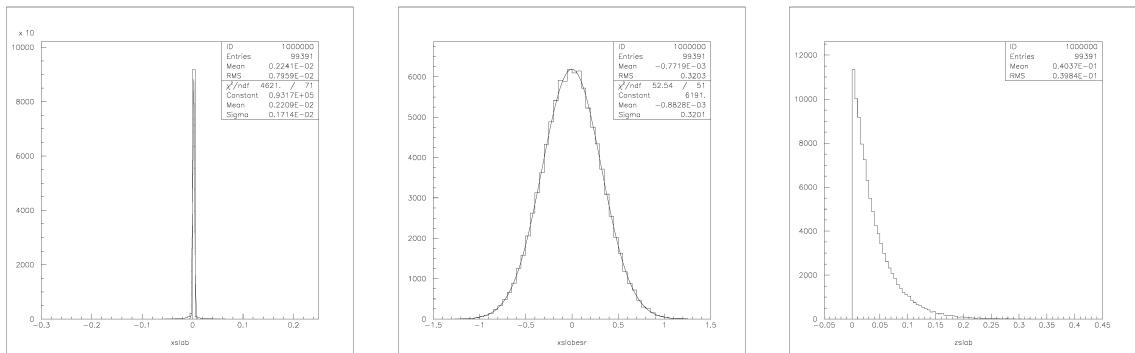
Nello specifico, dal punto di vista qualitativo lungo le direzioni x e y la distribuzione è simil-gaussiana (nei casi x_esr e y_esr la curva è più larga a causa delle interazioni considerate); lungo z si osserva invece il decadimento esponenziale del numero di interazioni dovuto al progressivo impoverimento del fascio nell’attraversamento del materiale.

Assieme alle distribuzioni suddette sono calcolate le varianze corrispondenti. Si trova che tali varianze sono significativamente simili per le coordinate x e y , ragion per cui



(a) Distribuzione x . (b) Distribuzione x_{esr} . (c) Distribuzione z .

Figura 2: Distribuzioni per energia pari a 30 keV e spessore pari a 1 mm.



(a) Distribuzione x . (b) Distribuzione x_{esr} . (c) Distribuzione z .

Figura 3: Distribuzioni per energia pari a 30 keV e spessore pari a 10 mm.

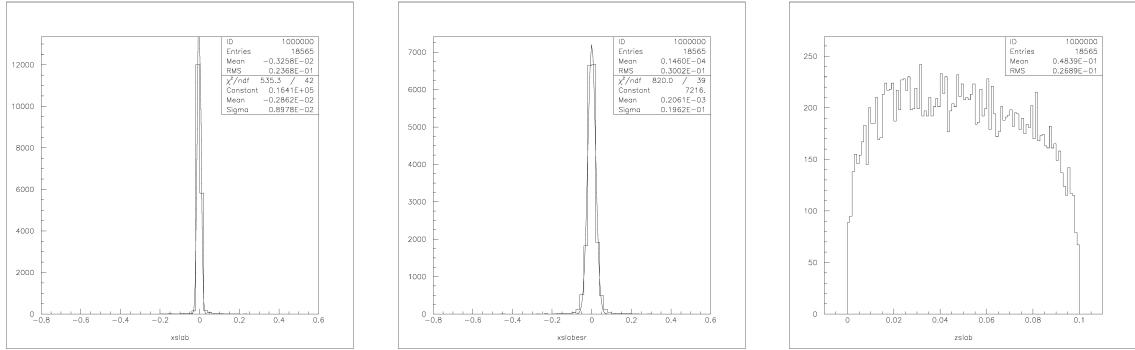


Figura 4: Distribuzioni per energia pari a 140 keV e spessore pari a 1 mm.

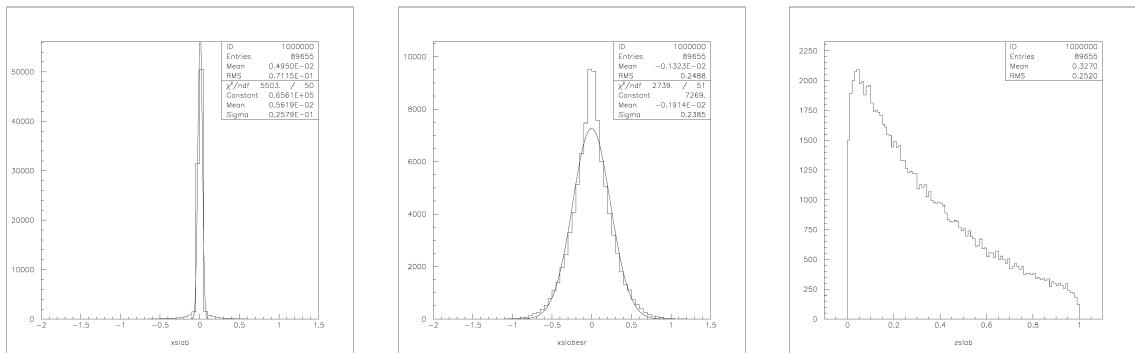


Figura 5: Distribuzioni per energia pari a 140 keV e spessore pari a 10 mm.

si assume che il sistema sia simmetrico rispetto al centro e si procede analizzando le caratteristiche della PSF soltanto in relazione alla coordinata x .

A partire dalla varianza lungo la direzione x si ottengono quindi, mediante la relazione (2), i valori di FWHM riportati nelle Tabelle 1 e 2, rispettivamente per le distribuzioni x e x_{-esr} .

	10 keV	30 keV	50 keV	140 keV
0.5 mm	$2.82 \cdot 10^{-5}$	$3.89 \cdot 10^{-3}$	$6.92 \cdot 10^{-3}$	$2.01 \cdot 10^{-2}$
1 mm	$3.42 \cdot 10^{-4}$	$4.00 \cdot 10^{-3}$	$7.28 \cdot 10^{-3}$	$2.11 \cdot 10^{-2}$
2 mm	$3.42 \cdot 10^{-4}$	$8.24 \cdot 10^{-3}$	$7.32 \cdot 10^{-3}$	$5.42 \cdot 10^{-2}$
5 mm	$3.96 \cdot 10^{-5}$	$4.03 \cdot 10^{-3}$	$7.45 \cdot 10^{-3}$	$5.81 \cdot 10^{-2}$
10 mm	$1.34 \cdot 10^{-4}$	$4.03 \cdot 10^{-3}$	$7.39 \cdot 10^{-3}$	$6.06 \cdot 10^{-2}$

Tabella 1: Valori calcolati (in cm) per la FWHM della distribuzione x .

	10 keV	30 keV	50 keV	140 keV
0.5 mm	$3.76 \cdot 10^{-2}$	$2.48 \cdot 10^{-2}$	$3.20 \cdot 10^{-2}$	$2.98 \cdot 10^{-2}$
1 mm	$7.67 \cdot 10^{-2}$	$5.66 \cdot 10^{-2}$	$6.44 \cdot 10^{-2}$	$4.61 \cdot 10^{-2}$
2 mm	$1.55 \cdot 10^{-1}$	$1.29 \cdot 10^{-1}$	$1.37 \cdot 10^{-1}$	$9.03 \cdot 10^{-2}$
5 mm	$3.90 \cdot 10^{-1}$	$3.61 \cdot 10^{-1}$	$3.67 \cdot 10^{-1}$	$2.51 \cdot 10^{-1}$
10 mm	$7.81 \cdot 10^{-1}$	$7.52 \cdot 10^{-1}$	$7.57 \cdot 10^{-1}$	$5.60 \cdot 10^{-1}$

Tabella 2: Valori calcolati (in cm) per la FWHM della distribuzione x_{-esr} .

Nelle Figure 6, 8, 7 e 9 sono riportati gli andamenti della FWHM nei due casi esaminati, in funzione dell'energia dei fotoni incidenti e in funzione dello spessore del rivelatore. Per quanto riguarda la dipendenza dell'ampiezza della PSF (intesa come FWHM) dall'energia dei fotoni incidenti (Figure 7 e 9), si osserva che tale dipendenza è crescente se si considerano soltanto interazioni fotoelettriche e Compton, mentre è soggetta a una lieve diminuzione all'aumentare dell'energia se si tiene conto anche delle interazioni all'interno del rivelatore.

Relativamente alla relazione dell'ampiezza della PSF dallo spessore del rivelatore (Figure 6 e 8), si trova che l'ampiezza rimane sostanzialmente costante nel primo caso (con l'eccezione dei fotoni aventi energia pari a 140 keV), mentre risulta la dipendenza dallo spessore appare lineare (come è ragionevole) quando si considerano le interazioni all'interno del rivelatore.

1.4.2 Quantum Detector Efficiency (QDE)

Fra i risultati della simulazione è compreso il numero di fotoni incidenti sul rivelatore. Sulla base della definizione di QDE fornita (relazione (1)), è stato determinato il valore di tale grandezza per ciascuna simulazione, al variare dello spessore del rivelatore e dell'energia dei fotoni, come riportato nella Tabella 3.

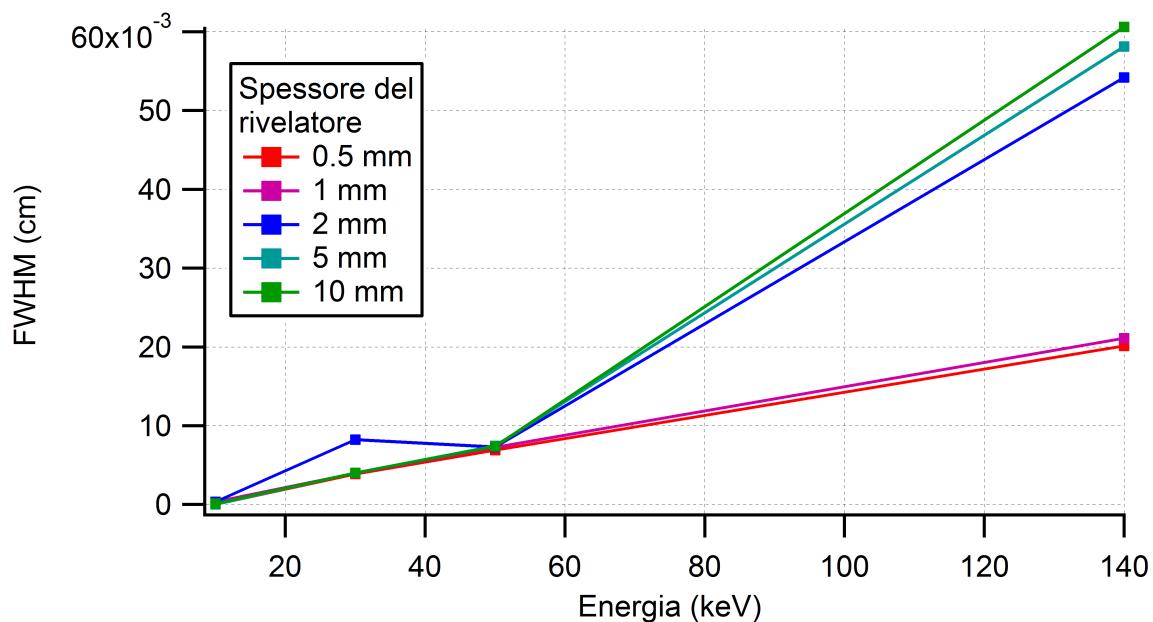


Figura 6: FWHM in funzione dell'energia del fotone incidente per le distribuzioni x .

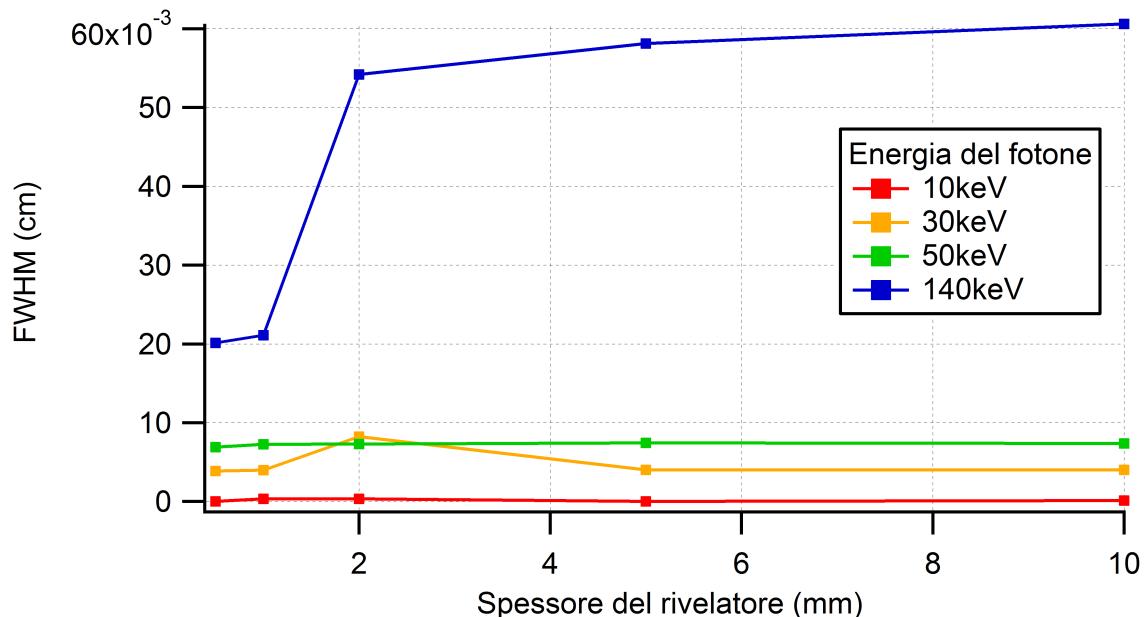


Figura 7: FWHM in funzione dello spessore del rivelatore per le distribuzioni x .

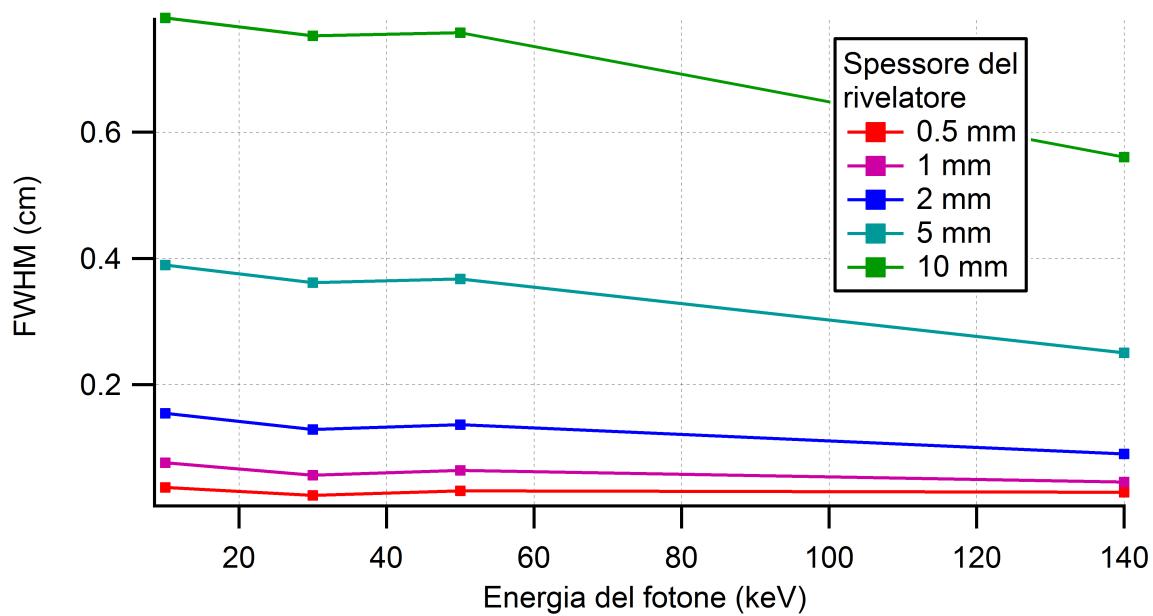


Figura 8: FWHM in funzione dell'energia del fotone incidente per le distribuzioni *x_esr*.

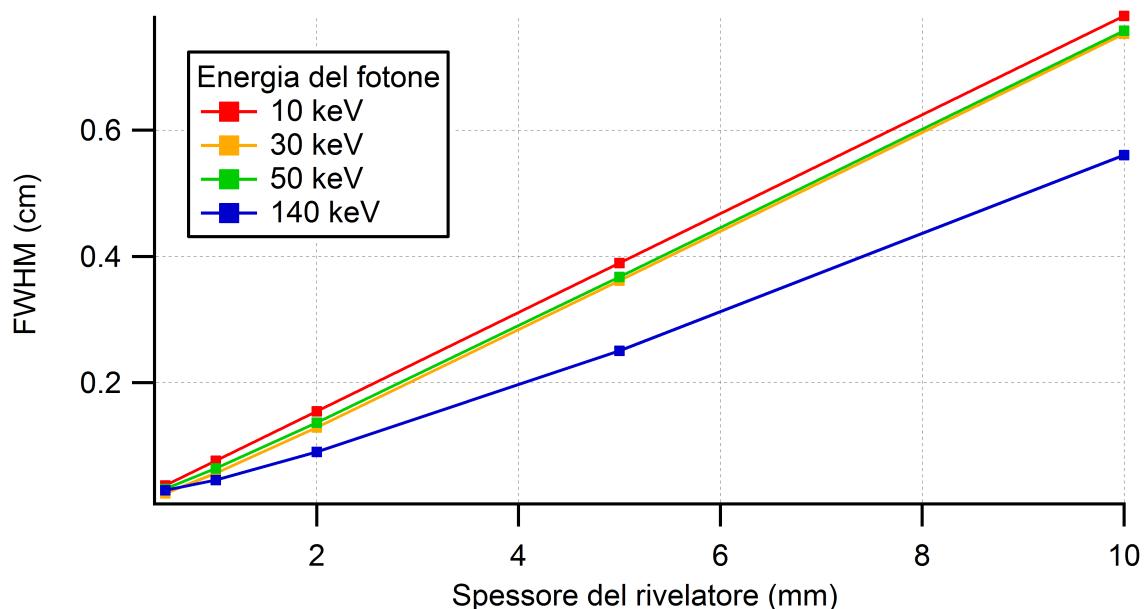


Figura 9: FWHM in funzione dello spessore del rivelatore per le distribuzioni *x_esr*.

	10 keV	30 keV	50 keV	140 keV
0.5 mm	0.99848	0.70557	0.63477	0.0909
1 mm	0.99826	0.9125	0.81225	0.18565
2 mm	0.9985	0.98814	0.85715	0.3584
5 mm	0.99854	0.99372	0.86075	0.68141
10 mm	0.99827	0.99391	0.85888	0.89655

Tabella 3: Valori calcolati per la QDE del rivelatore.

Nelle Figure 10 e 11 sono riportati gli andamenti della QDE in funzione dell’energia dei fotoni e dello spessore del rivelatore.

Si osserva che l’andamento della QDE in funzione dell’energia è sempre decrescente, con l’eccezione di quanto accade in un rivelatore di spessore pari a 10 mm. Questo fenomeno è dovuto al fatto che, al crescere dell’energia, è più probabile che i fotoni oltrepassino il rivelatore senza interagire con esso.

Si osserva inoltre che la QDE cresce all’aumentare dello spessore del rivelatore: questo è ragionevole, poiché con lo spessore aumenta lo spazio in cui il fotone può interagire con il rivelatore. Questo andamento è sempre verificato con l’eccezione di quanto avviene passando da un rivelatore di spessore pari a 5 mm a uno con spessore di 10 mm (escluso il caso di fotoni a 140 keV): in tal caso la variazione della QDE non è significativa poiché, al netto di fluttuazioni casuali, il rivelatore assorbe quasi tutti i fotoni incidenti.

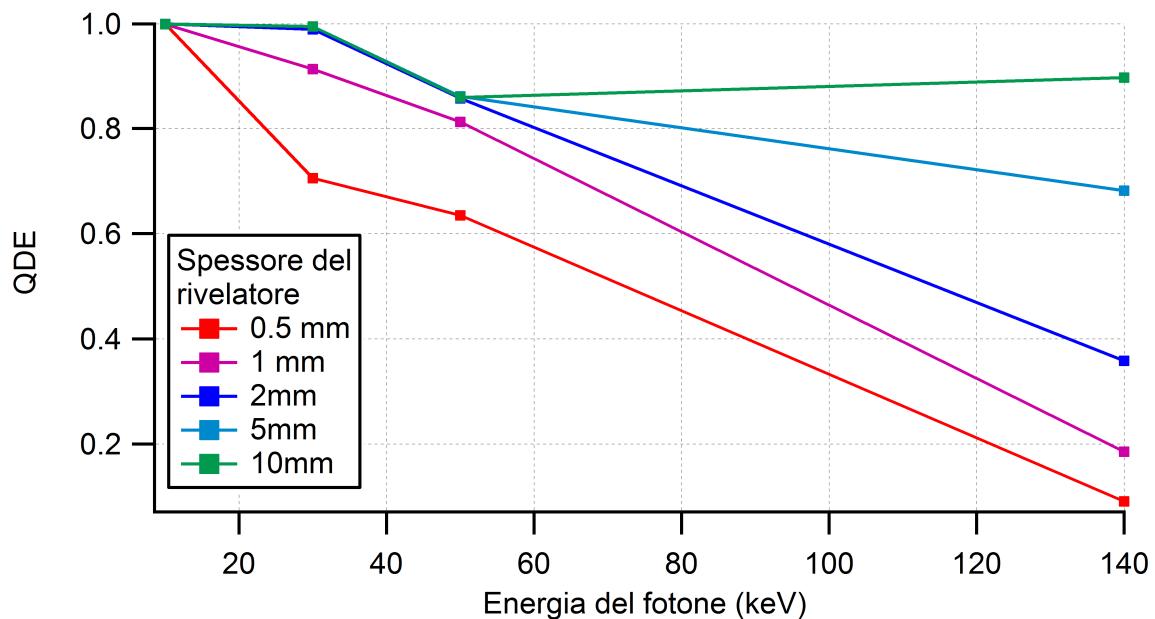


Figura 10: QDE in funzione dell'energia del fotone incidente.

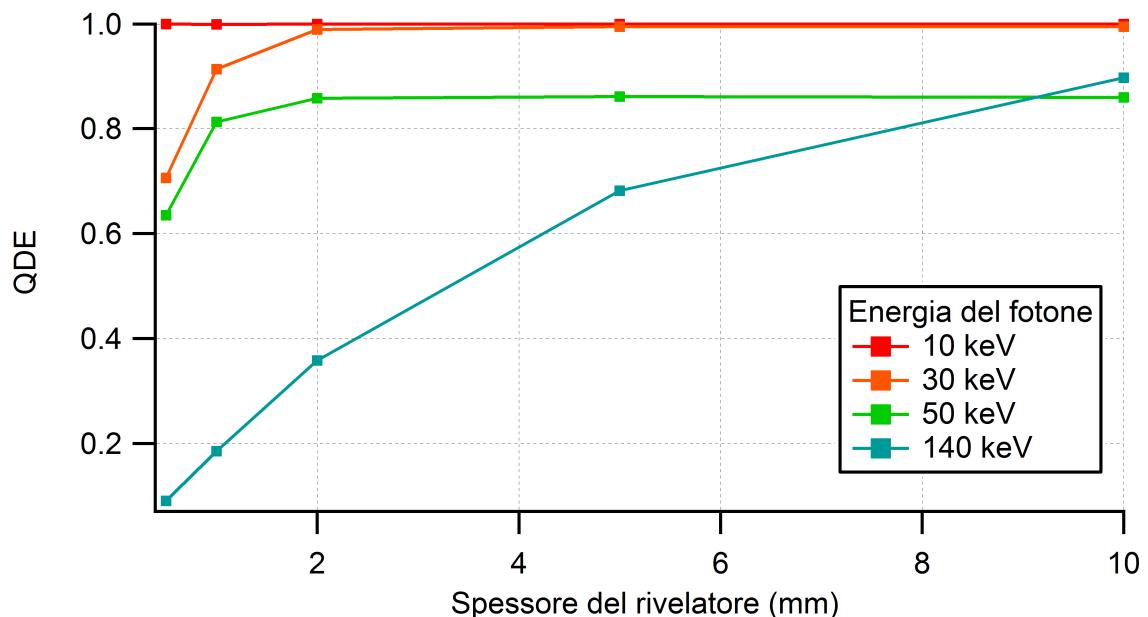


Figura 11: QDE in funzione dello spessore del rivelatore.

2 Determinazione del contrasto

Scopo della seconda parte dell'esperienza è la determinazione del contrasto ottenuto sul profilo di un'immagine da un fantoccio di caratteristiche predefinite, posto a contatto con il rivelatore e immerso in un dato mezzo.

2.1 Contrasto - Definizione

In generale, si definisce il *contrasto* come la differenza nei livelli di grigio di un'immagine calcolata tra regioni adiacenti dell'immagine stessa.

Nel caso in esame, in cui occorre confrontare la trasmissione di fotoni in un fantoccio con la trasmissione nel mezzo, si utilizza la definizione di contrasto (relativo) dovuto a un oggetto. Detta I_{mezzo} l'intensità trasmessa dal mezzo e $I_{fantoccio}$ l'intensità trasmessa dal fantoccio, il contrasto è dato da:

$$C = \frac{I_{mezzo} - I_{fantoccio}}{I_{mezzo}} \quad (3)$$

2.2 Configurazione del sistema

In questa parte dell'esperienza si è utilizzato un sistema con le seguenti caratteristiche:

- come particelle incidenti sono stati selezionati i fotoni;
- sono state inizializzate tre regioni normali: un fantoccio (parallelepipedo) antistante il rivelatore, in alluminio, di area $0.5\text{ cm} \times 0.5\text{ cm}$ e spessore lungo l'asse z definito all'interno dell'insieme di valori $\{4\text{ mm}, 6\text{ mm}, 8\text{ mm}, 10\text{ mm}\}$, un parallelepipedo contenente il mezzo diffusore, acqua, di dimensioni $10\text{ cm} \times 10\text{ cm}$ e profondità lungo l'asse z di 40 cm e il rivelatore, anch'esso parallelepipedo, in ioduro di sodio attivato al tallio (NaI(Tl)), con una superficie di area $10\text{ cm} \times 10\text{ cm}$ e profondità lungo l'asse z pari a 5 mm ; il centro della faccia del fantoccio è stato fatto coincidere con il centro della faccia del rivelatore;
- si è definita la regione modulare del rivelatore come un unico pixel corrispondente all'intera superficie $10\text{ cm} \times 10\text{ cm}$ e si è rimosso l'effetto del collimatore ponendo a zero il suo spessore;
- si è inizializzata una sorgente puntiforme isotropa ed ellittica, emittente in direzione del rivelatore con un angolo di apertura di 8 gradi, collocata nel punto di coordinate $(0\text{ cm}, 0\text{ cm}, -20\text{ cm})$, emittente nel corso della simulazione 5000000 fotoni di energia pari a 40 keV .

La simulazione è stata ripetuta 4 volte, variando i valori dello spessore del fantoccio.

2.3 Risultati

I risultati delle simulazioni sono riportati nelle Figure 12, 13, 14 e 15.

Per ciascuno spessore del fantoccio è riportato il grafico a dispersione delle interazioni dei fotoni sulla superficie del rivelatore (Figure 12(a), 13(a), 14(a) e 15(a)). Questi grafici possiedono caratteristiche comuni:

- una regione circolare caratterizzata da un elevata densità di conteggi, corrispondente al cono di emissione della sorgente;
- un regione quadrata al centro della precedente, corrispondente al fantoccio e caratterizzata da un numero di conteggi inferiore rispetto alla regione circostante: si osserva in particolare che la densità di conteggi diminuisce all'aumentare dello spessore del fantoccio, a causa del numero crescente di interazioni all'interno del fantoccio;
- un fondo a bassa densità di conteggi, dovuto ai fotoni deviati dalle interazioni con il mezzo e caduti all'esterno del cono di emissione.

Anche in questo caso si è osservato che le distribuzioni lungo le coordinate x e y hanno le stesse caratteristiche, e si è quindi supposto che il sistema sia simmetrico rispetto all'asse del sistema stesso; si sono quindi analizzate le caratteristiche delle distribuzioni lungo la sola coordinata x .

Per determinare il contrasto dovuto alla presenza del fantoccio si è calcolato il profilo della distribuzione bidimensionale lungo x , considerando uno spessore lungo y corrispondente allo spessore del fantoccio: questo ha portato a considerare i conteggi nella sezione spaziale $|y| < 0.25$ mm e a sommarli lungo tale direzione.

I risultati di questa operazione sono riportati nelle Figure 12(b), 13(b), 14(b) e 15(b). Si osserva chiaramente una diminuzione dei conteggi in corrispondenza del centro della distribuzione, a causa della presenza del fantoccio. Per quantificare la differenza di intensità, quindi il contrasto, fra la regione circolare e la regione del fantoccio (utilizzando pertanto la relazione (16)), si è scelto di stimare $I_{fantoccio}$ e I_{mezzo} come medie dei conteggi osservati nelle corrispondenti regioni del profilo (per il fantoccio la regione centrale, caratterizzata da un avvallamento; per il mezzo le regioni adiacenti caratterizzate da numerosi conteggi). I risultati di questa operazione, nonché i corrispondenti valori calcolati per il contrasto, sono riportati in tabella 4.

Spessore (mm)	$I_{fantoccio}$	I_{mezzo}	Contrasto
4	57	89	0.36
6	49	92	0.46
8	42	92	0.55
10	36	91	0.60

Tabella 4: Valori ottenuti per la determinazione del contrasto.

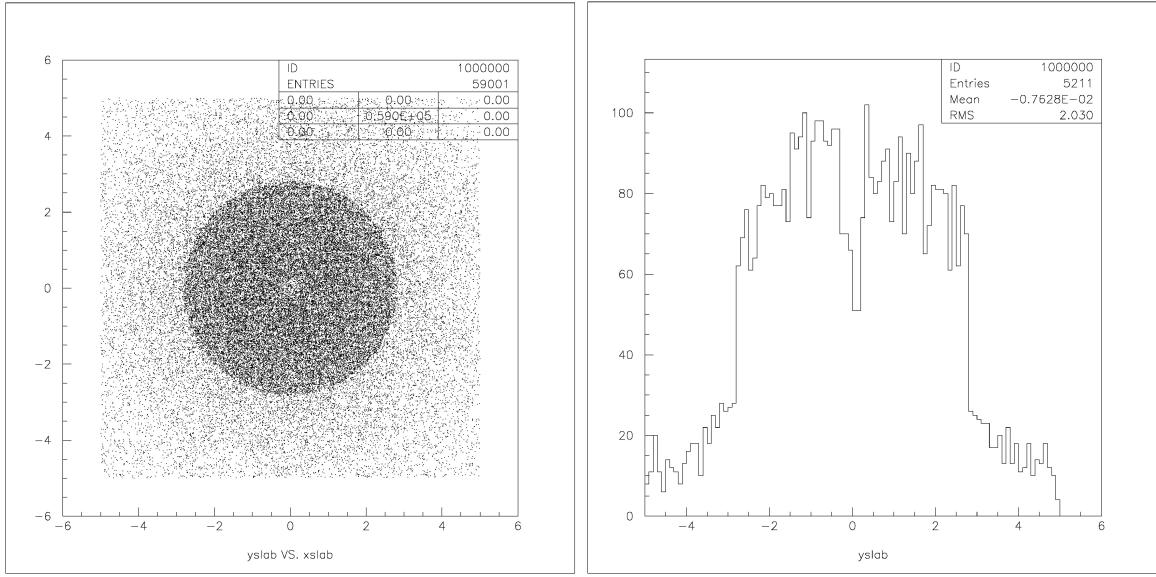


Figura 12: Risultati per spessore di 4 mm.

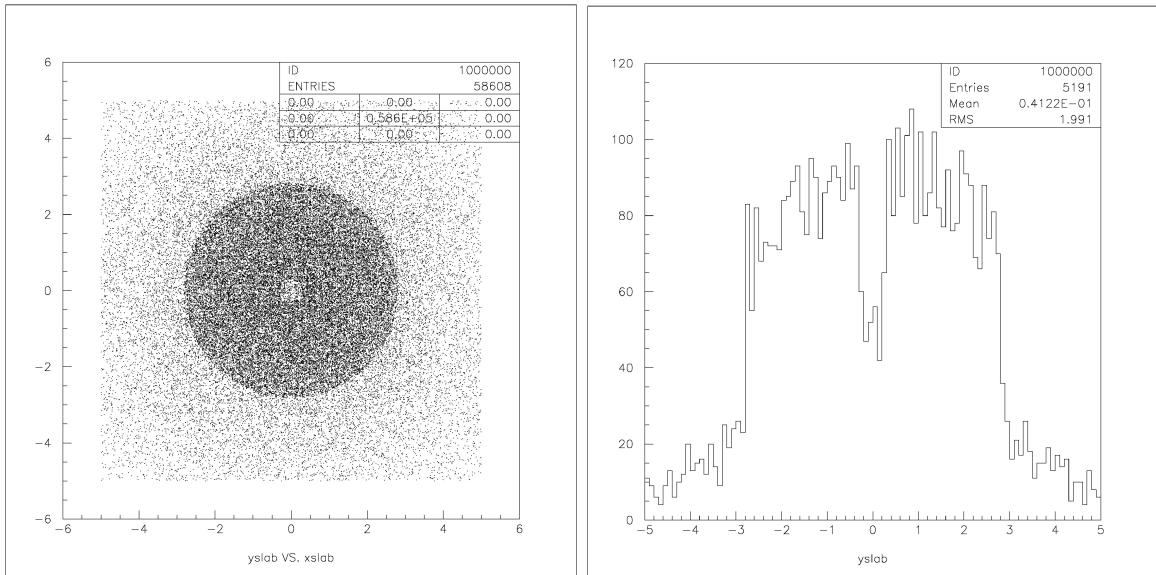


Figura 13: Risultati per spessore di 6 mm.

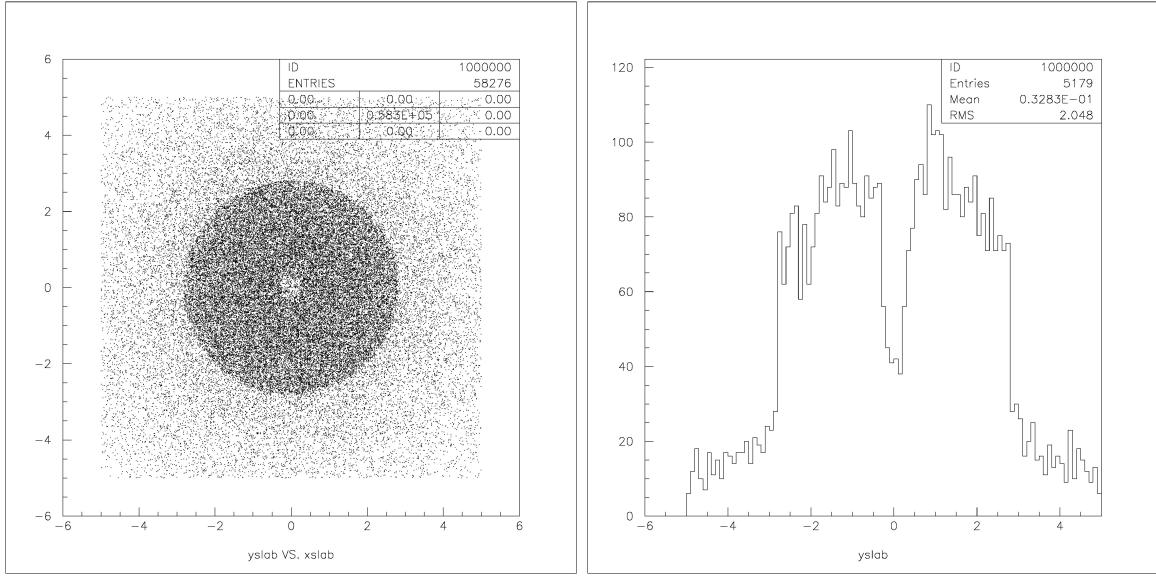


Figura 14: Risultati per spessore di 8 mm.

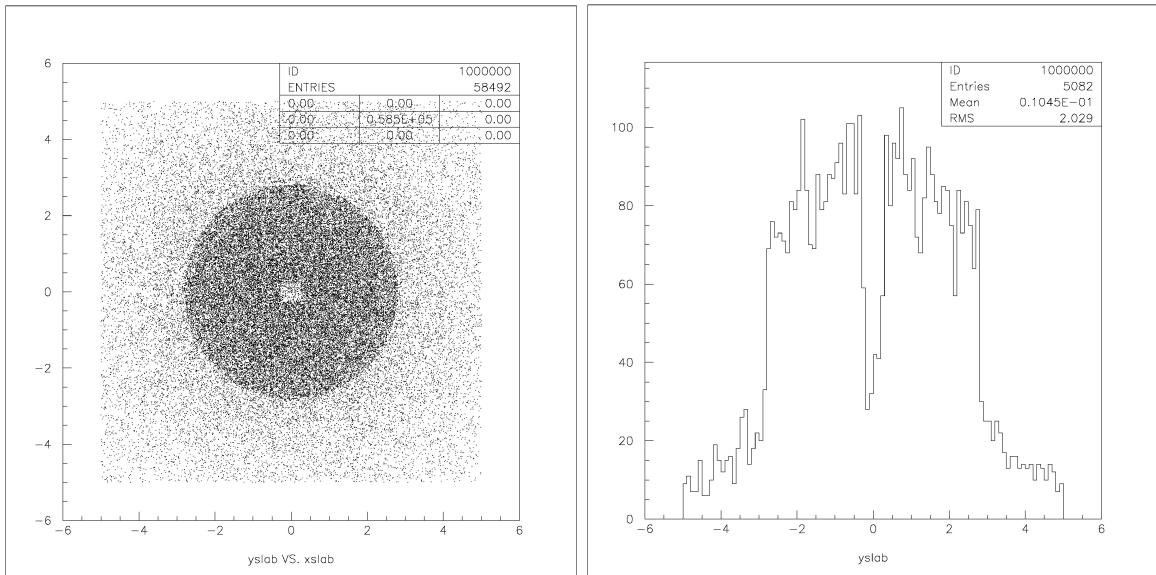


Figura 15: Risultati per spessore di 10 mm.

I valori ottenuti sono riportati nel grafico in Figura 16. Si può constatare l'effettivo aumento del contrasto al crescere dello spessore del fantoccio.

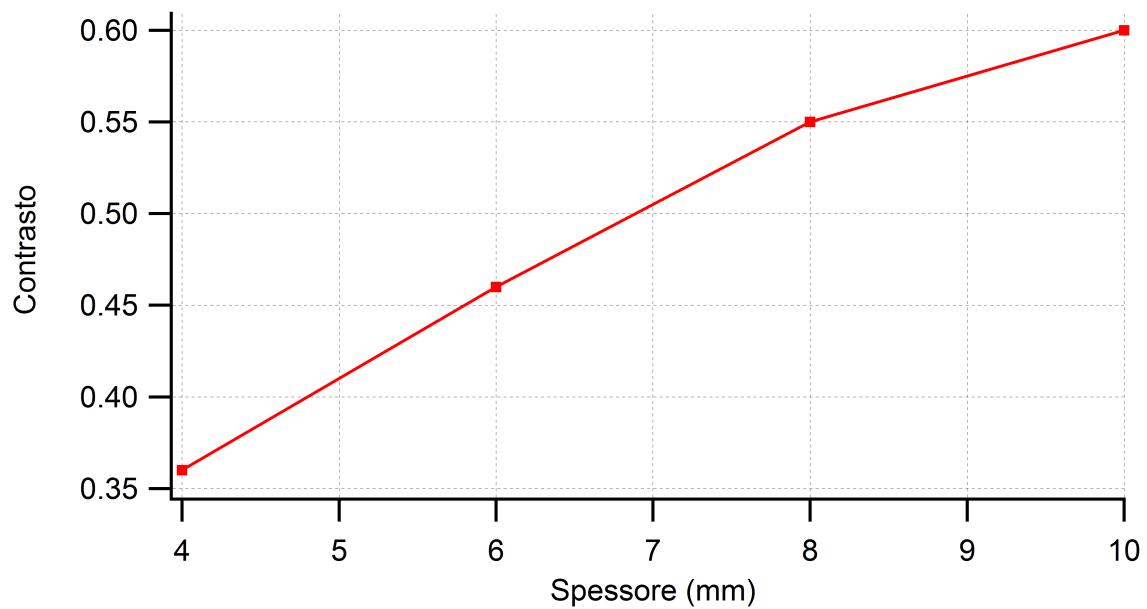


Figura 16: Grafico del contrasto in funzione dello spessore del fantoccio.